

Квантовое сжатие поля одноатомного лазера в условиях переменной константы связи

© В.А. Бобрикова, Р.А. Хачатрян, К.А. Баранцев, Е.Н. Попов[¶]

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия

[¶] e-mail: enp-tion@yandex.ru

Поступила в редакцию 04.02.2019 г.

В окончательной редакции 05.08.2019 г.

Принята к публикации 12.08.2019 г.

Исследован нестационарный режим генерации сжатого света одноатомным лазером. Численно получены зависимости параметра квантового сжатия и интенсивности излучения от частоты модуляции константы связи атома с полем. Показано, что при частоте модуляции, равной удвоенной средней константе связи, возникает резонанс, который приводит к более эффективному квантовому сжатию в нестационарном гармоническом режиме, чем в случае стационарного режима при тех же самых параметрах релаксации и накачки.

Ключевые слова: одноатомный лазер, константа связи, сжатый свет.

DOI: 10.21883/OS.2019.12.48695.39-19

Введение

Источники света с неклассической статистикой являются одним из трендов развития квантовой оптики и имеют широкие перспективы применения. Так, в метрологии это стандартизация частоты [1,2] и магнитометрия [3,4], в квантово-информационных приложениях это запись и хранение квантовой информации и криптография [5–7]. Задача о генерации света с неклассической статистикой может быть решена разными способами. Так, к примеру, это возможно осуществить в лазерах с помощью определенных статистических свойств накачки [8–14] или/и использованием многоуровневых схем накачки [15,16].

Изолированные одиночные излучатели в силу возможности наблюдения на них эффекта антигруппировки фотонов также являются перспективными системами для получения неклассических состояний света. Так, на практике уже были реализованы лазеры на одиночных атомах [17], ионах [18] и квантовых точках [19]. В этих экспериментах наблюдались субпуассонова статистика излучения, а также подавление амплитудных флуктуаций ниже квантового предела. В теоретических работах [20,21], посвященных изучению фундаментальной модели одноатомного лазера, показано, что при определенном соотношении параметров системы такой лазер может излучать свет, сжатый по амплитуде. Примечательно, что в переходном процессе может наблюдаться переменное во времени сжатие по амплитуде. Это наводит на мысль о возможности увеличения эффективности квантового сжатия поля одноатомного лазера посредством модуляции константы связи атом–поле.

Временную зависимость константы связи можно реализовать разными способами. Один из них — это

вынужденные колебания зеркал резонатора. Качественная оценка показывает, что для наблюдения рассматриваемого в работе эффекта частота колебаний зеркал меньше 10^8 Hz является достаточной. Такая частота может быть достигнута, например, с помощью пьезоэлектрических манипуляторов. Другой способ состоит в возбуждении вынужденных колебаний одиночного излучателя в оптической решетке, потенциальная яма которой регулируется параметрами удерживающих лучей. Точечный излучатель, который можно с хорошим приближением описывать как двухуровневый атом, в кристаллической решетке может совершать тепловые колебания на определенной частоте, что обуславливает появление дополнительного шума. Другой причиной шума могут стать температурные флуктуации положения зеркал резонатора, которые подробно исследовались в работе [22]. Однако в нашей задаче будем предполагать, что такими флуктуациями можно пренебречь, и временная зависимость константы связи от времени является детерминированной.

Модель одноатомного лазера с модулированной константой связи

Простейшая фундаментальная модель одноатомного лазера представляет собой двухуровневый атом, который взаимодействует с одиночной выделенной модой резонатора с потерями [23–28]. Динамику системы определяют всего четыре процесса, от которых зависят свойства генерируемого излучения: некогерентная накачка, под действием которой атом переходит из основного состояния $|a\rangle$ в возбужденное $|b\rangle$ со скоростью Γ ; спонтанный распад атома из возбужденного состояния $|b\rangle$ в основное $|a\rangle$, который происходит со скоростью γ ;

уход фотонов из резонатора, который характеризуется добротностью или обратным временем жизни фотонов в резонаторе κ ; взаимодействие атома с полевой модой, которое характеризуется константой связи g .

