

06

## Фазово-модулированный двухкомпонентный импульс в диспергирующей среде

© Г.Т. Адамашвили

Грузинский технический университет,  
0160, Тбилиси, Грузия

e-mail: guram\_adamashvili@ymail.com

Поступила в редакцию 28.03.2019 г.

В окончательной редакции 18.04.2019 г.

Принята к публикации 20.06.2019 г.

Построена теория оптического двухкомпонентного импульса самоиндуцированной прозрачности в диспергирующей среде. Используя обобщенную версию метода пертурбативного разложения, система материальных уравнений для ансамбля двухуровневых атомов и волновое уравнение в диспергирующей среде сводятся к связанным нелинейным уравнениям Шредингера. Получено решение в форме фазово-модулированного двухкомпонентного  $0\pi$ -импульса, компоненты которого осциллируют на суммарной и разностной частотах в окрестности частоты несущей волны. Приведены явные аналитические выражения для параметров и условий формирования нелинейной волны, которые зависят от дисперсионных свойств среды. В частном случае получены известные результаты.

**Ключевые слова:** самоиндуцированная прозрачность, импульс, дисперсия, солитон.

DOI: 10.21883/OS.2019.11.48518.125-19

### Введение

При нелинейном когерентном взаимодействии оптического импульса с содержащимися в среде оптическими примесными резонансными атомами или полупроводниковыми квантовыми точками (ПКТ) может иметь место эффект самоиндуцированной прозрачности (СИП), когда длительность импульса значительно короче времен поперечной и продольной релаксаций резонансных атомов. В этих условиях могут формироваться резонансные нелинейные уединенные волны СИП с неизменным профилем [1].

Важным параметром СИП является площадь огибающей импульса  $\Theta$ , которая характеризует интенсивность взаимодействия света с веществом и определяет вид импульса СИП. Согласно теореме площадей Мак-Колла и Хана, когда площадь импульса превышает  $\pi$ , образуется оптический  $2\pi$ -импульс (гиперболический секанс), а для импульса малой интенсивности, когда  $\Theta \ll 1$ , может формироваться резонансный оптический  $0\pi$ -импульс как в поглощающей, так и в инверсно-заселенной средах [2–11]. Несмотря на то что  $2\pi$ - и  $0\pi$ -импульсы являются совершенно разными нелинейными резонансными волнами с абсолютно различными характеристиками и условиями формирования, эти импульсы обладают и общим свойством, а именно оба эти импульса являются скалярными однокомпонентными нелинейными волнами. Свойства резонансных однокомпонентных нелинейных волн СИП в различных средах и разнообразных физических ситуациях на протяжении длительного времени исследовались достаточно подробно [12–14].

Однако скалярные однокомпонентные нелинейные импульсы не являются единственно возможными нелинейными импульсами СИП. Недавно было показано, что наряду со скалярными однокомпонентными нелинейными волнами также может формироваться и двухкомпонентный импульс СИП [15,16]. Эта нелинейная волна представляет собой два связанных волновых пакета, которые распространяются с одинаковыми скоростями и осциллируют на суммарной и разностной частотах в окрестности частоты несущей волны  $\omega$ . Ввиду того, что составляющие нелинейный импульс волновые пакеты имеют идентичные поляризации, эту двухкомпонентную (векторную) волну СИП можно рассмотреть как фазово-модулированный нелинейный импульс с нулевой площадью огибающей импульса (векторный  $0\pi$ -импульс). В результате профили скалярного и векторного  $0\pi$ -импульсов существенно отличаются друг от друга. Как и однокомпонентные  $2\pi$ - и  $0\pi$ -импульсы, двухкомпонентный векторный  $0\pi$ -импульс может распространяться через резонансно-поглощающую среду без существенных энергетических потерь, т.е. также имеет свойство просветления резонансной среды [15,16].

В терминах теории солитонов однокомпонентные  $2\pi$ - и  $0\pi$ -импульсы СИП являются скалярными солитоном и бризером, а резонансный двухкомпонентный  $0\pi$ -импульс является векторным солитоном, так как является решением связанных нелинейных уравнений Шредингера, хотя и имеет специфическую особенность — осциллирует на суммарной и разностной частотах.

