Журнал технической физики, 2019, том 89, вып. 6

01

Уравновешенные концентраторы потока и их применение для снижения электромагнитных сил в магнитных системах

© *Г.А. Шнеерсон, Д.А. Дегтев*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: gashneerson@mail.ru

Поступило в Редакцию 24 октября 2018 г.
В окончательной редакции 24 октября 2018 г.
Принято к публикации 24 октября 2018 г.

Концентраторы магнитного потока — тела с радиальными разрезами, внесенные в поле магнита, существенно влияют на величину и распределение электромагнитных сил в магнитной системе. В приближении идеальной проводимости, справедливом при резко выраженном скин-эффекте, рассчитаны поля магнитных систем с внесенными в них концентраторами потока. На примере модельных задач показана возможность полной или частичной компенсации сил, воздействующих на концентратор. Вместе с тем показано, что его размещение вблизи обмотки магнита может снизить воздействующие на нее силы. Таким образом, концентратор разгружает обмотку, сам будучи при этом полностью или частично уравновешен. В итоге резко снижаются требования к устройствам, обеспечивающим прочность магнитной системы.

DOI: 10.21883/JTF.2019.06.47626.374-18

Введение

Концентратор представляет собой проводящий цилиндр с радиальным разрезом, который располагается соосно с обмоткой соленоида. При условии резко выраженного скин-эффекта поле не проникает в толщу проводника. По этой причине конфигурация поля в магнитной системе с концентратором потока может быть отличной от исходного поля соленоида. Концентраторы магнитного потока были предложены в 40–50-х годах прошлого века и описаны во многих работах. Они находят применение при высокочастотном нагреве проводников [1], используются для формирования области усиленного поля в приосевой области магнита [2–4], для создания требуемого распределения индукции при магнитной штамповке [5]. Новым применением этого устройства может быть создание области повышенного магнитного давления, обеспечивающей удержание торцевой части соленоида [6]. Существенно, что в ряде случаев конфигурацию магнитной системы можно выбрать так, что силы, воздействующие на концентратор, полностью или в значительной степени уравновешены. Подобные системы могут найти применение в технологии сильных импульсных магнитных полей. В настоящей работе рассматриваются модели, демонстрирующие возможности таких применений, и приводятся решения соответствующих специфических задач теории электромагнитного поля.

1. Уравновешенный концентратор потока, расположенный в торцевой зоне магнита

В рамках модельной задачи рассмотрим систему, представленную на рис. 1. В ней концентратор представляет собой кольцо *1* с радиальным разрезом *2*. Оно расположено вблизи торцевой части одновиткового магнита *3*. Границами концентратора являются коническая поверхность T_1 , цилиндрические поверхности T_1', T_2'' и плоскость T_2, отстоящая от торца на расстояние h. Кольцо ограничено радиусами R_i, R_e, а торцевая часть обмотки — радиусами R_1, R_2. Далее при оценочных расчетах используем условия $h \ll R_i, R_e - R_i$. На примере данной модельной задачи покажем возможность создания уравновешенного концентратора потока. Кольцо находится в состоянии равновесия, если равна нулю равнодействующая аксиальных сил, создаваемых магнитным давлением. Особенность поля этой системы состоит в том, что магнитный поток Φ_0 расщепляется на потоки Φ_1 и Φ_2, огибающие концентратор. Используем приближение идеальной проводимости, что допустимо в импульсном и высокочастотном полях, когда толщина скин-слоя мала. Потоки Φ_1 и Φ_2 индуцируют противоположно направленные токи i_1 и i_2. Первый из них распределен по поверхностям T_1, T_1', T_1'', а второй — по поверхности T_2. Сумма этих токов равна нулю. Ток перетекает с одной поверхности на другую по краям радиального разреза. (Распределение тока по границам разреза рассмотрено ниже.)

Для дальнейших вычислений удобно следующим образом записать выражения для тока i_1 на поверхностях T_1, T_1', T_1'' и для аксиальной силы $F_{1,z}$ формируемой магнитным давлением

$$i_1 = \xi \frac{\Phi_1}{\mu_0 \pi R_i}.$$

$$F_{1,z} = \eta \frac{\Phi_1^2}{\mu_0 \pi R_i^2}.$$

Эти формулы вытекают из условий подобия. Безразмерные коэффициенты ξ и η определяются конфигурацией

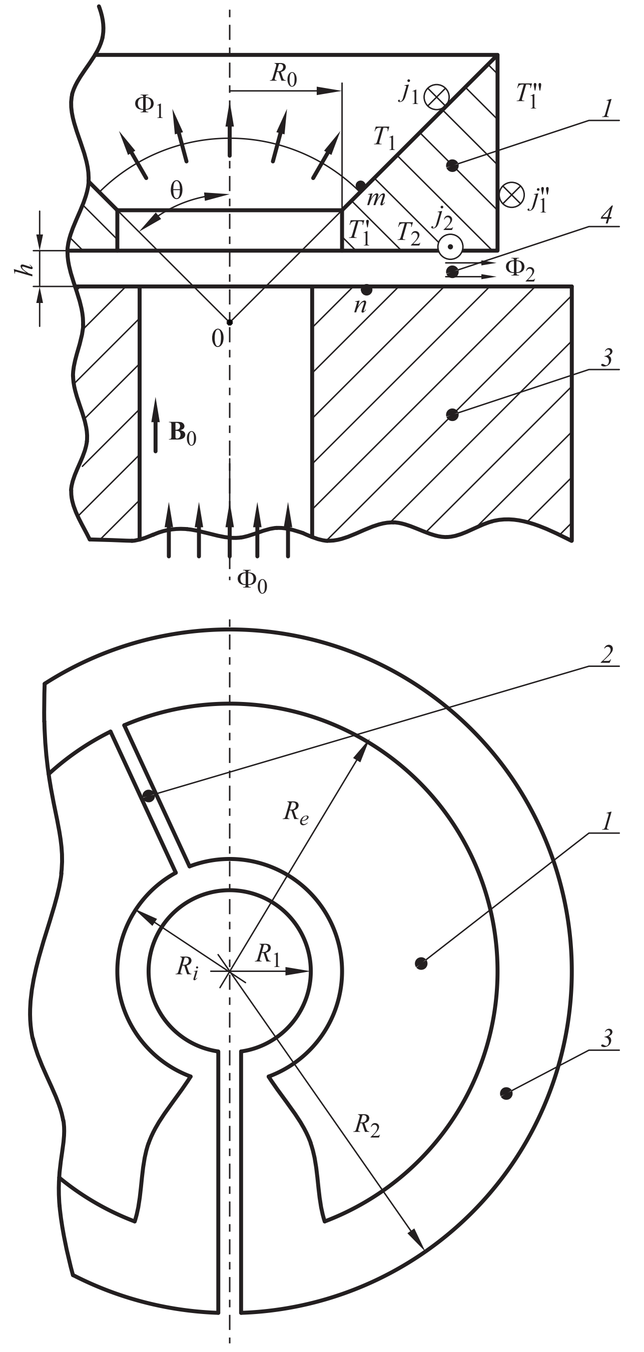

Рис. 1. Конический концентратор потока, расположенный вблизи торцевой границы одновиткового магнита: *1* — концентратор потока, *2* — радиальный разрез в теле концентратора, *3* — одновитковый магнит, *4* — зазор между концентратором и магнитом.