Уравнение для атомно-полевого оператора плотности одноатомного лазера с некогерентной накачкой имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{V}, \hat{\rho}] + \frac{\kappa}{2} \hat{\mathbf{K}}\{\hat{\rho}\} + \frac{\gamma}{2} \hat{\mathbf{R}}\{\hat{\rho}\} + \frac{\Gamma}{2} \hat{\mathbf{P}}\{\hat{\rho}\}, \quad (1)$$

где первое слагаемое в правой части описывает взаимодействие атома с полевой модой, второе — релаксацию поля, третье — спонтанный распад атома, четвертое — некогерентную накачку атома. Ниже приведен явный вид оператора взаимодействия \hat{V} и супероператоров, описывающих соответствующие релаксационные процессы:

$$\hat{V} = i\hbar g (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma} - \hat{\sigma}^\dagger \hat{a}), \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{K}}\{\hat{\rho}\} = 2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}, \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{R}}\{\hat{\rho}\} = 2\hat{\sigma}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger - \hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}, \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{P}}\{\hat{\rho}\} = 2\hat{\sigma}^\dagger\hat{\rho}\hat{\sigma} - \hat{\sigma}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}\hat{\sigma}^\dagger. \quad (5)$$

Здесь \hat{a} , \hat{a}^\dagger — операторы уничтожения и рождения фотона в моде резонатора, $\hat{\sigma}$, $\hat{\sigma}^\dagger$ — операторы дипольного атомного перехода. Для исследования решения уравнения (1) перепишем полевые операторы в базисе фоковских состояний, а атомные — в базисе стационарных состояний невозмущенного атома:

$$\hat{a} = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} |n-1\rangle \langle n|, \quad \hat{\sigma} = |a\rangle \langle b|, \quad (6)$$

$$\hat{a}^\dagger = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n+1} |n+1\rangle \langle n|, \quad \hat{\sigma}^\dagger = |b\rangle \langle a|. \quad (7)$$

Подобная форма записи операторов рождения и уничтожения удобна при проведении вычислений, так как задает явный вид матричных элементов операторов. Тогда уравнение для матрицы плотности одноатомного лазера $\rho_{\alpha\beta}^{nm} = \langle n, \alpha | \hat{\rho} | m, \beta \rangle$, где $|n, \alpha\rangle = |n\rangle |\alpha\rangle$, $\alpha, \beta = a, b$, $n = 0, 1, 2, \dots, \infty$, можно представить как бесконечную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{aa}^{nm}}{\partial t} &= g \left(\sqrt{n} \rho_{ba}^{n-1,m} + \sqrt{m} \rho_{ab}^{n,m-1} \right) - \frac{\kappa}{2} (n+m) \rho_{aa}^{nm} \\ &+ \gamma \rho_{bb}^{nm} - \Gamma \rho_{aa}^{nm} + \kappa \sqrt{(n+1)(m+1)} \rho_{aa}^{n+1,m+1}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{bb}^{nm}}{\partial t} &= -g \left(\sqrt{m+1} \rho_{ba}^{n,m+1} + \sqrt{n+1} \rho_{ab}^{n+1,m} \right) - \frac{\kappa}{2} (n+m) \\ &\times \rho_{bb}^{nm} + \kappa \sqrt{(n+1)(m+1)} \rho_{bb}^{n+1,m+1} - \gamma \rho_{bb}^{nm} + \Gamma \rho_{aa}^{nm}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{ab}^{nm}}{\partial t} &= g \left(\sqrt{n} \rho_{bb}^{n-1,m} - \sqrt{m+1} \rho_{aa}^{n,m+1} \right) - \frac{\kappa}{2} (n+m) \\ &\times \rho_{ab}^{nm} - \frac{\gamma + \Gamma}{2} \rho_{ab}^{nm} + \kappa \sqrt{(n+1)(m+1)} \rho_{ab}^{n+1,m+1}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{ba}^{nm}}{\partial t} &= g \left(\sqrt{m} \rho_{bb}^{n,m-1} - \sqrt{n+1} \rho_{aa}^{n+1,m} \right) - \frac{\kappa}{2} (n+m) \\ &\times \rho_{ba}^{nm} - \frac{\gamma + \Gamma}{2} \rho_{ba}^{nm} + \kappa \sqrt{(n+1)(m+1)} \rho_{ba}^{n+1,m+1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Как и в работе [21] для решения бесконечной системы дифференциальных уравнений (8)–(11) базис состояний поля ограничивался, после чего проводилось численное решение системы. Установившийся режим генерации одноатомного лазера наиболее интересен с практической точки зрения, который в случае постоянных параметров квантовой системы ($\Gamma, \gamma, \kappa, g$) является стационарным режимом. Для характеристики квантовой статистики поля после завершения переходных процессов можно определить среднее число фотонов $\langle n \rangle$ в резонаторе и степень сжатия света в стационарном режиме, которая описывается параметром Манделя Q :

