

## Нелинейные волны в висмуте

© В.Г. Скобов, А.С. Чернов\*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

\*Московский государственный инженерно-физический институт,  
115409 Москва, Россия

(Поступила в Редакцию 21 января 2003 г.  
В окончательной редакции 18 марта 2003 г.)

Теоретически изучено распространение коротких радиоволн в висмуте в геометрии, когда постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}$  направлено вдоль биссекторной оси кристалла, ориентированной по нормали к поверхности пластины. В этой геометрии реализуется ситуация, в которой пространственная неоднородность волнового поля несущественна для электронов, но весьма важна для дырок. Показано, что в определенном интервале значений  $H$  в висмуте могут существовать две моды: геликон и доплерон, затухание которых определяется циклотронным поглощением дырками. При малых амплитудах волнового поля, когда реализуется линейный режим, циклотронное поглощение приводит к тому, что длины затухания обеих мод оказываются малыми. В нелинейном режиме магнитное поле волны „захватывает“ дырки, ответственные за циклотронное поглощение. В результате поглощение подавляется и длины затухания геликона и доплерона резко возрастают. Возбуждение таких мод в пластине висмута приводит к тому, что зависимость ее импеданса от величины  $H$  приобретает резонансный характер и коэффициент прохождения волны через пластину возрастает более чем на два порядка. Этот эффект должен иметь место при частотах порядка десятка мегагерц, в сравнительно слабых магнитных полях (порядка десятков эрстед).

**1.** Проникновение радиоволн в металлы в нелинейном режиме может происходить существенно иначе, чем в линейном. Так, захват электронов магнитным полем волны большой амплитуды значительно ослабляет циклотронное поглощение в кадмии и уменьшает затухание дырочного доплерона, что приводит к резкому возрастанию соответствующих осцилляций импеданса [1]. Позднее было показано, что захват носителей полем волны уменьшает бесстолкновительное затухание геликонов и доплеронов во многих металлах и увеличивает их „прозрачность“ по отношению к этим модам [2–4]. Более того, подавление бесстолкновительного поглощения может приводить к возможности распространения своеобразных нелинейных волн [3–6], не имеющих аналогов в линейном режиме.

В упомянутых работах изучались волновые свойства типичных металлов, которые имеют высокую проводимость и в которых нелинейный режим может быть реализован лишь при сравнительно низких частотах: в длинноволновом и средневолновом диапазонах. В висмуте концентрация носителей на пять порядков ниже, чем в типичных металлах, и в нем в принципе возможно реализовать нелинейный режим в области более высоких частот. Теоретическому изучению распространения коротких радиоволн большой амплитуды в висмуте и посвящена настоящая работа.

При наличии сильного постоянного магнитного поля  $H$  альвеновская скорость в электронно-дырочной плазме висмута превосходит фермиевские скорости носителей. При этом нелокальные эффекты несущественны, и в области частот  $\omega$ , превосходящих характерную частоту столкновений носителей  $\nu$ , могут распространяться альвеновские волны (см. например, [7,8]).

В интересующей нас области, где  $\omega \ll \nu$ , проводимость определяется рассеянием носителей, распространение волн невозможно, и в висмуте в линейном режиме имеет место скин-эффект. В области меньших значений  $H$  проводимость возрастает, глубина скин-слоя уменьшается и нелокальные эффекты начинают играть существенную роль: в области полей, где максимальное смещение носителей за циклотронный период оказывается больше глубины скин-слоя, возникает бесстолкновительное циклотронное поглощение, которое и становится преобладающим. В этой области нелинейные эффекты могут проявляться наиболее сильно, и именно она будет нас интересовать.

**2.** Рассмотрим геометрию, когда постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}$  и нормаль к поверхности пластины висмута направлены вдоль биссекторной оси кристалла [9]. При такой ориентации  $\mathbf{H}$  площади поперечных сечений всех трех электронных эллипсоидов в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{H}$ , на порядок меньше площади сечения дырочного эллипсоида. В результате циклотронные массы электронов оказываются на порядок меньше циклотронной массы дырок, а максимальное смещение электронов за циклотронный период — примерно в 30 раз меньше максимального смещения дырок. Поэтому существует довольно широкий диапазон длин волн, в котором длина радиочастотной волны в металле значительно меньше максимального смещения дырок, но много больше смещений электронов. В этой области значений волнового вектора  $\mathbf{k}$  нелокальные эффекты не влияют на электронную часть поперечной проводимости, но являются весьма важными для дырочной части. В результате вклад электронов в проводимость хорошо описывается локальным приближением, в то время как вклад дырок

должен вычисляться с учетом пространственной неоднородности волнового поля.