При теоретическом описании явления СИП следует исходить из системы уравнений Блоха-Максвелла для медленно меняющихся огибающих напряженности элек-

трического поля импульса и поляризации оптических атомов (ПКТ), когда длительность импульса  $T \gg 1/\omega$ . При анализе этих уравнений для изучения свойств однокомпонентных скалярных  $2\pi$ - и  $0\pi$ -импульсов СИП обычно ограничиваются в волновом уравнении первыми производными напряженности электрического поля волны по временной и пространственной переменным, пренебрегая соответствующими вторыми производными. Тем не менее вполне возможно получить все известные результаты СИП [1–8,17]. Учет вклада от вторых производных приводит лишь к относительно малым поправкам для параметров однокомпонентных импульсов СИП [18,19].

Однако относительно недавно было показано, что учет в волновом уравнении вторых производных напряженности электрического поля волны по временной и пространственной переменным может привести и к качественно новым результатам [15,16]. Это становится возможным при условии более общего рассмотрения явления СИП и соответствующих уравнений, если применить обобщенную версию метода пертурбативного разложения (см. (7)). С помощью такого разложения становится возможным расширить число характеризующих волновой процесс параметров, получить связанное состояние двух волновых пакетов и как результат получить векторный  $0\pi$ -импульс СИП.

Изучение свойств резонансных нелинейных волн в различных средах относится к числу основных задач теории нелинейных оптических волн. В диспергирующих средах свойства скалярных однокомпонентных солитонов и бризеров изучены достаточно подробно [2,13,18,19]. При этом, хотя свойства двухкомпонентных векторных  $0\pi$ -импульсов СИП рассмотрены во многих системах и в различных физических ситуациях [15,16,20–22] как для плоских, так и поверхностных и волноводных мод, их свойства в диспергирующих средах не были изучены. Цель настоящей работы исследовать именно этот вопрос.

## Вывод уравнений

Рассмотрим процесс формирования оптического векторного  $0\pi$ -импульса СИП в изотропной диспергирующей среде второго порядка. В общем случае в кристаллах и наноструктурах эффекты, связанные с дисперсией, исследуют с помощью тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ij}(z, t)$ , который зависит от времени  $t$  и пространственной координаты  $z$ , где  $i, j = x, y, z$ . Но в изотропных средах тензор диэлектрической проницаемости упрощается и трансформируется к виду  $\varepsilon_{ij}(z, t) = \varepsilon(z, t)\delta_{ij}$ , где  $\varepsilon(z, t)$  является скалярной функцией,  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Рассматривается модель, когда в диспергирующую матрицу внедряется малая концентрация  $n_0$  примесных оптических атомов или ПКТ. Предположим, что оптическая линейно-поляризованная вдоль оси  $x$  волна

(с длительностью  $T$ , частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$  несущей волны) распространяется вдоль положительного направления оси  $z$ .

Волновое уравнение для  $x$ -компоненты напряженности электрического поля импульса  $\mathbf{E}(E, 0, 0)$  в диспергирующей среде имеет вид [23]

$$-C^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \varepsilon(z_1, t_1) \times E(z - z_1, t - t_1) dz_1 dt_1 + 4\pi \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где  $C$  — скорость света в вакууме.  $P = n_0 \mu s_1$  является  $x$ -компонентой вектора поляризации системы двухуровневых атомов или ПКТ,  $\mu$  — электродипольный момент для соответствующих квантовых переходов оптических атомов или ПКТ,  $s_i(t) = \langle \hat{\sigma}_i(t) \rangle$  — средние значения операторов Паули  $\hat{\sigma}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

Зависимость поляризации  $P$  от напряженности электрического поля импульса определяется из уравнений Блоха [1,2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial s_1}{\partial t} &= -\omega_0 s_2, \\ \frac{\partial s_2}{\partial t} &= \omega_0 s_1 + \kappa_0 E s_3, \\ \frac{\partial s_3}{\partial t} &= -\kappa_0 E s_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\kappa_0 = \frac{2\mu}{\hbar}$ ,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\omega_0$  — резонансная частота возбуждения примесных двухуровневых атомов или ПКТ.