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^k n \left(\rho_{aa}^{nm} + \rho_{bb}^{nm} \right) = \sum_{n=0}^k n \rho^{nm}, \quad (12)$$

$$Q = \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} - 1, \quad (13)$$

где k — значение числа заполнения, на котором искусственно обрывается система уравнений, ρ^{nm} — диагональный элемент матрицы плотности, усредненной по двум состояниям атома, он характеризует вероятность нахождения n фотонов в полевой моде резонатора. В случае, когда параметр Q становится отрицательным, свет приобретает неклассические свойства и имеет субпуассонову квантовую статистику.

Введем в уравнениях (8)–(11) временную зависимость константы связи, которая соответствует гармонической функции:

$$g = g_0 + g_1 \sin(\Omega t + \varphi_1), \quad (14)$$

где g_1 — амплитуда модуляции, Ω — частота модуляции константы связи, φ_1 — некоторая постоянная фаза, g_0 — не зависящая от времени часть. Причем для функции (14) принято условие $g_1/g_0 \ll 1$.

Выбор малой амплитуды модуляции по сравнению с постоянной составляющей константы связи продиктован тем, что нас интересует в первую очередь отличие стационарного режима генерации одноатомного лазера от нестационарного режима, который проще рассматривать в качестве линейного возмущения. В противном случае при большой амплитуде модуляции g_1 могут наблюдаться сильные переходные процессы от стационарного режима при максимальном значении константы связи

$g = g_0 + g_1$ к стационарному решению при минимальном значении $g = g_0 - g_1$. Они не несут в себе интересной информации, но существенно усложняют динамику поля в резонаторе. Гармоническая функция константы связи (14) обусловлена поиском резонансных эффектов, которые могут возникать в нестационарном режиме генерации одноатомного лазера. Точно определенная начальная фаза φ_1 , стоящая в аргументе синуса (14), запускает механизм фазовой синхронизации и позволяет преодолеть разрушение сжатого состояния вследствие диффузии фазы.

Результаты

Предварительный анализ динамики среднего числа фотонов $\langle n \rangle$ и параметра Q при постоянных константах $\Gamma, \gamma, \kappa, g$ позволяет утверждать, что обратное время переходного процесса можно оценить как сумму скоростей Γ, γ, κ некогерентных процессов в модели, а период осцилляций диагональных элементов атомно-полевой матрицы плотности во время переходного процесса зависит от постоянной составляющей константы связи g_0 . Для наблюдения резонансного эффекта период модуляции g должен быть меньше или сопоставим с временем переходного процесса. В противном случае динамика будет соответствовать адиабатическому режиму, при котором установление равновесия происходит быстрее изменения параметров системы. Поэтому в качестве исходных параметров при поиске резонансного эффекта были выбраны параметры одноатомного лазера из работы [20]:

$$\Gamma = 1.4g_0, \kappa = 1.4g_0, \gamma = 0.1g_0. \quad (15)$$

Эти параметры удовлетворяют обозначенным требованиям и приводят к наибольшей степени сжатия в стационарном режиме, что делает их наиболее перспективными с точки зрения ожидаемого результата расчетов.

