

02

О природе магнитных осцилляций в высокотемпературных сверхпроводниках YBCO

© П.Д. Григорьев^{1,2,3}, Т.И. Могилюк⁴, Асет Хамзаулы²

¹ Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка, Россия

² Национальный исследовательский технологический университет „МИСиС“, Москва, Россия

³ Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

⁴ Национальный исследовательский центр „Курчатовский институт“, Москва, Россия,

E-mail: grigorev@itp.ac.ru

Поступила в Редакцию 15 апреля 2019 г.

В окончательной редакции 22 апреля 2019 г.

Принята к публикации 24 апреля 2019 г.

Исследованы возможные причины магнитных осцилляций с малой частотой около 2% зоны Бриллюэна, наблюдаемые в высокотемпературных сверхпроводниках семейства YBCO. Предложен сценарий, когда наблюдаемая частота пропорциональна разности бислойно-расщепленных замкнутых карманов поверхности Ферми, перестроенной из-за рассеяния на вектора волны зарядовой плотности. Предложен способ экспериментального определения, какой из четырех возможных сценариев возникновения этих магнитных осцилляций реализуется в YBCO.

Ключевые слова: магнитные осцилляции, высокотемпературные сверхпроводники, медленные осцилляции, поверхность Ферми.

DOI: 10.21883/FTT.2019.09.48092.18N

1. Введение

Высокотемпературные сверхпроводники группы YBCO: $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+\delta}$ и $\text{YBa}_2\text{Cu}_4\text{O}_8$ — интересны как для фундаментальных исследований механизмов высокотемпературной сверхпроводимости, так и для потенциальных приложений. Наблюдение магнитных осцилляций с малой частотой $F_\alpha \approx 530$ Т в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+\delta}$ [1] дало важную информацию об их электронной структуре и вызвало активный всплеск дальнейших экспериментальных и теоретических исследований [1–9] (см. также обзоры [10–13]). Похожие магнитные осцилляции с малой частотой $F_\alpha \approx 660$ Т были также обнаружены в $\text{YBa}_2\text{Cu}_4\text{O}_8$ [14–16].

Согласно стандартной теории магнитных квантовых осцилляций [17–19], частота этих осцилляций соответствует очень малой площади карманов поверхности Ферми (ПФ) около 2% зоны Бриллюэна. Позднее с помощью измерений в полях до 100 Т было обнаружено [6,7], что центральный пик фурье-образа этих осцилляций окружен двумя более слабыми пиками на частотах $F_\pm = F_\alpha \pm \Delta F_\alpha$, где $\Delta F_\alpha \approx 90$ Т. Однако ни зонные расчеты, ни измерения ARPES [20,21] (фотоэлектронная эмиссия с угловым разрешением) не предсказывают таких малых карманов ПФ. Исходная поверхность Ферми YBCO состоит из одного большого почти квадратного кармана с площадью около половины зоны Бриллюэна и соответствующей большой частоте $\sim 10^4$ Т. Для уровня

легирования $p < 15\%$ возникает перестройка ПФ, возможно вызванная псевдощелью, антиферромагнитным упорядочением (AFM) и/или волной зарядовой плотности (ВЗП или CDW), в результате чего образуются четыре ферми-дуги, наблюдаемые в ARPES [20,21] и расщепленные из-за бислойной кристаллической структуры. Сами по себе эти ферми-дуги не образуют замкнутых карманов ПФ, дающих магнитные квантовые осцилляции. Волновой вектор AFM $Q_{\text{AFM}} = (\pi/a, \pi/b)$, равный половине диагонали зоны Бриллюэна, соединяет концы противоположных ферми-дуг (см. рис. 1, a), что создает замкнутые электронные орбиты вдоль ПФ. Два ортогональных волновых вектора ВЗП: $Q_{\text{CDW}} \approx 0.6(\pi/a, 0)$ и $0.6(0, \pi/b)$ — соединяют соседние ферми-дуги, что также позволяет образовать замкнутый карман ПФ (см. рис. 1, b). Наличие волны зарядовой плотности подтверждается экспериментами по рентгеновскому рассеянию [22–26], ядерному магнитному резонансу [27,28] и скорости звука [29]. Измерения коэффициентов Холла и Зеебека [30–32], обработанные по упрощенной теории без учета магнитного пробоя и сверхпроводящих вихрей, указывают на наличие электронных карманов и перестройку ПФ. Напротив, антиферромагнитный порядок, вероятно, разрушается при уровне легирования $p > 0.1$.

Однако оба указанных сценария перестройки ПФ дают слишком большой замкнутый карман, с площадью около 6% зоны Бриллюэна, и таким образом не объясняют природу наблюдаемых магнитных осцилляций.

