

02

Одно- и двухкубитные гейты: техника Раби и одиночные униполярные импульсы

© М.В. Бастракова¹, Н.В. Кленов^{2,3}, А.М. Сатанин³

¹ Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

² Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (физический факультет), Москва, Россия

³ Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

E-mail: mar.denisenko@gmail.com

Поступила в Редакцию 15 апреля 2019 г.

В окончательной редакции 22 апреля 2019 г.

Принята к публикации 24 апреля 2019 г.

Обсуждаются методы управления состояниями взаимодействующих сверхпроводниковых потоковых кубитов с использованием энергоэффективных устройств быстрой однокубитной логики (резонаторов с джозефсоновской нелинейностью). Представлен сравнительный анализ для одно- и двухкубитных квантовых логических операций, выполненных как в рамках традиционной техники управления с использованием раби-импульсов, так и при помощи пикосекундных одиночных униполярных импульсов магнитного поля. Показано, что за счет оптимизации формы и параметров униполярных управляющих импульсов (связанных, например, с распространением флаксонов в передающих линиях) можно реализовать все основные операции с точностью более 97 процентов. Продемонстрирована эффективность разработанной методики для программирования двухкубитного квантового процессора, реализующего простейший алгоритм Дойча–Йожа (Deutsch–Josza).

Ключевые слова: кубит, квантовые логические операции, раби-техника, одиночные униполярные импульсы.

DOI: 10.21883/FTT.2019.09.48090.01N

1. Введение

За последнее десятилетие совершенствование технологии изготовления сверхпроводящих цепей с встроенными джозефсоновскими кубитами [1,2] привело к созданию твердотельных квантовых компьютеров с „электрическим“ управлением [3,4]. При этом времена когеренции в кубитах на сегодняшний день увеличены до 100 μ s [5,6], а точность выполнения однокубитовых квантовых операций составляет более 99% [2]. Несмотря на достигнутый прогресс, имеется большое число нерешенных проблем, среди которых отметим следующие: увеличение числа кубитов на чипе или масштабируемость; разработка высокодобротных резонаторов и их согласование с кубитами; увеличение времен декогерентности сверхпроводниковых кубитов; уменьшения влияния кросс-токов; ускорение процессов выполнения логических операций (гейтовых операций) и т. д.

Традиционное управление состояниями джозефсоновских кубитов и исследование динамических процессов осуществляется путем воздействия слабого резонансного электромагнитного поля с частотой, сравнимой с расстоянием между уровнями кубитов [1,2,7,8]. Подобные спектроскопические исследования кубитов осуществляются при низких температурах (несколько милликельвин) в микроволновом и миллиметровом диапазонах (диапазонах 1–300 GHz) — именно в этой области

частот расположены линии переходов в джозефсоновских кубитах. Причем для выполнения операций над состояниями кубитов в указанном частотном диапазоне методами раби-техники требуются стабильные источники излучения с перестраиваемой амплитудой с длительностью управляющего микроволнового воздействия ~ 10 ns... 100 μ s. Для физической реализации квантовых алгоритмов важно, чтобы на временах когерентности в регистре кубитов были осуществлены операции по приготовлению начального состояния системы, исполнены все требуемые одно- и двухкубитные гейтовые операции, проведены процедуры по коррекции ошибок и реализовано считывание конечного состояния [9–14]. В связи с этим для многокубитных систем, очевидно, раби-техника сталкивается с трудностями в части минимизации отношения длительности управляющих импульсов к временам потери когерентности. Одним из путей решения данной проблемы является увеличение времен сохранения когерентности, что связано с преодолением ряда технологических трудностей по изготовлению кубитов, а также с созданием более высокочувствительных приборов по контролю и измерениям. Альтернативным путем решения проблемы может быть отказ от техники Раби в пользу управления регистром при помощи ультракоротких (пикосекундных) импульсов магнитного поля. Естественным способом реализовать такую систему управления энергоэффективных устройств сверхпро-

водниковой электроники с использованием иного типа возбуждений — флаксонов [15–21].

В работах [22–23] было показано, что использование униполярных импульсов позволяет выполнять стандартные однокубитные операции (вращения Паули и операцию Адамара [24]). Как известно, „квантовое превосходство“ может быть продемонстрировано уже в двухкубитной системе, где необходимо реализовать квантовую запутанность, то есть выполнить двухкубитные операции типа „CNOT“. Реализация двухкубитных операций с использованием раби-метода была представлена в работах [25–28], где также было осуществлено программирование процессора и выполнение простейших квантовых алгоритмов (Дойча–Йожа и Гровера).

В данной работе рассматривается способ управления состояниями кубитов короткими $\sim 1–100$ ps одиночными немодулированными импульсами электромагнитного поля (флаксонами), которые распространяются по джозефсоновским передающим линиям в цепях энергоэффективной быстрой однокубитной логики (ERSFQ). В отличие от известных подходов, где состоянием кубита управляют длительные последовательности однокубитных импульсов напряжения и тока [21], здесь рассматривается реализация квантовых логических операций за счет воздействия на кубиты одного (двух) униполярных пикосекундных импульсов. Это позволяет уменьшить нежелательное обратное влияние импульсов на систему кубитов, характерную длительность операций и реализовать оптимальное управление путем изменений параметров флаксонов. На основе численного решения уравнения для матрицы плотности в борн-марковском приближении проведен сравнительный анализ двух методов: раби-техники и „одноимпульсной“ методики управления. Показано, что для осуществления одинаковых гейтовых однокубитных операций (на примере „NOT“, „Had“) однокубитное управление реализуется на временах $\sim 10 \dots 20$ ps, тогда как период раби-колебаний для СВЧ-возбуждения составляет ~ 1000 ns. Предложенный метод управления позволяет ускорить исполнение квантовых гейтов в 6000 раз для однокубитных операций и в 1000 раз для двухкубитных операций („CNOT“). В качестве примера продемонстрировано исполнение квантового алгоритма Дойча–Йожа, используя возможности индексирования и путем управления каждым из кубитов в регистре униполярными импульсами (флаксонами) и взаимодействием между ними.