Система уравнений Максвелла-Блоха (1) и (2) представляет собой систему уравнений СИП в диспергирующей среде, содержащей примесные оптические двухуровневые атомы. Учитывая, что длительность импульса  $T \gg \omega^{-1}$ , эти уравнения можно упростить, используя метод медленно меняющейся огибающей. Для этой цели представим  $x$ -компоненты напряженности электрического поля импульса  $E$  и поляризации  $P$  в следующей форме [2,3,12]:

$$E = \sum_{l=\pm 1} \hat{E}_l Z_l, \quad P = n_0 \mu \sum_l d_{-l} Z_l, \quad (3)$$

где  $\hat{E}_l$  и  $d_l$  — медленно меняющиеся комплексные амплитуды электрического поля волны и поляризации оптически активных примесных двухуровневых атомов или ПКТ,  $Z_l = e^{il(kz - \omega t)}$ . Учитывая, что функция  $E$  вещественна, получаем условие  $\hat{E}_l = \hat{E}_{-l}^*$ . Комплексные огибающие  $\hat{E}_l$  и  $d_l$  меняются достаточно медленно по пространственной координате и времени по сравнению с быстро осциллирующей частью  $Z_l$ , т.е. имеют место неравенства

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \hat{E}_l}{\partial t} \right| &\ll \omega |\hat{E}_l|, & \left| \frac{\partial \hat{E}_l}{\partial z} \right| &\ll k |\hat{E}_l|, \\ \left| \frac{\partial d_l}{\partial t} \right| &\ll \omega |d_l|, & \left| \frac{\partial d_l}{\partial z} \right| &\ll k |d_l|. \end{aligned}$$

Подставляя уравнение (3) в (1), получаем закон дисперсии для импульса в диспергирующей среде:

$$C^2k^2 = \omega^2\kappa \tag{4}$$

и нелинейное волновое уравнение для огибающей функции  $\hat{E}_l$  в форме

$$\sum_{l=\pm 1} Z_l \left\{ [iG_{1,l} \frac{\partial \hat{E}_l}{\partial z} + ig_3 \frac{\partial \hat{E}_l}{\partial t} + G_2 \frac{\partial^2 \hat{E}_l}{\partial z^2} - g_5 \frac{\partial^2 \hat{E}_l}{\partial t^2} - g_6 \frac{\partial^2 \hat{E}_l}{\partial z \partial t}] + 4\pi \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right\} = 0, \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned} G_{1,l} &= \omega^2 a - 2lkC^2, \\ G_2 &= \omega^2 c - C^2, \\ g_3 &= -(\omega^2 b + 2l\omega\kappa), \\ g_5 &= -(\omega^2 d + 2l\omega b + \kappa), \\ g_6 &= 2l\omega a + \omega^2 t. \\ \kappa &= \int \varepsilon(z_1, t_1) e^{-il(kz_1 - \omega t_1)} dz_1 dt_1, \\ a &= -i \int \varepsilon(z_1, t_1) z_1 e^{-il(kz_1 - \omega t_1)} dz_1 dt_1, \\ b &= i \int \varepsilon(z_1, t_1) t_1 e^{-il(kz_1 - \omega t_1)} dz_1 dt_1, \\ c &= - \int \varepsilon(z_1, t_1) \frac{z_1^2}{2} e^{-il(kz_1 - \omega t_1)} dz_1 dt_1, \\ d &= - \int \varepsilon(z_1, t_1) \frac{t_1^2}{2} e^{-il(kz_1 - \omega t_1)} dz_1 dt_1, \\ t &= \int \varepsilon(z_1, t_1) t_1 z_1 e^{-il(kz_1 - \omega t_1)} dz_1 dt_1. \end{aligned} \tag{6}$$

Коэффициенты (6) содержат всю информацию о дисперсионных свойствах материала [24,25].

