К расчету продольной восприимчивости суперпарамагнитных частиц

© Ю.П. Калмыков, С.В. Титов*

Centre d'Etudes Fondamentales, Université de Perpignan,
66860 Perpignan Cedex, France
* Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,
141190 Фрязино, Московская обл., Россия

E-mail: kalmykov@univ-perp.fr
svt245@ire216.msk.su

(Поступила в Редакцию 10 декабря 2002 г.
В окончательной редакции 7 апреля 2003 г.)

Получены простые аналитические выражения для продольной комплексной восприимчивости $\chi_{\parallel}(\omega)$ систем невзаимодействующих суперпарамагнитных частиц с одноосной и кубической анизотропией для модели непрерывной диффузии в случаях умеренного и сильного затухания.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 01-02-16050) и INTAS (проект № 01-2341).

Однодоменные ферромагнитные частицы характеризуются внутренним анизотропным потенциалом с несколькими минимумами, разделенными барьерами. Если размеры частиц малы ($\sim 10\,\mathrm{nm}$), то барьеры относительно низкие. В этом случае вектор намагниченности $\mathbf{M}(t)$ может переориентироваться через барьеры благодаря тепловым флуктуациям. Тепловая нестабильность намагниченности обусловливает явление суперпарамагнитизма [1–3], поскольку каждая частица ведет себя как парамагнитный атом с магнитным моментом $\sim 10^4 - 10^5$ магнетонов Бора. Динамика намагниченности однодоменных ферромагнитных частиц описывается уравнением Ландау и Лифшица [4]. Гильберт в [5] предложил аналогичное уравнение. Браун в [2,6] применил эти уравнения для описания динамики намагниченности индивидуальной частицы, воспользовавшись методом уравнения Ланжевена из теории броуновского движения. В качестве уравнения Ланжевена Браун использовал уравнение Гильберта с флуктуирующим полем [5,6]

$$\dot{\mathbf{M}}(t) = \gamma\Big[\mathbf{M}(t)\times\big[\mathbf{H}(t)+\mathbf{h}(t)-\eta\dot{\mathbf{M}}(t)\big]\Big], \qquad (1)$$

где γ — гиромагнитное отношение, η — коэффициент трения; суммарное магнитное поле может состоять из внешних приложенных полей, эффективного поля магнитной анизотропии (все обоначаются $\mathbf{H}$) и случайного поля $\mathbf{h}(t)$. Из (1) Браун получил уравнением Фоккера–Планка для плотности вероятности распределения $W(\mathbf{M},t)$ намагниченности $\mathbf{M}$ [2,6]

$$\frac{\partial}{\partial t}W = L_{\mathrm{FP}}W = \frac{1}{2\tau_N} \times\Big\{\beta\big[\alpha^{-1}\mathbf{u}\cdot(\nabla V\times\nabla W)+\nabla(W\nabla V)\big]+\Delta W\Big\}. \qquad (2)$$

Здесь L_{FP} — оператор Фоккера–Планка, Δ и ∇ — операторы Лапласа и градиента на поверхности единичной сферы, V — плотность свободной энергии частицы, $\mathbf{u}$ — единичный вектор вдоль вектора намагниченности $\mathbf{M}$, $\beta = v/kT$, v — объем частицы, k — постоянная Больцмана, T — температура, $\tau_N = \beta M_s(1+\alpha^2)/(2\gamma\alpha)$ — характеристическое (диффузионное) время, M_s — намагниченность материала частицы, $\alpha = \gamma\eta M_s$ — безразмерный коэффициент затухания, характеризующий интенсивность тепловых флуктуаций. При выводе (1) предполагалось, что намагниченность всегда однородна и изменяется только ее направление (но не величина); кроме того, не учитывались межчастичные взаимодействия и эффекты памяти. Детальное обсуждение области применимости уравнений Гильберта (1) и Фоккера–Планка (2) можно найти, например, в [7,8]. Уравнение (2) может быть формально решено методом разложения функции распределения W в ряд по сферическим гармоникам $Y_{l,m}(\vartheta,\varphi)$ [7,9] (ϑ и φ — полярный и азимутальный углы соответственно). В этом случае задача сводится к решению бесконечной системы рекуррентных уравнений для усредненных сферических гармоник (моментов) [9]. Эквивалентную моментную систему уравнений можно также получить путем усреднения уравнения Гильберта (1) без использования уравнения Фоккера–Планка [10,11].