поверхностей T_1, T_1', T_1'' и отношениями характерных размеров магнитной системы R_e/R_i, R_1/R_e, R_2/R_1, h/R_1. При приближенном расчете тока на поверхности T_2 можно не учитывать поправку, обусловленную краевым эффектом у границы зазора в области с характерным размером порядка h. Это допустимо, если $h \ll R_0$, где R_0 — больший из радиусов R_i, R_1. В таком случае ток i_2 можно рассчитать по формуле

$$i_2 = -\int_{R_0}^{R_e} \frac{B(n)}{\mu_0}\, dr \approx -\int_{R_0}^{R_r} \frac{\Phi_2 dr}{2\mu_0 \pi r h} = -\frac{\Phi_2}{2\mu_0 \pi h} \ln G, \quad (1)$$

где r — радиальная координата точки n, $G = R_e/R_0$. Из условия $i_1 + i_2 = 0$ находим отношение потоков

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{R_i \ln G}{2h\xi}. \quad (2)$$

Полученные формулы позволяют рассчитать индукцию в зазоре постоянной толщины h. Складывая потоки Φ_1 и Φ_2, получаем $\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_0$. В этой формуле $\Phi_0 = \pi R_1^2 B_0 = \Phi_2(1 + \Phi_1/\Phi_2)$ — поток в полости магнита вдали от его края, где индукция равна B_0. Отношение Φ_1/Φ_2 определяется формулой (2). Таким образом:

$$\Phi_1 = \Phi_0/(1+\delta), \quad \Phi_2 = \delta\Phi_0/(1+\delta), \quad (3)$$

где $\delta = 2h\xi/(R_i \ln G)$.

Поток в щели можно представить в виде $\Phi_2 \approx 2\pi R_0 h B_r(R_0)$. Далее приходим к уравнению, связывающему характерные параметры магнитной системы:

$$\frac{R_i R_0}{R_1^2 \xi} \ln G + \frac{2hR_0}{R_1^2} = \frac{B_0}{B_r(R_0)}.$$

Число $\delta \ll 1$, если толщина зазора удовлетворяет условию $h \ll R_0$, $R_e - R_0$. Индукция в таком зазоре, рассчитанная без учета краевого эффекта, не зависит от толщины h:

$$B_r(r) = \frac{\Phi_2}{2\pi r h} \approx \frac{\delta\Phi_0}{2\pi r h} = \frac{\xi R_1^2 B_0}{r R_i \ln G}.$$

Можно найти аксиальную силу, воздействующую на поверхность T_2 концентратора:

$$F_{2,z} = \int_{R_0}^{R_e} \frac{B^2(n)}{2\mu_0} 2\pi r\, dr \approx \frac{\Phi_2^2}{4\mu_0 \pi h^2} \ln G. \quad (4)$$

Вследствие краевого эффекта в реальных системах ток i_2 и сила $F_{2,z}$ несколько отличаются от значений, представленных в формулах (1) и (4). Соответствующие поправочные множители могут быть найдены при численных расчетах.

Найдем отношение абсолютных значений аксиальных сил

$$\lambda = \left|\frac{F_{1,z}}{F_{2,z}}\right| = \frac{4\eta h^2 \Phi_1^2}{R_i^2 \ln G \Phi_2^2}.$$

Используя формулу (2), получаем

$$\lambda = \frac{\eta \ln G}{\xi^2}.$$

Характерно, что при условии $h \ll R_0$, $R_e - R_0$ отношение сил не зависит от значения зазора h.

При равновесии концентратора имеет место равенство $F_{1,z}+F_{2,z}=0$ или $\lambda=1$. В этом случае отношение радиусов принимает значение G_0 определяемое формулой

$$\ln G_0=\frac{\xi^2}{\eta}. \qquad (5)$$

Коэффициенты ξ и η определяются конфигурацией концентратора и зависят от отношения радиусов. Они могут быть найдены путем аналитического или численного расчета поля при различных G. Таким образом, выражение (5) — это уравнение, позволяющее найти отношение радиусов для уравновешенного концентратора. Сила, воздействующая на плоскость, вблизи которой расположен концентратор, определяется по формуле, вытекающей из равенств (4) и (3):

$$F_{2,z}=\frac{\xi^2\pi R_1^4B_0^2}{\mu_0R_i^2\ln G(1+\delta)^2}.$$

При равновесии концентратора она принимает вид

$$F_{2,z}=\frac{\eta\pi R_1^4B_0^2}{\mu_0R_i^2(1+\delta)^2}.$$

Полученные выражения для тока $i_{1,z}$ и силы $F_{1,z}$ целесообразно сопоставить с оценками, выполненными в рамках модели источника потока Φ_1, находящегося в точке 0 (рис. 1), и с результатами численных расчетов. Приведем оценки для концентратора, внешний радиус которого много больше внутреннего. В поле упомянутого источника в точке m с координатой $r(m)>R_0$ изменение индукции описывается следующим образом:

$$B(m)=\frac{\Phi_1}{\gamma\rho^2},$$

где $\gamma=2\pi(1-\cos\theta)=4\pi\sin^2(\theta/2)$ — телесный угол, в котором распределен поток Φ_1, $\rho=r(m)/\sin\theta$. Таким образом:

$$B(m)=\frac{\Phi_1\cos^2(\theta/2)}{\pi r^2}.$$

Ток на поверхности T_1'' много меньше, чем на T_1. Поэтому при вычислении тока i_1 можно ограничиться интегрированием по конической поверхности T_1:

$$i_1\approx\int\limits_{R_i}^{R_e}\frac{B(m)}{\mu_0}\frac{dr}{\sin\theta}\approx\frac{\Omega\Phi_1}{2\mu_0\pi}\operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right)\frac{1}{R_i}.$$

Таким образом, в рассматриваемом примере $\xi=(\Omega/2)\operatorname{ctg}(\theta/2)$. Поправочный коэффициент Ω порядка единицы, зависящий от отношения $R_e/R_i=G$, учитывает отличие реальной конфигурации от указанной модели. Он определяется краевыми эффектами в окрестностях окружностей с радиусами R_i и R_e и током на цилиндрической поверхности T_1'.

