06

Генерация второй гармоники от тонкого цилиндрического слоя. III. Условия отсутствия генерации

© А.А. Шамына, В.Н. Капшай

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины,
246019 Гомель, Беларусь

e-mail: anton.shamyna@gmail.com; e-mail: kapshai@rambler.ru

Поступила в редакцию 24.12.2018 г.
В окончательной редакции 16.01.2019 г.
Принята к публикации 23.01.2019 г.

Приведено более 50 комбинаций параметров задачи о генерации второй гармоники плоской электромагнитной эллиптически поляризованной волной от тонкого оптически нелинейного слоя на поверхности цилиндрической частицы, при которых генерация от боковой поверхности не наблюдается. Обнаружено также 18 комбинаций параметров, при которых генерация от торцевых поверхностей цилиндрической частицы не наблюдается. Приведено более 30 комбинаций параметров задачи, при которых от боковой поверхности (или от торцевых) генерируется линейно поляризованное излучение второй гармоники. Указаны комбинации параметров задачи, при которых генерация от всей поверхности цилиндрической частицы не наблюдается, а также параметры, при которых генерируемое излучение имеет линейную поляризацию. Предложен метод определения коэффициентов анизотропии на основе приведенных свойств.

DOI: 10.21883/OS.2019.06.47767.376-18

Условия нулевого излучения

Настоящая работа является третьей частью статьи, посвященной генерации второй гармоники от поверхности диэлектрических частиц цилиндрической формы.

В большинстве экспериментальных работ, посвященных генерации второй гармоники от поверхности диэлектрических частиц, коэффициенты, характеризующие анизотропные свойства поверхности частиц, не вычисляются [1,2] или определяются путем подбора таких значений, чтобы предсказанная теорией диаграмма направленности максимально совпадала с экспериментально измеренной [3,4]. В нашей работе предложен альтернативный метод определения коэффициентов анизотропии: по особым направлениям, в которых генерация не наблюдается или генерируемое излучение второй гармоники имеет линейную поляризацию. Аналогичные направления были обнаружены нами для генерации второй гармоники от нелинейного слоя на поверхности сферической частицы [5].

При определенных комбинациях параметров задачи (размеров частицы, углов падения и наблюдения, эллиптичности и ориентации эллипса поляризации) регистрируемое излучение может отсутствовать. Например, выполнение условия

$$\cos\theta = \frac{1}{\xi}\left(\cos\theta_{\text{in}} - \frac{\pi m}{k_\omega h}\right), \tag{1}$$

где m — целое, не равное нулю число, ведет к тому, что генерация от боковой поверхности в соответствующем направлении не происходит.

В табл. 1 приведены комбинации параметров для отсутствия генерации от боковой поверхности частицы. Для сокращения размеров этой таблицы и следующих введены следующие обозначения:

$$\Xi_1 = (-1)^{\frac{\varphi}{\pi}}\,\frac{\sin\theta_{\text{in}}}{\xi}, \tag{2}$$

$$\Xi_2 = \frac{m\pi}{2} + (-1)^{\frac{\theta_{\text{in}}}{\pi}}\varphi_{\text{in}}, \tag{3}$$

$$\Xi_3 = \frac{\sin\theta_{\text{in}}\cos\theta_{\text{in}}\cos\varphi_{\text{in}}}{\xi(\cos\theta_{\text{in}}\cos\varphi_{\text{in}}\cos\varphi + \sin\varphi_{\text{in}}\sin\varphi)}, \tag{4}$$

$$\Xi_4 = (-1)^{\frac{\theta_{\text{in}}}{\pi}}\left(m\pi + \varphi_{\text{in}} - \frac{\pi}{2}\right), \tag{5}$$

$$\Xi_5 = (-1)^{\frac{\varphi}{\pi}}\left(\pi m + \theta_{\text{in}} - \frac{\pi}{2}\right), \tag{6}$$

$$\Xi_6 = \sqrt{-\left(4\,\frac{\chi_2^{(2)}}{\chi_1^{(2)}} + \sin^2\varphi_{\text{in}}\right)\frac{1}{\cos^2\varphi_{\text{in}}}}, \tag{7}$$

$$\Xi_7 = (-1)^{\frac{\theta_{\text{in}}}{\pi}}\varphi_{\text{in}} + \pi m, \tag{8}$$

$$\Xi_8 = \pi m_1 + \operatorname{arctg}\left(\frac{-\cos\theta_{\text{in}}\cos\varphi\cos\varphi_{\text{in}} + \sin\varphi\sin\varphi_{\text{in}}}{2\cos\varphi_{\text{in}}\sin\theta_{\text{in}}}\right), \tag{9}$$

$$\Xi_9 = \pi m_2 + \operatorname{arctg}\left(\frac{\cos\theta_{\text{in}}}{\operatorname{tg}\varphi_{\text{in}}}\right). \tag{10}$$

Здесь и в табл. 1 (а также в следующих таблицах) переменные m, m_1, m_2 являются целыми числами. Они подбираются так, чтобы углы θ_{in}, φ_{in}, θ, φ удовлетворяли условиям

$$0 \le \theta_{\text{in}} \le \pi, \quad -\pi < \varphi \le \pi, \quad 0 \le \theta \le \pi, \quad -\pi < \varphi \le \pi. \tag{11}$$

Таблица 1. Комбинации параметров, при которых отсутствует излучение второй гармоники, генерируемое от боковой поверхности цилиндра