Зависимость энергии дырки  $\varepsilon$  от ее импульса  $\mathbf{p}$  определяется уравнением

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2}{2m_1} + \frac{p_y^2 + p_z^2}{2m_2}, \quad (1)$$

$$m_1 = 0.54m, \quad m_2 = 0.06m.$$

Здесь ось  $x$  направлена вдоль тригональной оси кристалла;  $m$  — масса свободного электрона. Площадь сечения дырочного эллипсоида  $\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_F$  плоскостью  $p_z = \text{const}$  есть

$$S(\varepsilon_F, p_z) = 2\pi\sqrt{m_1 m_2} \left( \varepsilon_F - \frac{p_z^2}{2m_2} \right), \quad (2)$$

где  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми дырок.

Из (2) следует, что циклотронная масса дырок определяется равенством

$$m_c \equiv \frac{1}{2\pi} \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_F} = \sqrt{m_1 m_2} \simeq 0.18m, \quad (3)$$

значение продольной составляющей импульса  $p_z$  в опорной точке эллипсоида равно

$$p_{z \text{ max}} = \sqrt{2m_2 \varepsilon_F}, \quad (4)$$

а величина

$$p \equiv \frac{1}{2\pi} \left. \frac{\partial S}{\partial p_z} \right|_{\text{max}} = \sqrt{2m_1 \varepsilon_F}. \quad (5)$$

Энергия Ферми  $\varepsilon_F$  связана с концентрацией дырок  $n$  соотношением

$$\varepsilon_F = \frac{1}{2} \left( \frac{3\pi^2 \hbar^3 n}{\sqrt{m_1 m_2}} \right)^{2/3}. \quad (6)$$

Для висмута  $n = 3 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ . Подставляя эту величину и значения  $m_1$  и  $m_2$  в (6) и (5), получаем

$$\varepsilon_F = 2 \cdot 10^{-14} \text{ erg}, \quad p = 0.45 \cdot 10^{-20} \text{ g} \cdot \text{cm/s}. \quad (7)$$

В настоящей работе нас будут интересовать циркулярно поляризованные волны в висмуте, поле которых вращается в ту же сторону, что и электроны в магнитном поле (поляризация „минус“). Дисперсионное уравнение для таких мод имеет вид

$$k^2 c^2 = 4\pi i \omega \sigma_-(k, \omega), \quad (8)$$

где

$$\sigma_- \equiv \sigma_{xx} - i\sigma_{yx} = \sigma_-^{(e)} + \sigma_-^{(h)}, \quad (9)$$

$\sigma_{\alpha\beta}$  — элементы тензора проводимости, индексы  $e$  и  $h$  обозначают электронный и дырочный вклады в  $\sigma_-$  соответственно. Поскольку в рассматриваемом случае векторы  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{H}$  направлены вдоль одной из главных

осей дырочного эллипсоида, выражение для нелокальной проводимости  $\sigma_-$  имеет тот же вид, что и в случае сферической поверхности Ферми [10]:

$$\sigma_-^{(h)}(k, \omega, H) = i \frac{nec}{H} \frac{F(t)}{1 + (\omega + i\nu)/\omega_c}, \quad (10)$$

$$F(t) = \frac{3}{2t^2} \left[ 1 + \frac{t^2 - 1}{2t} \left( \ln \frac{t+1}{t-1} - i\pi \right) \right], \quad (11)$$

$$t = \frac{q}{1 + (\omega + i\nu)/\omega_c}, \quad q = \frac{kc p}{eH}, \quad \omega_c = \frac{eH}{m_c c}, \quad (12)$$

где  $e$  — абсолютная величина заряда электрона,  $c$  — скорость света,  $\omega$  — круговая частота волны,  $\nu$  — частота столкновений дырок с рассеивателями. Отличие от случая Ферми-сферы состоит только в том, что вместо радиуса Ферми-сферы  $p_F$  в выражение для  $q$  входит параметр  $p$ , определяющий смещение дырок в опорной точке эллипсоида за циклотронный период.