2. Сравнительный анализ однокубитных операций управления

Поведение сверхпроводникового кубита во внешнем поле описывается стандартным гамильтонианом [1,2]:

$$H_q(t) = -\frac{1}{2} (\varepsilon(t)\sigma_z + \Delta\sigma_x), \quad (1)$$

где $\varepsilon(t)$ — управляющее поле, Δ — параметр туннельного расщепления, то есть расстояние между базисными

уровнями кубита (~ 100 MHz. . . 10 GHz); $\sigma_x \sigma_z$ — матрицы Паули. Данный гамильтониан унитарным преобразованием $U = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_z + \sigma_x)$ можно перевести в представление оператора σ_z [23], базисные функции которого $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ образуют вычислительный базис удобный для квантовых измерений [24]. При этом волновая функция кубита представляется в виде: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, с учетом $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

Раби-техника управления представляет собой когерентное взаимодействие кубита с контролирующими импульсами внешнего поля [2,7,8]. В случае сверхпроводникового потокового кубита данное воздействие может быть реализовано за счет гармонического изменения магнитного потока, пронизывающего кубит с частотой близкой к собственной частоте кубита. При этом управляющее поле имеет вид

$$\varepsilon(t) = A_R \cos \omega_R t, \quad (2)$$

где A_R — амплитуда и $\omega_R = \omega + \delta\omega$ — частота поля, $\delta\omega \ll \omega$, ω_R — малая отстройка от точного резонанса. Известно, что чем слабее внешнее воздействие, тем эволюция состояний кубита ближе к гармоническим колебаниям [7,8], период которых определяется частотой Раби: $\Omega = \sqrt{(\delta\omega)^2 + A_R^2}$, где $A_R = \frac{A_R \langle \alpha | \sigma_x | \beta \rangle}{h}$. При этом аналитический закон изменения населенности основного состояния имеет вид: $W_R = 1 - \frac{A_R^2}{\Omega^2} \sin^2 \left[\frac{\Omega t}{2} \right]$. Требуемая длительность раби-импульса составляет примерно $\sim 100 \dots 1000$ T ($T = 2\pi/\omega_R$ — период внешнего поля), которая подбирается в зависимости от типа операции над кубитом. Например, операция „NOT“ (инверсия) осуществляется π -импульсом, длительность которого $\tau_\pi = \pi/\Omega$.

В случае однокубитной логики управления будет использован флаксон, который представляет собой немодулированный прямоугольный импульс со сглаженными фронтами (коэффициент сглаживания фронтов k) вида

$$\varepsilon(t) = A_F \left(1 + \left(\frac{t - t_0}{0.5\tau} \right)^{2k} \right)^{-1}, \quad (3)$$

где A_F — амплитуда и t_0 — „центр“ флаксона с длительностью τ в субнанометровом диапазоне (\sim ps). Подбирая амплитуду и длительность импульса можно реализовать любую однокубитную операцию [22,23].

Учет влияния фазовых шумов сводится к решению уравнения для матрицы плотности ρ в борн-марковском приближении [8]:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}] + \frac{\Gamma_\phi}{2} (\hat{\sigma}_z \hat{\rho} \hat{\sigma}_z - \hat{\rho}), \quad (4)$$

где Γ_ϕ — параметр определяющий скорость дефазировки. Предполагается, что скорость релаксации в системе

намного меньше скорости дефазировки на рассматриваемых временах эволюции, поэтому вклад энергетического шума не учитывается [5,6].

Будем считать, что в начальный момент времени $t = 0$ кубит приготовлен в основном состоянии $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, то есть $\rho(0) = |0\rangle\langle 0|$. Населенность W базисных состояний в момент измерения t определяется решением (4): $W_i(t) = \rho_{ii}(t)$. На рис. 1 показана эволюция основного состояния кубита при выполнении гейтовых операций „NOT“ и Адамара „Had“. Логический оператор „NOT“ определяется как воздействие на вектор состояния матрицы $C_{NOT} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, в результате которо-