№	σ, χ, ξ	θ_{in}	φ_{in}	θ	φ	a, h
1	$\forall\chi_{1-3}^{(2)}, \chi_4^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\sin\theta = \Xi_1$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
2	$\forall\chi_{1-4}^{(2)}, \sigma = 0, \forall\xi$	$0, \pi,$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	Ξ_2	$\forall a, \forall h$
3	$\forall\chi_{1-4}^{(2)}, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
4*	$\forall\chi_{1-4}^{(2)}, \forall\sigma, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
5*	$\forall\chi_{1-4}^{(2)}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
6*	$\forall\chi_{1-4}^{(2)}, \sigma = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K1}, \forall h$
7*	$\forall\chi_{1-3}^{(2)}, \chi_4^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$a = a_{K1}, \forall h$
8	$\forall\chi_{1-3}^{(2)}, \chi_4^{(2)} = 0, \lvert\sigma\rvert = 1, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$a = a_{K13}, \forall h$
9	$\forall\chi_{1-3}^{(2)}, \chi_4^{(2)} = 0, \lvert\sigma\rvert = 1, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$a = a_{K13}, \forall h$
10	$\forall\chi_{2,3}^{(2)}, \chi_{1,4}^{(2)} = 0, \lvert\sigma\rvert = 1, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
11	$\forall\chi_{2,3}^{(2)}, \chi_{1,4}^{(2)} = 0, \lvert\sigma\rvert = 1, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
12*	$\forall\chi_{2,3}^{(2)}, \chi_{1,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K1}, \forall h$
13*	$\forall\chi_{1,3}^{(2)}, \chi_{1,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \xi = 1$	$\cos\theta_{\text{in}} = \pm\sigma$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\theta = \theta_{\text{in}}$	0	$\forall a, \forall h$
14	$\forall\chi_{1,3}^{(2)}, \chi_{2,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \xi = 1$	$\cos\theta_{\text{in}} = \pm\sigma$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\theta = \pi - \theta_{\text{in}}$	0	$\forall a, \forall h$
15	$\forall\chi_{1,3}^{(2)}, \chi_{2,4}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\sin\theta = \Xi_3$	$\forall\varphi$	$a = a_{K13}, \forall h$
16*	$\forall\chi_{1,3,4}^{(2)}, \chi_2^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	Ξ_4	$a = a_{K13}, \forall h$
17	$\forall\chi_{1,3,4}^{(2)}, \chi_2^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
18	$\forall\chi_{1,3}^{(2)}, \chi_{2,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$a = a_{K13}, \forall h$
19	$\forall\chi_{1,3}^{(2)}, \chi_{2,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$a = a_{K13}, \forall h$
20	$\forall\chi_{1,2}^{(2)}, \chi_{3,4}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
21	$\forall\chi_{1,2,4}^{(2)}, \chi_3^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi$	$a = a_{K13}, \forall h$
22	$\forall\chi_{1,2}^{(2)}, \chi_{3,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$a = a_{K13}, \forall h$
23*	$\forall\chi_2^{(2)}, \chi_{1,3,4}^{(2)} = 0, \lvert\sigma\rvert = 1, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
24	$\forall\chi_2^{(2)}, \chi_{1,3,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
25	$\forall\chi_2^{(2)}, \chi_{1,3,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
26*	$\forall\chi_{3,4}^{(2)}, \chi_{1,2}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	Ξ_4	$\forall a, \forall h$
27*	$\forall\chi_3^{(2)}, \chi_{1,2,4}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\pi m + (-1)^{\frac{1}{2}+\frac{\varphi}{\pi}}\varphi_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall a, \forall h$
28*	$\forall\chi_3^{(2)}, \chi_{1,2,4}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$0, \pi$	Ξ_5	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
29*	$\forall\chi_3^{(2)}, \chi_{1,2,4}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} + \pi m$	$\forall a, \forall h$
30*	$\forall\chi_{3,4}^{(2)}, \chi_{1,2}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
31*	$\forall\chi_{3,4}^{(2)}, \chi_{1,2}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
32	$\forall\chi_3^{(2)}, \chi_{1,2,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
33	$\forall\chi_3^{(2)}, \chi_{1,2,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\sin\theta = \Xi_3$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
34*	$\chi_1^{(2)}/(4\chi_3^{(2)}) = -1, \forall\chi_{2,4}^{(2)}, \lvert\sigma\rvert = 1, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K3}, \forall h$
35	$\chi_1^{(2)}/(4\chi_3^{(2)}) = -1, \forall\chi_{2,4}^{(2)}, \forall\sigma, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi$	$a = a_{K3}, \forall h$
36	$\chi_1^{(2)}/(4\chi_3^{(2)}) = -1, \chi_{2,4}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\cos\theta_{\text{in}} = \pm\sigma$	$0, \pi$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$a = a_{K3}, \forall h$

Таблица 1 (*продолжение*).