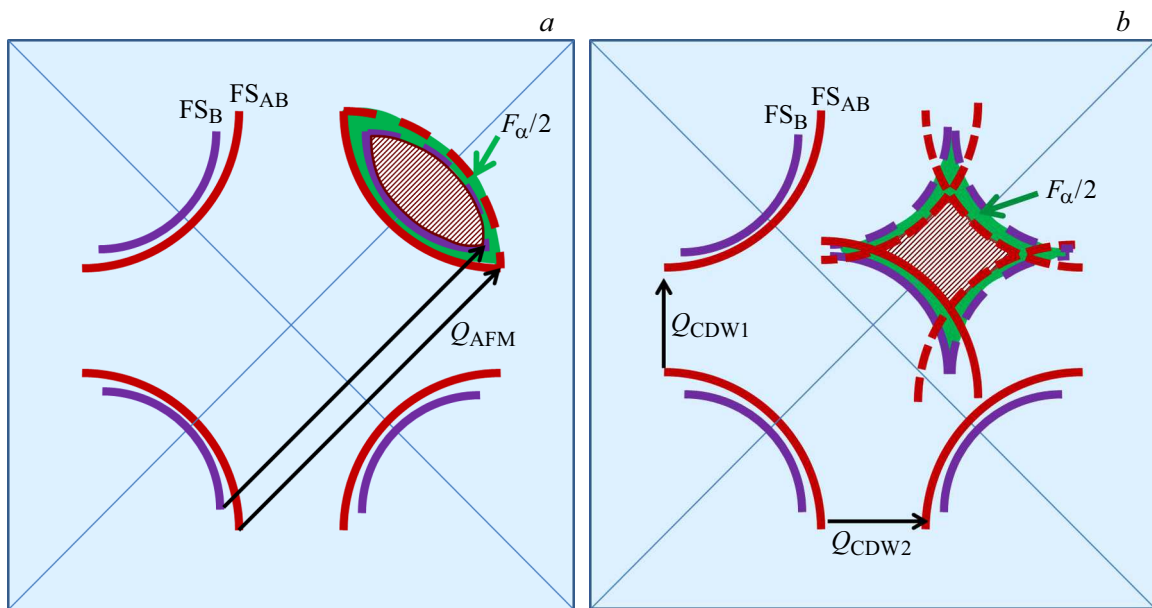


Рис. 1. Схематическая геометрическая иллюстрация бислоино расщепленных карманов поверхности Ферми (ПФ), образованных двумя различными перестройками ПФ, вызванными рассеянием на вектор $Q_{AFM} = (\pi/a, \pi/b)$ антиферромагнитного упорядочения (AFM) (a) или на двух волнах зарядовой плотности (CDW) (b). Сами карманы заштрихованы. Разница площадей этих карманов, возникающая из-за бислоино расщепления и предположительно дающая осцилляции с частотой F_α , показана сплошным фоном.

Имеются также многие другие особенности наблюдаемых магнитных осцилляций, которые трудно объяснить в рамках этих двух сценариев: (1) ровно три равноудаленных пика Фурье-образа, причем амплитуда центрального пика в несколько раз больше, чем у боковых [6,7], (2) зависимость частот осцилляций от степени легирования [33] и (3) от наклона магнитного поля [6], (4) довольно хорошая устойчивость наблюдаемых осцилляций к пространственным неоднородностям и повышению температуры и др. Поэтому недавно была предложена [34,35] альтернативная интерпретация наблюдаемых магнитных осцилляций в YBCO по некоторой аналогии с эффектом магнитных осцилляций с очень малой частотой в органических металлах [36,37] и в трителлуридах редкоземельных металлов [38]. Согласно этой интерпретации, основная частота F_α соответствует не площади какого-либо кармана ПФ, а разности этих площадей, которая образуется из-за бислоино расщепления (см. рис. 1). Поэтому частота F_α измеряет величину бислоино расщепления или, другими словами, интеграла перескока t_\perp между двумя близкими слоями, а не площадь кармана ПФ. Боковые пики возникают из-за электронной дисперсии поперек проводящих слоев, и разница частот ΔF_α дает величину интеграла перескока t_z между ближайшими бислоями.

Фурье-образ таких интерференционных или медленных осцилляций естественным образом состоит только из трех равноудаленных пиков (см. рис. 2), причем высота центрального пика более чем в 2 раза превышает высоту боковых пиков, как и наблюдается в эксперименте. При увеличении температуры Дингла или

уменьшении доступного интервала магнитного поля относительная высота боковых пиков уменьшается, так что для типичных образцов $YBa_2Cu_3O_{6+\delta}$ они различимы только в очень сильном магнитном поле выше 60 Т, в то время как центральный пик появляется при поле > 30 Т. При этом исходные частоты квантовых осцилляций, соответствующие реальным карманам ПФ, не видны в эксперименте, поскольку в отличие от медленных осцилляций сильно подавляются пространственными неоднородностями и температурой.