Далее можно найти аксиальную силу, воздействующую на поверхность F_1 концентратора:

$$F_{1,z}=-\int\limits_{R_i}^{R_e}\frac{B^2(m)}{2\mu_0}2\pi r\,dr\approx\frac{-\Lambda\Phi_1^2\cos^4(\theta/2)}{2\mu_0\pi}\frac{1}{R_i^2}.$$

В данном примере $\eta=(\Lambda/2)\cos^4(\theta/2)$, где Λ — поправочный коэффициент. Условие равновесия (5) можно представить в виде

$$\ln G_0=\frac{2\Omega^2}{\Lambda\sin^2\theta}.$$

Коэффициенты Λ и Ω зависят не только от угла θ, но и от отношения R_e/R_i. Численные расчеты, выполненные методом конечных элементов с использованием программы Comsol Multiphysics, показывают, что в случае равенства внутренних радиусов кольца и магнита и при условиях $R_2\gg R_e$, $h=0.1R_i$ у системы с углом $\theta=3\pi/8$ имеем $\Omega\approx1.17$. $\Lambda\approx2.14$. Коэффициенты λ и Ω характеризуют роль краевого эффекта. Они показывают, что этот эффект слабо влияет на ток концентратора, но вносит большой вклад в расчетное значение аксиальной силы. Равновесие концентратора в этом примере имеет место при отношении радиусов $G_0\approx3.85$.

2. Концентратор в виде плоского кольца с разрезом

Отношение радиусов для равновесного концентратора в виде тонкого плоского кольца ($\theta=\pi/2$) принимает меньшее значение, чем в приведенном выше примере. Например, для концентратора, отделенного от торца одновиткового магнита зазором $h=0.1R_1$, имеющего внутренний радиус $R_i=R_1$ при условии $R_2>$ Re равновесие имеет место, если $G_0\approx2$. При этом $\Omega\approx1$, $\Lambda\approx2.23$.

Роль краевого эффекта существенно снижается у тонкого плоского концентратора с большим внутренним радиусом ($R_i>R_1$, $R_2>R_e$). В такой системе коэффициенты Ω и Λ близки к единице. При этом $\xi=0.5$, $\eta=0.125$. При указанных условиях отношение радиусов для плоского уравновешенного кольца малой толщины принимает значение $G_0=e^2\approx7.39$.

Рассмотрим далее магнитную систему, в которой плоский концентратор толщиной s и торцевая часть одновиткового магнита имеют одинаковые радиальные размеры $R_1=R_i$, $R_2=R_e$ (рис. 2). При условии $h\ll R_1$ распределения тока и магнитного давления по радиусу на внешней поверхности концентратора в этой системе являются практически такими же, как у одновиткового магнита. Данные, полученные путем численного расчета и приведенные на рис. 3 (кривая *1*), показывают, что в диапазоне изменения отношений радиусов $2<G_i<5$ число $\lambda=\eta\ln G/\xi^2>1$. В отличие от рассмотренного

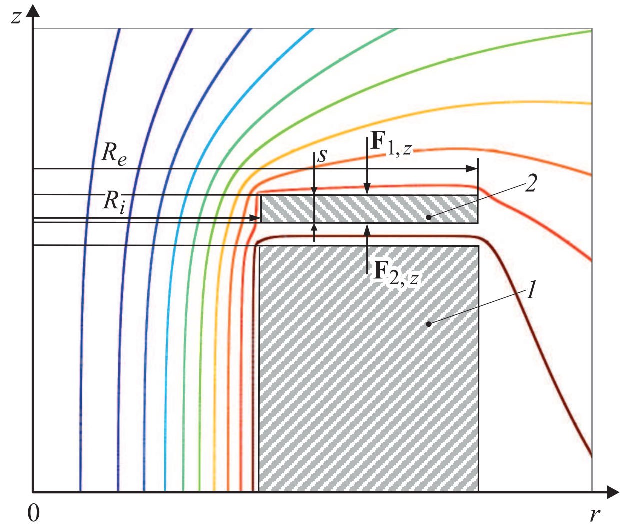

Рис. 2. К расчету сил, воздействующих на плоский концентратор потока, расположенный вблизи одновиткового магнита: *1* — магнит, *2* — плоский концентратор.

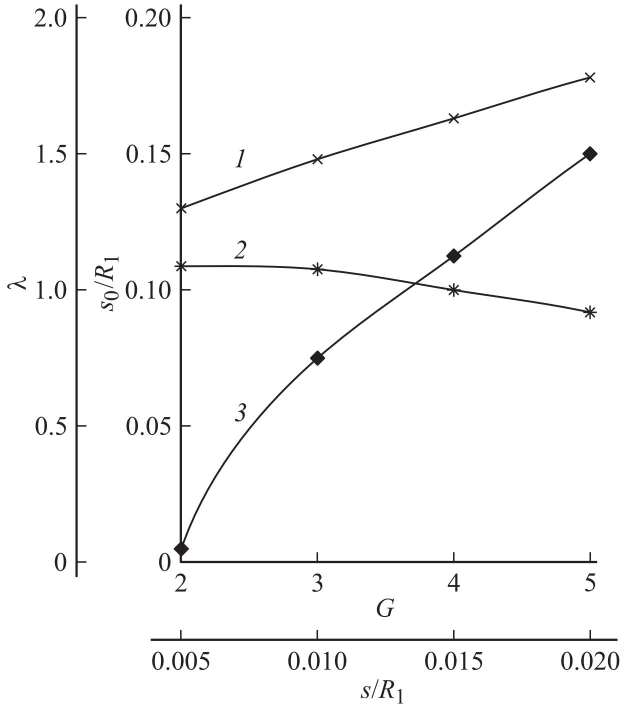

Рис. 3. Зависимости, характеризующие аксиальную силу, воздействующую на плоский концентратор: *1* — зависимость отношения аксиальных сил $\lambda = F_1/F_2$ от отношения радиусов для концентраторов малой толщины; *2* — зависимость для магнитной системы с отношением радиусов $G = R_2/R_1 = 3$. *3* — зависимость $S_0/R_1 = f(G)$ для уравновешенного концентратора.