### Решение уравнений

Для анализа системы уравнений (2) и (5) можем использовать пертурбативный метод редукции (ПМР), предложенный в работе [26]. С помощью этого метода можно трансформировать систему этих уравнений к нелинейному уравнению Шредингера, которое имеет решение в виде однокомпонентного скалярного солитона (бризера) [3–5], в том числе и в диспергирующей среде [18,19].

Для того чтобы исследовать двухкомпонентный векторный 0π-импульс СИП, необходимо обобщить ПМР [26] и представить комплексную функцию  $\hat{E}_l(z, t)$  в следующем виде [15,16,20–22]:

$$\hat{E}_l(z, t) = \sum_{\alpha=1} \varepsilon^\alpha \hat{E}_l^{(\alpha)} = \sum_{\alpha=1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \varepsilon^\alpha Y_{l,n} f_{l,n}^{(\alpha)}(\xi_{l,n}, \tau), \tag{7}$$

где

$$Y_{l,n} = e^{in(Q_{l,n}z - \Omega_{l,n}t)}, \quad \xi_{l,n} = \varepsilon Q_{l,n}(z - v_{l,n}t),$$

$$\tau = \varepsilon^2 t, \quad v_{g,l,n} = \frac{d\Omega_{l,n}}{dQ_{l,n}},$$

$\varepsilon$  — малый параметер.

В отличие от ПМР в разложении (7) мы рассматриваем ситуацию, когда величины  $Q_{l,n}$  и  $\Omega_{l,n}$  зависят от индексов  $l$  и  $n$ , тем самым увеличивая количество параметров, характеризующих волновой процесс. В разложении (7) выделяются из функции  $\hat{E}_l$  еще более медленно меняющиеся функции  $f_{l,n}^{(\alpha)}$ . Следовательно, предполагается выполнение для величин  $\Omega_{l,n}$ ,  $Q_{l,n}$  и  $f_{l,n}^{(\alpha)}$  следующих неравенств для любых значений индексов  $l$  и  $n$ :

$$\begin{aligned} \omega &\gg \Omega, \quad k \gg Q, \\ \left| \frac{\partial f_{l,n}^{(\alpha)}}{\partial t} \right| &\ll \Omega \left| f_{l,n}^{(\alpha)} \right|, \\ \left| \frac{\partial f_{l,n}^{(\alpha)}}{\partial z} \right| &\ll Q \left| f_{l,n}^{(\alpha)} \right|. \end{aligned}$$

Хотя параметры  $\Omega_{l,n}$ ,  $Q_{l,n}$ ,  $\xi_{l,n}$  и  $v_{l,n}$  зависят от индексов  $l$  и  $n$ , для простоты опустим эти индексы везде, где это не приведет к путанице.

Подставляя уравнения (3) и (7) в уравнения Блоха (2), при неоднородном уширении спектральной линии получаем поляризацию ансамбля двухуровневых атомов в форме

$$\begin{aligned} P &= i \frac{n_0 \mu^2}{\hbar} \int \frac{g(\Delta) d\Delta}{1 + T^2 \Delta^2} \sum_{l=\pm 1} l Z_l [\varepsilon^1 \Theta_l^{(1)} + \varepsilon^2 \Theta_l^{(2)} + \varepsilon^3 \Theta_l^{(3)} - \varepsilon^3 \frac{\kappa_0^2}{2} \int \frac{\partial \Theta_l^{(1)}}{\partial t} \Theta_{-l}^{(1)} \Theta_l^{(1)} dt'] + \mathcal{O}(\varepsilon^4), \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\Theta_l^{(\alpha)}(z, t) = \int_{-\infty}^t \hat{E}_l^{(\alpha)}(z, t') dt',$$

$g(\Delta)$  — нормированная функция неоднородного уширения спектральной линии для ансамбля двухуровневых оптических атомов,  $\Delta = \omega_0 - \omega$ .

