

Формирование режима ударного давления в форме бегущей волны в нематических твистовых ячейках

© А.В. Захаров¹, С.В. Пасечник²

¹ Институт проблем машиноведения РАН,
Санкт-Петербург, Россия

² Московский технологический университет (МИРЭА),
Москва, Россия

E-mail: alexandre.zakharov@yahoo.ca

Поступила в Редакцию 7 октября 2019 г.

В окончательной редакции 7 октября 2019 г.

Принята к публикации 8 октября 2019 г.

Численными методами, в рамках нелинейного обобщения классической теории Эриксона–Лесли, исследован новый нелинейный механизм формирования режима ударного давления на ограничивающие стенки микроразмерной твистовой нематической ячейки (ТНЯ), реализующийся в форме кинкоподобной бегущей волны $\mathcal{P}(z - vt)$, инициируемой как внешним электрическим полем, так и локализованным начальным возмущением поля директора в форме гауссова (нормального) распределения. Изучены механизмы ответственные за формирование бегущей волны ударного давления распространяющегося в ТНЯ от одной ее границы к другой, а также показано, как величина электрического поля и форма локализованного начального возмущения поля директора влияют на сходство бегущей волны с кинкоподобной волной. Результаты исследования динамической релаксации поля директора в ТНЯ также показали, что при температурах, превышающих температуру фазового перехода нематик–смектик А (NA) T_{NA} на несколько десятков мК, флуктуации параметра порядка зарождающейся смектической фазы подавляют влияние электрического поля и способствуют тому, что плотность азимутальной энергии сцепления демонстрирует сингулярное поведение при $T \rightarrow T_{NA}$.

Ключевые слова: физика жидких кристаллов, гидродинамика анизотропных систем.

DOI: 10.21883/FTT.2020.02.48884.605

1. Введение

Реальное развитие жидкокристаллических (ЖК) технологий, которые обеспечивают качественное, контрастное и отчетливое изображение на больших ЖК-экранах и панелях, достигается посредством использования супер-твистовой нематической (super twisted nematic) технологии. В основу этой технологии положены твистовые нематические ячейки (ТНЯ) с пикселями, активируемыми электрическим полем [1,2]. Невзирая на то, что структурные и оптические свойства твистовых нематических ЖК (НЖК) изучены достаточно подробно [3], еще рано говорить о том, что все механизмы ответственные за динамическую релаксацию как поля директора, так и компонент тензора напряжения ЖК-материала получили достаточное объяснение.

В настоящей статье будет исследован новый механизм, ответственный за формирование нелинейного ударного давления в форме бегущей волны в микроразмерном объеме твистового нематического ЖК (ТНЖК), инициируемого электрическим полем \mathbf{E} . Это явление краткосрочного ударного давления на стенки микроразмерного объема ТНЖК-материала, по-видимому, может быть использовано в конструкциях некоторых микросенсоров и микроактюаторов, в основу которых положены нематические ЖК-материалы [4].

Нематическая твистовая ЖК-ячейка представляет собой микроразмерный объем ЖК-материала, помещенный между двумя параллельными ограничивающими поверхностями, разделенными спейсорами. При этом ориентация директора на верхней поверхности ЖК-ячейки $\hat{\mathbf{n}}^+ = \hat{\mathbf{n}}_{z=d/2}$ направлена под прямым углом к ориентации директора на нижней ограничивающей поверхности $\hat{\mathbf{n}}^- = \hat{\mathbf{n}}_{z=-d/2}$, и весь процесс переориентации поля директора $\hat{\mathbf{n}}$ происходит в плоскости, параллельной обеим ограничивающим поверхностям. Здесь d — есть толщина ЖК-ячейки. При отсутствии внешнего поля, под действием только поверхностных сил в такой ТНЯ устанавливается линейное распределение поля директора, характеризующееся азимутальным углом $\psi(z, t) = \frac{\pi}{2} z$ [5,6]. Здесь ψ — азимутальный угол, образованный директором $\hat{\mathbf{n}}$ и осью x , принадлежащий плоскости XOY (см. рис. 1). В свою очередь, ось z направлена перпендикулярно ограничивающим поверхностям, а начало отсчета системы координат начинается с середины твистовой ячейки (см. рис. 1). Если одновременно приложить внешнее электрическое поле $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{i}}$, направленное вдоль оси x , и придать локальному начальному возмущению поля директора гауссову (нормальную) форму $\psi(z, t = 0) = \frac{1}{\sigma} \varphi((z - z_1)/\sigma)$, то могут возникнуть несколько режимов релаксации поля