Кинетика намагниченности однодоменных частиц определяется в основном типом анизотропии свободной энергии V. В данной работе рассматриваются два типа анизотропии. Первый — соответствует одноосным часитцам, находящимся во внешнем постоянном магнитном поле $\mathbf{H}_0$ (предполагается, что $\mathbf{H}_0$ направлено вдоль оси симметрии внутреннего потенциала частицы). В этом случае плотность свободной энергии имеет вид [6]

$$\beta V(\vartheta) = -\sigma\cos^2\vartheta - \xi\cos\vartheta, \qquad (3)$$

где $\sigma = vK/(kT)$, $\xi = vM_sH_0/(kT)$, K — константа анизотропии. Второй случай соответствует кубической анизотропии, для которой плотность свободной энергии имеет вид [6]

$$\beta V(\vartheta, \varphi) = \sigma'(\sin^4\vartheta \sin^2 2\varphi + \sin^2 2\vartheta), \tag{4}$$

где $\sigma' = vK/(4kT)$ — безразмерный параметр анизотропии, который может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Кинетические характеристики намагниченности одноосных частиц исследовались, например, в [2,6,12–22]. В частности, собственные значения оператора Фоккера–Планка (2) изучались в [2,6,12,19]. Точное выражение для времени релаксации τ продольной намагниченности было выведено в [13,14]. Продольная комплексная восприимчивость и время релаксации τ были рассчитаны в [15] на основе метода непрерывных матричных дробей. В случае кубической анизотропии ранее применялось главным образом приближение дискретных ориентаций и исследовались асимптотические решения уравнения Фоккера–Планка (2) (например, [6,9,23–27]). В недавних работах [28–31] с помощью метода матричных непрерывных дробей рассчитаны время релаксации τ продольной компоненты намагниченности и динамическая магнитная восприимчивость $\chi_\parallel(\omega)$ частиц с кубической анизотропией.

В данной работе предложены простые расчетные формулы для продольной комплексной магнитной восприимчивости $\chi_\parallel(\omega)$ систем невзаимодействующих однодоменных частиц с одноосной и кубической анизотропией в случае умеренного и сильного затухания ($\alpha \geq 1$), когда можно пренебречь влиянием поперечных мод на продольную релаксацию. Показано, что эти формулы хорошо согласуются с численными решениями, полученными на основе матричных непрерывных дробей [15,29,30].

1. Продольная релаксация намагниченности

В соответствии с теорией линейной реакции [32] продольная компонента тензора комплексной магнитной восприимчивости $\chi_\parallel(\omega)$ определяется следующим выражением:

$$\chi_\parallel(\omega) = \chi'_\parallel(\omega) - i\chi''_\parallel(\omega) = \chi_\parallel\left[1 - i\omega\int_0^\infty e^{-i\omega t} C_\parallel(t)\,dt\right], \tag{5}$$

где

$$C_\parallel(t) = \frac{\langle\cos\vartheta(0)\cos\vartheta(t)\rangle_0 - \langle\cos\vartheta(0)\rangle_0^2}{\langle\cos^2\vartheta(0)\rangle_0 - \langle\cos\vartheta(0)\rangle_0^2} \tag{6}$$

— равновесная нормированная автокорреляционная функция продольной компоненты намагниченности $\mathbf{M}$,

$$\chi_\parallel = \frac{v^2 M_s^2 N_0}{kT}\left[\langle\cos^2\vartheta(0)\rangle_0 - \langle\cos\vartheta(0)\rangle_0^2\right] \tag{7}$$

— продольная компонента тензора статической магнитной восприимчивости, N_0 — концентрация частиц. Угловые скобки $\langle\,\rangle_0$ обозначают равновесное усреднение по ансамблю.

Согласно (5), для нахождения $\chi_\parallel(\omega)$ необходимо определить спектр (одностороннее преобразование Фурье) равновесной автокорреляционной функции $C_\parallel(t)$. Таким образом, спектр $\chi_\parallel(\omega)$ полностью определяется временно́й эволюцией функции $C_\parallel(t)$. В свою очередь поведение функции $C_\parallel(t)$ во временно́й области определяется кинетикой намагниченности частицы и характеризуется тремя временны́ми постоянными. Изменение $C_\parallel(t)$ на больших временах определяется долгоживущими релаксационными модами, которые обусловливают переориентации намагниченности $\mathbf{M}$ между метастабильными состояниями. Этот (низкочастотный) процесс характеризуется наименьшим собственным значением λ_1 оператора Фоккера–Планка L_{FP} из (2). Релаксация $C_\parallel(t)$ на малых временах обусловлена высокочастотными „внутриямными“ (intrawell) модами и характеризуется эффективным временем релаксации τ^{eff}, задаваемым как