Частоты радиодиапазона малы по сравнению с частотой столкновений дырок  $\nu$ . Поэтому в дальнейшем зависимостью  $\sigma_-$  от  $\omega$  будем пренебрегать. В то же время будем считать поле  $H$  достаточно сильным, чтобы отношение  $\nu/\omega_c$  было малым:

$$\gamma \equiv \frac{\nu}{\omega_c} \ll 1. \quad (13)$$

В этих условиях выражение для дырочной проводимости имеет вид

$$\sigma_-^{(h)} = i \frac{nec}{H(1+i\gamma)} F\left(\frac{q}{1+i\gamma}\right). \quad (14)$$

Нас интересует случай, когда длина радиочастотной волны в висмуте  $2\pi/k$  мала по сравнению с максимальным смещением дырок за циклотронный период  $2\pi c p/(eH)$  ( $q \gg 1$ ), но велика по сравнению со смещениями электронов. Это возможно благодаря тому, что в рассматриваемой геометрии максимальное смещение электронов примерно в 30 раз меньше смещения дырок. В такой ситуации зависимость  $\sigma_-^{(e)}$  от  $k$  незначительна и выражение для  $\sigma_-^{(e)}$  сводится к локальной холловской проводимости

$$\sigma_-^{(e)} = -i \frac{nec}{H}. \quad (15)$$

В результате дисперсионное уравнение (8) можно записать в виде следующего уравнения относительно безразмерной переменной  $q$ :

$$D(q) = 0, \quad (16)$$

где

$$D(q) = q^2 - \xi s(q), \quad (17)$$

$$s(q) = 1 - \frac{1}{1+i\gamma} F\left(\frac{q}{1+i\gamma}\right), \quad (18)$$

$$\xi = \frac{4\pi\omega n p^2 c c}{eH^3}. \quad (19)$$

Проанализируем характер решений дисперсионного уравнения. Рассмотрим область полей  $H$ , где  $\xi \gg 1$ . В этой области корни уравнения (17) велики по сравнению с единицей. Приближенные решения можно получить, если воспользоваться асимптотическим выражением для функции  $F$  при  $q \gg 1$ , которое имеет вид

$$F \simeq -\frac{3\pi i}{4|q|} + \frac{3}{q^2}. \quad (20)$$

Основным в правой части (20) является первое слагаемое, которое связано с бесстолкновительным циклотронным поглощением волны дырками. При этом столкновительные члены, пропорциональные малой величине  $\gamma$ , являются несущественными. Второе слагаемое в (20) соответствует недиссипативной части дырочной проводимости, которая при  $q \gg 1$  оказывается малой по сравнению с холловской проводимостью электронов. Физическая причина состоит в том, что дырки движутся в поле волны, которое много раз меняется вдоль их траектории на протяжении одного циклотронного периода. Поэтому воздействие волнового поля на дырки в среднем значительно уменьшается. Для электронов же поле волны оказывается практически однородным, и их взаимодействие с этим полем является эффективным.

Подставляя (20) в (18), запишем дисперсионное уравнение в виде

$$q^2 = \xi \left[ 1 + \frac{3}{q^2} \left( \frac{i\pi}{4} |q| - 1 \right) \right]. \quad (21)$$

Это уравнение имеет два корня с положительной мнимой частью, которые мы обозначим через  $q_1$  и  $q_2$ . Введем обозначения

$$h = \frac{H}{H_0}, \quad H_0 = \left( \frac{\pi \omega n p^2 c}{3e} \right)^{1/3}, \quad (22)$$

перепишем (21) в виде

$$q^2 - \frac{12}{h^3} \left[ 1 - \frac{3}{q^2} \left( 1 - \frac{i\pi}{4} |q| \right) \right] = 0 \quad (23)$$

и будем искать его решение методом последовательных приближений. Опустим сначала мнимое слагаемое. Тогда получающееся биквадратное уравнение имеет корни  $\pm q_H$  и  $\pm q_D$ , где

$$q_H \frac{\sqrt{6}}{h^{3/2}} \left( 1 + \sqrt{1 - h^3} \right)^{1/2}, \quad (24)$$

$$q_D = -\frac{\sqrt{6}}{h^{3/2}} \left( 1 - \sqrt{1 - h^3} \right)^{1/2}. \quad (25)$$

В области полей  $H < H_0$ , где  $h < 1$ , оба корня являются вещественными, а в области  $H > H_0$  — существенно комплексными. Это означает, что величина  $H_0$  имеет смысл верхней границы области, где возможно волновое распространение. При  $H > H_0$  обе моды сильно затухают. Поэтому далее будем рассматривать только область  $H < H_0$ .