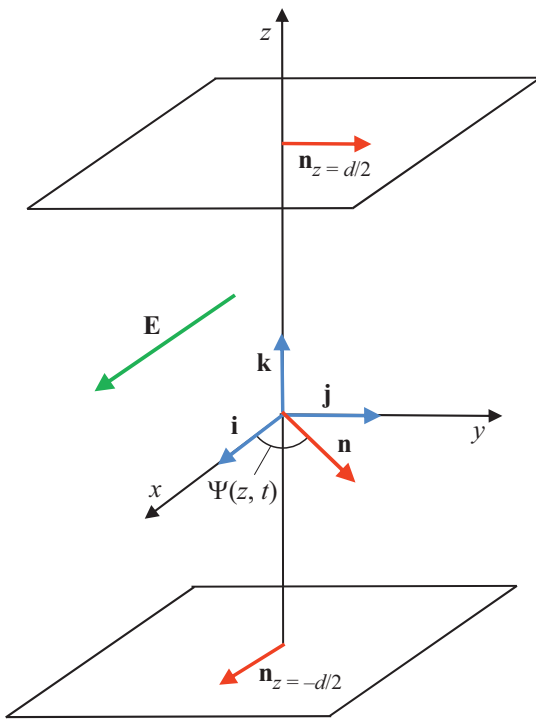


Рис. 1. Геометрия нематической твистовой ячейки.

директора $\hat{\mathbf{n}}(z, t)$ к его равновесному распределению $\hat{\mathbf{n}}_{\text{eq}}$ по объему ТНЯ, направленному вдоль электрического поля \mathbf{E} . Здесь $\varphi((z - z_1)/\sigma)$ — гауссова (нормальная) функция распределения, σ — ее дисперсия, а z_1 — положение фокуса гауссового распределения соответственно. До сих пор при исследовании механизмов релаксации поля директора в твистовых НЖК основное внимание было уделено описанию линейных механизмов релаксации $\hat{\mathbf{n}}$ [7], или нелинейных, но не в форме бегущей волны $\psi(z - vt)$ [6].

Новый нелинейный механизм формирования режима ударного давления на ограничивающие стенки микро-размерного объема твистовой ячейки реализующийся в форме кинкоподобной бегущей волны $\mathcal{P}(z - vt)$, инициируемой как внешним электрическим полем, так и локализованным начальным возмущением поля директора в форме гауссового (нормального) распределения, будет описан в рамках нелинейного обобщения классической теории Эриксона–Лесли [8,9], которое учитывает баланс массы, импульсов и угловых моментов действующих на единицу объема ЖК-фазы.

Вышеописанный нелинейный механизм релаксации поля директора в форме кинкоподобной бегущей волны, инициированной как внешним электрическим полем, так и начальным возмущением поля директора, применим при температурах далеких от температур фазового перехода нематик–смектик А (NA) T_{NA} . Вблизи T_{NA} некоторые материальные коэффициенты, такие как коэффициенты упругости Франка и вращательной вязкости демонстрируют сингулярное поведение при $T \rightarrow T_{\text{NA}}$.

Особенности динамической релаксации поля директора в ТНЯ, при температурах превышающих T_{NA} на несколько десятков мК и сопровождающейся формированием смектического домена в нематической фазе, будут также описаны в рамках классической теории Эриксона–Лесли [8,9].

Статья организована следующим образом: в разделе 2 будет дано описание нового нелинейного механизма релаксации поля директора в ТНЯ в форме бегущей волны, под действием внешнего электрического поля и при температурах соответствующих стабильной нематической фазе, а в разделе 3 будут представлены результаты расчета ряда динамических режимов релаксации как поля директора, так и формирования ударной волны давления на ограничивающие поверхности твистовой ячейки. В разделе 4 будут представлены результаты расчетов ряда динамических режимов возникающих в ТНЯ при температурах близких к температурам фазового перехода нематик–смектик А, в то время как в заключительном разделе изложены основные результаты исследования вышеописанных динамических режимов релаксации в твистовых нематических ячейках под действием внешнего электрического поля.

2. Основные гидродинамические уравнения и их решения

Рассмотрим нематическую твистовую ЖК-ячейку, представляющую собой микроразмерный объем ЖК-материала, при температурах соответствующих стабильной нематической фазе, помещенный между двумя параллельными ограничивающими поверхностями, разделенными спейсерами таким образом, что ориентация директора на верхней поверхности ЖК-ячейки $\hat{\mathbf{n}}^+$ направлена под прямым углом к ориентации директора на нижней ограничивающей поверхности $\hat{\mathbf{n}}^-$. Рассмотрим систему координат отсчитываемую от середины ЖК-ячейки так, что ось X и орт $\hat{\mathbf{i}}$ совпадают с направлением директора на нижней ограничивающей поверхности ($\hat{\mathbf{i}} \parallel \hat{\mathbf{n}}_{z=-d/2}$), в то время как ось Z и орт $\hat{\mathbf{k}}$ направлены ортогонально вектору $\hat{\mathbf{n}}^-$ ($\hat{\mathbf{k}} \perp \hat{\mathbf{n}}_{z=-d/2}$), а орт $\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{i}}$. Будем предполагать, что переориентация поля директора $\hat{\mathbf{n}} = (n_x, n_y, 0) = \cos \psi \hat{\mathbf{i}} + \sin \psi \hat{\mathbf{j}}$ под действием внешнего электрического поля $\mathbf{E} = E \hat{\mathbf{i}}$, направленного вдоль оси x , происходит в плоскости XOY (см. рис. 1). Поскольку директор $\hat{\mathbf{n}}(z, t)$ остается все время в плоскости XOY , а все пространственные зависимости физических величин вовлеченных в динамический процесс переориентации поля директора сведены к зависимости только от расстояния z , отсчитываемого от середины ЖК ячейки, то новый нелинейный механизм формирования режима ударного давления на ограничивающие стенки микроразмерного объема твистовой ячейки реализующийся в форме кинкоподобной бегущей волны $\mathcal{P}(z - vt)$ может быть описан с учетом баланса угловых моментов действующих на единицу объема

