03

Квазиоптическое уравнение в средах со слабым поглощением

© Н.Н. Розанов [1,2,3]

[1] Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова,
199053 Санкт-Петербург, Россия
[2] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе,
194021 Санкт-Петербург, Россия
[3] Университет ИТМО,
197101 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 25.03.2019 г.
В окончательной редакции 25.03.2019 г.
Принята к публикации 16.04.2019 г.

Проведен анализ вида квазиоптического уравнения для пучка монохроматического излучения, распространяющегося через слой слабо поглощающей линейной среды. Сделан вывод о необходимости модификации стандартного вида этого уравнения с использованием „эффективного коэффициента диффузии“.

Ключевые слова: Квазиоптическое приближение, метод медленно меняющейся огибающей, эффективный коэффициент диффузии.

DOI: 10.21883/OS.2019.08.48042.122-19

Квазиоптическое приближение и соответствующее квазиоптическое (другие названия — параксиальное и параболическое) уравнение, справедливое для пучков и импульсов электромагнитного излучения, близких к однонаправленной монохроматической плоской волне [1–3], широко используются как в линейной, так и нелинейной оптике [4–6]. Это приближение особенно эффективно для описания распространения лазерного излучения, обладающего узким частотным спектром (ширина линии много меньше несущей частоты) и малой (близкой к дифракционной) угловой расходимостью.

Естественно, что оптическое излучение распространяется на достаточно большие длины в средах, если поглощение в них мало. Ввиду этого в большинстве применений квазиоптического уравнения поглощением в среде пренебрегают. Тем не менее даже слабые диссипативные факторы — усиление или поглощение — могут приводить к ряду важных эффектов в линейных [7,8] и нелинейных [6] средах.

В настоящей работе мы иллюстрируем этот тезис на простейшем примере распространения пучка монохроматического излучения через слой однородной линейной слабо поглощающей среды. Поглощение приводит к тому, что на выходе из слоя составляющие пучок наклонные парциальные плоские волны, длина пробега которых в слое больше, чем для осевой волны, ослабевают соответственно сильнее, чем осевые. Тем самым геометрический фактор вносит в схему определенную анизотропию поглощения — его зависимость от направления распространения волны (обобщенный дихроизм). Заметим, что для истинно анизотропных сред с дихроизмом [9] само объемное поглощение меняется вследствие изменения поляризации излучения с наклоном фронта волны, но это изменение зависит от выбора поперечного направления наклона.

Будем исходить из скалярного уравнения Гельмгольца (излучение близко к линейно поляризованному) для напряженности электрического поля излучения $\widetilde{E}$

$$\Delta\widetilde{E} + k^2\widetilde{E} = 0. \qquad (1)$$

Здесь $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа и $k = \frac{\omega}{c}n$ — комплексное волновое число, выражающееся через комплексный показатель преломления среды $n = n' + in''$, ω — частота излучения, c — скорость света в вакууме, $k' = \mathrm{Re}\,k = \frac{\omega}{c}n'$, $k'' = \mathrm{Im}\,k = \frac{\omega}{c}n''$, x, y и z — декартовы координаты. В рассматриваемом случае $n' = \mathrm{Re}\,n > 0$, $n'' = \mathrm{Im}\,n > 0$ (поглощение) и $n'' \ll n'$ (поглощение слабо). Пусть пучок излучения распространяется преимущественно вдоль нормали к слою z. Грани слоя считаем просветленными (отражение отсутствует). В квазиоптическом методе медленно меняющаяся огибающая E обычно вводится подстановкой (временной множитель, отвечающий гармоническому изменению поля по времени с частотой ω, опущен)

$$\widetilde{E} = \mathrm{Re}\,[E\exp(ik'z)]. \qquad (2)$$

Тогда с учетом медленности изменения E (по сравнению с фигурирующей в (2) экспонентой) и пренебрегая квадратичным по коэффициенту поглощения членом k''^2, получим из (1)

$$2ik'\frac{\partial E}{\partial z} + \Delta_\perp E + 2ik'k''E = 0, \qquad (3)$$

где $\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ — поперечный оператор Лапласа. Для прозрачных сред $k'' = 0$, так что последний член в левой части (3) отсутствует.

Пучок излучения можно разложить в спектр парциальных плоских волн с вещественными поперечными волновыми векторами $\mathbf{k}_\perp = (k_x, k_y)$, $k_\perp^2 \ll k'^2$, что отвечает малости угла наклона их распространения по отношению к оси слоя $\theta_{x,y} \approx k_{x,y}/k'$. Для таких волн из (3) следует

$$2ik' \frac{dE}{dz} = (k_\perp^2 - 2ik'k'')E. \tag{4}$$

Согласно (4), вещественная амплитуда волны (квадратный корень из ее интенсивности) $A = |E|$ убывает с ростом z независимо от направления распространения волны:

$$A(z) = A(0)\exp(-k''z) \tag{5}$$

(от наклона к оси слоя зависит только фазовый набег волны). Тем самым в этом приближении теряется отмеченный выше один из основных эффектов поглощения.