№	σ, χ, ξ	θ_{in}	φ_{in}	θ	φ	a, h
37	$\frac{\chi_2^{(2)}}{\chi_1^{(2)}} \leq -\frac{1}{4}\sin^2\varphi_{\text{in}}, \forall\chi_3^{(2)}, \chi_4^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\cos\theta_{\text{in}} = \pm\Xi_6$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\sin\theta = \Xi_3$	$\forall\varphi$	$a = a_{K3}, \forall h$
38	$\frac{\chi_2^{(2)}}{\chi_1^{(2)}} = -\frac{1}{4}, \forall\chi_{3,4}^{(2)}, \sigma = 0, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	Ξ_4	$a = a_{K3}, \forall h$
39	$\frac{\chi_2^{(2)}}{\chi_1^{(2)}} = -\frac{1}{4}, \forall\chi_{3,4}^{(2)}, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$a = a_{K3}, \forall h$
40*	$\frac{\chi_2^{(2)}}{\chi_1^{(2)}} = -\frac{1}{4}, \forall\chi_{3,4}^{(2)}, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$a = a_{K3}, \forall h$
41	$\frac{\chi_2^{(2)}}{\chi_1^{(2)}} = -\frac{1}{4}, \forall\chi_3^{(2)}, \chi_4^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$a = a_{K3}, \forall h$
42	$\chi_{\perp\perp\perp}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\chi_{\perp\parallel\parallel,\parallel\parallel\perp,\parallel\parallel'\perp}^{(2)}, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	Ξ_7	$a = a_{K13}, \forall h$
43	$\forall\chi_{\perp\parallel\parallel,\parallel\parallel'\perp}^{(2)}, \sigma = 0, \chi_{\perp\perp\perp,\parallel\parallel\perp}^{(2)} = 0, \forall\xi$	$0, \pi$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall\theta$	$\frac{\pi}{2} + \pi m_2$	$a = a_{K13}, \forall h$
44*	$\forall\chi_{\parallel\parallel\perp,\parallel\parallel'\perp}^{(2)}, \sigma = 0, \chi_{\perp\perp\perp,\perp\parallel\parallel}^{(2)} = 0, \forall\xi$	$0, \pi$	$\frac{m_1\pi}{2}$	$\forall\theta$	$\frac{m_2\pi}{2}$	$a = a_{K13}, \forall h$
45*	$\forall\chi_{\parallel\parallel\perp,\parallel\parallel'\perp}^{(2)}, \sigma = 0, \chi_{\perp\perp\perp,\perp\parallel\parallel} = 0, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	Ξ_7	$a = a_{K13}, \forall h$
46	$\forall\chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2)}, \sigma = 0, \forall\xi, \chi_{\perp\perp\perp,\perp\parallel\parallel,\parallel\parallel'\perp}^{(0)} = 0$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$0, \pi$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$a = a_{K13}, \forall h$
47*	$\forall\chi_{\parallel\parallel\perp,\parallel\parallel'\perp}^{(2)}, \sigma = 0, \chi_{\perp\perp\perp,\perp\parallel\parallel}^{(2)} = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$a = a_{K13}, \forall h$
48	$\forall\chi_{1-4}^{(2)}, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\sin\theta = \Xi_1$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
49	$\forall\chi_{1-4}^{(2)}, \sigma = 0, \xi \geq 1$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\sin\theta = \frac{(-1)^{\frac{\varphi}{\pi}}}{\xi}$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
50*	$\forall\chi_4^{(2)}, \chi_{1-3}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K2}, \forall h$
51*	$\forall\chi_4^{(2)}, \chi_{1-3}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K2}, \forall h$
52*	$\forall\chi_4^{(2)}, \chi_{1-3}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$a = a_{K02}, \forall h$
53*	$\forall\chi_4^{(2)}, \chi_{1-3}^{(2)} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$a = a_{K02}, \forall h$
54*	$\forall\chi_4^{(2)}, \chi_{1-3}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$a = a_{K02}, \forall h$
55*	$\forall\chi_4^{(2)}, \chi_{1-3}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$a = a_{K02}, \forall h$
56*	$\forall\chi_4^{(2)}, \chi_{1-3}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K02}, \forall h$
57*	$\forall\chi_4^{(2)}, \chi_{1-3}^{(2)} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\sin\theta = \frac{\sin\theta_{\text{in}}}{\xi\cos\varphi}$	$\forall\varphi$	$a = a_{K02}, \forall h$
58	$\forall\chi_{1-4}^{(2)}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\xi\cos\theta = \cos\theta_{\text{in}} - \frac{\pi m}{k_\omega h}$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$

В табл. 1 также используется обозначение для радиуса основания цилиндра:

$$a_{Ki} = \frac{Z_i^{(J)}}{2k_\omega\sqrt{\sin^2\theta_{\text{in}} - 2\xi\sin\theta_{\text{in}}\sin\theta\cos\varphi + \xi^2\sin^2\theta}}, \tag{12}$$

где i принимает значения $(1, 2, 3, 13, 02)$. Коэффициенты $Z_i^{(J)}$ — нули цилиндрических функций Бесселя:

$$J_1(Z_1^{(J)}) = 0, \quad J_2(Z_2^{(J)}) = 0, \quad J_3(Z_3^{(J)}) = 0,$$

$$J_0(Z_{02}^{(J)}) + J_2(Z_{02}^{(J)}) = 0, \quad J_1(Z_{13}^{(J)}) + J_3(Z_{13}^{(J)}) = 0. \tag{13}$$

Обозначение $\forall$ используется, когда переменная может принимать любые действительные значения. Если в ячейке таблицы перечислены значения, то именно эти значения может принимать соответствующий параметр. Если в ячейке таблицы находится равенство, то подразумевается, что соответствующий параметр должен удовлетворять этому равенству. В строках, номер которых помечен звёздочкой, находятся комбинации параметров, при которых не регистрируется излучение также и для генерации от всей поверхности цилиндра (боковая поверхность и торцы). Коэффициенты $\chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2)}$, $\chi_{\parallel\parallel'\perp}^{(2)}$, $\chi_{\perp\perp\perp}^{(2)}$, $\chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2)}$ связаны с коэффициентами $\chi_{1-4}^{(2)}$ следующим образом (см. часть I):

$$\chi_1^{(2)} = \chi_{\perp\perp\perp}^{(2)} - \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2)} - 2\chi_{\parallel\perp\parallel}^{(2)} \quad \chi_2^{(2)} = \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2)},$$

$$\chi_3^{(2)} = \chi_{\parallel\perp\parallel}^{(2)}, \quad \chi_4^{(2)} = \chi_{\parallel\parallel'\perp}^{(2)}. \tag{14}$$

Для примера рассмотрим некоторые из представленных в табл. 1 комбинаций. Согласно строке 1, излучение отсутствует в направлениях, для которых $\sin\theta = (-1)^{\frac{\varphi}{\pi}}\frac{\theta_{\text{in}}}{\xi}$ и $\varphi = 0, \pi$, при генерации от боковой поверхности (нет звездочки в номере) цилиндрической частицы со следующими значениями параметров: нелинейный слой не обладает киральными свойствами ($\chi_4^{(2)} = 0$), а остальные коэффициенты анизотропии ($\forall\chi_{1-3}^{(2)}$), радиус основания частицы ($\forall a$), высота частицы ($\forall h$), коэффициент ξ ($\forall\xi$), угол падения ($\forall\theta_{\text{in}}$), эллиптичность падающей волны ($\forall\sigma$) и угол ($\forall\varphi_{\text{in}}$), характеризующий ориентацию эллипса поляризации падающей волны, принимают любые действительные значения. В этом случае модуль составляющей вектора рассеяния $\mathbf{q}_\perp$ в формуле (3) (часть II) обращается в ноль, и генерация не наблюдается.