Подставляя уравнения (7) в (5) и учитывая явный вид для поляризации (8), получим

$$\begin{aligned} &\sum_{l=\pm 1} \sum_{\alpha=1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \varepsilon^\alpha Y_{l,n} Z_l \{ \tilde{W}_{l,n} + i\varepsilon J_{l,n} \frac{\partial}{\partial \xi} + i\varepsilon^2 h_{l,n} \frac{\partial}{\partial \tau} + \varepsilon^2 H_{l,n} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \} f_{l,n}^{(\alpha)} \\ &= -\varepsilon^3 i \varkappa_2 \sum_{l=\pm 1} l Z_l \int \frac{\partial \Theta_l^{(1)}}{\partial t} \Theta_{-l}^{(1)} \Theta_l^{(1)} dt' + \mathcal{O}(\varepsilon^4) \}, \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\tilde{W}_{l,n} = g_{3n} \Omega - G_{1,l,n} Q - G_2 Q^2 + g_5 \Omega^2 - g_6 Q \Omega + \varkappa_1 \frac{ln}{\Omega},$$

$$\begin{aligned}
 J_{l,n} &= g_3 v_g - G_{1,l} - 2G_2 n Q + 2ng_5 \Omega v_g - g_6 n (Q v_g + \Omega), \\
 h_{l,n} &= g_3 + 2g_5 n \Omega - g_6 n Q, \\
 H_{l,n} &= Q^2 (G_2 - g_5 v_g^2 + g_6 v_g), \\
 \alpha_1 &= \frac{4\pi\omega^2 n_0 \mu^2}{\hbar} \int \frac{g(\Delta) d\Delta}{1 + T^2 \Delta^2}, \\
 \alpha_2 &= \frac{2\mu^2}{\hbar^2 \omega^2} \alpha_1. \tag{10}
 \end{aligned}$$

Для определения из уравнения (9) функций  $f_{l,n}^{(\alpha)}$ , приравняем нулю различные члены при одинаковых степенях малого параметра  $\varepsilon$ . В результате получаем цепочку уравнений. В первом порядке по  $\varepsilon$  получаем, что из всех функций  $f_{l,n}^{(1)}$  отличны от нуля только функции  $f_{\pm 1, \pm 1}^{(1)}$  или  $f_{\pm 1, \mp 1}^{(1)}$ , а соотношение между параметрами  $\Omega$  и  $Q$  определяется из уравнения (10) и имеет следующий вид ( $l = \pm 1, n = \pm 1$ ):

$$\begin{aligned}
 g_3 n \Omega - G_{1,l} n Q - G_2 Q^2 \\
 + g_5 \Omega^2 - g_6 Q \Omega + \alpha_1 \frac{ln}{\Omega} = 0. \tag{11}
 \end{aligned}$$

Подставляя уравнения (11) в (10), во втором порядке по  $\varepsilon$ , мы можем доказать справедливость условий  $J_{\pm 1, \pm 1} = J_{\pm 1, \mp 1} = 0$ . Уравнение (9) в третьем порядке по  $\varepsilon$  приводит к следующему нелинейному уравнению

$$\begin{aligned}
 [i \left( \frac{\partial u_{\pm 1}}{\partial t} + v_{\pm} \frac{\partial u_{\pm 1}}{\partial z} \right) + p_{\pm} \frac{\partial^2 u_{\pm 1}}{\partial z^2} \\
 + g_{\pm} |u_{\pm 1}|^2 u_{\pm 1} + r_{\pm} |u_{\mp 1}|^2 u_{\pm 1} = 0, \tag{12}
 \end{aligned}$$