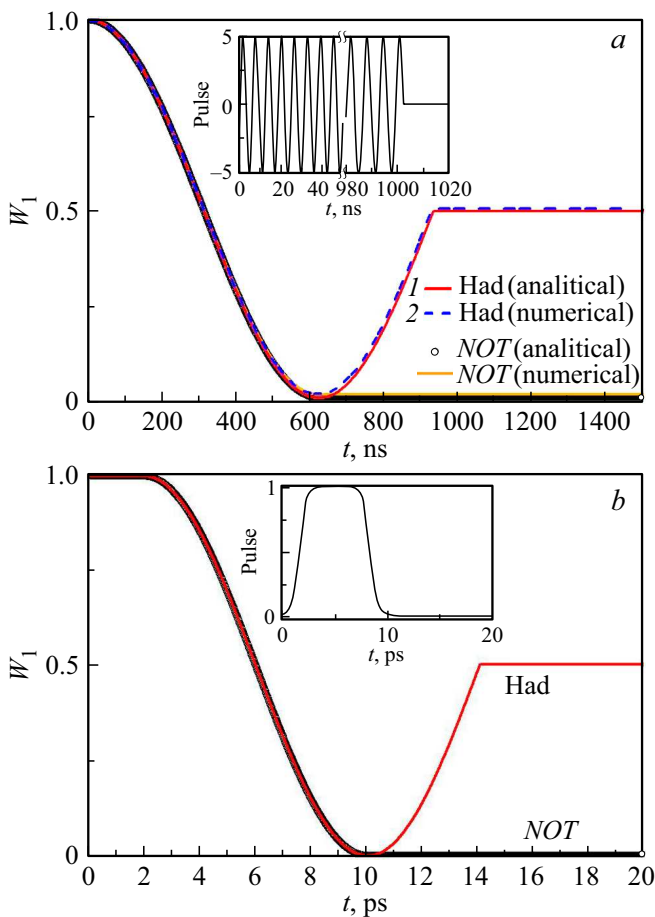


Рис. 1. Временная зависимость населенности основного состояния кубита в случае воздействия: *a* — раби-импульса и *b* — униполярного импульса. На *a* и *b* показаны результаты реализации двух однокубитных операций „NOT“ и операции Адамара „Had“. На вставках схематично показан вид управляющего импульса для гейта „NOT“. Туннельная энергия кубита $\Delta = 10$ GHz и параметре дефазировки $\Gamma_{\phi}^{-1} = 100 \mu s$. Параметры Раби импульсов: $A_R = 5$ NHz, $\delta\omega = 0.0013$ GHz, длительность для операции „NOT“ составляет $\tau_{NOT} = 620$ ns и для операции „Had“ — $\tau_{Had} = 920$ ns. Параметры униполярных импульсов: $A_F = 1$ GHz, для операции „NOT“ $t_0 = 5$ ps, $\tau = 7.5$ ps, $k = 10$ и для операции „Had“ — $t_0 = 8$ ps, $\tau = 10$ ps, $k = 10$.

го происходит инвертирование населенностей базисных состояний. Оператор Адамара изображается матрицей $C_{Had} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, которая переводит кубит в суперпозиционное состояние, с равными населенностями уровней: $W_1 = W_2 = 0.5$.

Аналитическое описание динамики кубита в поле раби-импульса основано на резонансной теории возмущений (приближении Раби) [7,8]. При воздействии на кубит раби-импульса населенности уровней кубита осциллируют с частотой Раби Ω . В случае численного решения (4) нетрудно определить длительности и амплитуды управляющих импульсов для реализации требуемых квантовых операций [28]. Как известно, при отсутствии расстройки $\delta\omega = 0$ и при произвольной огибающей раби-импульса момент выключения импульса определяется интегралом от огибающей по времени — „законом площадей“. Плавное инвертирование населенностей происходит в случае подачи π — раби-импульса („NOT“) длительностью 620 ns (*1* — оранжевая линия на рис. 1, *a*), а создание суперпозиционного состояния производится импульсом с длительностью 920 ns (операция Адамара, *2* — синяя пунктирная линия на рис. 1, *a*). Отметим, что точность выполнения данных операций составляет 99% и численный анализ хорошо согласуется с аналитическим расчетом („analytical“ линии на рис. 1, *a*).

Для сравнения рассмотрим теперь управление состояниями кубита униполярными пикосекундными импульсами, которые моделируют профиль флаксона (вставка на рис. 1, *b*). В этом случае теория раби-резонанса не работает, однако можно провести аналогию с „законом площадей“ и описать поведение системы под действием флаксона в рамках аппроксимационного представления Магнуса [29]. В соответствии с расчетом, показанным на рис. 1, *b*, видно, что использование короткодействующих немодулированных импульсов большой амплитуды позволяет реализовать однокубитные операции с высокой точностью, однако, характерное время выполнения операций существенно меньше, чем это требуется при использовании раби-техники.

Проводя сравнение двух способов управления можно сделать вывод, что при выбранных параметрах управляющих импульсов (раби-импульсов и „флаксона“) можно за время когерентности флаксонами выполнить в 6000 раз больше однокубитных операций, чем раби-импульсами.

3. Сравнительный анализ двух реализаций двухкубитных операций

Рассмотрим простейший регистр для квантовых вычислений, состоящий из двух взаимодействующих сверхпроводниковых кубитов [30]. Гамильтониан связанных

кубитов изображается матрицей

$$H(t) = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t) + J(t) & \Delta_2 & \Delta_1 & 0 \\ \Delta_2 & \varepsilon_1(t) - \varepsilon_2(t) - J(t) & 0 & \Delta_1 \\ \Delta_1 & 0 & -\varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t) - J(t) & \Delta_2 \\ 0 & \Delta_1 & \Delta_2 & -\varepsilon_1(t) - \varepsilon_2(t) + J(t) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $\varepsilon_i(t)$ — управляющие импульсы поля, Δ_i — туннельные расщепления уровней i -го кубита ($i = 1, 2$), $J(t)$ — параметр взаимодействия, который считается зависящим от времени. Отметим, что параметрически перестраиваемая связь между потоковыми кубитами $J(t)$ может быть выполнена на основе адиабатического квантового параметрона [31,32]. Такой элемент, реализованный, например, в виде шунтированного индуктивностью сверхпроводящего интерферометра [33], обеспечивает „передачу“ магнитного потока от кубита к кубиту лишь под действием управляющего флюксона. При моделировании программируемого управления параметр взаимодействия $J(t)$ будет считаться зависящим от времени, а функция $J(t)$ будет повторять профиль одной из функций $\varepsilon_i(t)$, хотя в этом случае её амплитуда может быть различной, причем она также может выбираться для оптимизации процесса переключения.