В шестой строке указан случай нормального падения ($\theta_{\text{in}} = \frac{\pi}{2}$) линейно поляризованной волны ($\sigma = 0$), вектор напряженности электрического поля которой направлен вдоль оси цилиндра ($\varphi_{\text{in}} = 0, \pi$). Если углы наблюдения θ, φ выбраны таким образом, что выполняется условие

$$a = a_{K1} = \frac{Z_1^{(J)}}{2k_\omega\sqrt{\sin^2\theta_{\text{in}} - 2\xi\sin\theta_{\text{in}}\sin\theta\cos\varphi + \xi^2\sin^2\theta}}, \tag{15}$$

то излучение, генерируемое всей поверхностью цилиндра (звездочка в номере строки), в этом направлении будет отсутствовать.

Согласно строке 23, при падении циркулярно поляризованных волн ($|\sigma| = 1$) на цилиндрическую частицу со всеми равными нулю коэффициентами анизотропии ($\chi_{1,3,4}^{(2)} = 0$), кроме $\chi_2^{(2)}$ ($\forall\chi_2^{(2)}$), излучение второй гармоники от всей поверхности цилиндра (звездочка в номере строки) отсутствует во всех направлениях ($\forall\theta, \forall\varphi$) при любых углах падения ($\forall\theta_{\text{in}}$) и размерах частицы ($\forall a, \forall h$).

Аналогичные комбинации параметров, при которых не регистрируется излучение второй гармоники, можно обнаружить и для цилиндрической частицы, покрытой нелинейным слоем только на торцевых поверхностях. Например, выполнение условия

$$a = a_{K02} \tag{16}$$

ведет к тому, что генерация второй гармоники от торцов не происходит (из формулы (27) части I). Это условие и остальные комбинации параметров приведены в табл. 2. Обозначения в ней аналогичны используемым в табл. 1.

В качестве примера можно рассмотреть строку 4. При падении электромагнитной волны произвольной поляризации вдоль оси цилиндрической частицы ($\theta_{\text{in}} = 0, \pi$) генерация от всей поверхности частицы (звездочка в номере строки) в направлениях вдоль оси цилиндра отсутствует при любых размерах частицы ($\forall h, \forall a$).

Направления нулевого излучения могут быть использованы для оценки коэффициентов анизотропии $\chi_{1-4}^{(2)}$, как это описано в работе [5]. Для этого необходимо выбрать в табл. 1, 2 направления, за излучение в которых отвечает только определенный коэффициент анизотропии.

Например, для определения кирального коэффициента $\chi_4^{(2)}$ можно использовать строку 7 табл. 1. Подставляя значения углов φ и θ в выражение (15) для радиуса основания, получаем

$$a = a_{K1} = \frac{Z_1^{(J)}}{2k_\omega\sqrt{\sin^2\theta_{\text{in}} \pm 2\xi\sin\theta\theta_{\text{in}} + \xi^2}}$$
$$= \frac{Z_1^{(J)}}{2k_\omega|\sin\theta_{\text{in}} - (-1)^{\varphi/\pi}\xi|}. \tag{17}$$

Выражая угол падения θ_{in}, находим

$$\theta_{\text{in}} = \arcsin\left[(-1)^{\varphi/\pi}\left(\xi \pm \frac{Z_1^{(J)}}{2k_\omega a}\right)\right]. \tag{18}$$

Подставляя в (18) различные значения нулей функций Бесселя $Z_1^{(J)}$, получаем углы падения θ_{in} линейно поляризованной волны (плоскость поляризации содержит ось цилиндра), при которых в направлениях перпендикулярно оси частицы ($\theta = \pi/2$, $\varphi = 0, \pi$) мощность генерируемого излучения зависит только от кирального коэффициента $\chi_4^{(2)}$.

Для определения коэффициента $\chi_2^{(2)}$ можно воспользоваться строкой 16 этой же таблицы. Подставляя значения углов θ_{in} и φ из таблицы в выражение для радиуса основания частицы a_{K13}, получим

$$a = a_{K13} = \frac{Z_{13}^{(J)}}{2k_\omega\xi|\sin\theta|}. \tag{19}$$

Тогда значения полярного угла наблюдения θ могут быть найдены как

$$\theta = \arcsin\left(\pm\frac{Z_{13}^{(J)}}{2k_\omega\xi a}\right). \tag{20}$$

Следовательно, при падении линейно поляризованной электромагнитной волны (с произвольной ориентацией плоскости поляризации) вдоль оси цилиндра излучение, наблюдаемое в направлениях

$$\theta = \arcsin\left(\pm\frac{Z_{13}^{(J)}}{2k_\omega\xi a}\right), \quad \varphi = (-1)^{\frac{\theta_{\text{in}}}{\pi}}\left(m\pi + \varphi_{\text{in}} - \frac{\pi}{2}\right), \tag{21}$$

обусловлено только коэффициентом $\chi_2^{(2)}$.

Зная коэффициенты анизотропии $\chi_{2,4}^{(2)}$, можно воспользоваться одной из строк 12, 26–31 табл. 1, чтобы найти коэффициент $\chi_1^{(2)}$ аналогичным способом. Когда известны коэффициенты $\chi_{1-4}^{(2)}$, с помощью строки 23 можно найти коэффициент $\chi_3^{(2)}$.