$$\tau^{\mathrm{eff}} = -1/\dot{C}_\parallel(0). \tag{8}$$

Для характеристики эволюции $C_\parallel(t)$ в целом служит интегральное время релаксации τ (совпадающее с временем корреляции $C_\parallel(t)$), которое определяется как площадь под кривой $C_\parallel(t)$

$$\tau = \int_0^\infty C_\parallel(t)\,dt. \tag{9}$$

Времена τ^{eff} и τ могут быть также выражены через собственные значения λ_k оператора Фоккера–Планка L_{FP}. Учитывая формальное представление функции $C_\parallel(t)$ по релаксационным модам

$$C_\parallel(t) = \sum_k c_k e^{-\lambda_k t}, \tag{10}$$

из (8)–(10) получаем

$$\tau^{\mathrm{eff}} = \left(\sum_k \lambda_k c_k\right)^{-1}, \qquad \tau = \sum_k c_k/\lambda_k. \tag{11}$$

Здесь $\sum_k c_k = 1$. В общем случае зависимости времен τ, τ^{eff} и $1/\lambda_1$ от параметров задачи (таких как напряженность внешнего поля, константа анизотропии) могут быть весьма различны [15].

Как видно из (11), все собственные значения λ_k вносят вклад в τ^{eff} и τ. Поэтому использовать выражения (11) для расчетов τ^{eff} и τ затруднительно. Расчеты удобнее проводить непосредственно по формулам (8) и (9). Расчетная формула для эффективного времени релаксации τ^{eff} из (8) для анизотропии произвольного типа может быть получена из уравнения Гильберта для средней намагниченности, записанного в полярных координатах,

$$2\tau_N \frac{d}{dt}\cos\vartheta = -2\cos\vartheta + \beta\sin\vartheta\frac{\partial V}{\partial\vartheta} - \frac{\beta}{\alpha}\frac{\partial V}{\partial\varphi}. \tag{12}$$

Из (12) следует, что

$$\left\langle \cos\vartheta \, \frac{d}{dt} \, \cos\vartheta \right\rangle_0 = -\frac{1}{\tau_N} \left\langle \cos^2\vartheta - \frac{\beta \sin 2\vartheta}{4} \, \frac{\partial V}{\partial \vartheta} + \frac{\beta}{2\alpha} \cos\vartheta \, \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right\rangle_0 = -\frac{1}{2\tau_N} \left(1 - \langle \cos^2\vartheta \rangle_0\right). \qquad (13)$$

Таким образом, из (6), (8) и (13) получаем

$$\tau^{\text{eff}} = 2\tau_N \, \frac{\langle \cos^2\vartheta \rangle_0 - \langle \cos\vartheta \rangle_0^2}{1 - \langle \cos^2\vartheta \rangle_0}. \qquad (14)$$

Для частного случая одноосных частиц формула (14) была получена в [33]. Интегральное время релаксации τ выражается в квадратурах только для произвольного аксиально-симметричного потенциала V [14,34]

$$\tau = \int\limits_0^\infty C_\parallel(t) dt = \frac{2\tau_N}{Z\left(\langle \cos^2\vartheta \rangle_0 - \langle \cos\vartheta \rangle_0^2\right)} \times \int\limits_{-1}^{1} \left[\int\limits_{-1}^{z} \left(z' - \langle \cos\vartheta \rangle_0\right) e^{-\beta V(z')} \, dz' \right]^2 \frac{e^{\beta V(z)}}{1 - z^2} \, dz. \qquad (15)$$

Здесь

$$Z = \int\limits_{-1}^{1} e^{-\beta V(x)} \, dx,$$

$$\langle \cos^n \vartheta \rangle_0 = \frac{1}{Z} \int\limits_{-1}^{1} x^n \, e^{-\beta V(x)} \, dx, \qquad (n = 1, 2). \qquad (16)$$

Для произвольной анизотропии подобная аналитическая формула для τ до сих пор не получена. Тем не менее τ может быть найдено из (9) численно [15,21,29–31].