Далее рассматривается регистр из двух кубитов со слегка различающимися параметрами (туннельные энергии): $\Delta_2 = \Delta_1 + \delta\Delta$, где $\delta\Delta$ — небольшая поправка (не идеальность кубитов, $\delta\Delta = \Delta_1$). Для управления состояниями кубитов удобно ввести дополнительное постоянное магнитное поле $\varepsilon_{0,i}$, включение и выключение которого позволяет гибко реализовывать двухкубитные операции с высокой точностью. В этом случае для реализации раби-техники управляющее поле следует записать в виде

$$\varepsilon_i(t) = \varepsilon_{0,i} + A_{i,R} \cos \omega_i R t, \quad (6)$$

а при воздействии флюксонов

$$\varepsilon_i(t) = \varepsilon_{0F,i} + A_{i,F} \left(1 + \left(\frac{t - t_{0,i}}{0.5\tau_i} \right)^{2k} \right)^{-1}, \quad (7)$$

где смещение $\varepsilon_{0,i}$ контролируется постоянным магнитным полем, а $A_{i,R}$ и $A_{i,F}$ — амплитуды раби-импульса и униполярных полей; τ_i — длительности униполярных импульсов. Динамические изменения состояния взаимодействующих кубитов происходят за счет воздействия управляющих импульсов $\varepsilon_i(t)$. В стационарном случае ($\varepsilon_i(t) = 0$) связанных кубиты представляют собой четырехуровневую систему собственные значения E_j и собственные состояния $|\varphi_j\rangle$ системы можно найти из уравнения: $H(\varepsilon_i(t) = 0)|\varphi_j\rangle = E_j|\varphi_j\rangle$, где $j = 1 \dots 4$. Базис, построенный на собственных векторах $|\varphi_j\rangle$, является физическим базисом системы, который унитарным поворотом может быть связан с вычислительным базисом невзаимодействующих кубитов.

Декогеренцию состояний двух взаимодействующих кубитов учтем путем связи каждого кубита с бозонным

термостатом [8]. Уравнение для матрицы плотности ρ двух кубитов, усредненное по переменным резервуара, имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H(t), \rho] + \frac{\Gamma_{\phi,1}}{2} (\sigma_z^{(1)} \otimes I^{(2)} \rho \sigma_z^{(1)} \otimes I^{(2)} - \rho) + \frac{\Gamma_{\phi,2}}{2} (I^{(1)} \otimes \sigma_z^{(2)} \rho I^{(1)} \otimes \sigma_z^{(2)} - \rho),$$

где $\Gamma_{\phi,i}$ скорости дефазировки i -го кубита, $H(t)$ — гамильтониан системы в форме (5).

В качестве примера рассмотрим реализацию квантовой операции „CNOT“. Считается, что в начальный момент времени кубиты Q_1 и Q_2 не взаимодействуют $J(t) = 0$ и состояние системы определено в вычислительном базисе волновой функцией $|\psi_{in}(0)\rangle = |\psi_1(0)\rangle \otimes |\psi_2(0)\rangle$, где $|\psi_i(0)\rangle = \alpha_i|0_i\rangle + \beta_i|1_i\rangle$ — волновые функции отдельных кубитов $i = 1, 2$. Для демонстрации квантовой операции „CNOT“ будем считать, что первый кубит Q_1 приготовлен в суперпозиционном равновероятном состоянии $|\psi_1(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1\rangle + |1_1\rangle)$ (посредством рассмотренного ранее гейта „Had“, см. рис. 1, b), тогда как второй кубит Q_2 приготовлен в основном состоянии: $|\psi_2(0)\rangle = |0_2\rangle$. Следовательно, начальное состояние системы имеет вид: $|\psi_{in}(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1 0_2\rangle + |1_1 0_2\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 0 1 0)^T$. Система равновероятно заселена на первом и третьем уровнях: $\rho(0) = |\psi_{in}(0)\rangle\langle\psi_{in}(0)|$. Посредством действия униполярного воздействия состояния взаимодействующих кубитов $J(t) \neq 0$ перепутываются и происходит инвертирование состояний второго кубита ($|\psi_2(0)\rangle \rightarrow |1_2\rangle$), то есть реализация квантовой двухкубитной операции „CNOT“, которую можно определить матрицей

$$C_{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

При этом конечное состояние после прекращения внешних воздействий в вычислительном базисе (невзаимодействующих кубитов) имеет вид

$$|\psi_{off}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1 0_2\rangle + |1_1 1_2\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}}(1 0 0 1)^T.$$

Для осуществления квантовой двухкубитной операции в рамках раби-техники полями (6) слабой амплитуды