ЖК-фазы как [7]:

$$\left(\frac{\partial \mathcal{F}_{\text{elast}}}{\partial \psi_{,z}}\right)_{,z} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \psi} - \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \psi_{,t}} = 0. \quad (1)$$

В свою очередь баланс линейных моментов действующих на единицу объема ЖК-фазы может быть записан в виде [7]:

$$P_{,z} = -\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \psi_{,t}} \psi_{,z}. \quad (2)$$

Здесь $\mathcal{P} = P - \mathcal{F}$ — произвольное давление в твистовой ЖК-ячейке, $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{\text{elast}} - \mathcal{F}_{\text{el}}$, $\mathcal{F}_{\text{elast}} = \frac{1}{2} K_2 \psi_{,z}^2$ — плотность упругой энергии, приходящейся на единицу объема ЖК-фазы, $\mathcal{F}_{\text{el}} = -\frac{1}{2} \epsilon_a \epsilon_0 (\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}})^2$ — плотность электрической энергии, $\mathcal{D} = \frac{1}{2} \gamma_1 \psi_{,t}^2$ — вязкий вклад в полную диссипационную функцию Рэлея, K_2 — коэффициент упругости Франка, соответствующий твистовой деформации, γ_1 — коэффициент вращательной вязкости, ϵ_a — диэлектрическая анизотропия ЖК-системы, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, $\psi_{,t} = \frac{\partial \psi}{\partial t}$, $\psi_{,z} = \frac{\partial \psi}{\partial z}$, и $\psi \equiv \psi(z, t)$, а z — расстояние, отсчитанное от центра ЖК-ячейки. В случае жесткого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями условие баланса угловых моментов на границе раздела ЖК-фазы/твердое тело может быть записано в виде

$$\psi(z)_{z=-\frac{d}{2}} = 0, \quad \psi(z)_{z=\frac{d}{2}} = \frac{\pi}{2}. \quad (3)$$

Поскольку в нашем случае поле директора $\hat{\mathbf{n}}$ вращается в плоскости XOY , при отсутствии гидродинамического потока $\mathbf{v} = 0$, то выражение для произвольного давления \mathcal{P} принимает вид [7]:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(z, t) = & \frac{1}{2} K_2 \psi_{,z}^2(z, t) - \frac{1}{2} \epsilon_a \epsilon_0 E^2 \sin^2 \psi(z, t) \\ & - \gamma_1 \int_{-z/2}^{z/2} \psi_{,t}(\chi, t) \psi_{,z}(\chi, t) d\chi. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь первые два члена в выражении для произвольного давления соответствуют вкладам упругих и электрических сил, в то время как третий вклад обусловлен вязкими силами. Таким образом, для того чтобы сформировался нелинейный режим ударного давления на ограничивающие поверхности ТНЯ в форме кинкоподобной бегущей волны $\mathcal{P}(z - vt)$, необходимо определить условия, когда возможно формирование нелинейного режима релаксации азимутального угла в форме бегущей волны $\psi(z - vt)$. При этом следует отметить, что поскольку внешнее электрическое поле \mathbf{E} направлено вдоль оси x , состояние, соответствующее положению угла $\psi_{z=\frac{d}{2}}(z) = \frac{\pi}{2}$, становится неустойчивым, и кинкоподобный фронт $\psi(z - vt)$ начинает движение от одного края ячейки ($z = \frac{d}{2}$) к другому краю ($z = -\frac{d}{2}$).

В связи с этим возникает несколько вопросов, например, как быстро фронт бегущей волны будет распространяться в ТНЯ и каково влияние электрического

поля и граничных условий на сходство бегущей волны с кинкоподобной волной? На эти и подобные вопросы ответ можно получить с помощью численного решения уравнения баланса угловых моментов действующих на единицу объема ЖК-фазы. В случае плоской геометрии и отсутствия потока ($\mathbf{v} = 0$), уравнение (1) принимает вид

$$\gamma_1 \psi_{,t}(z, t) = K_2 \psi_{,zz}(z, t) + \Delta \sin 2\psi(z, t), \quad (5)$$

где $\psi_{,zz}(z, t) = \partial^2 \psi(z, t) / \partial z^2$, $\Delta = \frac{\epsilon_0 \epsilon_a E^2}{2}$, $\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$, а ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp} — коэффициенты диэлектрической проницаемости твистового нематика параллельно и перпендикулярно направлению директора $\hat{\mathbf{n}}$. В уравнении (5) левая часть соответствует вкладу в баланс моментов, обусловленный гидродинамическими силами $\mathbf{T}_{\text{vis}} = -\gamma_1 \psi_{,t} \mathbf{k}$. Это подразумевает отсутствие гидродинамического потока и наличие только вращения поля директора в плоскости XOY .