Если же известно, что генерация происходит только от боковой поверхности, то определение коэффициентов $\chi_{1-4}^{(2)}$ существенно упрощается. Тогда для определения коэффициента $\chi_4^{(2)}$ подходят строки 1, 7–9 табл. 1. Для определения коэффициента $\chi_2^{(2)}$ будут полезны строки 16, 17. Коэффициент $\chi_3^{(2)}$ можно найти с помощью строки 21 табл. 1. Зная коэффициенты $\chi_{2-4}^{(2)}$, можно

Таблица 2. Комбинации параметров, при которых отсутствует излучение второй гармоники, генерируемое от торцевых поверхностей цилиндра

№	σ, χ, ξ	θ_{in}	φ_{in}	θ	φ	a, h
1	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \sigma = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
2	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
3	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \lvert\sigma\rvert = 1, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
4*	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
5	$\forall\chi^{(2)}_{1-3}, \forall\sigma, \chi^{(2)}_4 = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
6	$\forall\chi^{(2)}_{1,3,4}, \sigma = 0, \chi^{(2)}_2 = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
7	$\forall\chi^{(2)}_{1,3,4}, \forall\sigma, \chi^{(2)}_2 = 0, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
8	$\forall\chi^{(2)}_{1,2}, \forall\sigma, \chi^{(2)}_{3,4} = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
9*	$\forall\chi^{(2)}_2, \lvert\sigma\rvert = 1, \chi^{(2)}_{1,3,4} = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
10	$\chi^{(2)}_{\perp\perp\perp} = 0, \sigma = 0, \forall\chi^{(2)}_{\perp\parallel\parallel,\parallel\parallel\perp,\parallel\parallel'\perp}, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
11	$\forall\chi^{(2)}_{\parallel\parallel\perp}, \sigma = 0, \forall\xi, \chi^{(2)}_{\perp\perp\perp,\perp\parallel\parallel,\parallel\parallel'\perp}$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\cos\theta_{\mathrm{in}}\,\mathrm{tg}\,\varphi = \mathrm{tg}\,\varphi_{\mathrm{in}}$	$\forall h, \forall a$
12*	$\forall\chi^{(2)}_4, \chi^{(2)}_{1-3} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
13*	$\forall\chi^{(2)}_{1-3}, \chi^{(2)}_4 = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m+\pi/2}{k_\omega\lvert\cos\theta_{\mathrm{in}}-\xi\cos\theta\rvert}, \forall a$
14	$\forall\chi^{(2)}_{1,2,4}\ \forall\sigma, \chi^{(2)}_3 = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m+\pi/2}{k_\omega\lvert\cos\theta_{\mathrm{in}}-\xi\cos\theta\rvert}, \forall a$
15	$\forall\chi^{(2)}_{2,4}, \lvert\sigma\rvert = 1, \chi^{(2)}_{1,3} = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m}{k_\omega\lvert\cos\theta_{\mathrm{in}}-\xi\cos\theta\rvert}, \forall a$
16	$\forall\chi^{(2)}_{\parallel\parallel\perp,\parallel\parallel'\perp}, \sigma = 0, \chi^{(2)}_{\perp\perp\perp,\perp\parallel\parallel} = 0, \forall\theta$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\cos\theta_{\mathrm{in}}\,\mathrm{tg}\,\varphi = \mathrm{tg}\,\varphi_{\mathrm{in}}$	$h = \frac{\pi m+\pi/2}{k_\omega\lvert\cos\theta_{\mathrm{in}}\rvert}, \forall a$
17*	$\forall\chi^{(2)}_{1-3}, \chi^{(2)}_4 = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$0, \pi$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m}{k_\omega\xi\lvert\cos\theta\rvert}, \forall a$
18	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\mathrm{in}}$	$\forall\varphi_{\mathrm{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, a = a_{K02}$

определить коэффициент $\chi^{(2)}_1$ с помощью строк 10–12, 23–33 этой же таблицы.

Если известно, что генерация происходит только от торцевых поверхностей, то необходимо пользоваться табл. 2. Для определения коэффициента $\chi^{(2)}_4$ можно воспользоваться строкой 5. Коэффициент можно найти с помощью строк 6, 7 табл. 2. Когда коэффициент $\chi^{(2)}_4$ известен, можно найти $\chi^{(2)}_3$ из строки 8. Зная коэффициенты $\chi^{(2)}_{3,4}$, можно узнать коэффициент $\chi^{(2)}_1$, пользуясь строкой 9 табл. 2.

Когда все коэффициенты анизотропии $\chi^{(2)}_{1-4}$ экспериментально определены, неиспользованные строки можно использовать для проверки и корректировки полученных значений.

Отсутствие излучения при определенных комбинациях параметров задачи можно наблюдать также и на диаграммах направленности генерируемого излучения (см. часть II). Например, свойство 32 табл. 1 можно наблюдать на рис. 2, *c* (часть II): в плоскости Oxz ($\forall\theta$, $\varphi = 0, \pi$) генерация излучения от боковой поверхности цилиндрической частицы не происходит. Свойство 1 в табл. 1 проявляется на рис. 2, *a–d* и рис. 3, *a, b* (часть II): генерация вдоль и против оси Ox отсутствует ($\theta = \pi/2$, $\varphi = 0, \pi$). При генерации от торцевых поверхностей цилиндрической частицы свойство в строке 5 табл. 2 можно наблюдать на рис. 2, *e* и рис. 3, *c, d* (часть II): в плоскости Oxy ($\theta = \pi/2, \forall\varphi$) излучение не генерируется, Свойство в строке 8 табл. 2 проявляется на рис. 2, *e* и рис. 3, *c–e* (часть II): отсутствует генерация в направлении оси частицы ($\theta = 0, \pi, \forall\varphi$).

Условия генерации линейно поляризованного излучения

Анализируя решение задачи о генерации второй гармоники, можно также найти комбинации параметров, при которых генерируется исключительно линейно поляризованное излучение. Такие комбинации параметров приведены в табл. 3 (для генерации от боковой поверхности цилиндра) и 4 (для генерации от торцевых поверхностей цилиндра). Обозначения в табл. 3, 4 аналогичны обозначениям в табл. 1, 2. Также номер 14 в табл. 3 выделен подчеркиванием. Это означает, что такое свойство выполняется для генерации от всей поверхности цилиндра и не выполняется для генерации только от боковой поверхности.