2. Оценочное выражение для магнитной восприимчивости

Используя свойства преобразования Фурье, можно получить из (5), (8) и (9) следующие выражения для продольной восприимчивости $\chi_\parallel(\omega)$ в предельных случаях низких ($\omega \to 0$) и высоких ($\omega \to \infty$) частот:

$$\frac{\chi_\parallel(\omega)}{\chi_\parallel} = 1 - i\omega \int\limits_0^\infty C_\parallel(t) \, dt + O(\omega^2) = 1 - i\omega\tau + O(\omega^2), \qquad (17)$$

$$\frac{\chi_\parallel(\omega)}{\chi_\parallel} \sim -\frac{\dot{C}_\parallel(0)}{i\omega} + O(\omega^{-2}) = -\frac{i}{\omega\tau^{\text{eff}}} + O(\omega^{-2}). \qquad (18)$$

Согласно (17) и (18), низкочастотная и высокочастотная части спектра магнитных потерь $\chi''_\parallel(\omega)$ определяются временами τ и τ^{eff} соответственно. Следует заметить, что асимптотические выражения (17) и (18) носят общий характер и справедливы для произвольной системы невзаимодействующих суперпарамагнитных частиц.

В общем случае корреляционная функция $C_\parallel(t)$, согласно (10), представляется в виде бесконечного набора экспоненциально затухающих мод с характеристическими частотами, равными собственным значениям λ_k. В бистабильных и мультистабильных потенциалах (какими являются, например, свободная энергия одноосных и кубических кристаллов) собственные значения λ_k разделяются на два класса. К первому классу относятся собственные значения (иногда это только одно собственное значение λ_1, как для одноосных частиц [12,19]), которые характеризуют долгоживущие продольные моды, связанные с переориентациями намагниченности через потенциальные барьеры. С уменьшением температуры (увеличением барьеров) такие собственные значения экспоненциально стремятся к нулю, так что $\lambda_1\tau_N \ll 1$. Ко второму классу относятся все остальные собственные значения, которые характеризуют высокочастотные „внутриямные“ моды. С уменьшением температуры характеристические частоты этих мод увеличиваются, при этом основной вклад в восприимчивость вносит несколько мод с близкими частотами [15,19]. Учитывая, что в случае умеренного и сильного затухания для одноосной и кубической анизотропии имеется именно такое поведение собственных значений [15,19,24–26] и что диффузионные процессы внутри потенциальной ямы происходят гораздо быстрее, чем переходы через барьер, для описания эволюции корреляционной функции $C_\parallel(t)$ из (10) используем следующее выражение:

$$C_\parallel(t) \approx \Delta_1 e^{-\lambda_1 t} + (1 - \Delta_1) \, e^{-t/\tau_W}. \qquad (19)$$

Соответственно спектр $\chi_\parallel(\omega)$ может быть представлен в виде суммы двух лоренцианов с характеристическими частотами λ_1 и τ_W^{-1}

$$\frac{\chi_\parallel(\omega)}{\chi_\parallel} = \frac{\Delta_1}{1 + i\omega/\lambda_1} + \frac{1 - \Delta_1}{1 + i\omega\tau_W}. \qquad (20)$$

Здесь параметры Δ_1 и τ_W определяются из сопоставления (19) и (20) в пределах случая низких ($\omega \to 0$) и высоких ($\omega \to \infty$) частот с точными асимптотическими соотношениями (17) и (18)

$$\Delta_1 = \frac{\tau/\tau^{\text{eff}} - 1}{\lambda_1\tau - 2 + 1/(\lambda_1\tau^{\text{eff}})}, \qquad (21)$$

$$\tau_W = \frac{\lambda_1\tau - 1}{\lambda_1 - 1/\tau^{\text{eff}}}. \qquad (22)$$

(Δ_1 и τ_W получаются из решения квадратного уравнения, у которого только один корень имеет физический смысл). Таким образом, сделав независимые оценки τ, τ^{eff} и λ_1, можно рассчитать Δ_1 и τ_W и на основе (20)–(22) предсказать спектр $\chi_\parallel(\omega)$ во всем частотном диапазоне $0 \le \omega < \infty$.

Следует отметить, что для суперпарамагнитной частицы с произвольной анизотропией вклад высокочастотных „внутриямных“ мод в (20) может быть аппроксимирован одним лоренцианом только при средних и больших значениях параметра затухания, $\alpha \geq 1$, так как только в этом случае можно пренебречь влиянием поперечных мод на продольный отклик. Одноосная частица в наложенном внешнем постоянном поле $\mathbf{H}_0$, совпадающем с осью анизотропии, является исключением. Здесь $\chi_\parallel(\omega)$, τ, τ^{eff} и $1/\lambda_1$ не зависят явно от α.