В случае жесткого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями условие баланса угловых моментов на границе раздела ЖК-фазы/твердое тело может быть записано в виде уравнения (3), в то время как начальному возмущению поля директора $\psi(z, t = 0)$ можно придать форму гауссова (нормального) распределения

$$\psi(z, t = 0) = \frac{1}{\sigma} \varphi((z - z_1)/\sigma). \quad (6)$$

Начальное условие (6) предполагает, что в момент времени $t = 0$ директор ориентирован ортогонально направлению электрического поля $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{i}}$ в форме гауссова распределения со среднеквадратичным отклонением σ , а затем директору позволено релаксировать к равновесному положению таким образом, что фронт бегущей волны $\psi(z - vt)$ начинает двигаться от одной границы твистовой ячейки ($z = d/2$), где директор ориентирован вдоль оси y , к другой ($z = -d/2$), где директор ориентирован вдоль оси x . Отметим, что начальное возмущение в форме гауссова распределения $\varphi((z - z_1)/\sigma)$ может быть достигнуто с помощью сфокусированного лазерного импульса.

Определим вначале минимальное значение скорости бегущей волны v_m в микроразмерной твистовой ячейке формирующейся под действием внешнего электрического поля \mathbf{E} . Для этого подставим выражение для азимутального угла $\psi(z - vt) \sim \exp\left[-E\sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_a}{K_2}}(z - vt)\right]$ в линейную версию уравнения (5). В результате получим, что минимальная скорость [6] $v_m = 2\sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_a K_2}{\gamma_1^2}} E$ пропорциональна величине электрического поля E , и такая волна может сформироваться в твистовой ячейке толщиной не меньше чем $\kappa = \sqrt{\frac{K_2}{\epsilon_0 \epsilon_a}} \frac{1}{E}$. Таким образом, если $E \geq E_{\text{cr}} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{K_2}{\epsilon_0 \epsilon_a}}$, то только в этом случае возможно формирование такой бегущей волны, с минимальной

скоростью v_m , чтобы она вписалась в твистовую ячейку толщиной d .

Для того, чтобы исследовать эту проблему подробнее, перепишем уравнение (5) в безразмерном виде

$$\psi_{,\tau}(z, \tau) = \psi_{,zz}(z, \tau) + \frac{1}{2} \sin 2\psi(z, \tau), \quad (7)$$

где $\tau = \frac{\epsilon_0 \epsilon_a E^2}{\gamma_1} t$ — безразмерное время, а $\bar{z} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_a E^2}{K_2}} z = z/\kappa$ — безразмерная координата вдоль оси z , причем верхняя черта над пространственной переменной z в дальнейшем будет опущена.

Следует отметить, что уравнение (7) является частным случаем более общей проблемы диффузионных уравнений типа [10]:

$$\psi_{,t} = \psi_{,zz} + f(\psi), \quad (8)$$

где $f(\psi)$ представляет собой нелинейный функционал, характеризующийся, как минимум двумя положениями равновесия [11]. В конце 30-х годов Колмогоровым и др. было показано [10], что строго локализованное начальное возмущение может асимптотически эволюционировать в форме бегущей волны $\psi(z - vt)$ от одного положения равновесия (неустойчивого) к другому (устойчивому). Это состояние реализуется для широкого класса функционалов $f(\psi)$ при одном условии — чтобы выполнялось $f(0) = 0$ и $f'(0) = 0$. При этом скорость распространения бегущей волны удовлетворяет неравенствам $2\left[\left(\frac{\partial f(\psi)}{\partial \psi}\right)_{\psi=0}\right]^{1/2} \leq v \leq 2\left[\sup_{\psi \in [0,1]} \left(\frac{f(\psi)}{\psi}\right)\right]^{1/2}$. В предельном случае эта скорость равна 2 и бегущая волна распространяется в бесконечном интервале $(-\infty, +\infty)$. Но в нашем случае $f(\psi) = \frac{1}{2} \sin 2\psi(z, \tau)$ и условия $f(0) = 0$ и $f'(0) = 0$ не выполняются, и кроме того мы имеем дело с ограниченным интервалом $[-1/2, 1/2]$, так что бегущая волна $\psi(z - vt)$ сначала должна сформироваться (режим I), а затем распространяться от одного края ячейки ($z = \frac{1}{2}$) к другому ($z = -\frac{1}{2}$) (режим II) со скоростью $v \geq v_m$. Таким образом, наша цель заключается в том, чтобы численными методами, в рамках нелинейного обобщения классической теории Эриксона–Лесли, изучить новый нелинейный, кинкоподобный механизм формирования режима ударного давления $\mathcal{P}(z - vt)$ на ограничивающие стенки микроразмерного объема твистовой ячейки, инициируемый как внешним электрическим полем, так и локализованным начальным возмущением поля директора в форме гауссового (нормального) распределения.