Заменим теперь  $|q|$  в мнимом слагаемом в (23) на  $q_H$  и решим соответствующее уравнение. Тогда получаем

$$q_1 = \frac{\sqrt{6}}{h^{3/2}} \left[ 1 + \sqrt{1 - h^3 \left( 1 - i \frac{\pi}{4} q_H \right)} \right]^{1/2}. \quad (26)$$

Учитывая связь между  $q$  и  $k$ , даваемую второй формулой (12), выражение для комплексного волнового вектора  $k_1$  можно записать в виде

$$k_1 = \left( \frac{2\pi \omega n e}{cH} \right)^{1/2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{H}{H_0} \right)^3 \left( 1 - i \frac{\pi}{4} q_H \right)} \right]^{1/2}. \quad (27)$$

Этот корень дисперсионного уравнения относится к геликону, спектр которого определяется холловской проводимостью, а затухание — циклотронным поглощением волны дырками. Как уже упоминалось, область существования геликона в висмуте имеет верхний порог по магнитному полю. Этим он существенно отличается от геликонов в щелочных металлах, которые не имеют верхнего порога. Другое важное отличие состоит в том, что затухание геликона, обусловленное циклотронным поглощением, увеличивается с ростом  $H$ .

Аналогичным образом можно найти и второй корень.

$$q_2 = -\frac{\sqrt{6}}{h^{3/2}} \left[ 1 - \sqrt{1 - h^3 \left( 1 + i \frac{\pi}{4} q_D \right)} \right]^{1/2}. \quad (28)$$

Существование этого корня обусловлено доплер-сдвинутым циклотронным резонансом (ДСЦР) дырок. При уменьшении  $q^2$  дырочный вклад в холловскую проводимость возрастает и при приближении к единице становится больше электронного, так что холловская проводимость меняет знак. Поэтому в области  $h^3 \ll 1$  у дисперсионного уравнения есть корень  $q_2 \simeq -\sqrt{3}$ . Поскольку существование этого корня связано с ДСЦР, соответствующую моду можно назвать доплероном.

Важно, что оба корня находятся в области  $q^2 > 1$ , где имеется циклотронное поглощение. Поэтому их мнимые части весьма значительны (порядка единицы). Это означает, что обе моды затухают на расстояниях порядка нескольких смещений дырок за циклотронный период, и наблюдать их в висмуте в линейном режиме вряд ли возможно.

3. Ситуация может измениться в нелинейном режиме. При больших амплитудах возбуждающего поля может происходить „захват“ дырок, ответственных за циклотронное поглощение, магнитным полем волны. „Захваченные“ дырки совершают колебания в направлении распространения волны, которые препятствуют эффективному поглощению ее энергии. Частота этих

колебаний  $\Omega$  определяется формулой [1]

$$\Omega = \omega_c \left[ \frac{H_\omega}{H} \sqrt{\frac{S(p_z)}{\pi}} \frac{\partial^2 S}{\partial p_z^2} \left( \frac{\partial S}{\partial p_z} \right)^{-1} \right]^{1/2} \Big|_{p_z=p_c}, \quad (29)$$

где  $H_\omega$  — амплитуда магнитного поля волны,

$$p_c = \frac{m_2 \omega_c}{k} \quad (30)$$

— значение продольного импульса тех дырок, которые обуславливают циклотронное поглощение. Подставляя в (29) функцию  $S(p_z)$ , даваемую (2), и значение продольного импульса (30), получаем

$$\Omega = \omega_c \left[ \frac{H_\omega}{H} \left( \frac{m_1}{m_2} \right)^{1/4} (q^2 - 1)^{1/2} \right]^{1/2}. \quad (31)$$