3. Одноосные частицы

Комплексная продольная восприимчивость одноосных частиц с плотностью свободной энергии V из (3) была рассчитана в [15] с использованием точного решения (в терминах матричных непрерывных дробей) бесконечной системы рекуррентных уравнений для продольных корреляционных функций $f_n(t)$

$$\frac{2\tau_N}{n(n+1)}\frac{d}{dt}f_n(t)+\left[1-\frac{2\sigma}{(2n-1)(2n+3)}\right]f_n(t)$$

$$=\frac{\xi}{2n+1}\left[f_{n-1}(t)-f_{n+1}(t)\right]+2\sigma\left[\frac{n-1}{(2n-1)(2n+1)}f_{n-2}(t)\right.$$

$$\left.-\frac{n+2}{(2n+1)(2n+3)}f_{n+2}(t)\right],\quad n=1,2,\ldots, \qquad (23)$$

где

$$f_n(t)=\langle\cos\vartheta(0)P_n[\cos\vartheta(t)]\rangle_0 - \langle\cos\vartheta(0)\rangle_0\langle P_n[\cos\vartheta(0)]\rangle_0,$$

$P_n(z)$ — полиномы Лежандра. Определив $f_1(t)/f_1(0) \equiv \equiv C_\parallel(t)$, можно рассчитать из (5) комплексную восприимчивость [15]. Наименьшее собственное значение λ_1 оператора Фоккера–Планка может быть найдено из системы рекуррентных уравнений (23), записанной в матричном виде [15]

$$\dot{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{X}, \qquad (24)$$

где $\hat{\mathbf{A}}$ — пятидиагональная матрица, $\mathbf{X}$ — вектор, состоящий из функций $f_n(t)$. Эффективное время релаксации τ^{eff} может быть рассчитано из (14) через

Численные значения τ (15), τ^{eff} (14), $1/\lambda_1$ (23) и τ_W (22)

$\sigma = 10$	$\xi = 0$	$\xi = 2$	$\xi = 5$	$\xi = 10$
τ_N/λ_1	693.9	232.5	26.82	2.265
τ/τ_N	691.0	224.1	3.398	0.0386
$\tau^{\mathrm{eff}}/\tau_N$	16.64	1.690	0.0565	0.0384
τ_W/τ_N	0.0714	0.0615	0.0495	0.0384
$\xi = 2$	$\sigma = 1$	$\sigma = 5$	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$
τ_N/λ_1	0.9763	6.387	232.5	16484
τ/τ_N	0.8912	5.720	224.1	16221
$\tau^{\mathrm{eff}}/\tau_N$	0.7528	1.097	1.610	2.366
τ_W/τ_N	0.2866	0.1383	0.0615	0.0377

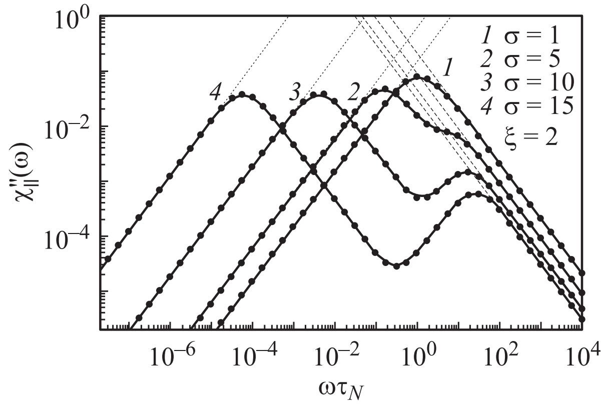

Рис. 1. $\chi''_\parallel(\omega)$ для $\xi = 2$ и различных значений σ. Сплошные линии — точное решение методом непрерывных матричных дробей [15], точки — расчет по формуле (20) со значениями $\tau, \tau^{\mathrm{eff}}$ и $1/\lambda_1$ из таблицы, пунктирные и штриховые линии — низкочастотные и высокочастотные асимптоты (уравнения (15), (17) и (14), (18) соответственно).