На рис. 1 и 2 приведены зависимости среднего числа фотонов в резонаторе и параметра Мандела Q от частоты модуляции Ω при параметрах одноатомного лазера (15). Поскольку при временной зависимости константы связи (14) система дифференциальных уравнений (8)–(11) не имеет стационарного решения, то результаты представлены парами кривых: максимальное и минимальное за период модуляции значение исследуемой величины в установившейся динамике. Индексы min и max на графиках обозначают наименьшее и наибольшее значения параметра Q или среднего числа фотонов, которые периодически достигаются в нестационарном режиме генерации одноатомного лазера.

Зависимости параметра Q от частоты модуляции содержат характерный экстремум (рис. 2), который свидетельствует о наличии параметрического резонанса в модели одноатомного лазера. Максимум резонансной кривой достигается при частоте модуляции $\Omega \approx 2g$, и

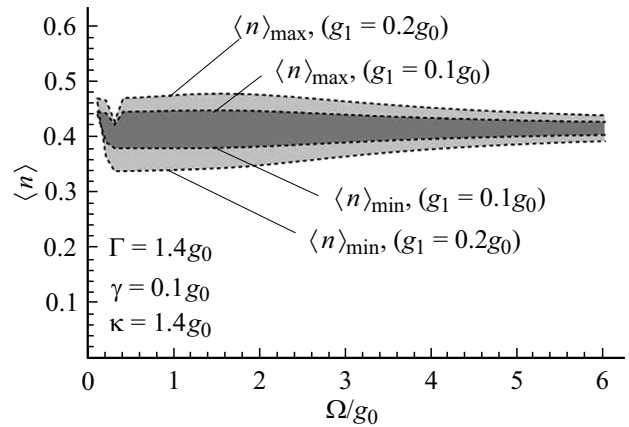


Рис. 1. Зависимость среднего числа фотонов от частоты модуляции константы связи при двух различных значениях параметра g_1 из формулы (14).

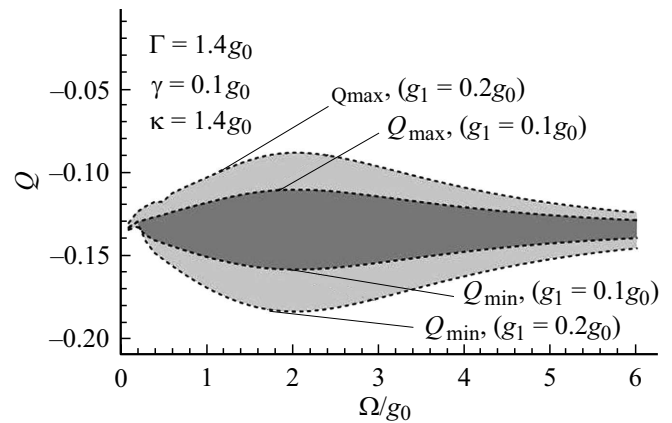


Рис. 2. Зависимости параметра Мандела Q от частоты модуляции константы связи при двух различных значениях параметра g_1 из формулы (14).

его положение по оси абсцисс практически не отличается в случае различных констант γ, κ и Γ , что было проверено с помощью численного решения системы (8)–(11). Максимум на частотной кривой, соответствующей среднему числу фотонов $\langle n \rangle$, не выражен так же ярко, как для параметра Q (рис. 1).