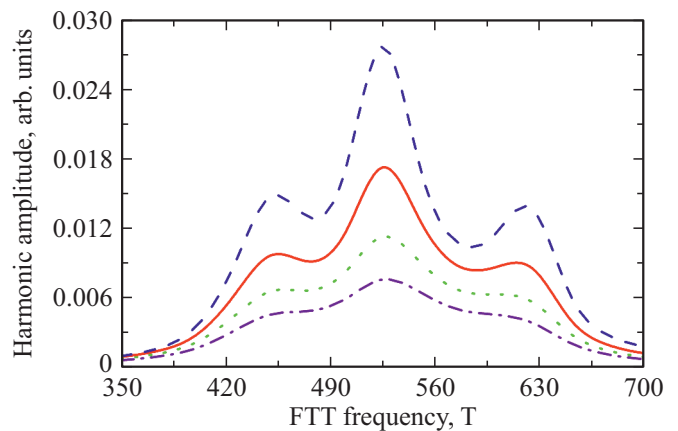


Рис. 2. Преобразование Фурье магнитных осцилляций, заданных уравнением (7) при четырех разных температурах Дингла $\pi T_D = (\hbar\omega_c)(B_z = 1 \text{ Т}) = 1$ — штриховая линия, 3 — сплошная линия, 5 — пунктирная линия из точек и 7 — штрихпунктирная линия.

2. Аналитические формулы

Приближенная аналитическая формула для медленных осцилляций магнитосопротивления может быть получена из следующих простых рассуждений [34,35].

В двухслойных кристаллических структурах, к которым относится семейство высокотемпературных сверхпроводников YBCO, существует два типа межслоевых прыжков: (а) между смежными слоями, разделенными расстоянием d в пределах одного бислоя, определяемый интегралом перескока $t_{\perp} = t_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel})$ и (б) между соседними эквивалентными бислоями, разделенными расстоянием $h = c^* - d$, определяемый интегралом перескока $t_z = t_z(\mathbf{k}_{\parallel}) < t_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel})$, где \mathbf{k}_{\parallel} — импульс квазичастиц вдоль проводящего слоя. В результате спектр энергии электронов имеет вид [39]:

$$\epsilon_{\pm}(k_z, \mathbf{k}_{\parallel}) = \epsilon_{\parallel}(\mathbf{k}_{\parallel}) \pm \sqrt{t_z^2 + t_{\perp}^2 + 2t_z t_{\perp} \cos[k_z c^*]}. \quad (1)$$

При $t_z \ll t_{\perp}$, что соответствует YBCO, этот энергетический спектр электронов имеет две близкие ветви, разделенные на энергию $\sim 2t_{\pm}(\mathbf{k}_{\parallel})$

$$\epsilon_{\pm}(k_z, \mathbf{k}_{\parallel}) \approx \epsilon_{\parallel}(\mathbf{k}_{\parallel}) \pm t_{\pm}(\mathbf{k}_{\parallel}) \pm 2t_z(\mathbf{k}_{\parallel}) \cos[k_z c^*]. \quad (2)$$

Первая ветвь спектра, имеющая более низкую энергию, соответствует четной (вдоль оси z) волновой функции бислоя и в литературе называется „bonding“. Вторая соответствует нечетной волновой функции бислоя и в литературе называется „antibonding“. Соответствующая поверхность Ферми в проводящей плоскости, схематически изображенная на рис. 1, содержит четыре расщепленные ферми-дуги, показанные красными (для bonding) и фиолетовыми (для antibonding) линиями в соответствии с данными ARPES [20,21]. Согласно стандартной интерпретации магнитных осцилляций в YBCO, наблюдаемая частота соответствует замкнутому карману ПФ, закрашенному коричневым цветом на рис. 1 и образованному из ферми-дуг в результате смещения либо на вектор AFM, как на рис. 1,а, либо (что на данный момент является более распространенным мнением) на два вектора ВЗП, как изображено на рис. 1,б. В нашей интерпретации наблюдаемые осцилляции на частоте F_{α} соответствуют удвоенной разности этих бислоино расщепленных карманов, которая закрашена зеленым цветом на рис. 1.

Согласно (2), в YBCO должно быть как минимум два типа расщепления исходных частот магнитных осцилляций: большее расщепление $\Delta F_{\perp} = t_{\perp} B / (\hbar \omega_c)$, где $t_{\perp} = \langle t_{\perp}(\mathbf{k}_{\parallel}) \rangle \neq 0$ и угловые скобки означают усреднение по импульсу в плоскости \mathbf{k}_{\parallel} на ПФ, и меньшее расщепление $\Delta F_c = 2t_z B / \hbar \omega_c \ll \Delta F_{\perp} \ll f_{\alpha}$ из-за k_z дисперсии электронов, где мы также предполагаем $t_z = \langle t_z(\mathbf{k}_{\parallel}) \rangle \neq 0$. Эти два расщепления приводят к четырем фундаментальным частотам квантовых осцилляций $F_{\beta} \pm \Delta F_{\perp} \pm \Delta f_c$ с близкими амплитудами. Медленные осцилляции магнитосопротивления, возникающие из-за

этих четырех частот, приводят к гораздо более богатому набору частот, чем для ранее рассмотренных [36,37] однослойных структур, которые имели только две частоты $F_{\beta} \pm \Delta F_c$.