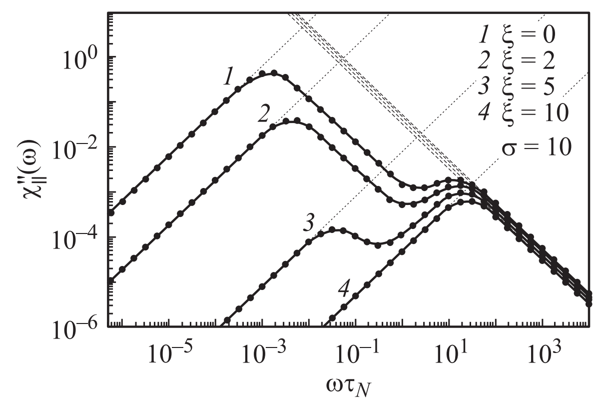

Рис. 2. То же, что на рис. 1, для $\sigma = 10$ и различных значений ξ.

равновесные средние (16) для заданного потенциала (3). Наконец, интегральное время релаксации τ можно рассчитать по аналитической формуле (15).

Сравнение результатов расчетов спектров мнимой части комплексной восприимчивости $\chi''(\omega)$ одноосных частиц, выполненных с помощью матричных непрерывных дробей [15] и по приближенным формулам (20)–(22), при различных значениях параметров ξ и σ и значений $1/\lambda_1$, τ и τ^{eff} из таблицы представлено на рис. 1 и 2 (при расчетах полагалось $v^2M_s^2N_0/kT = 1$). В спектре $\chi''(\omega)$ ярко выражены две полосы. Частота и полуширина низкочастотной полосы определяются λ_1. Высокочастотная полоса обусловлена высокочастотными „внутриямными“ модами. Несмотря на большое количество таких мод, участвующих в релаксационном процессе, эта полоса хорошо аппроксимируется одной кривой лоренцевского типа. Как видно из рис. 1 и 2, приближенное соотношение (20) хорошо описывает точное решение [15] (максимальное расхождение в результатах всего лишь порядка 5% наблюдается в диапазоне $0.1 < \omega\tau_N < 10$). Расчеты также показали, что имеется хорошее согласие между точным и приближенным решениями для вещественной части $\chi_\parallel(\omega)$. Подобное согласие было получено для значений параметров $0 \le \sigma$, $\xi < 100$.

4. Кубическая анизотропия

Продольная восприимчивость частиц с кубической анизотропией (4) была рассчитана в [28–30] с помощью матричных непрерывных дробей путем точного решения бесконечной системы рекуррентных уравнений для равновесных корреляционных функций $c_{l,m}(t) = \langle \cos\vartheta(0) Y_{l,m}[\vartheta(t), \varphi(t)]\rangle_0$. В случае $\alpha \gg 1$ эта система может быть записана в виде

$$\tau_N \frac{d}{dt} c_{l,m}(t) = \sum_{s=-1}^{1} \sum_{r=-2}^{2} d_{l,m,l+2r,m+4s}\, c_{l+2r,m+4s}(t) \qquad (25)$$

(в явном виде $d_{n,m,r,s}$ приведены в [29,30]). Продольная восприимчивость задается (5), где $C_\parallel(t) = c_{1,0}(t)/c_{1.0}(0)$, а статическая восприимчивость $\chi_\parallel = v^2 M_s^2 N_0/(3kT)$, так как в силу свойств симметрии

$$\langle \cos^2\vartheta\rangle_0 = 1/3. \qquad (26)$$

Эффективное время релаксации τ^{eff} может быть рассчитано из уравнения (14). Таким образом, с учетом (26) получаем

$$\tau^{\text{eff}} = \tau_N. \qquad (27)$$

Зависимость времени релаксации τ от σ' детально исследовалась в [29,30], где, в частности, было показано, что в случаях умеренного и сильного затухания $\tau \approx \lambda_1^{-1}$ при всех температурах, т.е. поведение τ определяется главным образом наиболее низкочастотной релаксационной модой. Точные значения λ_1 и $\tau_\parallel$ могут быть рассчитаны из рекуррентного уравнения (25), представленного в матричной форме (24), или с помощью матричных непрерывных дробей [29,30]. В рассматриваемом случае кубической анизотропии значения λ_1^{-1} могут быть также рассчитаны по приближенным формулам [35]

$$\lambda_1^{-1} \approx \tau_N \frac{(e^{\sigma'} - 1)}{\sigma'} \left[\frac{\pi}{8\sqrt{2}} + \left(1 - \frac{\pi}{8\sqrt{2}}\right) 2^{-\sigma'}\right] \qquad (28)$$