Для наблюдения установившейся динамики состояния поля нами были построены временные зависимости среднего числа фотонов, параметра Q и вероятностей нескольких „фоковских“ состояний для нестационарного режима генерации (рис. 3–5), когда параметр g определяется формулой (14). Отметим, что на этих рисунках нанесены дополнительные динамические кривые, соответствующие стационарному режиму генерации с наибольшим $g_{\text{const}} = g_0 + g_1$ и наименьшим $g_{\text{const}} = g_0 - g_1$ значениями константы связи g , которые достигаются за период модуляции.

Неожиданным результатом является тот факт, что отличие параметра Q для стационарного режима с наибольшим и наименьшим значениями постоянной кон-

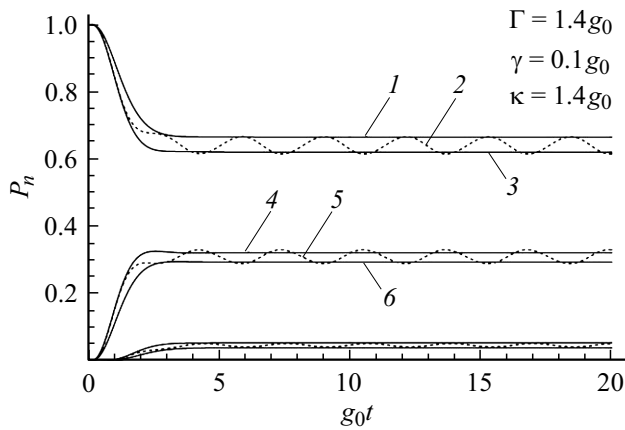


Рис. 3. Зависимость вероятности P_n нахождения n фотонов в резонаторе одноатомного лазера от времени: (1) P_0 в стационарном режиме при $g_{\text{const}} = 0.9g_0$, (2) P_0 в нестационарном режиме (14) при $g = g_0(1 + 0.1 \sin(2g_0t))$, (3) P_0 в стационарном режиме при $g_{\text{const}} = 1.1g_0$, (4) P_1 в стационарном режиме при $g_{\text{const}} = 0.9g_0$, (5) P_1 в нестационарном режиме (14) при $g = g_0(1 + 0.1 \sin(2g_0t))$, (6) P_1 в стационарном режиме при $g_{\text{const}} = 1.1g_0$, три нижние кривые построены по аналогии с верхними.

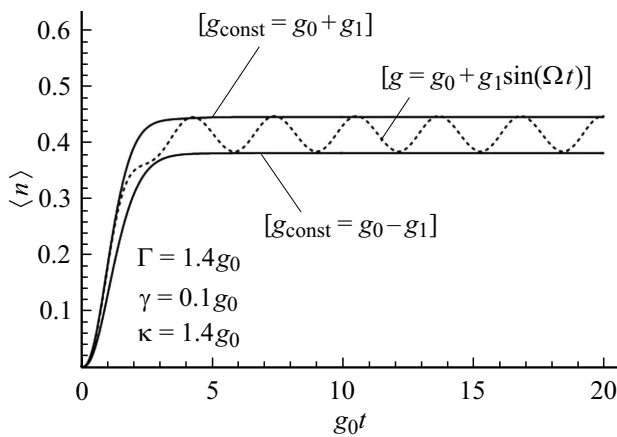


Рис. 4. Зависимость среднего числа фотонов от времени при разных константах связи, соответствующих стационарному и нестационарному режимам генерации. Константы g_1 и Ω определены в формуле (14): $g_1 = 0.1g_0$, $\Omega = 2g_0$.