Металлическая проводимость вдоль i -й оси σ_i дается суммой вкладов всех карманов β и двух компонент спина s

$$\sigma_i = \sum_{\beta,s} \sigma_{i,\beta,s} = \sum_{\beta,s} e^2 g_{F\beta} D_{i,\beta}. \quad (3)$$

При низкой температуре каждый карман β вносит вклад в общую металлическую проводимость вдоль оси i при низкой температуре через произведение плотности электронных состояний $g_{F,\beta} = g_{\beta}(\epsilon = E_F)$ и коэффициента диффузии электронов $D_{i,\beta}$. Оба вносят свой вклад в осцилляции, поскольку они изменяются в зависимости от магнитного поля B_z , перпендикулярного проводящим слоям $x-y$ как [40]

$$\frac{g_{F\beta}}{g_{0\beta}} = 1 - \sum_{l=\pm 1} 2J_0 \left(2\pi \frac{\Delta F_c}{B_z} \right) \cos \left(2\pi \frac{F_{\beta} - l\Delta F_{\perp}}{B_z} \right) R_D, \quad (4)$$

где $R_D = \exp(-2\pi^2 T_D / (\hbar \omega_c))$ — фактор Дингла [41], описывающий подавление осцилляций из-за беспорядка, и J_0 — функция Бесселя. Аналогично

$$\frac{D_{i,\beta}}{D_{0i,\beta}} = 1 - B_{i,\beta} \sum_{l=\pm 1} J_0 \left(2\pi \frac{\Delta F_c}{B_z} \right) \cos \left(2\pi \frac{F_{\beta} - l\Delta F_{\perp}}{B_z} \right) R_D. \quad (5)$$

В общем случае коэффициент $B_i \neq 2$. Более того, как показывает расчет методами диаграммной техники Фейнмана [42], само выражение (5) зависит от направления i : оно различается вдоль и поперек проводящих слоев, так что коэффициент B_i может иметь слабую зависимость от магнитного поля. Подставляя (4), (5) в (3), получаем четыре типа осциллирующих слагаемых: (а) гармоники первого порядка по фактору Дингла R_D , быстро осциллирующие на частотах $\sim F_{\beta}$, (б) вторые гармоники с амплитудой $\sim R_D^2$ и частотой $\sim 2F_{\beta}$, (с) сверхмедленно осциллирующий член

$$\sigma_{\text{USIO}}(B_z) \propto J_0^2(2\pi \Delta F_c / b_z) R_D^2 \quad (6)$$

с частотой $\sim 2\Delta F_c$ и (д) медленно осциллирующий член с частотой $\sim 2\Delta F_{\perp}$

$$\sigma_{\text{SIO}}(B_z) \propto J_0^2 \left(2\pi \frac{\Delta F_c}{B_z} \right) \cos \left(4\pi \frac{\Delta F_{\perp}}{B_z} \right) R_D^2. \quad (7)$$

Последние два члена, как и вторые гармоники, имеют второй порядок по R_D . Однако как было показано в работах [35–37], они (а) намного слабее подавляются температурой и (б) в них входит другой фактор Дингла $R_D^* > R_D$. Фактор Дингла медленных (или интерференционных) осцилляций не включает макроскопические (длинноволновые) пространственные неоднородности с характерным размером больше ларморовского радиуса, которые однако сильно подавляют обычные

квантовые осцилляции из-за размытия уровня Ферми аналогично действию температуры. Как было показано экспериментально в органических металлах [36], эффективная температура Дингла T_D^* медленных осцилляций более чем в 5 раз была меньше температуры Дингла T_D стандартных квантовых осцилляций. Поэтому эти медленно осциллирующие слагаемые обычно намного заметнее, чем исходные первые гармоники квантовых осцилляций.

Сверхмедленные осцилляции, описываемые членом (6), тоже сложно наблюдать в YBCO. В интервале магнитных полей 40–100 Т, где обычно наблюдаются магнитные осцилляции в YBCO, их сложно выделить на фоне монотонной зависимости магнитосопротивления [43–45] из-за их малой частоты $2\Delta F_c \approx 90$ Т и не периодичности, поскольку функция Бесселя $J_0(x)$ не периодична при $x \sim 1$. Поэтому для наблюдения этих сверхмедленных осцилляций нужны очень чистые образцы, в которых магнитные осцилляции наблюдаются уже в более слабых полях. Тем не менее такие сверхмедленные осцилляции на частоте ~ 100 Т были обнаружены в YBCO [9].