выше примера равновесие кольца нулевой толщины при условии $R_e = R_2$ не имеет места, но оно может быть достигнуто у кольца конечной толщины s. При этом коэффициент η изменяется мало, а коэффициент ξ увеличивается. Это связано с тем, что при его расчете необходимо учитывать ток, индуцированный как на плоской, так и на цилиндрической частях поверхности отверстия кольца. Таким образом, условия равновесия плоского концентратора определяются не только отношением внешнего радиуса к внутреннему, но и отношением толщины кольца s к радиусу R_i. Численные расчеты позволяют при заданном отношении радиусов G построить зависимость $\lambda = f(s/R_i)$ и найти толщину концентратора s_0, соответствующую условию его равновесия ($\lambda = 1$). Примером может быть такая зависимость, построенная для магнитной системы с отношением радиусов $G = 3$ (рис. 3, кривая *2*). В этом случае равновесие кольца имеет место, если его толщина принимает значение $s_0 \approx 0.075R_i$. Зависимость $s_0/R_i = f(G)$ представлена на рис. 3 (кривая *3*).

Коэффициенты ξ и η определяются характером распределения тока по поверхности концентратора. Их значения могут варьировать не только путем изменения толщины кольца, но и путем изменения конфигурации границы. Это расширяет возможности построения уравновешенных концентраторов потока.

3. Особенности распределения тока по краям разреза плоского концентратора магнитного потока

Поверхностная плотность наведенного тока в общем случае по-разному распределена по радиусу на поверхностях $T_1 + T_1' + T_1''$ и T_2 (рис. 1). Перераспределение

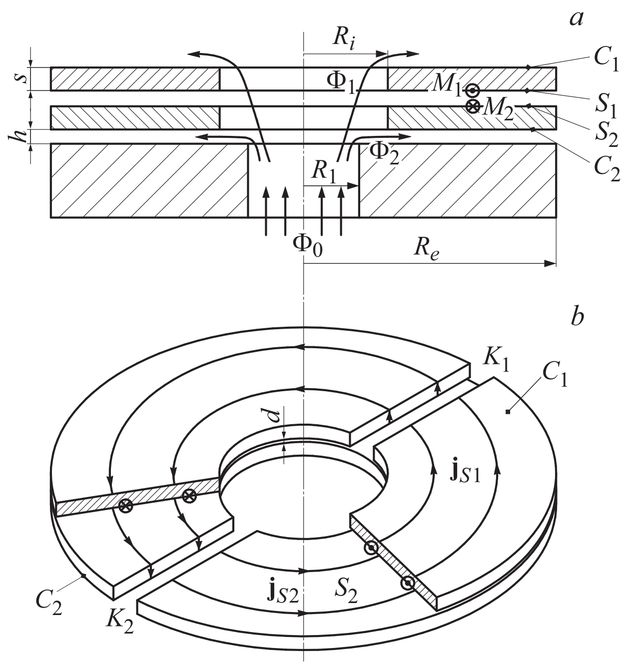

Рис. 4. *a* — двуслойный концентратор, состоящий из дисков C_1 и C_2 — толщиной s, разделенных зазором d; *b* — распределение тока по поверхностям S_1 и S_2 дисков с разрезами K_1 и K_2.

тока происходит в области радиального разреза *2* и в ее окрестности. Здесь нарушается аксиальная симметрия, и имеют место локальные особенности поля. В наименьшей степени это нарушение имеет место у концентратора, состоящего из двух колец с радиальными разрезами, разделенных зазором с малой толщиной d (рис. $4, a, b$). Кольца имеют противоположно расположенные разрезы K_1 и K_2 (рис. $4, b$). Оба кольца с изоляционной прокладкой механически соединены и в совокупности могут рассматриваться как один плоский концентратор с внешними границами C_1 и C_2, где распределены наведенные азимутальные токи j_1 и j_2. Эти токи пересекают границы разрезов K_1 и K_2 и переходят на внутренние поверхности S_1 и S_2 , где происходит перераспределение тока. Поле поверхностных токов j_{S1} и j_{S2} на границах зазора d, не обладает аксиальной симметрией, но эти токи удовлетворяют условию бифилярности [7]: $j_{S1}(M_1) = -j_{S2}(M_2)$, если точки M_1 и M_2 расположены на одном перпендикуляре к поверхностям S_1 и S_2 (рис. $4, a$). Это условие является следствием резко выраженного скин-эффекта. Оно может нарушаться лишь на малых участках с характерной шириной порядка d вблизи границ поверхностей S_1 и S_2. Распределение тока по указанным поверхностям может быть найдено путем решения уравнения Лапласа для скалярного потенциала U, градиент которого связан с поверхностной плотностью тока соотношением [7]:

$$\nabla U(M_1) = -\frac{\mu_0 d}{2}\, j_{S1}.$$

Это уравнение применимо на всей поверхности S_1, кроме области шириной порядка d вблизи края. Радиальные разрезы K_1 и K_2 делят каждое из колец, ограниченных поверхностями S_1 и S_2, на два полукольца, в которых распределение тока одинаково. Оно определяется указанным решением уравнения Лапласа со следующими приближенными граничными условиями второго рода

$$\left.\frac{\partial U}{\partial \varphi}\right|_{r=R_{i,e}} = 0, \quad \left.\frac{\partial U}{\partial \varphi}\right|_{K1} = -j_{S1}\,\frac{2}{\mu_0 d},$$

$$\left.\frac{\partial U}{\partial \varphi}\right|_{K2} = -j_{S2}\,\frac{2}{\mu_0 d}. \tag{6}$$

Первое из этих условий является следствием того, что поверхностный ток перетекает с внешних поверхностей на внутренние только через края разрезов, а не через края колец — окружности с радиусами R_i и R_e. Два других условия описывают токи, переходящие с внешних поверхностей колец на внутренние через края разрезов.