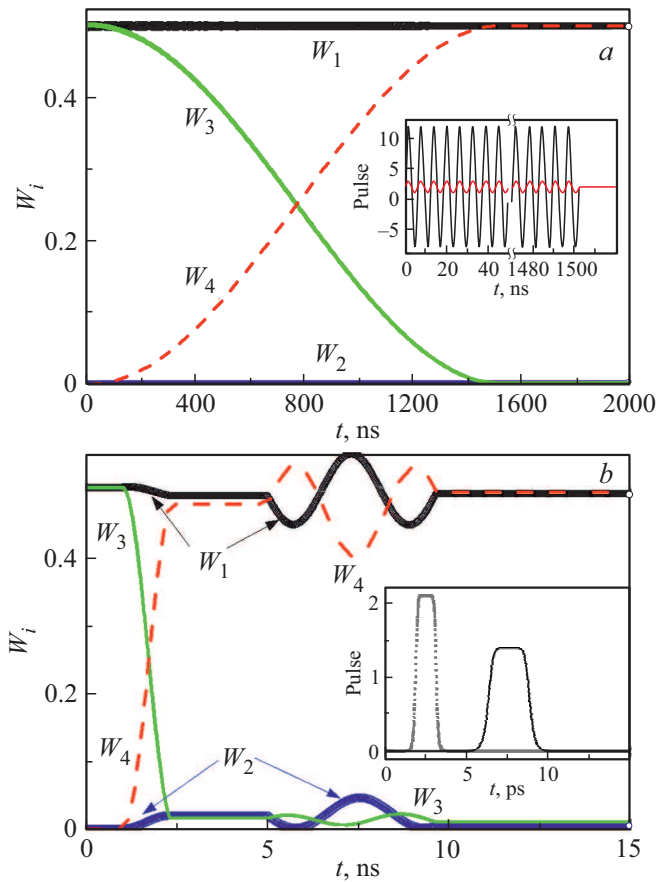


Рис. 2. Временная зависимость населенностей состояний двух взаимодействующих кубитов в случае раби-техники *a* и униполярного управления *b* при реализации двухкубитной операции. Кривые, соответствующие населенностям $W_i(t)$ уровней кубитов, приведены на графике, где $i = 1 \dots 4$. Параметры кубитов и шума: $\Delta_1 = 1$ GHz, $\Delta_2 = 1.1$ GHz, $J = 0.5$ GHz и $\Gamma_{\phi,1}^{-1} = \Gamma_{\phi,2}^{-1} = 100$ μ s. Параметры Раби импульсов: $\omega_{1,R} = 5.41$ GHz, $\omega_{2,R} = 5.19$ GHz, $\varepsilon_{0,1} = \varepsilon_{0,2} = 2$ GHz, $A_{1,R} = 10$ MHz, $A_{2,R} = 1$ MHz. Параметры униполярных импульсов: $A_{1,F} = 2.2$ GHz, $A_{2,F} = 1.6$ GHz, $\varepsilon_{0F,1} = 0.1$ GHz, $\varepsilon_{0,2F} = 0.24$ GHz, $t_{0,1} = 1.5$ ps, $\tau_1 = 1.3$ ps, $t_{0,2} = 7$ ps, $\tau_1 = 3.6$ ps, $k = 10$.

осуществляем резонансный переход в четырехуровневой квантовой системе (5). Выполнение данной логической двухкубитной операции продемонстрировано на рис. 2, *a*. Характерные частоты микроволновых полей $\omega_{1,R} = 5.41$ GHz, $\omega_{2,R} = 5.19$ GHz для кубитов с туннельными энергиями $\Delta_1 = 1$ GHz, $\Delta_2 = 1.1$ GHz, при этом реализация операции наблюдается за 1500 ns, что меньше времени дефазировки всего в 100 раз [5,6]. Достоверность выполнения операции в этом случае составляет $\sim 99\%$.

Альтернативным способом исполнения данной операции может быть применение двух униполярных импульсов (флаксонов). Управляющие импульсы могут действовать в разные моменты времени и иметь разные параметры (амплитуды и длительности) из-за различ-

ной магнитной связи между флаксоном и кубитом и различной формы флаксонов в перестраиваемых линиях передачи. По аналогии с одним кубитом, основными контрольными параметрами для реализации двухкубитных гейтов являются амплитуды импульсов $A_{i,F}$ и их длительности воздействия τ_i . Данными параметрами можно управлять в эксперименте, тем самым контролируя эволюцию квантовой системы (по аналогии с одним кубитом). На рис. 2, *b* нами показано выполнение операции переключения с использованием двух флаксонов на временах 15 ps, при этом параметры кубитов те же, что и при использовании раби-техники управления, достоверность выполнения квантовой операции $\sim 97.5\%$. Следовательно, можно сделать вывод, что использование альтернативного способа управления состояниями кубитов — флаксонами — позволяет совершить большее число квантовых операций на временах сохранения когерентности в системе. В случае параметров, изображенных на рис. 2, ускорение составляет 1000 раз.

4. Реализация алгоритма Дойча–Йожа пикосекундными импульсами

Квантовое превосходство может быть продемонстрировано на примере двухкубитной системы, в которой необходимо реализовать квантовую запутанность, т.е. выполнить двухкубитные операции типа „CNOT“. В случае сверхпроводниковых кубитов, встроенных в микроволновой резонатор, двухкубитные операции с использованием раби-метода были реализованы экспериментально в работах [27]. В данном разделе будет показано как подобные операции могут быть выполнены с использованием униполярных импульсов.

Рассмотрим простую схему квантового регистра состоящего из двух взаимодействующих сверхпроводниковых кубитов (Q_1 и Q_2) в цепях быстрой одноквантовой логики для реализации квантового алгоритма Дойча–Йожа [27,28] (рис. 3, *a*). Суть алгоритма состоит в определении класса булевых функций построенных из двух базисных векторов $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Таких функций существует четыре. При этом две функции f_1 и f_2 , называемые постоянными принимают либо значение „0“ либо „1“ при любых значения аргумента и две другие f_3 и f_4 — сбалансированные, которые для половины области определения принимают значение „0“, для другой половины „1“. Как известно, квантовый алгоритм Дойча–Йожа позволяет решить задачу об определении функции за одно действие, тогда как классический алгоритм требует для выполнения два действия.