Таблица 3. Комбинации параметров, при которых от боковой поверхности цилиндра генерируется линейно поляризованное излучение

№	σ, χ, ξ	θ_{in}	φ_{in}	θ	φ	a, h
1*	$\forall\chi^{(2)}_{1-3}, \chi^{(2)}_4 = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
2*	$\forall\chi^{(2)}_{1,2}, \chi^{(2)}_{3,4} = 0, \lvert\sigma\rvert = 1, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
3*	$\forall\chi^{(2)}_{1,2}, \chi^{(2)}_{3,4} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{m\pi}{2}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
4	$\forall\chi^{(2)}_{1,2}, \chi^{(2)}_{3,4} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K13}, \forall h$
5	$\forall\chi^{(2)}_1, \chi^{(2)}_{2,3,4} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
6*	$\forall\chi^{(2)}_2, \chi^{(2)}_{1,3,4} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall a \forall h$
7*	$\frac{\chi^{(2)}_1}{4\chi^{(2)}_3} = -1, \forall\chi^{(2)}_{2,4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K3}, \forall h$
8	$\frac{\chi^{(2)}_1}{4\chi^{(2)}_3} = -1, \forall\chi^{(2)}_2, \forall\sigma, \chi^{(2)}_4 = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$a = a_{K3}, \forall h$
9*	$\forall\chi^{(2)}_{\parallel\parallel\perp,\parallel\parallel'\perp}, \forall\sigma, \chi^{(2)}_{\perp\parallel\parallel,\perp\perp\perp} = 0, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K13}, \forall h$
10	$\forall\chi^{(2)}_{\parallel\parallel\perp}, \forall\sigma, \forall\xi, \chi_{\perp\parallel\parallel,\perp\perp\perp,\parallel\parallel'\perp} = 0$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\sin\theta = \frac{\sin\theta_{\text{in}}}{\xi\cos\varphi}$	$\forall\varphi$	$a = a_{K13}, \forall h$
11	$\forall\chi^{(2)}_{\parallel\parallel\perp}, \forall\sigma, \forall\xi, \chi^{(2)}_{\perp\parallel\parallel,\perp\perp\perp,\parallel\parallel'\perp} = 0$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	Ξ_8	Ξ_9	$a = a_{K13}, \forall h$
12*	$\forall\chi^{(2)}_4, \chi^{(2)}_{1-3} = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
13	$\forall\chi^{(2)}_4, \chi^{(2)}_{1-3} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K2}, \forall h$
14	$\forall\chi^{(2)}_{2,4}, \chi^{(2)}_{1,3} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$a = a_{K2}, \forall h$
15*	$\forall\chi^{(2)}_{1,2,4}, \forall\sigma, \chi^{(2)}_3 = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
16	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall a, \forall h$
17*	$\forall\chi^{(2)}_{1,2,4}, \forall\sigma, \chi^{(2)}_3 = 0, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$
18	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$0, \pi$	$\forall a, \forall h$

Генерируемое излучение будет иметь линейную поляризацию, если совпадают фазы компонент вектора $\mathbf{f}$ вдоль базисных векторов $\mathbf{e}_\theta$ и $\mathbf{e}_\varphi$, где под $\mathbf{f}$ подразумевается один из векторов $\mathbf{f}^{(2\omega)}/\mathbf{f}^{(2\omega)}_{\text{lat}}/\mathbf{f}^{(2\omega)}_{\text{be}}$ для случая генерации от всей поверхности/боковой поверхности/торцевых поверхностей цилиндрической частицы соответственно. Тогда математически условие линейной поляризации генерируемого излучения можно записать в виде равенства

$$\operatorname{Im}[(\mathbf{f}\mathbf{e}_\theta)(\mathbf{f}\mathbf{e}_\varphi)^*] = 0. \tag{22}$$

Согласно строке 1 (табл. 3), линейно поляризованное излучение генерируется и от боковой поверхности, и от торцевых поверхностей (звездочка возле номера строки). Значит, условие (22) будет выполняться для параметров задачи, указанных в строке 1 (табл. 3), если на место вектора $\mathbf{f}$ поставить любой из векторов $\mathbf{f}^{(2\omega)}/\mathbf{f}^{(2\omega)}_{\text{lat}}/\mathbf{f}^{(2\omega)}_{\text{be}}$. В строке 4 табл. 3 линейно поляризованное излучение генерируется только от боковой поверхности частицы (нет звездочки в номере строки), следовательно, для выполнения условия (22) на месте вектора $\mathbf{f}$ может стоять только вектор $\mathbf{f}^{(2\omega)}_{\text{lat}}$ при параметрах задачи, указанных в строке 4 табл. 3.

При выполнении условия (22) вектор электрической напряженности генерируемого излучения будет находиться в плоскости, содержащей вектор $\mathbf{k}^{(2\omega)}$ и вектор

$$\mathbf{e}_\theta\sqrt{(\mathbf{f}\mathbf{e}_\theta)(\mathbf{f}\mathbf{e}_\theta)^*} + \mathbf{e}_\varphi\sqrt{(\mathbf{f}\mathbf{e}_\varphi)(\mathbf{f}\mathbf{e}_\varphi)^*}, \tag{23}$$

где на месте вектора $\mathbf{f}$ могут стоять те же векторы, что и для формулы (22).