станты связи g на порядок меньше изменения параметра Q за период модуляции константы связи в этом же диапазоне, но в нестационарном режиме генерации (рис. 5). Ниже приведены численные значения параметра Манделя Q , соответствующие рис. 5:

$$Q_{g=0.9}^{(s)} = -0.132, \quad Q_{g=1.1}^{(s)} = -0.134, \quad (16)$$

$$Q_{\min} = -0.159, \quad Q_{\max} = -0.111, \quad (17)$$

$$\frac{|Q_{\min} - Q_{\max}|}{|Q_{g=0.9}^{(s)} - Q_{g=1.1}^{(s)}|} = 2.25, \quad (18)$$

где $Q_{g=0.9}^{(s)}$ и $Q_{g=1.1}^{(s)}$ — параметры Q поля одноатомного лазера в стационарном режиме при постоянных кон-

стантах связи $g = 0.9$ и $g = 1.1$ соответственно, Q_{\min} и Q_{\max} — это минимальное и максимальные значения параметра Q в нестационарном режиме за период модуляции константы связи (14) в диапазоне между $g = 0.9$ и $g = 1.1$ соответственно.

Следует отметить, что временная зависимость среднего числа фотонов $\langle n \rangle$ не обладает подобным свойством, т.е. разность между наибольшим и наименьшим значениями для двух стационарных режимов примерно равна амплитуде модуляции в случае нестационарного режима генерации (рис. 4).

Из (16)–(18) следует, что нестационарный режим генерации не может быть рассмотрен как адиабатическая зависимость стационарного режима от меняющихся параметров системы. В противном случае разность между максимальным и минимальным значением параметра Q отличалась бы незначительно при разных частотах модуляции константы связи Ω . Это говорит о существовании сильного нелинейного резонансного эффекта. Мы предполагаем, что его можно использовать для достижения большего, чем в стационарном режиме, сжатия света, генерируемого в резонаторе одноатомного лазера. Отметим, что для использования генерации сжатого света в установившемся динамическом режиме необходимо использование синхронного детектора на фотоэлементе, иначе накопленная за длительный по сравнению с периодом модуляции промежуток времени статистика будет усреднена по сильным, но частым колебаниям среднего числа фотонов в резонаторе.

Заключение

Предсказано существование нелинейного резонансного эффекта генерации сжатого света в резонаторе одноатомного лазера с модулированной константой связи. Найдена зависимость параметра Манделя Q и среднего числа фотонов в резонаторе от времени при входных

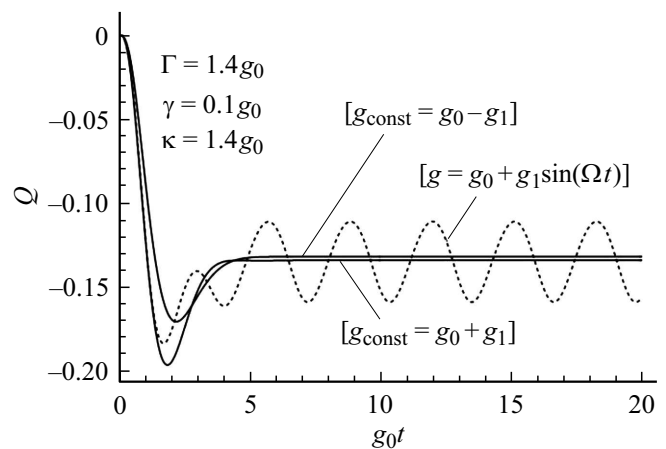


Рис. 5. Зависимость параметра Манделя Q от времени при разных константах связи, соответствующих стационарному и нестационарному режимам генерации. Константы g_1 и Ω определены в формуле (14): $g_1 = 0.1g_0$, $\Omega = 2g_0$.