Для начала опишем суть данного алгоритма в терминах квантовых операций (в вычислительном базисе), описанных в предыдущих разделах. Во-первых, необходимо приготовить начальное состояние двух взаимодействующих кубитов при этом предположим, что первый кубит Q_1 инициализирован в основном состоянии

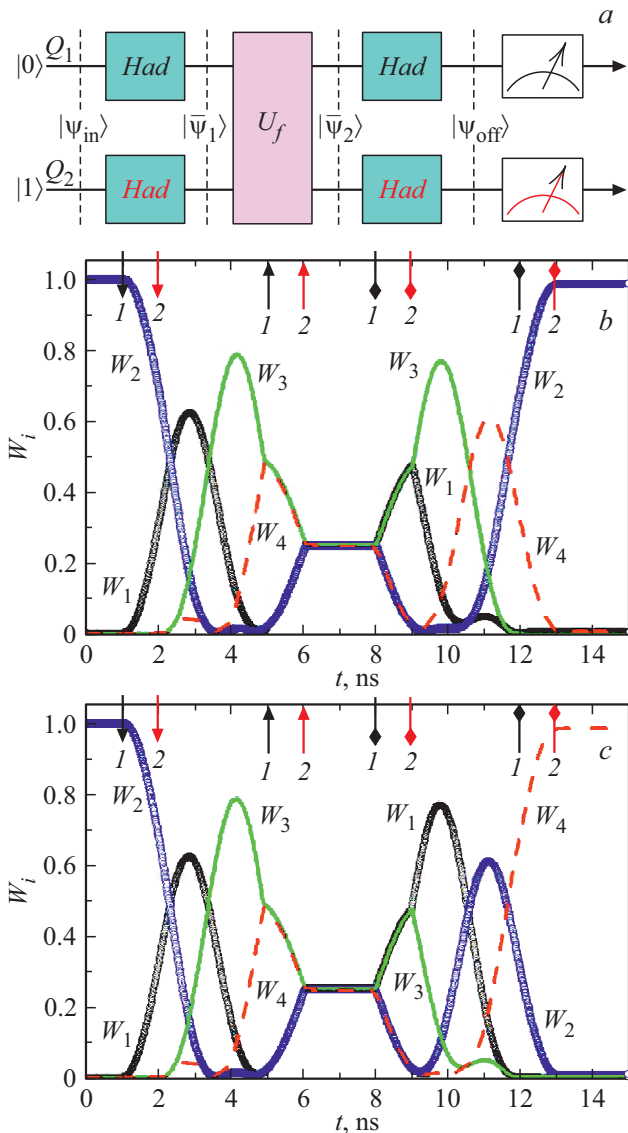


Рис. 3. Квантовая схема двух взаимодействующих кубитов *a*, реализующая алгоритм Дойча–Джозы. Временная зависимость населенностей уровней двух кубитов под действием униполярных импульсов, реализующих квантовый алгоритм Дойча–Джозы *b* для постоянной и *c* сбалансированной функции. Стрелками на *b* и *c* показано начало и конец униполярных импульсов. Параметры кубитов: $\Delta_1 = 0.1$ GHz, $\Delta_2 = 0.1$ GHz, $J = 0.01$ GHz, $A_1 = A_3 = 1.2$ GHz, $A_2 = A_4 = 1.15$ GHz, $t_{0,1} = 3$ ps, $t_{0,2} = 4$ ps, $t_{0,3} = 10$ ps, $t_{0,4} = 11$ ps, $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 3.5$ ps, $k = 10$, $\Gamma_{\phi,1}^{-1} = \Gamma_{\phi,2}^{-1} = 100$ ps.

$|\psi_1\rangle = |0_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, а второй кубит Q_2 находится в возбужденном $|\psi_2\rangle = |1_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Следовательно, начальное состояние системы представляет собой двухкубитное состояние: $|\psi_{in}\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle = |0_1 1_2\rangle = (0\ 1\ 0\ 0)^T$. Далее на каждый из кубитов действуем одноквантовой операцией Адамара C_{Had} , аналог рис. 1, *b*. В результате

чего получаем состояние

$$|\psi_1^0\rangle = (C_{Had} \otimes C_{Had})|\psi_{in}\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (|0_1 0_2\rangle - |0_1 1_2\rangle + |1_1 0_2\rangle - |1_1 1_2\rangle).$$

В дальнейшем состоянии $|\bar{\psi}_1\rangle$ поступает на вход неизвестного логического оператора $U_{f,i}$, который и отвечает за распознавание типа функции f . В результате воздействия квантовое состояние определяется как $|\bar{\psi}_2\rangle = U_{f,i}|\bar{\psi}_1\rangle$. Оператор $U_{f,i}$ имеет четыре значения. Если функция f постоянная, то $U_{f,1} = C_I$ или $U_{f,1} = C_I \otimes C_{NOT}$, где C_{NOT} — однокубитная операция „NOT“, продемонстрированная на рис. 1, а C_I — операция, не изменяющая состояния системы. При этом значение квантового состояния преобразуется соответственно: $U_{f,1}|\bar{\psi}_1\rangle = |\bar{\psi}_2\rangle \equiv |\bar{\psi}_1\rangle$ и $U_{f,2}|\bar{\psi}_1\rangle = |\bar{\psi}_2\rangle = -|\bar{\psi}_1\rangle$. В случае сбалансированной функции унитарный оператор преобразования имеет вид: $U_{f,3} = C_{NOT}$ и $U_{f,4} = C_{NOT}(C_{NOT} \otimes I)$. При этом состояние системы: $|\bar{\psi}_2\rangle = U_{f,3,4}|\bar{\psi}_1\rangle = \frac{1}{2}(1\ -1\ -1\ 1)$.