В движущейся системе координат $\xi = z/\kappa - vt$ последнее уравнение (7) принимает вид

$$\psi_{,\tau}(\xi) = v\psi_{,\xi}(\xi) + \psi_{,\xi\xi}(\xi) + \frac{1}{2} \sin 2\psi(\xi). \quad (9)$$

Здесь релаксация поля директора \hat{n} к его равновесному положению в твистовой ячейке \hat{n}_{eq} , описывается углом

$\psi(\xi)$, который в начальный момент времени претерпевает возмущение в гауссовой форме

$$\psi(\xi, \tau = 0) = \frac{1}{\sigma} \varphi((\xi - \xi_3)/\sigma), \quad (10)$$

где $\varphi((\xi - \xi_3)/\sigma)$ — гауссиан со средним ξ_3 и среднеквадратичным σ отклонениями, локализованный вблизи верхней ограничивающей поверхности $(\xi_1 + \xi_2)/2 < \xi_3 \leq \xi_2$.

В случае жесткого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями условие баланса угловых моментов на границе раздела ЖК-фаза/твердое тело теперь может быть записано в виде (случай А)

$$\psi(\xi)_{\xi=\xi_1} = 0, \quad \psi(\xi)_{\xi=\xi_2} = \frac{\pi}{2}, \quad (11)$$

где $\xi_1 = d/(2\kappa) - vt$ и $\xi_2 = d/(2\kappa)$ — соответствуют положениям верхней и нижней ограничивающих поверхностей.

В случае жесткого сцепления ЖК-молекул с верхней и слабого сцепления с нижней ограничивающими поверхностями, при том, что энергия сцепления записывается в форме [12] $W = \frac{1}{2} A \sin^2(\psi_s - \psi_0)$, где A — плотность энергии сцепления, а углы ψ_s и ψ_0 отвечают азимутальным углам положения директора на нижней ограничивающей поверхности \hat{n}^- и ориентации легкой оси ориентирования \hat{e} , баланс моментов перенесенный на нижнюю поверхность дает граничное условие в виде (случай В)

$$(\partial\psi(\xi)/\partial\xi)_{\xi=\xi_1} = \mathcal{A}, \quad \psi(\xi)_{\xi=\xi_2} = \pi/2, \quad (12)$$

где $\mathcal{A} = \frac{A\kappa}{2K_2} \sin 2\delta\psi$ и $\delta\psi = \psi_s - \psi_0$ соответственно.

Процесс релаксации директора к его равновесному положению удобно описать с помощью диссипационной функции \mathcal{D} , которая в движущейся системе координат $\xi = z/\kappa - vt$ с учетом только твистовых деформаций принимает вид [6] $\mathcal{D} = \psi_{,\tau}^2(\xi)$, в то время как выражение для произвольного безразмерного давления \mathcal{P} может быть записано в виде [7]:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\xi) &= \mathcal{P}_{\text{elast}}(\xi) - \mathcal{P}_{\text{el}}(\xi) - \int (\partial\mathcal{D}/\partial\psi_{,\tau}) \psi_{,\chi}(\chi) d\chi \\ &= -\psi_{,\xi}^2(\xi), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\mathcal{P}_{\text{el}}(\xi) = \frac{1}{2} \sin^2 \psi(\xi)$ и $\mathcal{P}_{\text{elast}}(\xi) = -\frac{1}{2} \psi_{,\xi}^2(\xi)$ — безразмерные вклады в общее выражение для произвольного давления \mathcal{P} благодаря электрическим и упругим силам. Следует также отметить, что безразмерные \mathcal{P} и размерные P значения давления связаны соотношением $P(\xi) = (K_2/\kappa^2)\mathcal{P}(\xi)$.