Если частота колебаний захваченных дырок много больше их частоты столкновений  $\nu$ , то циклотронное поглощение уменьшается в  $\Omega/\nu$  раз, т.е. функция  $F(t)$ , входящая в выражение (10) для дырочной проводимости  $\sigma_-^{(h)}$ , заменяется на функцию

$$F_n(t) = \frac{3}{2t^2} \left[ 1 + \frac{t^2 - 1}{2t} \left( \ln \frac{t+1}{t-1} - i\pi \frac{\nu}{\Omega} \text{sign } t \right) \right]. \quad (32)$$

Это приводит к тому, что в режиме сильной нелинейности корни  $q_{1,2}$  определяются формулами

$$q_1 = \frac{\sqrt{6}}{h^{3/2}} \left[ 1 + \sqrt{1 - h^3(1 - i\Gamma_H)} \right]^{1/2}, \quad (33)$$

$$q_2 = -\frac{\sqrt{6}}{h^{3/2}} \left[ 1 - \sqrt{1 - h^3(1 - i\Gamma_D)} \right]^{1/2}, \quad (34)$$

$$\Gamma_H = \frac{\pi\gamma}{4} \left( \frac{q_H}{\sqrt{3}} \frac{H}{H_\omega} \right)^{1/2}, \quad (35)$$

$$\Gamma_D = \frac{\pi\gamma}{4} \left( -\frac{q_D}{\sqrt{3}} \frac{H}{H_\omega} \right)^{1/2}. \quad (36)$$

На рис. 1 представлены зависимости  $k'_{1,2} = \pm \text{Re } k_{1,2}(H)$  в интервале значений  $H$  от  $0.3H_0$  до  $H_0$ . Расчет выполнен для частоты  $\omega/2\pi = 10$  МГц, частоты столкновений  $\nu = 10^8 \text{ s}^{-1}$  (длина свободного пробега дырок около 2 мм) и амплитуды возбуждающего поля  $H_\omega = 2$  Ое. При таком значении  $\omega$  пороговое поле  $H_0 = 30$  Ое и величина  $\gamma$  при  $H = H_0$  составляет  $\approx 0.03$ , так что условие  $\gamma \ll 1$  хорошо выполняется в указанном интервале значений  $H$ . Неравенство  $\xi \gg 1$  также удовлетворяется при  $H < H_0$ , поскольку  $\xi = 12(H_0/H)^3$ . Кривые  $1$  и  $1'$  на рис. 1 относятся к геликону, а кривые  $2$  и  $2'$  — к доплерону. Кривые  $1$  и  $2$  получены в результате численного решения точного дисперсионного уравнения, а кривые  $1'$  и  $2'$  — с помощью формул (33)–(36), основанных на асимптотическом выражении для дырочной проводимости при больших  $q$ . Видно, что кривые  $1$  и  $1'$  практически сливаются, в то время

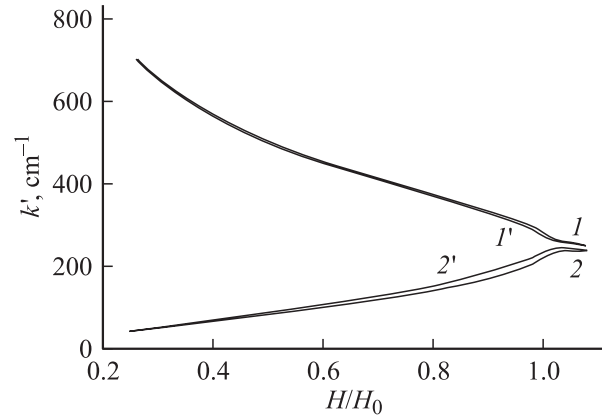


Рис. 1. Графики зависимости волновых векторов геликона ( $1, 1'$ ) и доплерона ( $2, 2'$ ) от магнитного поля  $H$ .

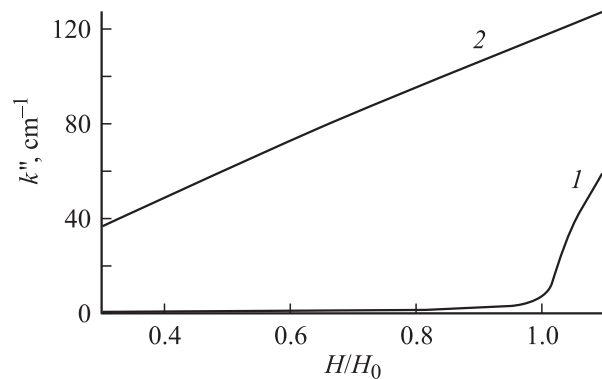


Рис. 2. Зависимость затухания геликона  $k''_1$  от поля  $H$ .  $1$  — нелинейный режим,  $2$  — линейный режим.