Для проектирования результата влияния функции на состояние кубитов $|\psi_2^0\rangle$ снова необходимо подействовать гейтами Адамара $|\psi_{off}\rangle = (C_{Had} \otimes C_{Had})|\bar{\psi}_2\rangle$. При этом, если тип функции был постоянный: $|\psi_{off}\rangle = |\psi_{in}\rangle = |0_1 1_2\rangle$ или $|\psi_{off}\rangle = -|\psi_{in}\rangle$ (сдвиг фазы на π). При этом населенности уровней после воздействий не изменятся. В случае же сбалансированного типа функции конечное состояние кубитов изменилось $|\psi_{off}\rangle = |1_1 1_2\rangle$, то есть произошло перезаселение второго и четвертого уровней.

$$|\psi_{off}\rangle = (C_{Had} \otimes C_{Had})|\bar{\psi}_2\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1_1 1_2\rangle.$$

На рис. 3 показана динамика поведения населенностей уровней двух взаимодействующих кубитов при диагональном воздействии двух типов булевой функций: постоянной и сбалансированной. Реализация алгоритма Дойча–Джозы была произведена с помощью униполярного воздействия в физическом базисе системы. Выполнение описанного выше алгоритма осуществлялось за счет управления

взаимодействием между кубитами Q_1 и Q_2 . Перепутывание состояний производилось униполярными короткодействующими импульсами и во время их действовало взаимодействие J . В остальное время взаимодействие между кубитами выключалось, что позволяло оперировать терминами вычислительного базиса.

Для проведения двух гейтов Адамара „*Had*“ на систему последовательно воздействовали два сдвинутых импульса типа флаксон. В результате чего, состояние системы перешло в запутанное состояние, когда все четыре уровня равнозаселены $W_i = 0.25$. Далее в результате унитарного воздействия, характеризующего постоянную функцию, квантовое состояние системы претерпело фазовый поворот, в результате которого после последующего преобразования Адамара населенность системы не изменилась (см. рис. 3, *b*). При этом населенность второго состояния системы кубитов после импульсного воздействия составила $W_2 = 0.98$. Аналогичные операции были проведены и для сбалансированной функции, при этом произошло перераспределение населенностей (операция „*CNOT*“), так что наивысший уровень заселен с вероятностью $W_4 = 0.98$ (см. рис. 3, *c*).

Таким образом, численное моделирование показало, что униполярным воздействием можно реализовать простейший квантовый алгоритм Дойча–Йожа, а достоверность его выполнения составляет 98% .

5. Заключение

В работе проведено сравнение двух методик управления состояниями сверхпроводниковых кубитов: стандартной раби-техники и униполярной техники контроля. Выполнено численное моделирование процессов реализации типичных квантовых логических операций над одно- и двухкубитными регистрами. Результаты моделирования позволили констатировать, что за счет оптимизации формы и параметров униполярных управляющих импульсов (связанных, например, с распространением флаксон в передающих линиях) можно реализовать все основные операции с точностью более 97%. Как видно, разработанные методы управления флаксонами в цепях быстрой одноквантовой логики позволяют осуществить программирование двухкубитного квантового процессора, что продемонстрировано на примере квантового алгоритма Дойча–Йожа.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РНФ 18-72-00158.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] J. Clarke, F.K. Wilhelm. *Nature* **453**, 1031 (2008).
- [2] G. Wendin. *Rep. Prog. Phys.* **80**, 106001 (2017).
- [3] C. Neill, P. Roushan, K. Kechedzhi, S. Boixo, S. V. Isakov, V. Smelyanskiy, R. Barends, B. Burkett, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, A. Fowler, B. Foxen, R. Graff, E. Jeffrey, J. Kelly, E. Lucero, A. Megrant, J. Mutus, M. Neeley, C. Quintana, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T.C. White, H. Neven, J.M. Martinis. *Science* **360**, 195 (2018).
- [4] M. Reagor, C.B. Osborn, N. Tezak, A. Staley, G. Prawiroatmodjo, M. Scheer, N. Alidoust, E. A. Sete, N. Didier, M.P. da Silva, E. Acala, J. Angeles, A. Bestwick, M. Block, B. Bloom, A. Bradley, C. Bui, S. Caldwell, L. Capelluto, R. Chilcott, J. Cordova, G. Crossman, M. Curtis, S. Deshpande, T. ElBouayadi, D. Girshovich, S. Hong, A. Hudson, P. Karalekas, K. Kuang, M. Lenihan, R. Manenti, T. Manning, J. Marshall, Y. Mohan, W. O'Brien, J. Otterbach, A. Papageorge, J.-P. Paquette, M. Pelstring, A. Polloreno, V. Rawat, C. A. Ryan, R. Renzas, N. Rubin, D. Russell, M. Rust, D. Scarabelli, M. Selvanayagam, R. Sinclair, R. Smith, M. Suska, T.-W. To, M. Vahidpour, N. Vodrahalli, T. Whyland, K. Yadav, W. Zeng, C.T. Rigetti. *Sci. Adv.* **4**, eaao3603 (2018).
- [5] J.A. Schreier, A.A. Houck, Jens Koch, D.I. Schuster, B.R. Johnson, J.M. Chow, J.M. Gambetta, J. Majer, L. Frunzio, M.H. Devoret, S.M. Girvin, R.J. Schoelkopf. *Phys. Rev. B* **77**, 180502(R) (2008).
- [6] P. V. Klimov, J. Kelly, Z. Chen, M. Neeley, A. Megrant, B. Burkett, R. Barends, K. Arya, B. Chiaro, Yu Chen, A. Dunsworth, A. Fowler, B. Foxen, C. Gidney, M. Giustina, R. Graff, T. Huang, E. Jeffrey, Erik Lucero, J.Y. Mutus, O. Naaman, C. Neill, C. Quintana, P. Roushan, Daniel Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T.C. White, S. Boixo, R. Babbush, V.N. Smelyanskiy, H. Neven, John M. Martinis. *Phys. Rev. Lett.* **121**, 090502 (2018).
- [7] I. Rabi. *Phys. Rev.* **29**, 174 (1927).
- [8] М.О. Скалли, М.С. Зубайри. *Квантовая оптика*. Физматлит, М. (2003). 512 с.
- [9] T. Yamamoto, Y.A. Pashkin, O.Astfiev, Y. Nakamura. *Nature* **425**, 941 (2003).
- [10] T. Hime, P.A. Reichardt, B.L.T. Plourde, T.L. Robertson, C.-E. Wu, A.V. Ustinov, John Clarke. *Science* **314**, 1427 (2006).
- [11] J.H. Plantenberg, P.C. de Groot, C.J.P.M. Harmans, J.E. Mooij. *Nature* **447**, 836 (2007).
- [12] A.O. Niskanen, K. Harrabi, F. Yoshihara, Y. Nakamura, S. Lloyd, J.S. Tsai. *Science* **316**, 723 (2007).
- [13] E. Lucero, M. Hofheinz, M. Ansmann, R.C. Bialczak, N. Katz, M. Neeley, A.D. O'Connell, H. Wang, A.N. Cleland, J.M. Martinis. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 247001 (2008).
- [14] J.M. Chow, J.M. Gambetta, L. Tornberg, Jens Koch, Lev S. Bishop, A.A. Houck, B.R. Johnson, L. Frunzio, S.M. Girvin, R.J. Schoelkopf. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 090502 (2009).
- [15] A. Fedorov, A. Shnirman, G. Schoen, A. Kidiyarova-Shevchenko. *Phys. Rev. B* **75**, 224504 (2007).
- [16] I.I. Soloviev, N.V. Klenov, A.L. Pankratov, E. Il'ichev, L.S. Kuzmin. *Phys. Rev. E* **87**, 060901(R) (2013).
- [17] I.I. Soloviev, N.V. Klenov, S.V. Bakurskiy, A.L. Pankratov, L.S. Kuzmin. *Appl. Phys. Lett.* **105**, 202602 (2014).
- [18] Q. Deng, D.V. Averin. *JETP* **119**, 1152 (2014).
- [19] I.I. Soloviev, N.V. Klenov, A.L. Pankratov, L.S. Revin, E. Il'ichev, L.S. Kuzmin. *Phys. Rev. B* **92**, 014516 (2015).