Среди всех комбинаций табл. 3 стоит подробнее остановиться на строках 1, 4, 6, 12. Согласно строке 1, если нелинейный слой не обладает киральными свойствами ($\chi^{(2)}_4 = 0$), то падение линейно поляризованной электромагнитной волны вызывает генерацию исключительно линейно поляризованного излучения удвоенной частоты при любых направлениях падающей волны и размерах цилиндрической частицы, что наблюдается и для генерации второй гармоники от поверхности сферической частицы [5]. Аналогично, если слой обладает исключительно киральными свойствами ($\chi^{(2)}_{1-3} = 0$), то также наблюдается генерация линейно поляризованного излучения (согласно строке 12) от всей поверхности цилиндрической частицы. Это же свойство выполняется и для генерации второй гармоники от сферической

Таблица 4. Комбинации параметров, при которых от торцевых поверхностей цилиндра генерируется линейно поляризованное излучение

№	σ, χ, ξ	θ_{in}	φ_{in}	θ	φ	h, a
1*	$\forall\chi^{(2)}_{1-3}, \chi^{(2)}_4 = 0, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
2	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \lvert\sigma\rvert = 1, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall h, \forall a$
3	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$0, \pi$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
4	$\forall\chi^{(2)}_{1-3}, \chi^{(2)}_4 = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall h, \forall a$
5	$\forall\chi^{(2)}_{1-3}, \chi^{(2)}_4 = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
6	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall h \forall a$
7	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall h, \forall a$
8	$\chi^{(2)}_{1,3}, \chi^{(2)}_{2,4} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$\forall h, \forall a$
9	$\forall\chi^{(2)}_{1,2}, \chi^{(2)}_{3,4} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
10	$\forall\chi^{(2)}_{\Vert\Vert\perp}, \forall\sigma, \forall\xi, \chi_{\perp\perp\perp,\perp\Vert\Vert',\Vert\Vert'\perp} = 0$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
11	$\forall\chi^{(2)}_{\Vert\Vert\perp,\Vert\Vert'\perp}, \forall\sigma, \chi^{(2)}_{\perp\perp\perp,\perp\Vert\Vert} = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
12	$\forall\chi^{(2)}_4, \chi^{(2)}_{1-3} = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$\forall h, \forall a$
13	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \sigma = 0, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m+\pi/2}{k_\omega\lvert\cos\theta_{\text{in}}-\xi\cos\theta\rvert}, \forall a$
14	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$h = \frac{\pi m+\pi/2}{k_\omega\xi\lvert\cos\theta\rvert}, \forall a$
15	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$0, \pi$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m+\pi/2}{k_\omega\xi\lvert\cos\theta\rvert}, \forall a$
16	$\forall\chi^{(2)}_{1,3,4}, \chi^{(2)}_2 = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$h = \frac{\pi m+\pi/2}{k_\omega\lvert\cos\theta_{\text{in}}\rvert}, \forall a$
17*	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\frac{\pi}{2}$	$h = \frac{\pi m}{k_\omega\lvert\cos\theta_{\text{in}}\rvert}, \forall a$
18	$\forall\chi^{(2)}_{1,2,4}, \chi^{(2)}_3 = 0, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m}{k_\omega\lvert\cos\theta_{\text{in}}-\xi\cos\theta\rvert}, \forall a$
19	$\forall\chi^{(2)}_{\Vert\Vert\perp,\Vert\Vert'\perp}, \forall\sigma, \chi^{(2)}_{\perp\perp\perp,\perp\Vert\Vert}, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m+\pi/2}{k_\omega\xi\lvert\cos\theta\rvert}, \forall a$
20*	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\forall\theta$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m}{k_\omega\xi\lvert\cos\theta\rvert}, \forall a$
21*	$\forall\chi^{(2)}_{1-4}, \forall\sigma, \forall\xi$	$\forall\theta_{\text{in}}$	$\forall\varphi_{\text{in}}$	$\frac{\pi}{2}$	$\forall\varphi$	$h = \frac{\pi m}{k_\omega\lvert\cos\theta_{\text{in}}\rvert}, \forall a$

частицы, что дополняет работу [5]. Аналогичные свойства имеют место и при генерации суммарной частоты двумя электромагнитными волнами от тонкого слоя с нелинейными оптическими свойствами на поверхности цилиндрической [6] или сферической [7,8] частиц: если падающие волны имеют линейную поляризацию, а тонкий слой является исключительно киральным (когда все некиральные коэффициенты равны нулю) или исключительно некиральным (когда все киральные коэффициенты равны нулю), то генерируется только линейно поляризованное излучение суммарной частоты.

В строке 6 табл. 3 говорится о том, что слагаемое с коэффициентом $\chi_2^{(2)}$ отвечает только за генерацию линейно поляризованного излучения при любых поляризациях и направлениях падающего излучения для любых размеров цилиндрической частицы.

В четвертой строке табл. 3 содержится информация о том, что коэффициенты $\chi_{1,2}^{(2)}$ отвечают за генерацию линейно поляризованного излучения от боковой поверхности цилиндра в направлениях, характеризуемых углами θ, φ, для которых выполняется условие

$$a = \frac{Z_{13}^{(J)}}{2k_\omega\sqrt{\sin^2\theta_{\text{in}} - 2\xi\sin\theta_{\text{in}}\sin\theta\cos\varphi + \xi^2\sin^2\theta}}. \quad (24)$$

Это свойство выполняется для любых углов падения, ориентации эллипса поляризации падающего излучения и его эллиптичности.

В табл. 4 стоит обратить внимание на строки 1, 3, 9, 10, 11. В первой строке табл. 4 говорится о том, что при генерации линейно поляризованной волной от торцевой поверхности, не обладающей киральными свойствами, регистрируется линейно поляризованное излучение. Согласно третьей строке табл. 4, при падении электромагнитной волны вдоль оси цилиндра, нелинейным слоем на торцевых поверхностях во всех направлениях генерируется линейно поляризованное излучение. Как написано в девятой строке, коэффициенты $\chi_{1,2}^{(2)}$ отвечают за генерацию от торцевой поверхности цилиндрической частицы только линейно поляризованного излучения.

При падении электромагнитной волны перпендикулярно оси цилиндра, согласно строке 10, коэффициент $\chi^{(2)}_{\|\|\perp}$ отвечает за генерацию только линейно поляризованного излучения. Согласно одиннадцатой строке, в направлениях, перпендикулярных оси частицы, коэффициенты $\chi^{(2)}_{\|\|\perp}$, $\chi^{(2)}_{\|\|'\perp}$ отвечают за генерацию только линейно поляризованного излучения.