как кривая  $2'$  проходит немного выше кривой  $2$ . Это представляется естественным, поскольку доплеронный корень меньше геликонного и использование асимптотической формулы для  $\sigma_-^{(h)}$  при  $q^2 \gg 1$  дает большую погрешность для доплерона. Тем не менее даже для последнего она составляет менее 10%.

На рис. 2 приведены графики затухания геликона  $k''_1 = \text{Im } k_1(H)$ . Кривая  $1$  представляет результат численного расчета  $k''_1$  в режиме сильной нелинейности (при  $H = 0.3H_0$  и  $H_\omega = 2$  Ое отношение  $\nu/\Omega$  составляет менее 0.1 и уменьшается с ростом  $H$ ), а кривая  $2$  — в линейном режиме. Зависимость  $k''_2$  от  $H$  в нелинейном случае с хорошей точностью также описывается кривой  $1$ . Видно, что при приведенных значениях параметров захват дырок магнитным полем радиочастотной волны очень сильно подавляет циклотронное затухание в области  $H < H_0$ .

4. Рассмотрим теперь возбуждение геликона и доплерона в висмуте. Пространственное распределение электрического поля  $E(z)$  в полубесконечном металле при зеркальном отражении носителей от поверхности

определяется формулой [11]

$$E(z) = -\frac{E'(0)}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ikz)dk}{k^2 - 4\pi i \omega \sigma(k)/c^2}, \quad (37)$$

где  $E'(0)$  — значение производной  $dE/dz$  на поверхности металла при  $z = 0$ .

Перейдем к интегрированию по безразмерной переменной  $q$  и перепишем интеграл (37) в виде

$$E(z) = -\frac{E'(0)}{\pi} \frac{c\rho}{eH} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{D(q)} \exp\left(iq \frac{eH}{c\rho} z\right), \quad (38)$$

где  $D(q)$  дается формулой (17).

Подынтегральная функция в (38) имеет полюса в точках  $q_1$  и  $q_2$  и точку ветвления  $q = 1 + i\gamma$ . Если замкнуть контур интегрирования в верхней полуплоскости  $q$ , то интеграл (38) представляется в виде суммы двух вычетов в полюсах и интеграла по берегам разреза, проведенного от точки ветвления в бесконечность. Вычеты в полюсах  $q_1$  и  $q_2$  представляют поля геликона и доплерона, а интеграл по берегам разреза — быстро затухающую с расстоянием неэкспоненциальную компоненту Гантмахера–Канера (КГК). Нас будет интересовать проникновение радиочастотного поля через пластину висмута, т.е. величина электрического поля на больших расстояниях от поверхности (при  $z = d$ , где  $d$  — толщина пластины). На таких расстояниях амплитуда КГК пренебрежимо мала по сравнению с амплитудами геликона и доплерона. Поэтому на расстояниях  $z \gg c\rho/eH$  поле  $E(z)$  состоит из геликонной и доплеронной компонент

$$E(z) = -2iE'(0) \frac{c\rho}{eH} \sum_{i=1}^2 \frac{\exp(ik_i z)}{D'(q_i)}, \quad (39)$$

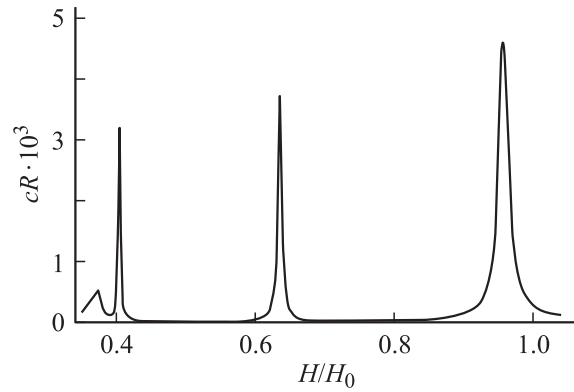
где

$$D'(q_i) = \left. \frac{dD(q)}{dq} \right|_{q=q_i}. \quad (40)$$

Поверхностный импеданс полубесконечного металла  $Z$  пропорционален отношению  $E(0)$  к  $E'(0)$

$$Z = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \frac{E(0)}{E'(0)}. \quad (41)$$