Концентратор, показанный на рис. $4, a$, расположен вблизи торцевой части одновиткового магнита. Для примера рассмотрим случай, когда выполнены условия $h, s \ll R_i$, $R_i \geq (2{-}3)R_1$ и $R_e \gg R_i$. При таких условиях краевые эффекты вблизи границ с радиусами R_i и R_e выражены слабо. Это позволяет принять, что распределение радиальной компоненты индукции и поверхностной плотности тока на поверхностях S_1 и S_2 в приближении идеальной проводимости описываются следующими формулами:

$$(B_r)_{S1} = \mu_0 j_{S1} \approx \frac{\Phi_1}{2\pi r^2}, \quad (B_r)_{S2} = -\mu_0 j_{S2} \approx \frac{\Phi_2}{2\pi r h},$$

где Φ_1 — поток через круг радиуса R_i, Φ_2 — поток в зазоре между концентратором и магнитом. Далее находим токи на наружных поверхностях колец:

$$i_1 = \int\limits_{R_i}^{R_e} j_{F1}\, dr = \frac{\Phi_1(1 - 1/G)}{2\mu_0 \pi R_i},$$

$$i_2 = \int\limits_{R_i}^{R_e} j_{F2}\, dr = \frac{-\Phi_2}{2\mu_0 \pi h} \ln G.$$

Воспользовавшись условиями $i_1 + i_2 = 0$ и $\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_0$, где Φ_0 — поток в полости магнита, можно рассчитать радиальное распределение тока и на краях разрезов

$$j_{S1} = j_0\,\frac{R_i^2}{r^2(1 - 1/G)} \ln G, \tag{7}$$

$$j_{S2} = -j_0\,\frac{R_i}{r}, \tag{8}$$

где

$$j_0 = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0 R_i \ln G}\,\frac{(1 - 1/G)}{h(1 - 1/G) + R_i \ln G}.$$

Решение уравнения Лапласа с граничными условиями (6) методом конечных элементов получено с помощью программы Comsol Multiphysics. Результат расчета для частного случая $R_e/R_i = 3$ представлен на рис. 5. Распределение тока по радиусу изменяется при переходе от зависимости вида (7) вблизи разреза K_1 на верхнем кольце к зависимости (8) вблизи разреза K_2 на нижнем.

При построении поля системы с плоским концентратором его можно рассматривать как сплошное кольцо, хотя практически он может быть реализован по описанной схеме в виде пары колец с радиальными разрезами. Если оба кольца механически скреплены, то сила, возникающая под действием магнитного давления поля в зазоре, не передается на остальные элементы магнитной системы.

Двуслойная система, аналогичная рассмотренной, может быть использована и при других конфигурациях концентраторов потока. В частности, цилиндрический концентратор (разрезной экран) может состоять из двух соосных тонкостенных цилиндров с противоположно расположенными разрезами.

Далее рассмотрены примеры, показывающие возможности использования уравновешенных концентраторов магнитного потока для снижения аксиальных сил в магнитах.

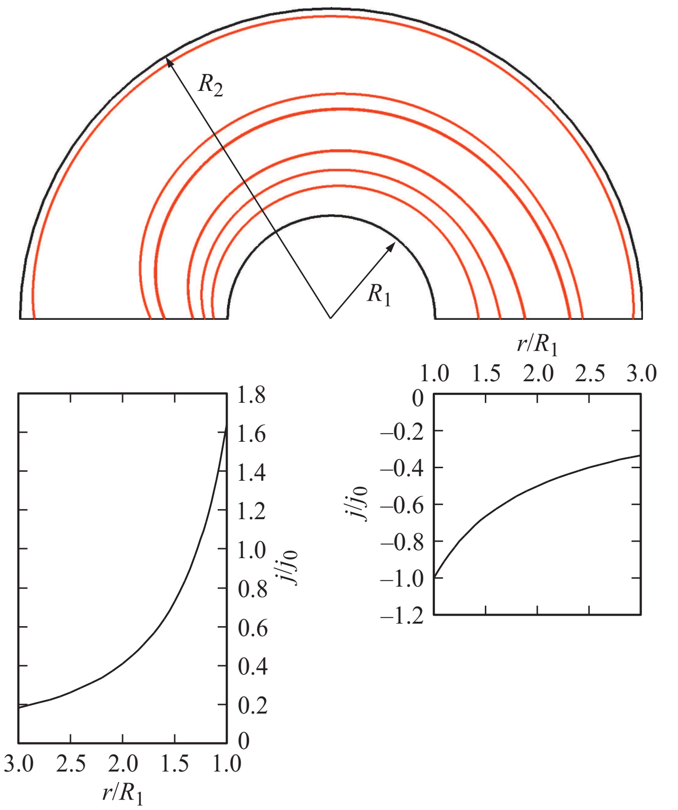

Рис. 5. Линии тока на поверхностях S_1 и S_2 и распределение тока по краям разрезов K_1 и K_2, расположенных на одном диаметре.

В общем случае магнитная система может иметь обмотку с заданным распределением тока и контура, на границе которых при резко выраженном скин-эффекте функция потока Ψ принимает постоянное значение. На тех контурах, которые присоединены к источнику тока, эти значения заданы. Вместе с тем магнитная система может иметь несколько концентраторов потока. Значения функции потока на их границах Ψ_k соответствуют условиям равенства нулю тока каждого концентратора:

$$i_k = \sum_{n=1}^{N} c_{nk}\Psi_n + \Delta i_k = 0.$$

В этих уравнениях Ψ_n — функции потока на границах всех контуров магнитной системы, включая концентраторы, Δi_k — значения тока, наведенного на границе k-го контура в поле обмотки с заданным током при условии равенства нулю значений функции потока всех контуров. Коэффициенты c_{nk} в этом уравнении могут быть найдены путем дополнительных расчетов поля магнитной системы. Число таких расчетов равно числу контуров N. В каждом из этих расчетов на всех контурах принимается значение наведенного тока $\Delta i'_k = 0$ на контуре с порядковым номером n задается граничное условие $\Psi'_n = 1$ а на остальных контурах функция потока принимается равной нулю. Каждый расчет позволяет найти токи i'_k на всех контурах с номерами k и найти столбец матричных коэффициентов. Эти коэффициенты c_{nk} численно равны токам i'_k. Ниже приведен пример такого расчета для системы с двумя цилиндрическими концентраторами потока.

4. Снижение аксиальной силы в многовитковой обмотке с помощью цилиндрических концентраторов потока

Аксиальная сила F_0, воздействующая с одного конца на обмотку многовиткового магнита, определяется пересекающим ее магнитным потоком $\Phi_\perp$. В длинном соленоиде с обмоткой малой толщины и радиусом R_1