- [20] P.J. Liebermann, F.K. Wilhelm. *Phys. Rev. Appl.* **6**, 024022 (2016).
- [21] R. McDermott, M.G. Vavilov, B.L.T. Plourde, F.K. Wilhelm, P.J. Liebermann, O.A. Mukhanov, T.A. Ohki. *Quantum Sci. Technol.* **3**, 024004 (2018).
- [22] N.V. Klenov, A.V. Kuznetsov, I.I. Soloviev, S.V. Bakurski, O.V. Tikhonova. *Beilstein J. Nanotechnol.* **6**, 1946 (2015).
- [23] N.V. Klenov, A.V. Kuznetsov, I.I. Soloviev, S.V. Bakurskiy, M.V. Denisenko, A.M. Satenin. *Low Temp. Phys.* **43**, 7, 789 (2017).
- [24] М. Нильсен, И. Чанг. *Квантовые вычисления и квантовая информация/ Пер. с англ. Мир, М. (2006). 824 с.*
- [25] L.M.K. Vandersypen, M. Steffen, G. Breyta, C.S. Yannoni, M.H. Sherwood, I.L. Chuang. *Nature* **414**, 883 (2001).
- [26] S. Gulde, M. Riebe, G.P.T. Lancaster, C. Becher, J. Eschner, H. Haffner, F. Schmidt-Kaler, I.L. Chuang, R. Blatt. *Nature* **421**, 48 (2003).
- [27] L. DiCarlo, J.M. Chow, J.M. Gambetta, Lev S. Bishop, B.R. Johnson, D.I. Schuster, J. Majer, A. Blais, L. Frunzio, S.M. Girvin, R.J. Schoelkopf. *Nature* **460**, 240 (2009).
- [28] T.F. Watson, S.G.J. Philips, E. Kawakami, D.R. Ward, P. Scarlino, M. Veldhorst, D.E. Savage, M.G. Lagally, Mark Friesen, S.N. Coppersmith, M.A. Eriksson, L.M.K. Vandersypen. *Nature* **555**, 633 (2018).
- [29] М.В. Денисенко, Н.В. Кленов, А.М. Сатанин. *ЖЭТФ* **155**, 258 (2019).
- [30] M. Grajcar, A. Izmalkov, S.H.W. van der Ploeg, S. Linzen, E. Il'ichev, Th. Wagner, U. Hübner, H.-G. Meyer, Alec Maassen van den Brink, S. Uchaikin, A.M. Zagoskin. *Phys. Rev. B* **72**, 020503(R) (2005).
- [31] N. Takeuchi, D. Ozawa, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa. *Supercond. Sci. Technol.* **26**, 035010 (2013).
- [32] I.I. Soloviev, N.V. Klenov, S.V. Bakurskiy, M.Yu. Kupriyanov, A.L. Gudkov, A.S. Sidorenko. *Beilstein J. Nanotech.* **8**, 2689 (2017).
- [33] A.E. Schegolev, N.V. Klenov, I.I. Soloviev, M.V. Tereshonok. *Beilstein J. Nanotechnol.* **7**, 1397 (2016).

Редактор Т.Н. Василевская