3. Результаты вычислений для ряда динамических режимов релаксации поля директора, при температурах, соответствующих стабильной нематической фазе

Решение уравнения (9) с граничными (11) (случай А) и (12) (случай В) и начальным (10) условиями было получено методом релаксации [13], и при этом критерий сходимости итерационного процесса был выбран в виде $\epsilon = |(\psi_{(m+1)}(\xi) - \psi_{(m)}(\xi))/\psi_{(m)}(\xi)|$ таким образом, что итерационный процесс продолжался до достижения $\epsilon = 10^{-4}$. Здесь m — номер итерации. Результат вычисления эволюции азимутального угла $\psi(\xi)$ в движущейся системе координат $\xi = z/\kappa - v\tau$, под действием электрического поля $E = 10E_{cr}$, направленного вдоль оси x , и для случая жесткого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями твистовой ЖК-ячейки (случай А), представлен на рис. 2. При этом, начальное возмущение было выбрано в гауссовой форме (10), с локализацией вблизи верхней ограничивающей поверхности $\xi_3 = 4.75$ и дисперсией $\sigma = 0.25$. В свою очередь, на рис. 3 представлены результаты расчета эволюции поля директора \hat{n} к его равновесному положению в твистовой ячейке \hat{n}_{eq} , описанному углом $\psi(\xi)$ в движущейся системе координат $\xi = z/\kappa - v\tau$, под действием электрического поля $E = 10E_{cr}$, направленного также вдоль оси x , но для случая жесткого сцепления ЖК-молекул с верхней, и слабого сцепления с нижней ограничивающими поверхностями, при том, что энергия сцепления $\mathcal{A} = 1.0$. В обоих этих случаях эволюционный процесс, описываемый углом $\psi(\xi)$ в движущейся системе координат $\xi = z/\kappa - v\tau$, из положения характеризуемого углом $\psi(\xi, \tau = 0)$ (см. уравнение (10)), в положение характеризующееся углом $\psi_{eq}(\xi)$, условно можно разделить на две стадии. Первая (стадия I) характеризуется не кинкоподобной эволюцией угла $\psi(\xi)$, вплоть до достижения положений отмеченных на рис. 2 и 3, номером 1, в то время как вторая стадия (стадия II) эволюционного процесса, отсчитанная от распределений углов $\psi(\xi)$, помеченных номером 1, и до значений $\psi_{eq}(\xi)$, помеченных номером 2, характеризуется кинкоподобной эволюцией угла $\psi(\xi)$. Отметим, что на втором этапе сформировавшаяся кинкоподобная волна характеризуется постоянным профилем $\psi(\xi)$ и безразмерной скоростью пробега v . Вычисления показали, что в случае А время, которое система тратит на формирование кинкоподобной волны $\tau_I(A) \sim 3.56$ (режим I), больше чем время пробега кинкоподобной волны $\tau_{II}(A) \sim 2.38$ (режим II) до достижения равновесной ориентации $\psi_{eq}(\xi)$. Таким образом, в случае А общее время релаксации системы состоит из двух вкладов и равно $\tau_R(A) = \tau_I(A) + \tau_{II}(A) \sim 3.56 + 2.38 = 5.94$, в то время как в случае В общее время релаксации равно $\tau_R(B) = \tau_I(B) + \tau_{II}(B) \sim 4.30 + 1.58 = 5.88$ соответственно. В случае А на участке формирования кинкоподобного профиля $\psi(\xi)$ средняя безразмерная скорость равна $v_I(A) = 2.5/3.56 \sim 0.7$, в то время

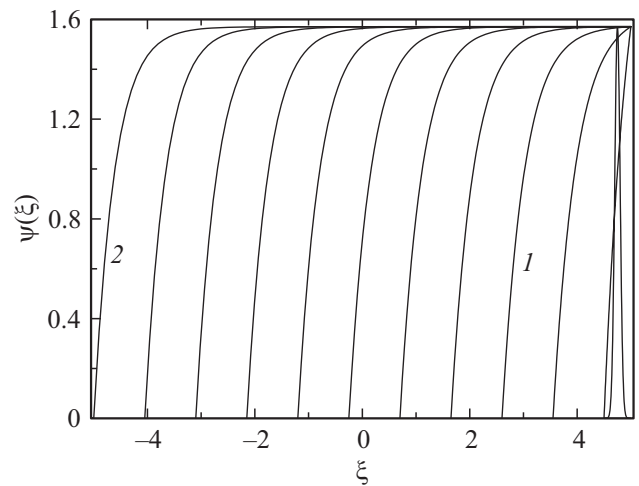


Рис. 2. Эволюция азимутального угла $\psi(\xi)$ vs $\xi = z/\kappa - v\tau$ в микроразмерной ТНЯ под действием электрического поля $E/E_{cr} = 10$, для случая жесткого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями (случай А). Начальное возмущение выбрано в гауссовой форме $\psi(\xi, \tau = 0) = \frac{1}{\sigma} \varphi((\xi - \xi_3)/\sigma)$ и локализовано вблизи верхней ограничивающей поверхности $\xi_3 = 4.75$ и $\sigma = 0.25$ соответственно.