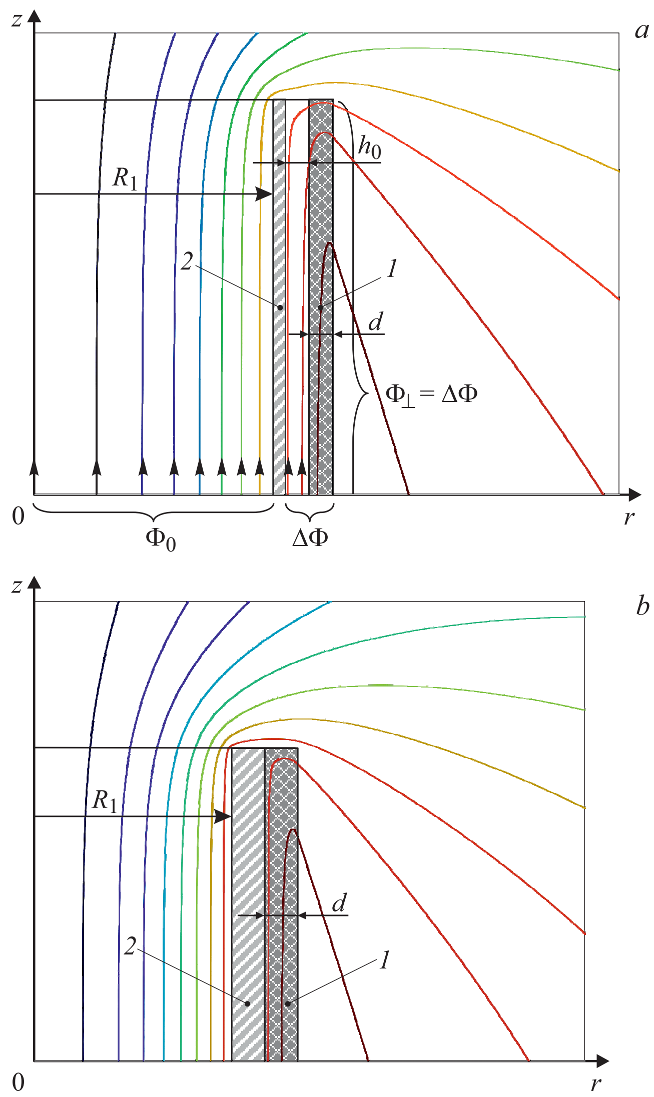

Рис. 6. Многовитковый магнит с цилиндрическим концентратором потока: *a* — тонкостенная обмотка *1* с цилиндрическим концентратором (разрезным экраном) *2*; *b* — пример магнита с тонкой обмоткой, примыкающей к экрану.

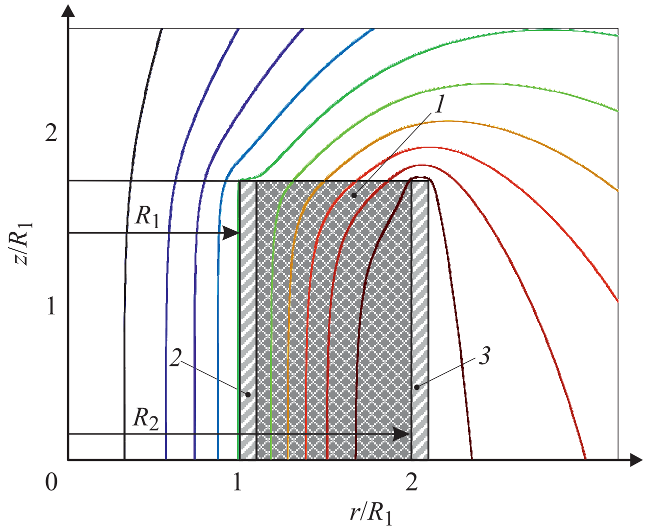

Рис. 7. Магнит с двумя разрезными экранами.

указанный поток есть $\Phi_0/2$, где $\Phi_0 = \pi R_1^2 B_0$ — поток в полости магнита вдали от торцов, в области однородного поля с индукцией B_0. В таком соленоиде аксиальная сила может быть рассчитана по формуле [8,9]:

$$F_0 = -B_0\Phi_\perp/\mu_0 = -\frac{\pi R_1^2 B_0^2}{2\mu_0}.$$

В магнитной системе с цилиндрическим концентратором потока (разрезным экраном) эта сила может быть существенно уменьшена, поскольку в такой системе обмотку пересекает лишь поток $\Phi_\perp$, проходящий в зазоре h_0 межу экраном и обмоткой и в обмотке толщиной d (рис. 6, a). При условии $h_0 \ll R_1$ в магните большой длины индукции в полости магнита и в зазоре мало отличаются и близки к B_0, а поток в зазоре есть $\Delta\Phi = \Phi_\perp \approx 2\pi R_1 h_0 B_0$. Если при этом толщина обмотки много меньше, чем зазор h_0, то аксиальная сила принимает значение

$$F_z \approx -\frac{B_0\Delta\Phi}{\mu_0} = -\frac{2\pi h_0 R_1 B_0^2}{\mu_0}.$$

Следовательно, $F_z/F_0 \approx 4h_0/R_1$.

Существенное уменьшение аксиальной силы имеет место и в том случае, когда толщина обмотки относительно мала, но превышает толщину зазора h_0. Пример магнитной системы, в которой отношение толщины обмотки к ее внутреннему радиусу есть $d/R_1 = 0.15$, а $h_0 = 0$ приведен на рис. 6, b. Численный расчет показывает, что в данном примере при равенстве толщины обмотки и концентратора отношение сил составляет $F_z/F_0 \approx 0.21$. Таким образом, применение концентратора позволяет снизить аксиальную силу, если зазор между обмоткой и экраном и толщина обмотки малы по сравнению с радиусом магнита. В этой системе на экран действует аксиальная сила $F_{1,z} \approx 0.33F_0$ и радиальное магнитное давление. Оно достигает наибольшего значения на краю, но быстро спадает при удалении от края: на расстоянии от него, равном радиусу $0.5R_1$, разность магнитных давлений поля внутри и снаружи экрана составляет около $0.1\,B_0^2/2\mu_0$. Таким образом, в длинном магните граница разрезного экрана уравновешена в радиальном направлении на большей части за исключением небольшого участка вблизи края.

В соленоиде с обмоткой большой толщины применение одиночного тонкостенного концентратора, размещенного внутри обмотки, дает менее заметный эффект. Это происходит из-за того, что большой поперечный поток формируется в самой обмотке. Существенно снижение этой силы может дать применение нескольких тонкостенных экранов. В представленном на рис. 7 примере магнитной системы с отношением внешнего радиуса обмотки к внутреннему $R_2/R_1 = 2$ используются два экрана толщиной $0.1\,R_1$. Один из них прилегает к внутренней, а второй к внешней границе обмотки. Применение второго экрана приводит к существенному снижению поперечного потока. В такой системе к обмотке приложена сила $F_z \approx 0.28F_0$. Аксиальные силы, действующие на внутренний и внешний экраны, в этом примере составляют $0.13F_0$ и $0.2F_0$, соответственно.

Рассмотренные примеры показывают, что цилиндрические концентраторы, обладающие достаточной прочностью, чтобы выдержать указанные осевые и радиальные нагрузки, позволяют существенно уменьшить осевую силу в многовитковом магните.