где

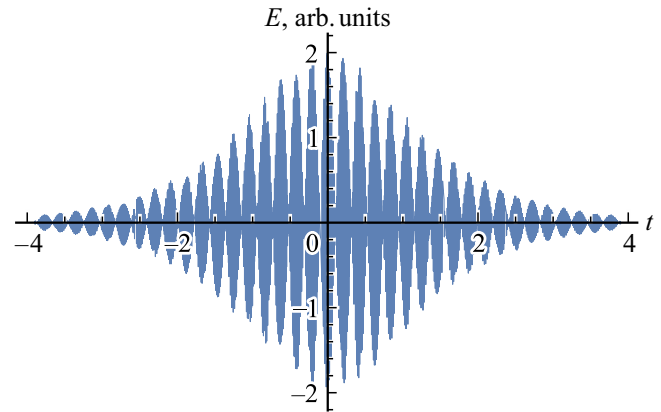
$$u_{\pm} = \varepsilon f_{\pm 1, \pm 1}, \quad v_{\pm} = v_{g, \pm 1, \pm 1}, \quad p_{\pm} = \frac{H_{\pm 1, \pm 1}}{h_{\pm 1, \pm 1} Q^2},$$

$$g_{\pm} = \pm \frac{\alpha_2}{\Omega_{\pm}^3 h_{\pm 1, \pm 1}},$$

$$r_{\pm} = \pm \frac{\alpha_2}{\Omega_{\pm}^2 \Omega_{\mp} h_{\pm 1, \pm 1}} \left( \frac{\Omega_{\pm}}{\Omega_{\mp}} - 1 \right). \tag{13}$$

$u_+$  и  $u_-$  — медленно меняющиеся комплексные амплитуды огибающих волновых пакетов, осциллирующих на суммарной и разностной частотах,  $\Omega_+ = \Omega_{\pm 1, \pm 1}$ ,  $\Omega_- = \Omega_{\pm 1, \mp 1}$ ,  $Q_+ = Q_{\pm 1, \pm 1}$ ,  $Q_- = Q_{\pm 1, \mp 1}$ . Нелинейные уравнения (12) являются связанными нелинейными уравнениями Шредингера, которые имеют двухкомпонентное солитонное решение.

Для решения уравнений (12) будем следовать работам [15, 16, 20–22], в результате получаем решение для  $x$ -компоненты напряженности электрического поля волны



Профиль зависимости векторного  $0\pi$ -импульса СИП для  $x$ -компоненты напряженности электрического поля импульса  $E$  (14) от времени при  $z = 0$ . Темные части рисунка представляют собой области осцилляций.

в диспергирующей среде:

$$\begin{aligned}
 E(z, t) &= \frac{\hbar}{\mu b T} \text{Sech} \left( \frac{t - \frac{z}{V_0}}{T} \right) \{ (\Omega_+ + \omega_+) \\
 &\times f_+ \sin[(k + Q_+ + k_+)z - (\omega + \Omega_+ + \omega_+)t] \\
 &- (\Omega_- - \omega_-) f_- \sin[(k - Q_- + k_-)z - (\omega - \Omega_- + \omega_-)t] \}, \tag{14}
 \end{aligned}$$

где связь между параметрами волны имеет вид

$$\begin{aligned}
 f_+^2 &= \frac{p_+ q_- - p_- r_+}{p_- q_+ - p_+ r_-} f_-^2, \\
 \omega_+ &= \frac{p_+}{p_-} \omega_- + \frac{V_0^2 (p_-^2 - p_+^2) + v_-^2 p_+^2 - v_+^2 p_-^2}{4p_+ p_-^2}, \\
 T^{-2} &= V_0^2 \frac{v_+ k_+ + k_+^2 p_+ - \omega_+}{p_+}, \quad b^2 = V_0^2 \frac{f_+^2 q_+ + f_-^2 r_+}{2p_+}, \\
 k_{\pm} &= \frac{V_0 - v_{\pm}}{2p_{\pm}}, \quad k_{\pm 1} \ll Q_{\pm}, \quad \omega_{\pm} \ll \Omega_{\pm}, \tag{15}
 \end{aligned}$$

$V_0$  — скорость нелинейной волны.

На рисунке представлен профиль зависимости векторного  $0\pi$ -импульса СИП для  $x$ -компоненты напряженности электрического поля импульса  $E$  (14) от времени (в произвольных единицах) при  $z = 0$ . При этом параметры осцилляций  $\Omega_{\pm}$  на три порядка ниже частоты несущей волны  $\omega$ , а  $\frac{\Omega_{\pm}}{\omega} = 1.04$ .