для $\sigma' \ge 0$ и

$$\lambda_1^{-1} \approx -3\tau_N \frac{(e^{-\sigma'/3} - 1)}{\sigma'} \left[\frac{\pi}{4\sqrt{2}} + \left(1 - \frac{\pi}{4\sqrt{2}}\right) 2^{\sigma'/3}\right] \qquad (29)$$

для $\sigma' \le 0$. Уравнения (28) и (29) служат хорошей аппроксимацией как для λ_1^{-1}, так и для τ во всем диапазоне изменения параметра σ' [35]. Кроме того, амплитуда Δ_1 и время τ_W в (20) могут быть также оценены (для $|\sigma'| > 3$) из простых выражений [35]

$$\Delta_1 \approx 1 - 1/4\sigma', \qquad \tau_W \approx \tau_N/(4\sigma') \qquad (30)$$

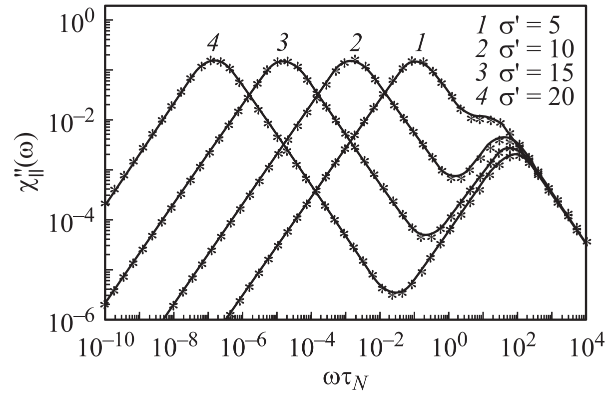

Рис. 3. $\chi''_\parallel(\omega)$ как функция $\omega\tau_N$ для различных значений σ' ($\sigma' > 0$). Сплошные линии — точное решение методом непрерывных матричных дробей [29,30]; звездочки — расчет по формулам (20), (28) и (30).

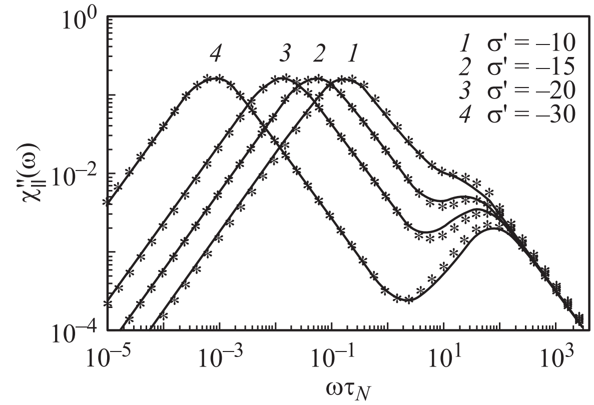

Рис. 4. То же, что на рис. 3, для различных значений σ' ($\sigma' < 0$). Звездочки — расчет по формулам (20), (29) и (31).

для положительной константы анизотропии и

$$\Delta_1 \approx 1 - 3/(8|\sigma'|), \qquad \tau_W \approx 3\tau_N/(8|\sigma'|) \qquad (31)$$

для отрицательной константы анизотропии.

В случае кубической анизотропии сопоставление расчетов спектров $\chi''(\omega)$ по приближенным и точным формулам при различных значениях σ' представлено на рис. 3 и 4, из которых видно, что приближенное выражение (20) хорошо описывает спектры $\chi''(\omega)$ как в случае положительной, так и в случае отрицательной константы анизотропии. В соответствии с (20) каждая полоса (низкочастотная и высокочастотная) эффективно аппроксимируется одной релаксационной модой. Как показали расчеты, приближенная формула (20) работает достаточно хорошо даже в случае малых значений параметра σ' ($1 \le |\sigma'| \le 3$).

Таким образом, разработан простой метод расчета продольной магнитной восприимчивости $\chi_\parallel(\omega)$ систем суперпарамагнитных частиц с одноосной и кубической анизотропией в случае умеренного и сильного затухания. Показано, что учет трех временны́х констант, характеризующих магнитную релаксацию, а именно времени корреляции τ, эффективного времени релаксации τ^{eff} и обратной величины наименьшего собственного значения оператора Фоккера–Планка λ_1, достаточен для предсказания спектра $\chi_{\parallel}(\omega)$ в широком частотном диапазоне. Кроме того, как показали расчеты, формула (20) может быть использована и для частиц с другими типами анизотропии (например, кубические кристаллы в сильном постоянном магнитном поле). Эти результаты предполагается опубликовать в другом месте.