5. Оценка возможности использования уравновешенного концентратора потока с плоской границей для удержания торцевой части магнита с квазибессиловой обмоткой

Одной из актуальных проблем электрофизики является создание неразрушаемых магнитов для получения поля с индукцией мегагауссного уровня. В используемых в настоящее время магнитных системах с равнонагруженными обмотками достигнуто поле с индукцией, близкой к 100 T. Из-за ограничений, обусловленных прочностью магнита, дальнейший рост индукции возможен при резком росте размеров магнитной системы. У таких магнитов отношение внешнего радиуса к внутреннему оценивается зависимостью

$$G = R_2/R_1 \approx \exp(B^2/2\mu_0\sigma_M),$$

где B — индукция генерируемого поля, σ_M максимально допустимое механическое напряжение материала обмотки. Для получения поля с индукцией 150 T при использовании сверхпрочного материала с $\sigma_M = 2\cdot10^9$ Pa приведенная оценка дает $G \approx \exp 4.5 \approx 90$. Альтернативой традиционному методу получения поля в магнитах с азимутальным током может быть использование квазибессиловых магнитов. При всех трудностях их реализации

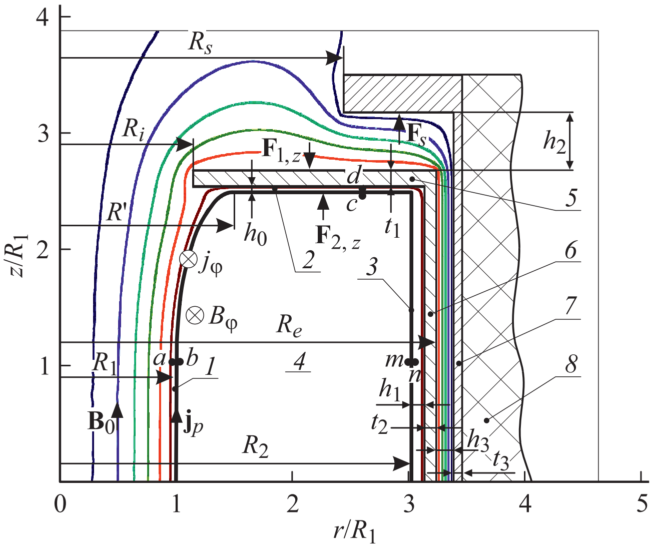

Рис. 8. Концентратор с плоской и цилиндрической частями и диамагнитный экран в магнитной системе соленоида с квазибессиловой обмоткой.

развитие этой технологии открывает перспективу достижения мегагауссных полей в неразрушаемых магнитах с обмоткой, выполненной из доступных материалов.

На рис. 8 показана схема одной из возможных конфигураций магнита с тонкой квазибессиловой обмоткой. Соленоиды с такими обмотками описаны в ряде работ, обзор которых содержится в монографии [9]. Обмотка магнита состоит из цилиндрической части *1* с внутренним радиусом R_1, плоской торцевой части *2* и внешней части *3*, ограниченной радиусом R_2. В рамках идеализированной базовой модели предполагается, что толщина квазибессиловой обмотки мала, а распределение в ней тока непрерывно. Ранее отмечалось, что в концентраторах потока линейная плотность индуцированного тока имеет только азимутальную компоненту j_φ. В отличие от этого в квазибессиловой обмотке вектор линейной плотности тока $\mathbf{j}$ имеет как азимутальную компоненту j_φ, так и полоидальную j_p. При этом вектор $\mathbf{j}$ направлен под углом к оси симметрии, близким к $\pi/4$. Индукция близкого к однородному аксиального поля в полости магнита есть B_0. В обмотке должно быть выполнено условие локального равновесия. Оно имеет место при равенстве магнитных давлений в точках a и b, расположенных на одной нормали по разные стороны обмотки. В такой обмотке остаточные механические напряжения малы. Например, при непрерывном распределении тока напряжения, рассчитанные по формуле Мизеса в тонкой однослойной цилиндрической обмотке, близки к значению $\sigma_M \approx 0.16B_0^2/(2\mu_0)$, а в многослойной — $\sigma_M \approx 0.21B_0^2/(2\mu_0 N^2)$ где N — число слоев [11]. При отсутствии тока во внешней зоне *4* индукция азимутального поля в этой области есть

$$B_\varphi(r) = B_0R_1/r.$$

Радиальный размер магнита выбирается так, чтобы магнитное давление на внешней границе $P_m = (B_0^2/2\mu_0G^2)$ не превышало значения, определяемого прочностью устройств, воспринимающих это давление. В примере с индукцией $B_0 = 150\,\mathrm{T}$ магнитное давление P_m на внешней границе при отношениях $G = 3$ и 4 составляет 10^9 и $0.57 \cdot 10^9$ Pa соответственно. Эти оценки показывают, что в отличие от магнитов традиционного исполнения в рассмотренной системе приемлемые нагрузки могут иметь место без чрезмерного увеличения отношения радиусов. Однако для реализации магнита с квазибессиловой обмоткой должно быть обеспечено равновесие обмотки не только в цилиндрической, но и в торцевой части. В этой зоне должно быть выполнено условие локального равновесия обмотки: равенств магнитных давлений в точках d и c. Это условие можно обеспечить, если использовать концентратор потока, состоящий из плоского кольца *5* толщиной t_1 и цилиндрической части *6* толщиной t_2. В зазоре постоянной толщины h_0 между концентратором *5* и торцевой частью обмотки *2* индукция должна изменяться по такому же закону, как и азимутальное поле во внешней зоне магнита. При этом по обе стороны торцевой части обмотки равны модули касательной компоненты индукции азимутального B_φ (в точках c) и полоидального поля B_r (в точках d). Вместе с тем обмотка должна быть поверхностью постоянного потока полоидального поля. В таком случае равна нулю нормальная к границе компонента индукции и отсутствует азимутальная компонента силы. Обмотка, удовлетворяющая указанным условиям, должна иметь „скругленный“ переходной участок, ограниченный радиусом R'. Конфигурация этого участка может быть рассчитана методом итераций, как это описано в [11] и других работах [10]. В системе без концентратора условие равновесия и отсутствия нормальной компоненты индукции может быть выполнено на участке $R_1 < r < 1.64R_1$. В рассматриваемом примере (рис. 8) граница „скругленного“ участка построена путем вариаций ее формы на участке с ограниченным изменением радиуса: $R' = 1.5R$. При расчетах принято условие $h_0/R_1 = 0.05_1$. В данной системе может быть использован уравновешенный плоский концентратор. Равновесие концентратора, в присутствии которого в зазоре создается поле с требуемым значением индукции, удается обеспечить с помощью короткозамкнутого цилиндра *7* — диамагнитного экрана с внутренним радиусом R_S, отделенного зазором h_2 от плоской и h_3 — от цилиндрической части концентратора. В данной системе уравновешены плоская и цилиндрическая части концентратора *6*. Равновесие внешней части обмотки *3* (равенство абсолютных значений индукции в точках m и n) обеспечивается путем выбора зазора h_1 между обмоткой и цилиндрической частью концентратора *6*. Индукция азимутального поля на внешнем крае квазибессиловой обмотки (в точке m с радиальной координатой $r(m) = R_2$) есть $B_0R_1/R_2 = B_0/G$. Указанный зазор выбирается таким, чтобы цилиндр *6* был уравновешен в радиальном направлении. Это имеет место, если индукция полоидального поля в зазорах h_1 и h_3 близка к индукции азимутального поля $B_\varphi(R_2) = B_0R_1/R_2$. При таких условиях магнитное давление, действующее на экран *7*, близко к значению $P_m(R_2) = (1/G^2)B_0^2/2\mu_0$. Удержание цилиндрической части экрана может быть обеспечено с помощью толстостенного внешнего бандажа *8*, напряжения в котором близки к $P_m(R_2)$. Для сравнения отметим, что в равнонагруженной обмотке обычного исполнения с азимутальным током механическое напряжение близко к $(1/\ln G)B_0^2/2\mu_0$ [10]. У магнита с отношением $G = R_2/R_1 = 3$ это значение примерно в 8 раз выше приведенной оценки $P_m(R_2)$.