параметрах одноатомного лазера, приводящих к наибольшему сжатию при стационарном режиме генерации. На основании картины установившейся динамики были построены частотные кривые зависимости максимального и минимального значений параметра Манделя Q и среднего числа фотонов $\langle n \rangle$ от частоты модуляции константы связи g в случае низкодобротного резонатора. Численно предсказан эффект увеличения эффективности сжатия света в нестационарном режиме генерации по сравнению со стационарным режимом работы одноатомного лазера.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-32-00250).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Merimaa M., Lindvall T., Tittonen I., Ikonen E. // J. Opt. Soc. Am. B. 2003. V. 20. N 2. P. 273–279.
- [2] Vanier J. // Appl. Phys. B. 2005. V. 81. N 4. P. 421–442.
- [3] Stahler M., Wynands R., Knappe S. et al. // Opt. Lett. 2002. V. 27. N 16. P. 1472–1474.
- [4] Akulshin A., Celikov A., Velichansky V. // Opt. Commun. 1991. V. 84. N 3–4. P. 139–143.
- [5] Lucin M.D. // Rev. Mod. Phys. 2003. V. 75. N 2. P. 457–472.
- [6] Fleischhauer M., Imamoglu A., Marangos J.P. // Rev. Mod. Phys. 2005. V. 77. N 2. P. 633–673.
- [7] Кулин С.Я. // УФН. 1999. Т. 169. № 5. С. 507–527.
- [8] Голубев Ю.М., Соколов И.В. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. № 8. С. 408.
- [9] Yamamoto Y., Mashida S., Nilson O. // Phys. Rev. A. 1986. V. 34. P. 4025.
- [10] Benkert C., Scully M.O., Bergou J. et al. // Phys. Rev. A. 1990. V. 41. P. 2756.
- [11] Reshetov V.A., Popov E.N., Yevseyev I.V. // Las. Phys. Lett. 2010. V. 7. P. 218–224.
- [12] Kolobov M.I., Davidovich L., Giacobino E., Fabre C. // Phys. Rev. A. 1993. V. 47. N 2. P. 1431–1446.
- [13] Козловский А.В. // ЖЭТФ. 1993. Т. 104. С. 2995–3007.
- [14] Eschmann A., Gardiner C.W. // Phys. Rev. A. 1996. V. 54. P. 3373–3380.
- [15] Marte M.A., Ritsch H., Walls D.F. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. N 9. P. 1093–1096.
- [16] Kennedy T.A.B., Walls D.F. // Phys. Rev. A. 1989. V. 40. N 11. P. 6366–6373.
- [17] McKeever J., Boca A., Boozer A.D. et al. // Nature (London). 2003. V. 425. P. 268–271.
- [18] Dubin F., Russo C., Barros H.G., Stute A., Becher C., Schmidt P.O., Blatt R. // Nat. Phys. 2010. V. 6. P. 350–353.
- [19] Nomura M., Kumagai N., Iwamoto S., Ota Y., Arakawa Y. // Opt. Express. 2009. V. 17. N 18. P. 15975–15982.
- [20] Козловский А.В., Ораевский А.Н. // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. № 4. С. 1210–1220.
- [21] Ларионов Н.В., Баранцев К.А., Попов Е.Н. // Научно-технические ведомости СПбПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 104–111.
- [22] Heinert D., Craig K., Grote H. et al. // Phys. Rev. D. 2014. V. 90. P. 042001.
- [23] Larionov N.V., Kolobov M.I. // Phys. Rev. A. 2013. V. 88. N 1. P. 013843.
- [24] Popov E.N., Larionov N.V. // Proc. SPIE. 2016. V. 9917. P. 1–6.
- [25] Larionov N.V., Kolobov M.I. // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. N 5. P. 055801.
- [26] Карлович Т.Б., Кулин С.Я. // Опт. и спектр. 2001. Т. 91. С. 375–383; Karlovich T.B., Kilin S.Ya. // Opt. Spectrosc. 2001. V. 91. N 3. P. 343–351.
- [27] Карлович Т.Б., Кулин С.Я. // Опт. и спектр. 2007. Т. 103. С. 260–271; Karlovich T.B., Kilin S.Ya. // Opt. Spectrosc. 2007. V. 103. N 2. P. 280–290.
- [28] Kilin S.Ya., Mikhatychev A.B. // Phys. Rev. A. 2012. V. 85. N 6. P. 063817.