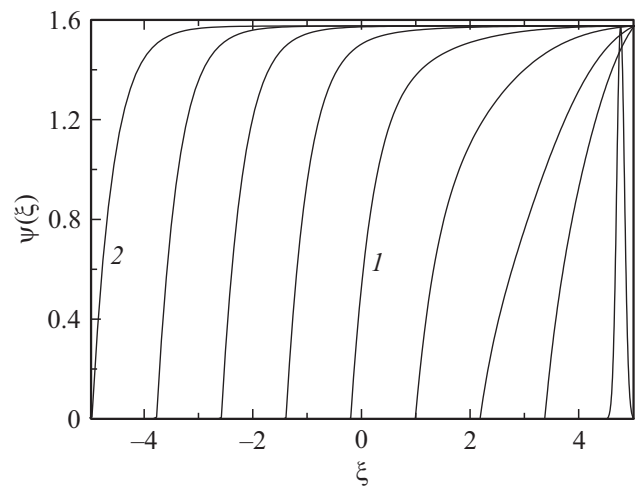


Рис. 3. То же, что на рис. 2, но для случая В, со значением $\mathcal{A} = 1$.

как в случае В средняя безразмерная скорость равна $v_I(B) = 5.25/4.30 \sim 1.22$, что в 1.74 раза выше чем в случае А. В свою очередь, в случае А, на участке, где кинкоподобный профиль $\psi(\xi)$ уже сформировался, средняя безразмерная скорость фронта волны равна $v_{II}(A) = 7.5/2.38 \sim 3.15$, в то время как в случае В средняя безразмерная скорость движения фронта кинкоподобной волны равна $v_{II}(B) = 4.75/1.58 \sim 3.00$, что в 0.95 раза меньше чем в случае А. Следует отметить, что изменение плотности энергии сцепления ЖК-молекул с нижней ограничивающей поверхностью на один порядок, с $\mathcal{A} = 1.0$ до 0.1, ведет к незначительному уменьшению величины безразмерного времени релакса-

ции поля директора $\tau_R(B)$ всего на 0.01 безразмерной единицы времени, с 5.88 до 5.87 соответственно.

Отметим, что в случае ЖК-системы, образованной молекулами 4-*n*'-октил-*n*-цианобифенила (8ЦБ), при температуре 307 К значения коэффициента A варьируются между 10^{-5} и 10^{-6} J/m² [14,15], а значения коэффициента $K_2 \sim 5.87$ pN. В случае когда $\Delta\psi < 10^\circ$ и $d \sim 10 \mu\text{m}$, комбинация $\mathcal{A} = \frac{Ak}{2K_2} \sin 2\delta\psi$ варьируется между значениями 0.1 и 1.0. В свою очередь расчет безразмерной средней скорости v_{av} вдоль всей толщины твистовой ЖК-ячейки дает следующий результат: в случае А, $v_{av}(A) = 10/5.94 \sim 1.68$, что практически равно значению безразмерной средней скорости $v_{av}(B) = 10/5.94 \sim 1.70$, для случая В. Таким образом, можно сделать вывод, что на процесс формирования кинкоподобной бегущей волны $\psi(\xi)$ в микроразмерной твистовой ЖК-ячейке под действием внешнего электрического поля сильное влияние оказывает не только локализация начального возмущения поля директора, но и характер взаимодействия ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями. Действительно, положение начального возмущения $\psi(\xi, \tau = 0) = \frac{1}{\sigma} \varphi((\xi - \xi_3)/\sigma)$ сильно влияет на характер формирования кинкоподобной бегущей волны, и, тем самым, на величину времени релаксации поля директора. Так, если начальное возмущение находится вблизи нижней границы твистовой ячейки $\xi_3 = -3.7$, то процесс релаксации \hat{n} к его равновесному положению \hat{n}_{eq} , в случае В ($\mathcal{A} = 1.0$), реализуется в форме бегущей волны без формирования кинкоподобного профиля $\psi(\xi)$ (см. рис. 4). В этом случае безразмерная величина времени релаксации $\tau'_R(B)$ немного возрастает, с $\tau_R(B) \sim 5.88$ до $\tau'_R(B) \sim 5.91$.

Результаты расчета средней величины размерной скорости $v_{av} = d/t_R = \epsilon_0 \epsilon_a E^2 d / \gamma_1 \tau_R$ релаксации поля директора к его равновесному положению, в зависимости от величины электрического поля E/E_{cr} , представлены на рис. 5. Эти вычисления выполнены для случая ЖК-системы образованной молекулами 5ЦБ инкапсулированными в ячейку толщиной $10 \mu\text{m}$. Прежде всего следует отметить, что величина v_{av} пропорциональна толщине твистовой ЖК-ячейки d и E^2 и обратно пропорциональна величине коэффициента вращательной вязкости γ_1 . Факт слабого влияния величины плотности энергии сцепления \mathcal{A} на среднюю скорость v_{av} в зависимости от величины поля E отражен в поведении кривых 1 и 2 на рис. 5. Незначительное расхождение в значениях v_{av} , рассчитанных для случаев слабого (случай В) ($\mathcal{A} = 1.0$) (рис. 5, кривая 2) и сильного (случай А) (рис. 5, кривая 1) сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями отмечено лишь при значениях электрического поля $E \sim 9.0E_{cr}$. Кривая 3 (рис. 5) соответствует значениям минимальной скорости v_m распространения бегущей волны в твистовой ЖК-ячейке. Результаты расчета показали, что значения v_m примерно в 3.5 раза меньше обоих значений $v_{av}(A)$ и $v_{av}(B)$. Как следует из уравнения (13), формирование бегущей кинкоподобной волны $\psi(\xi)$, движущейся