### Обсуждение результатов

Используя обобщенный метод пертурбативного разложения (7), система уравнений Блоха для ансамбля двухуровневых атомов (2) и волновое уравнение в диспергирующей среде (5) трансформируется к связанным нелинейным уравнениям Шредингера (12). Показано, что в этих условиях можно получить для  $x$ -компоненты напряженности электрического поля волны

$E$  фазово-модулированный двухкомпонентный векторный  $0\pi$ -импульс СИП (14), компоненты которого осциллируют на суммарной,  $\omega + \Omega_+ + \omega_+ (k + Q_+ + k_+)$ , и разностной  $\omega - \Omega_- + \omega_- (k - Q_- + k_-)$ , частотах (волновых числах) в окрестности частоты (волнового числа) несущей волны. Параметры нелинейной волны зависят от диспергирующих свойств среды и определяются из выражениями (10), (13) и (15). Закон дисперсии и связь между величинами  $\Omega_{\pm}$  и  $Q_{\pm}$  определяются из выражений (4) и (11).

Суммируя полученные результаты, можно сделать заключение, что для формирования векторного  $0\pi$ -импульса СИП (14) в диспергирующих средах необходимо выполнение следующих условий.

1. В волновом уравнении (5) необходимо сохранить наряду с первыми производными  $\frac{\partial \hat{E}_l}{\partial t}$  и  $\frac{\partial \hat{E}_l}{\partial z}$ , также и вторые производные  $\frac{\partial^2 \hat{E}_l}{\partial z^2}$ ,  $\frac{\partial^2 \hat{E}_l}{\partial t^2}$  и  $\frac{\partial^2 \hat{E}_l}{\partial z \partial t}$  напряженности электрического поля волны по временной и пространственной переменным.

Если пренебречь в уравнении (5) вторыми производными, то в уравнении (11) члены, пропорциональные  $\Omega^2$ ,  $Q\Omega$  и  $Q^2$ , будут отсутствовать, уравнение (11) не будет зависеть от индексов  $l$  и  $n$ , и получим, что

$$\Omega_+ = \Omega_- = \Omega, \quad Q_+ = Q_- = Q, \quad r_{\pm} = 0. \quad (16)$$

Следовательно, связанные нелинейные уравнения Шредингера (12) расцепляются, и получаем два несвязанных с друг другом волновых пакета.

2. Необходимо наличие фазовой модуляции, т.е. величины  $\hat{E}_l(z, t)$  должны быть комплексными функциями и должны зависеть от индекса  $l$ . Только в этом случае можем применить обобщенный метод пертурбативного разложения (7), расширить число характеризующих волновой процесс параметров  $\Omega_{\pm}$  и  $Q_{\pm}$  и как результат получить решение (14).

В противном случае, при отсутствии фазовой модуляции, мы не сможем применить разложение (7) для решения уравнения (5), так как величина  $\hat{E}_l = \hat{E}_{-l} = \hat{E}$  становится вещественной, функции  $f_{l,n}^{(\alpha)}$  трансформируются к функциям  $f_n^{(\alpha)}$ , и будут выполняться условия (16).

3. Для существования решений уравнений (12) необходимо, чтобы величины  $p_+$  и  $g_+$ , а также  $p_-$  и  $g_-$  были величинами одного порядка одновременно.

Так как эти величины зависят от параметров дисперсии (6), в зависимости от характера дисперсии будут меняться и критерии существования векторного  $0\pi$ -импульса СИП (16) в диспергирующей среде. При изменении параметров импульса  $p_{\pm}$ ,  $g_{\pm}$ ,  $r_{\pm}$ , например при учете дисперсии, профиль векторного  $0\pi$ -импульса СИП будет также меняться, но по-прежнему характерная форма импульса (14) будет сохраняться.

При отсутствии дисперсии в уравнениях (6)  $a = b = c = d = t = 0$ , и все представленные выше выражения трансформируются к известным результатам, полученным в работе [16].