Благодарим В.Т. Коффи (Тринити Колледж, Дублин) за полезные замечания.

Список литературы

[1] L. Néel. Ann. Geophys. **5**, 99 (1949).
[2] W.F. Brown, Jr. Phys. Rev. **130**, 1677 (1963).
[3] C.P. Bean, J.D. Livingston. Suppl. J. Appl. Phys. **30**, 1205 (1959).
[4] L.D. Landau, E.M. Lifchitz. Phys. Z. Sowjectunion **8**, 153 (1935).
[5] T.L. Gilbert. Phys. Rev. **100**, 1243 (1956).
[6] W.F. Brown, Jr. IEEE Trans. Mag. **15**, 1196 (1979).
[7] Yu.L. Raikher, M.I. Shliomis. Adv. Chem. Phys. **87**, 595 (1994).
[8] I. Klik, L. Gunther. J. Stat. Phys. **60**, 473 (1990).
[9] L.J. Geoghegan, W.T. Coffey, B. Mulligan. Adv. Chem. Phys. **100**, 475 (1997).
[10] Yu.P. Kalmykov, S.V. Titov. Phys. Rev. Lett. **82**, *14*, 2967 (1999).
[11] Ю.П. Калмыков, С.В. Титов. ФТТ **41**, *11*, 2020 (1999).
[12] A. Aharoni. Phys. Rev. **177**, *2*, 763 (1969).
[13] Д.А. Гаранин, В.В. Ищенко, Л.В. Панина. ТМФ **82**, 242 (1990).
[14] D.A. Garanin. Phys. Rev. **E54**, *4*, 3250 (1996).
[15] W.T. Coffey, D.S.F. Crothers, Yu.P. Kalmykov, J.T. Waldron. Phys. Rev. B **51**, *22*, 15 947 (1995).
[16] Э.К. Садыков, А.Г. Исавнин. ФТТ **38**, 2104 (1996).
[17] Yu.L. Raikher, V.I. Stepanov. Phys. Rev. B **55**, *22*, 15 005 (1997).
[18] Yu.L. Raikher, V.I. Stepanov, A.N. Grigirenko, P.I. Nikitin. Phys. Rev. B **56**, *11*, 6400 (1997).
[19] I. Klik, Y.D. Yao. J. Magn. Magn. Mater. **182**, 335 (1998).
[20] J.L. Garcia-Palacios. Adv. Chem. Phys. **112**, 1 (2000).
[21] Ю.П. Калмыков, С.В. Титов. ФТТ **40**, *9*, 1642 (1998).
[22] Ю.П. Калмыков, С.В. Титов. ФТТ **42**, 2020 (2000).
[23] A. Aharoni. Phys. Rev. B **7**, *3*, 1103 (1973).
[24] D.A. Smith, F.A. de Rosario. J. Magn. Magn. Mater. **3**, 219 (1976).
[25] I. Eisenshtein, A. Aharoni. Phys. Rev. B **16**, *3*, 1278 (1977).
[26] I. Eisenshtein, A. Aharoni. Phys. Rev. B **16**, *3*, 1285 (1977).
[27] I. Klik, L. Gunther. J. Appl. Phys. **67**, 4505 (1990).
[28] Ю.П. Калмыков, С.В. Титов. ФТТ **40**, *10*, 1898 (1998).
[29] Yu.P. Kalmykov, S.V. Titov, W.T. Coffey. Phys. Rev. B **58**, *6*, 3267 (1998).
[30] Ю.П. Калмыков, С.В. Титов. ЖЭТФ **115**, 101 (1999).
[31] Yu.P. Kalmykov. Phys. Rev. B **61**, *9*, 6205 (2000).
[32] D. Forster. Hydrodynamic Fluctuations, Broken Symmetry, and Correlation Functions. Benjamin, Reading, MA (1975).
[33] W.T. Coffey, P.J. Cregg, Yu.P. Kalmykov. Adv. Chem. Phys. **83**, 263 (1993).
[34] Yu.P. Kalmykov, J.L. Déjardin, W.T. Coffey. Phys. Rev. **E55**, *3*, 2509 (1997).
[35] J.L. Déjardin, Yu.P. Kalmykov. J. Chem. Phys. **111**, 3644 (1999).