В случае пластины толщиной  $d$  импеданс определяется аналогичным выражением, в числителе которого стоит значение электрического поля на поверхности пластины  $E_d(0)$ . Эту величину можно выразить через геликонную и доплеронную компоненты, прошедшие через пластину. Если не учитывать многократных зеркальных отражений носителей от поверхностей, то величина  $E_d(0)$  при антисимметричном возбуждении (пластина помещена в высокочастотную катушку) равна разности



**Рис. 3.** Зависимость поверхностного сопротивления пластины висмута  $R(H)$  в режиме сильной нелинейности при частоте 10 MHz ( $H_0 \simeq 30$  Oe).

поля, возбуждаемого на одной из сторон пластины, и поля, прошедшего через пластину с другой стороны,

$$E_d(0) = E(0) - E(d), \quad (42)$$

где  $E(0)$  и  $E(d)$  — значения функции (39) при  $z = 0$  и  $d$  соответственно. Таким образом, поле на поверхности пластины

$$E_d(0) = -2iE'(0) \frac{c\rho}{eH} \sum_{i=1}^2 \frac{1 - \exp(ik_i d)}{D'(q_i)}. \quad (43)$$

Учет многократных отражений носителей от поверхностей пластины приводит к тому, что в каждом члене суммы (43) появляется дополнительный множитель

$$[1 + \exp(ik_i z)]^{-1},$$

т.е. выражение для  $E_d(0)$  имеет вид

$$E_d(0) = -2iE'(0) \frac{c\rho}{eH} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{D'(q_i)} \frac{1 - \exp(ik_i z)}{1 + \exp(ik_i z)}. \quad (44)$$

В результате импеданс пластины  $Z_d$  записывается в виде

$$Z_d = \frac{8\pi \omega \rho}{c e H} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{D'(q_i)} \frac{1 - \exp(ik_i z)}{1 + \exp(ik_i z)}. \quad (45)$$

Результаты численного расчета поверхностного сопротивления  $R = \text{Re} Z_d$  для указанных ранее значений параметров и  $d = 0.05$  см приведены на рис. 3. Кривая  $R(H)$  имеет максимумы при значениях  $H$ , при которых толщина пластины оказывается кратной нечетному числу полуволн геликона или доплерона и в образце возбуждается стоячая волна. Математически это проявляется в резком уменьшении знаменателя в соответствующем слагаемом в (45). Анализ показывает, что первый максимум обусловлен возбуждением доплерона, второй и третий — возбуждением геликона, а четвертый представляет суперпозицию геликонного и доплеронного сигналов.

Этот нелинейный эффект оказывается чрезвычайно сильным: кривая  $R(H)$  в линейном случае практически сливается с осью абсцисс на рис. 3. Таким образом, подавление циклотронного поглощения в нелинейном режиме приводит к тому, что в максимумах коэффициент прозрачности пластины возрастает более чем на два порядка.

## Список литературы

- [1] И.Ф. Волошин, Г.А. Вугальтер, В.Я. Демиховский и др. *ЖЭТФ* **73**, 4 (10), 1503 (1977).
- [2] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. Письма в *ЖЭТФ* **61**, 12, 980 (1995).
- [3] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. *ЖЭТФ* **109**, 3, 992 (1996).
- [4] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. *ЖЭТФ* **114**, 2 (8), 725 (1998).
- [5] A.S. Chernov, V.G. Skobov. *Phys. Lett. A* **205**, 81 (1995).
- [6] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. *ЖЭТФ* **119**, 2, 388 (2001).
- [7] E.A. Kaner, V.G. Skobov. *Adv. Phys.* **17**, 605 (1968).
- [8] В.С. Эдельман. *УФН* **102**, 1, 55 (1970).
- [9] A.P. Cracknell, K.C. Wong. *The Fermi Surface*. Clarendon Press, Oxford (1973).
- [10] О.В. Константинов, В.И. Перель. *ЖЭТФ* **38**, 161 (1960).
- [11] G.E. Reuter, E.H. Sondheimer. *Proc. Roy. Soc. A* **195**, 336 (1946).