Намного заметнее должны быть осцилляции, описываемые последним членом (7). Их преобразование Фурье показано на рис. 2 и оказывается очень похожим на экспериментальные данные в YBCO [6,7,10,12]. Имеются три равноотстоящие гармоники. Амплитуды боковых пиков более чем в 2 раза меньше центрального и дополнительно уменьшаются с уменьшением как фактора Дингла R_D , так и интервала поля, доступного в эксперименте.

Заметим, что в пределе слабого поля B_z и соответственно $2\pi\Delta F_c/B_z \gg 1$ функцию Бесселя можно заменить асимптотикой для больших значений аргумента. Тогда сверхмедленные осцилляции (6) станут периодическими по $1/B_z$, а медленные осцилляции (7) будут даваться выражением [34]:

$$\begin{aligned} B_{i,\beta} \sum_{j,l,l'=\pm 1} \cos\left(2\pi \frac{2j\Delta F_{\perp} + l(1-l')\Delta F_c}{B_z}\right) \\ = 2B_{i,\beta} \left[2 \cos\left(\frac{4\pi\Delta F_{\perp}}{B_z}\right) + \sum_{l=\pm 1} \cos\left(4\pi \frac{\Delta F_{\perp} + l\Delta F_c}{B_z}\right) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Первый член в квадратных скобках, соответствующий $l' = 1$, дает центральный пик, а последний член, соответствующий $l' = -1$, дает два боковых пика. Амплитуда центрального пика в два раза больше, потому что имеются четыре различных комбинации j, l , дающих этот член: любые j и l при $l' = 1$. Напротив, каждый боковой пик задается только двумя комбинациями j, l при $l' = -1$: $j = l$ для правого пика и $j = -l$ для левого.

Угловая зависимость расщепления частот $2\Delta F_c$, пропорциональная t_z , резко отличается от угловой зависимости $2\Delta F_{\perp}$, связанной с бислойным расщеплением t_{\perp} .

Частота $2\Delta F_c \propto t_z$ имеет сильно немонотонную зависимость от угла наклона магнитного поля θ [36]:

$$\Delta F_c(\theta) = \Delta F_c(\theta = 0) J_0(k_{Fc}^* \tan \theta) / \cos \theta, \quad (9)$$

где c^* ($= 11.65 \text{ \AA}$ для YBCO) — постоянная решетки в межслойном z -направлении, а k_F — импульс Ферми. Эта угловая зависимость имеет простую геометрическую интерпретацию [46]. Она такая же как и для частоты биений квантовых осцилляций в квазидвумерных металлах [36], но сильно отличается от стандартной косинусоидальной зависимости

$$F(\theta) = F(\theta = 0) / \cos \theta, \quad (10)$$

типичной для квазидвумерных металлов с почти цилиндрической ПФ и характерной также для частоты F_{α} [35]. Поэтому угловая зависимость трех частот, получаемых из (7) находится в соответствии с экспериментальными данными из работы [6].

Отдельного изучения требует угловая зависимость амплитуды магнитных осцилляций. В случае обычных квантовых осцилляций она является немонотонной (осциллирующей) функцией наклона магнитного поля из-за зеемановского расщепления электронов — так называемый эффект спиновых нулей. Амплитуда предложенных медленных осцилляций может иметь другую угловую зависимость. На эксперименте наблюдалась зависимость, похожая на спиновые нули, но не совсем регулярная [47]. Однако она может быть связана как с настоящим эффектом спиновых нулей, так и с эффектом ложных спиновых нулей [48], возникающим из-за взаимодействия угловых и квантовых осцилляций магнетосопротивления.

Приведенные выше формулы показывают, как интерференционные медленные осцилляции появляются в магнитосопротивлении. Их возникновение в намагниченности не так очевидно, но может появиться в результате учета рассеяния на примесях [35], электрон-электронного взаимодействия [49] и осцилляций химического потенциала [50,51].¹

3. Обсуждение

Стандартная интерпретация магнитных осцилляций в YBCO предполагает, что наблюдаемая частота F_{α} центрального пика соответствует площади замкнутого кармана ПФ, образованного из ферми-дуг перестройкой ПФ и закрашенного коричневым цветом на рис. 1. Имеются два сценария такой перестройки ПФ: (1) со смещением на вектор $Q_{AFM} = (\pi/a, \pi/b)$ антиферромагнитного упорядочения, как на рис. 1, *a*, и (2), на данный момент самое распространенное описание, со смещением на два вектора ВЗП, как изображено на рис. 1, *b*. Из-за бислойного расщепления электронного спектра на

¹ Уравнение (9) предполагает $t_z(\mathbf{k}_{\parallel}) \approx \text{const}$. Когда $t_z(\mathbf{k}_{\parallel})$ сильно зависит от направления импульса в плоскости, уравнение (9) изменяется, но остается осциллирующей функцией $k_{Fc}^* \tan \theta$ [52,54].