Решение (14) получено для поглощающей среды, когда до поступления в среду импульса все примесные оптические атомы находятся в основном состоянии. Однако полученный результат можно трансформировать и для инверсно-заселенной среды, если заменить знаки перед коэффициентами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в выражениях (10), (13) и (15). Это может оказаться интересным в связи с тем, что скалярные  $0\pi$ -импульсы изучены в лазерах как теоретически, так и экспериментально [9–11].

Совместно с уже известными свойствами однокомпонентных  $2\pi$ - и  $0\pi$ -импульсов полученные в настоящей работе результаты для двухкомпонентного векторного  $0\pi$ -импульса позволяют получить более полную физическую картину теории СИП в диспергирующих средах.

### Финансирование работы

Работа выполнена в рамках проекта 217064 ННФ им. Ш. Руставели.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] McCall S.L., Hahn E.L. // Phys. Rev. 1969. V. 183. P. 457.
- [2] Allen L., Eberly J.H. Optical Resonance and Two-level Atoms. Wiley-Interscience. 1975. 202 p.; Аллен Л., Эберли Дж. // Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир. 1978. С. 222.
- [3] Newell A.C. Solitons in Mathematics and Physics. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1985. 323 p.; Ньюэлл А. // Солитоны в математике и физике. М.: Мир, 1989. 324 с.
- [4] Adamashvili G.T., Manakov S.V. // Solid Stat. Commun. 1983. V. 48. P. 381.
- [5] Adamashvili G.T., Knorr A. // Optics Lett. 2006. V. 31. P. 74.
- [6] Адамашвили Г.Т. // Опт. и спектр. 1998. Т. 85. № 1. С. 95.
- [7] Crisp M.D. // Phys. Rev. A. 1970. V. 2. P. 2172.
- [8] Rothenberg J.E., Grischkowsky D., Balant A.C. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 552.
- [9] Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I., Rosanov N.N. // Optics Lett. 2016. V. 41. P. 737.
- [10] Harvey J.D., Dudley J.M., Curley P.F., Spielmann C., Krausz F. // Optics Lett. 1994. V. 19. P. 972.
- [11] Arkhipov M.V., Shimko A.A., Arkhipov R.M., Babushkin I., Kalinichev A.A., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N. // Laser Phys. Lett. 2018. V. 15. P. 075003.
- [12] Полуэктов И.А., Попов Ю.М., Ройтберг В.С. // УФН. 1974. Т. 114. С. 97.
- [13] Maimistov A.I., Basharov A.M., Elyutin S.O., Sklyarov Yu.M. // Phys. Rep. 1990. V. 1. P. 191.
- [14] Адамашвили Г.Т. // Опт. и спектр. 2018. Т. 125. № 2. С. 269.
- [15] Adamashvili G.T. // Results in Physics. 2011. V. 1. P. 26. (journal homepage:www.elsevier.com/locate/rinp.)
- [16] Адамашвили Г.Т. // Опт. и спектр. 2012. Т. 113. № 1. С. 83.
- [17] Адамашвили Г.Т. // Опт. и спектр. 1996. Т. 80. № 2. С. 251.
- [18] Adamashvili G.T., Maradudin A.A. // Phys. Rev. E. 1997. V. 55. P. 7712.

- [19] *Adamashvili G.T., Kaup D.J.* // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. P. 066616.
- [20] *Adamashvili G.T.* // Phys. Lett. A. 2015. V. 379. P. 218.
- [21] *Adamashvili G.T.* // Eur. Phys. J. D. 2012. V. 66. P. 101.
- [22] *Adamashvili G.T.* // Physica B. 2012. V. 407. P. 3413
- [23] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Изд-во техн. теор. лит-ры, 1957. 457 с.
- [24] *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1990. 432 с.
- [25] *Агранович В.М., Гинзбург В.Л.* Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1979. 432 с.
- [26] *Taniuti T., Iajima N.* // J. Math. Phys. 1973. V. 14. P. 1389.