Проявление свойств в табл. 3, 4 можно наблюдать на диаграммах направленности генерируемого излучения (часть II). Свойство в строке 3 табл. 3 заметно на рис. 2, a, b и рис. 3, a, b, e (часть II): поляризация всего генерируемого излучения ($\forall\theta, \forall\varphi$) линейная (равномерный серый цвет на двух графиках внизу рисунка, соответствующий линейной поляризации). Свойство в строке 12 табл. 3 отражено на диаграмме направленности на рис. 4, c (часть II): при падении линейно поляризованной электромагнитной волны от поверхности цилиндрической частицы с исключительно киральными свойствами ($\chi_{1-3} = 0$) генерируется только линейно поляризованное излучения второй гармоники. Свойство в строке 9 табл. 4 проявляется на рис. 2, e и рис. 3, c, d (часть II): генерируемое от торцов цилиндрической частицы излучение имеет линейную поляризацию.

Комбинации, при которых наблюдается линейно поляризованное излучение, могут быть использованы для оценки величины коэффициентов анизотропии $\chi^{(2)}_{1-4}$. Например, первая строка табл. 3 может быть использована для нахождения кирального коэффициента $\chi^{(2)}_4$. Для этого с помощью формулы (23) необходимо определить плоскость поляризации генерируемого излучения при линейно поляризованном падающем излучении ($\sigma = 0$, согласно строке 1 табл. 3) в интересующем нас направлении наблюдения (задаваемом углами θ и φ). Тогда составляющая электрической напряженности в плоскости, перпендикулярной определенной нами с помощью (23), будет обусловлена только коэффициентом $\chi^{(2)}_4$.

Аналогично, зная коэффициент $\chi^{(2)}_4$, можно вычислить $\chi^{(2)}_3$ с помощью строки 2 или 3 табл. 3. Шестая строка может быть полезна в определении коэффициента $\chi^{(2)}_1$, если известны коэффициенты $\chi^{(2)}_{3,4}$. При генерации только от боковой поверхности, если известны коэффициенты $\chi^{(2)}_{3,4}$, можно определить $\chi^{(2)}_2$ с помощью строки 5.

Таблица 4 может оказаться полезной, если генерация происходит только от торцевых поверхностей цилиндра. Тогда с помощью любой из строк 1, 4, 5 можно определить коэффициент $\chi^{(2)}_4$. Зная его, можно вычислить коэффициент $\chi^{(2)}_2$ с помощью строки 8, а коэффициент $\chi^{(2)}_3$ с помощью строки 9.

Заключение

В настоящей работе приведено более сотни различных комбинаций параметров задачи (направлений и поляризаций падающей волны, нелинейных свойств поверхности цилиндра и его размеров), при которых генерируется линейно поляризованное излучение или генерация излучения не происходит. Эти комбинации параметров могут быть использованы для оценки коэффициентов анизотропии. Среди них выделяется свойство, согласно которому при падении линейно поляризованной электромагнитной волны на цилиндрический (а также сферический) нелинейный слой, обладающий исключительно киральными или исключительно некиральными свойствами, генерируется только линейно поляризованное излучение удвоенной частоты. Это же свойство проявляется при генерации суммарной частоты двумя линейно поляризованными волнами от нелинейного слоя (исключительно кирального или некирального) на поверхности цилиндрической [6] (равно как и сферической [8]) частицы.

Аналогичные комбинации параметров, при которых излучение линейно поляризовано или отсутствует, могут быть обнаружены и при рассмотрении генерации суммарной частоты от поверхности цилиндрических частиц, а также в других нелинейных эффектах от частиц более сложной формы.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант по проекту Ф18М-026).

Список литературы

[1] *Yang N., Angerer W.E., Yodh A.G.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. N 10. P. 103902. doi 10.1103/PhysRevLett.87.103902
[2] *Martorell J., Vilaseca R., Corbalan R.* // Phys. Rev. A. 1997. V. 55. N 6. P. 4520–4525. doi 10.1103/PhysRevA.55.4520
[3] *Shan J., Dadap J.I., Stiopkin I., Reider G.A., Heinz T.F.* // Phys. Rev. A. 2006. V. 73. N 2. P. 023819. doi 10.1103/PhysRevA.73.023819
[4] *Jen S.-H., Dai H.-L., Gonella G.* // J. Phys. Chem. C. 2010. V. 114. N 10. P. 4302. doi 10.1021/jp910144c
[5] *Капшай В.Н., Шамына А.А.* // Опт. и спектр. 2017. Т. 123. № 3. С. 416–429. doi 10.7868/S003040341709015X; *Kapshai V.N., Shamyna A.A.* // Opt. Spectrosc. 2017. V. 123. N 3. P. 440–453. doi 10.1134/S0030400X17090144
[6] *Шамына А.А., Капшай В.Н.* // Опт. и спектр. 2018. Т. 124. № 1. С. 105–121. doi 10.21883/OS.2018.01.45366.176-17; *Shamyna A.A., Kapshai V.N.* // Opt. Spectrosc. 2018. V. 124. N 1. P. 103–120. doi 10.1134/S0030400X18010198
[7] *Капшай В.Н., Шамына А.А.* // Опт. и спектр. 2018. Т. 124. № 6. С. 795–803. doi 10.21883/OS.2018.06.46083.55-18; *Kapshai V.N. Shamyna A.A.* // Opt. Spectrosc. 2018. V. 124. N 6. P. 826–833. doi 10.1134/S0030400X18060115
[8] *Шамына А.А., Капшай В.Н.* // Опт. и спектр. 2018. Т. 125. № 1. С. 71–78. doi 10.21883/OS.2018.07.46269.56-17; *Shamyna A.A., Kapshai V.N.* // Opt. Spectrosc. 2018. V. 125. N 1. P. 74–81. doi 10.1134/S0030400X1807024X