В представленном примере принято указанное отношение радиусов и путем пробных расчетов выбраны размеры $R_i = 1.15R_1$, $R_S = 2.5R_1$, $h_1 = 0.03R_1$, $h_2 = 0.3R_1$, $t_2 = 0.14R_1$, $t_3 = 0.13R_1$. При этом аксиальная сила $F_{2,z} \approx 1.58\pi R_1^2 B_0^2/2\mu_0$. Расположение и размеры элементов магнитной системы подбираются так, что выполняется как условие равенства нулю полного тока концентратора, так и условие его равновесия в аксиальном направлении $|F_{1,z}/F_{2,z}| \approx 1$. Экран подвержен воздействию относительно небольшой аксиальной силы F_S. Эта сила в рассмотренном примере составляет около $0.36F_{2,z}$. В работе [10] показана возможность использования плоского диамагнитного экрана для обеспечения равновесия торцевой части обмотки в импульсном магнитном поле. В такой системе аксиальная сила существенно больше: $F_S = F_{2,z}$. Чтобы избежать смещения экрана за время импульса, предлагается использовать его инерционное удержание с помощью груза большой массы. Применение концентратора потока позволяет примерно в три раза снизить аксиальную нагрузку на диамагнитный экран и существенно облегчить создание системы удержания торцевой части магнита. Таким образом, применение уравновешенного концентратора позволяет не только обеспечить условие локального равновесия обмотки, но и резко снизить нагрузку на систему ее удержания.

Заключение

Взаимодействие магнитного поля с током, наведенным на поверхности концентратора потока, создает встречно направленные аксиальные силы. При определенных условиях имеет место компенсация этих сил, и концентраторы могут находиться в равновесии. Найдены условия равновесия концентратора, имеющего форму кольца с радиальным разрезом, расположенного вблизи плоского торца одновиткового магнита. Эти условия слабо зависят от толщины зазора между концентратором и магнитом и выполняются при определенных соотношениях радиальных размеров и толщины кольца. Соответствующие зависимости рассчитаны для плоского кольца с такими же внутренним и внешним радиусами, как у магнита. На примере концентратора, состоящего из двух плоских колец с разрезами, разделенных тонким зазором, рассмотрено распределение тока, перетекающего с одной на другую поверхность концентратора. Концентратор в виде тонкого цилиндра с разрезом может быть использован для уменьшения аксиальной силы, воздействующей на обмотку тонкостенного многовиткового магнита. В случае обмотки большой толщины целесообразно использовать два соосных цилиндра, расположенных в толще обмотки. Использование концентраторов потока в сочетании с короткозамкнутым диамагнитным экраном позволяет обеспечить локальное равновесие торцевой части квазибессилового магнита. При этом конфигурация магнитной системы может быть построена так, что сумма аксиальных сил, воздействующих на концентратор, равна нулю, а аксиальная сила, воздействующая на экран в присутствии концентратора, много меньше, чем в системе без концентратора. Таким образом, применение концентратора дает возможность создания магнитов с квазибессиловой обмоткой и развитой торцевой частью. В таком магните нагрузка на систему удержания обмотки внешним бандажом резко снижена по сравнению с равнонагруженными магнитами обычного исполнения.

Финансирование работы

Работа поддержана грантом Российского Научного Фонда № 18-19-00230.

Список литературы

[1] *Kim Y.B., Platner E.D.* // Rev. Sci. Istr. 1959. Vol. 30. N 7. P. 524–533.

[2] *Wilson M.N., Srivastava K.D.* // Rev. Sci. Istr. 1965. Vol. 36. N 8. P. 1096–1100.

[3] *Карасик В.Р.* Физика и техника сильных магнитных полей. М.: Наука, 1964.

[4] *Ditz H., Lippman H.-J., Schenk H.* // ETZ-A. 1967. Vol. 88. P. 475–480.

[5] *Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т.* Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. Харьков: Вища школа, 1977. 168 с.

[6] *Shneerson G.A., Danilin K.A., Neneshev A.P., Parfentev A.A.* et al. // IEEE Transaction on Plasma Sci. 2017. Vol. 45. N 11. P. 3038–3041.

[7] *Шнеерсон Г.А.* Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. 2-е изд., переработанное и дополненное. М.: Энергоатомиздат, 1992. 413 с. [*Shneerson G.A.* Fields and Transients in Superhigh Pulse Current Devices. NY.: Nova Science Publishers, Inc. 1997. P. 561.]

[8] *Askenasy S.* // Physica B. 1992. Vol. 177. P. 36–40.

[9] *Shneerson G.A., Dolotenko M.I., Krivosheev S.I.* Strong and Superstrong Pulsed Magnetic Fields Generation. Berlin: De Gruyter, 2014. 429 c.

[10] *Shneerson G.A., Koltunov O.S., Shneider-Muntau H.J., Titkov V.V., Parfentjev A.A.* // Physica B. 2004. Vol. 346–347. P. 566–570.

[11] *Шишигин С.Л.* Электричество. 2008. № 9. С. 51–57.