Положение дел меняется при переопределении медленно меняющейся огибающей E, если вместо (2) использовать подстановку

$$\widetilde{E} = \operatorname{Re}[E\exp(ikz)]. \tag{6}$$

Тогда из (1) получим

$$2i(k' + ik'')\frac{\partial E}{\partial z} + \Delta_\perp E = 0 \tag{7}$$

или

$$2ik' \frac{\partial E}{\partial z} + (1 - id)\Delta_\perp E = 0. \tag{8}$$

Здесь $d = \frac{n''}{n'}$ — „эффективный коэффициент диффузии“, вызванной поглощением и дополняющей обычную дифракцию в прозрачных средах ($0 < d \ll 1$).

Из (8) для парциальных волн с поперечным волновым вектором $\mathbf{k}_\perp$ с учетом (6) для вещественной амплитуды поля следует

$$A(z) = |E(z)|\exp(-k''z)$$
$$= A(0)\exp\left(-d\frac{k_\perp^2}{2k'}z\right)\exp(-k''z). \tag{9}$$

Видно, что по сравнению с (5) в (9) появляется дополнительный множитель, зависящий от направления распространения волны, и эта зависимость с учетом соотношения $k_\perp^2 \ll k'^2$ согласуется с точным решением применительно к ослаблению наклонно распространяющихся волн. Заметим также, что для локализованных пучков (с конечной мощностью) из (7) независимо от наличия или отсутствия поглощения следует сохранение линейной по амплитуде поля интегральной величины

$$S_2 = \iint E\,dx\,dy, \quad \frac{dS_2}{dz} = 0. \tag{10}$$

Общее решение (7) или (8) имеет тот же вид, что и для прозрачной среды [4] с заменой вещественного волнового числа на комплексное. Это же относится и к виду гауссовых пучков и их обобщений. Такой подход применим, с одной стороны, для сред со слабым поглощением (в противном случае говорить о распространении излучения не приходится). С другой стороны, поправки за счет поглощения должны превосходить поправки более высокого порядка квазиоптического приближения, что для пучка с характерной шириной w ведет к требованию $|n''/n'| > (k'w)^{-2}$.

Для сред с усилением $n'' < 0$, и для них (9) описывает большее усиление наклонных волн, проходящих в слое усиливающей среды большее расстояние, чем волны, распространяющиеся вдоль оси слоя. В практически важных случаях соответствующий рост угловой расходимости излучения неблагоприятен и имеются факторы, ограничивающие этот рост, включая угловую фильтрацию, апертурные ограничения и нелинейность усиления. Оставаясь в рамках линейной оптики, рассмотрим систему, состоящую из двух слоев (помечаемых далее индексами 1 и 2), обладающих толщинами L_1 и L_2 и комплексными показателями преломления n_1 и n_2; границы слоев вновь считаем просветленными. Тогда при условии $L_1 n_1'' + L_2 n_2'' = 0$ волны с осевым направлением распространения не ослабляются после прохождения двух слоев. Одновременно для распространяющихся наклонно волн можно добиться ослабления, возрастающего с ростом наклона. Такая пара слоев может быть заменена одним с эффективными характеристиками $n'' = 0$ и $d > 0$. Соответственно для описания этой и подобных систем (с бо́льшим числом слоев) целесообразно использовать обобщение квазиоптического уравнения типа (8). Наличие в (8) „эффективного коэффициента диффузии“ имеет принципиальное значение для устойчивости вихревых солитонов в лазерах с насыщающимся поглощением [6] и существенно проявляется в других задачах нелинейной оптики, описываемых квазиоптическим уравнением с введением в него соответствующих дополнительных нелинейных членов.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] *Леонтович М.А.* // Изв. АН СССР, сер. физ. 1944. Т. 8. С. 16–22.

[2] *Леонтович М.А., Фок В.А.* // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. № 7. С. 557–573.

[3] *Фок В.А.* Проблемы диффракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970.

[4] *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979.

[5] *Власов С.Н., Таланов В.И.* Самофокусировка волн. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997.

[6] *Розанов Н.Н.* Диссипативные оптические солитоны. М.: Физматлит, 2011.

[7] *Розанов Н.Н.* // Опт. и спектр. 2001. Т. 90. № 1. С. 136–138; *Rozanov N.N.* // Opt. Spectrosc. 2001. V. 90. N 1. P. 121–123.
[8] *Розанов Н.Н.* // Опт. и спектр. 2001. Т. 90. № 2. С. 311–314; *Rozanov N.N.* // Opt. Spectrosc. 2001. V. 90. N 2. P. 26–268.
[9] *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973; перевод с англ. M. *Born, E. Wolf.* Principles of Optics. Oxford: Pergamon, 1969.