величину $2t_{\perp}$ каждая частота должна быть расщеплена по крайней мере на две с одинаковой амплитудой, что не наблюдается в эксперименте. Согласно нашей интерпретации, наблюдаемые осцилляции на частоте F_{α} соответствуют не площади замкнутого кармана ПФ, а удвоенной разности этих бислоино расщепленных карманов, которая закрашена зеленым цветом на рис. 1. В нашей интерпретации экспериментально наблюдаемая форма осцилляций с тремя пиками на преобразовании Фурье появляется естественным образом, без дополнительных предположений. Также угловая зависимость этих частот и их зависимость от степени легирования хорошо согласуется с нашим сценарием. Тем не менее остается вопрос, какой из двух сценариев, изображенный на рис. 1, *a* или 1, *b*, реализуется в YBCO. Хотя проще первый сценарий, основанный на перестройке ПФ из-за рассеяния на антиферромагнитном порядке, в пользу второго сценария, основанного на перестройке ПФ из-за ВЗП, имеется ряд серьезных аргументов. Во-первых, при уровне легирования $p > 0.1$, когда наблюдаются магнитные осцилляции, антиферромагнитный порядок, вероятно, уже разрушается. Во-вторых, наличие волны зарядовой плотности подтверждается экспериментами по рентгеновскому рассеянию [22–26], ядерному магнитному резонансу [27,28] и скорости звука [29]. Измерения коэффициентов Холла и Зеебека [30–32], обработанные по упрощенной теории без учета магнитного пробоя и сверхпроводящих вихрей, также указывают на наличие электронных карманов и перестройку ПФ, более близкую второму сценарию. В работах [34,35] указывалось, что предложенный сценарий „медленных осцилляций“ в YBCO не сильно зависит от природы исходных замкнутых карманов ПФ. Но за основной вероятный сценарий был принят тот, что изображен на рис. 1, *a* (см. рис. 1 в статье [35]). В настоящей работе предлагается еще сценарий, изображенный выше на рис. 1, *b*.

Возможность определить, какой из четырех сценариев реализуется в YBCO, связана с детальным количественным изучением зависимости площади карманов и их разности от уровня легирования на основе экспериментальных данных [20,21] о ПФ и ее бислоино расщепления в YBCO и зависимости векторов ВЗП от легирования, взятым, например, из работы [25]. Затем в каждом из четырех сценариев можно определить получаемую зависимость частоты F_{α} от степени легирования и сравнить с имеющимися экспериментальными данными [4,5,33]. Например, мы провели такие предварительные расчеты в первом стандартном сценарии. Они показывают, что площадь кармана изображенного на рис. 1, *a* коричневым овалом оказывается $\sim 3\%$ зоны Бриллюэна даже при уровне легирования $p = 0.06$ и быстро растет с ростом легирования до 6% зоны Бриллюэна при $p = 0.2$. То есть она существенно превышает площадь кармана, соответствующую наблюдаемой частоте магнитных осцилляций.

Финансирование

П.Д. Григорьев благодарит госзадание 0033-2019-0001 „Развитие теории конденсированного состояния вещества“. Т.И. Могилук благодарит гранты РФФИ 19-02-01000, 18-32-00205, 18-02-00280 и 18-02-01022. Работа частично поддержана фондом развития теоретической физики и математики „Базис“.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Nicolas Doiron-Leyraud, Cyril Proust, David LeBoeuf, Julien Levallois, Jean-Baptiste Bonnemaïson, Ruixing Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, Louis Taillefer. *Nature* **447**, 565 (2007).
- [2] Suchitra E. Sebastian, N. Harrison, E. Palm, T.P. Murphy, C.H. Mielke, Ruixing Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, G.G. Lonzarich. *Nature* **454**, 200 (2008).
- [3] A. Audouard, C. Jaudet, D. Vignolles, R. Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, L. Taillefer, C. Proust. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 157003 (2009).
- [4] John Singleton, Clarina de la Cruz, R.D. McDonald, Shiliang Li, Moaz Altarawneh, Paul Goddard, Isabel Franke, Dwight Rickel, C.H. Mielke, Xin Yao, Pengcheng Dai. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 086403 (2010).
- [5] S.E. Sebastian, N. Harrison, M.M. Altarawneh, C.H. Mielke, R. Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, G.G. Lonzarich. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **107**, 6175 (2010).
- [6] Suchitra E. Sebastian, N. Harrison, P.A. Goddard, M.M. Altarawneh, C.H. Mielke, Ruixing Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, O.K. Andersen, G.G. Lonzarich. *Phys. Rev. B* **81**, 214524 (2010).
- [7] Suchitra E. Sebastian, N. Harrison, Ruixing Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, C.H. Mielke, G.G. Lonzarich. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 196403 (2012).
- [8] S.E. Sebastian, N. Harrison, F.F. Balakirev, M.M. Altarawneh, P.A. Goddard, R. Liang, D.A. Bonn, W. Hardy, G.G. Lonzarich. *Nature* **511**, 61 (2014).
- [9] N. Doiron-Leyraud, S. Badoux, S. Rene de Cotret, S. Lepault, D. LeBoeuf, F. Laliberte, E. Hassinger, B.J. Ramshaw, D.A. Bonn, W.N. Hardy, R. Liang, J.-H. Park, D. Vignolles, B. Vignolle, L. Taillefer, C. Proust. *Nature Commun.* **6**, 6034 (2015).
- [10] S.E. Sebastian, N. Harrison, G.G. Lonzarich. *Rep. Prog. Phys.* **75**, 102501 (2012).
- [11] B. Vignolle, D. Vignolles, M.-H. Julien, C. Proust. *Comp. Rendus Phys.* **14**, 39 (2013).
- [12] Suchitra E. Sebastian, Cyril Proust. *Ann. Rev. Condens. Matter Phys.* **6**, 411 (2015).
- [13] S.E. Sebastian, N. Harrison, G.G. Lonzarich. *Phil. Trans. R. Soc. A* **369**, 1687 (2011).
- [14] E.A. Yelland, J. Singleton, C.H. Mielke, N. Harrison, F.F. Balakirev, B. Dabrowski, J.R. Cooper. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 047003 (2008).
- [15] A.F. Bangura, J.D. Fletcher, A. Carrington, J. Levallois, M. Nardone, B. Vignolle, P.J. Heard, N. Doiron-Leyraud,

- D. LeBoeuf, L. Taillefer, S. Adachi, C. Proust, N.E. Hussey. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 047004 (2008).
- [16] B.S. Tan, N. Harrison, Z. Zhu, F. Balakirev, B.J. Ramshaw, A. Srivastava, S.A. Sabok-Sayr, B. Dabrowski, G.G. Lonzarich, Suchitra E. Sebastian. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **112**, 9568 (2015).
- [17] A.A. Abrikosov. *Fundamentals of the theory of metals*. North-Holland (1988).
- [18] D. Shoenberg. *Magnetic oscillations in metals*. Cambridge University Press (1984).
- [19] J.M. Ziman. *Principles of the Theory of Solids*. Cambridge Univ. Press (1972).
- [20] D. Fournier, G. Levy, Y. Pennec, J.L. McChesney, A. Bostwick, E. Rotenberg, R. Liang, W.N. Hardy, D.A. Bonn, I.S. Elfimov, A. Damascelli. *Nature Phys.* **6**, 905 (2010).
- [21] S.V. Borisenko, A.A. Kordyuk, V. Zabolotnyy, J. Geck, D. Inosov, A. Koitzsch, J. Fink, M. Knupfer, B. Buchner, V. Hinkov, C.T. Lin, B. Keimer, T. Wolf, S.G. Chiuzaibaian, L. Patthey, R. Follath. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 117004 (2006).
- [22] G. Ghiringhelli, M. Le Tacon, M. Minola, S. Blanco-Canosa, C. Mazzoli, N. Brookes, G. De Luca, A. Frano, D. Hawthorn, F. He, T. Loew, M. Moretti Sala, D.C. Peets, M. Salluzzo, E. Schierle, R. Sutarto, G.A. Sawatzky, E. Weschke, B. Keimer, L. Braicovich. *Science* **337**, 821 (2012).
- [23] J. Chang, E. Blackburn, A. Holmes, N. Christensen, J. Larsen, J. Mesot, R. Liang, D. Bonn, W. Hardy, A. Watenphul, M.V. Zimmermann, E.M. Forgan, S.M. Hayden. *Nature Phys.* **8**, 871 (2012).
- [24] A.J. Achkar, R. Sutarto, X. Mao, F. He, A. Frano, S. Blanco-Canosa, M. Le Tacon, G. Ghiringhelli, L. Braicovich, M. Minola, M. Moretti Sala, C. Mazzoli, R. Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, B. Keimer, G.A. Sawatzky, D.G. Hawthorn. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 167001 (2012).
- [25] S. Blanco-Canosa, A. Frano, E. Schierle, J. Porras, T. Loew, M. Minola, M. Bluschke, E. Weschke, B. Keimer, M. Le Tacon. *Phys. Rev. B* **90**, 054513 (2014).
- [26] S. Gerber, H. Jang, H. Nojiri, S. Matsuzawa, H. Yasumura, D.A. Bonn, R. Liang, W.N. Hardy, Z. Islam, A. Mehta, S. Song, M. Sikorski, D. Stefanescu, Y. Feng, S.A. Kivelson, T.P. Devereaux, Z.-X. Shen, C.-C. Kao, W.-S. Lee, D. Zhu, J.-S. Lee. *Science* **350**, 949 (2015); H. Jang, W.-S. Lee, H. Nojiri, S. Matsuzawa, H. Yasumura, L. Nie, A.V. Maharaj, S. Gerber, Y. Liu, A. Mehta, D.A. Bonn, R. Liang, W.N. Hardy, C.A. Burns, Z. Islam, S. Song, J. Hastings, T.P. Devereaux, Z.-X. Shen, S.A. Kivelson, C.-C. Kao, D. Zhu, J.-S. Lee. *PNAS* **113**, 14645 (2016).
- [27] T. Wu, H. Mayaffre, S. Krämer, M. Horvatic, C. Berthier, W. Hardy, R. Liang, D. Bonn, M.-H. Julien. *Nature (London)* **477**, 191 (2011).
- [28] T. Wu, H. Mayaffre, S. Krämer, M. Horvatic, C. Berthier, W. Hardy, R. Liang, D. Bonn, M.-H. Julien. *Nature Commun.* **6**, 6438 (2015).
- [29] David LeBoeuf, S. Krämer, W.N. Hardy, Ruixing Liang, D.A. Bonn, C. Proust. *Nature Phys.* **9**, 79 (2013).
- [30] David LeBoeuf, Nicolas Doiron-Leyraud, Julien Levallois, R. Daou, J.-B. Bonnemaïson, N.E. Hussey, L. Balicas, B.J. Ramshaw, Ruixing Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, S. Adachi, Cyril Proust, Louis Taillefer. *Nature* **450**, 533 (2007).
- [31] S. Badoux, W. Tabis, F. Laliberte, G. Grissonnanche, B. Vignolle, D. Vignolles, J. Beard, D.A. Bonn, W.N. Hardy, R. Liang, N. Doiron-Leyraud, Louis Taillefer, Cyril Proust. *Nature* **531**, 210 (2016).
- [32] J. Chang, R. Daou, Cyril Proust, David LeBoeuf, Nicolas Doiron-Leyraud, Francis Laliberte, B. Pingault, B.J. Ramshaw, Ruixing Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, H. Takagi, A.B. Antunes, I. Sheikin, K. Behnia, Louis Taillefer. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 057005 (2010).
- [33] B.J. Ramshaw, S.E. Sebastian, R.D. McDonald, James Day, B.S. Tan, Z. Zhu, J.B. Betts, Ruixing Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy, N. Harrison. *Science* **348**, 317 (2015).
- [34] P.D. Grigoriev, T. Ziman. *JETP Lett.* **106**, 6, 371 (2017).
- [35] P.D. Grigoriev, T. Ziman. *Phys. Rev. B* **96**, 165110 (2017).
- [36] M.V. Kartsovnik, P.D. Grigoriev, W. Biberacher, N.D. Kushch, P. Wyder. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 126802 (2002).
- [37] P.D. Grigoriev. *Phys. Rev. B* **67**, 144401 (2003).
- [38] P.D. Grigoriev, A.A. Sinchenko, P. Lejay, A. Hadj-Azzem, J. Balay, O. Leynaud, V.N. Zverev, P. Monceau. *Eur. Phys. J. B* **89**, 151 (2016).
- [39] David Garcia-Aldea, S. Chakravarty. *New J. Phys.* **12**, 105005 (2010).
- [40] T. Champel, V.P. Mineev. *Phil. Mag. B* **81**, 55 (2001).
- [41] R.B. Dingle. *Proc. Roy. Soc. A* **211**, 517 (1952).
- [42] T.I. Mogilyuk, P.D. Grigoriev. *Phys. Rev. B* **98**, 045118 (2018).
- [43] P.D. Grigoriev. *Phys. Rev. B* **83**, 245129 (2011).
- [44] P.D. Grigoriev, M.V. Kartsovnik, W. Biberacher. *Phys. Rev. B* **86**, 165125 (2012).
- [45] P.D. Grigoriev. *Phys. Rev. B* **88**, 054415 (2013).
- [46] K. Yamaji. *J. Phys. Soc. Jpn.* **58**, 1520 (1989).
- [47] B.J. Ramshaw, B. Vignolle, J. Day, R. Liang, W.N. Hardy, C. Proust, D.A. Bonn. *Nature Phys.* **7**, 234 (2010).
- [48] P.D. Grigoriev, T.I. Mogilyuk. *Phys. Rev. B* **95**, 195130 (2017).
- [49] Y. Adamov, I.V. Gornyi, A.D. Mirlin. *Phys. Rev. B* **73**, 045426 (2006).
- [50] P. Grigoriev. *JETP* **92**, 1090 (2001).
- [51] T. Champel. *Phys. Rev. B* **64**, 054407 (2001).
- [52] M.V. Kartsovnik, V.N. Laukhin, S.I. Pesotskii, I.F. Schegolev, V.M. Yakovenko. *J. Phys.* **1**, 2, 89 (1992).
- [53] C. Bergemann, S.R. Julian, A.P. Mackenzie, S. NishiZaki, Y. Maeno. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2662 (2000).
- [54] P.D. Grigoriev. *Phys. Rev. B* **81**, 205122 (2010).

Редактор Т.Н. Василевская