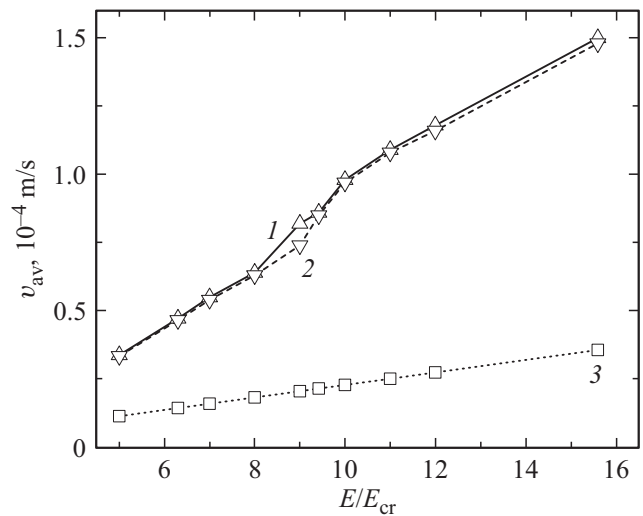


Рис. 4. Зависимость скорости релаксации поля директора v_{av} от величины электрического поля E/E_{cr} , для случаев жесткого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями (случай А) (кривая 1), случая жесткого сцепления ЖК-молекул с верхней, и слабого сцепления с нижней ограничивающими поверхностями (случай В) (кривая 2), и минимальной скорости v_m (кривая 3), в 10-миллиметровой твистовой ячейке.

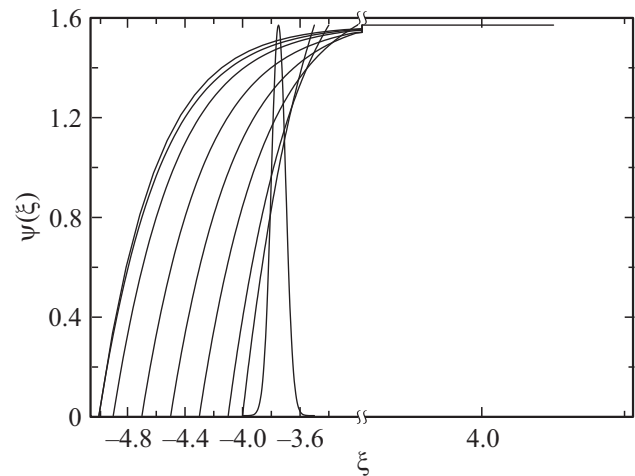


Рис. 5. То же, что на рис. 2, но начальное возмущение локализовано вблизи нижней ограничивающей поверхности $\xi_3 = -3.7$

поперек твистовой ЖК-ячейки, может инициировать режим бегущего ударного давления $\mathcal{P}(\xi)$ распространяющегося от одной границы ячейки к другой, под действием как внешнего электрического поля E , так и локализованного начального возмущения \hat{n} . Результаты расчетов ударного давления $\mathcal{P}(\xi)$ для случаев жесткого (случай А) и слабого (случай В) граничных сцеплений ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями и наличия внешнего поля $E = 10E_{cr}$ представлены на рис. 6 и 7 соответственно. Показано, что благодаря влиянию как электрического поля $E = 10E_{cr}$, так и

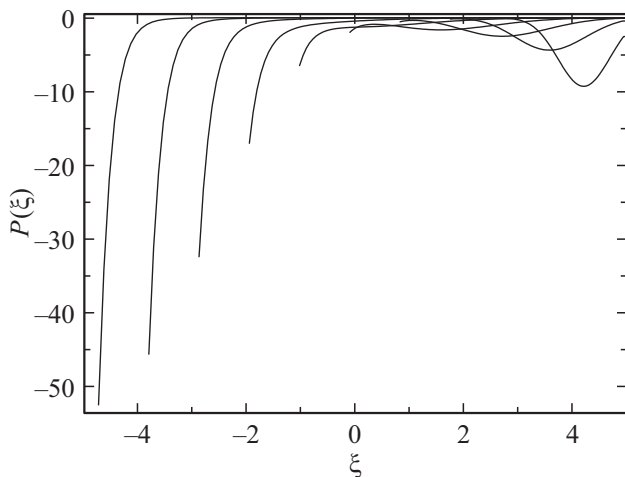


Рис. 6. Эволюция профиля давления $P(\xi)$ vs $\xi = z/\kappa - vt$ в микроразмерной ТНЯ под действием электрического поля $E/E_{cr} = 10$, для случая жесткого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями (случай А). Начальное возмущение выбрано в гауссовой форме $\psi(\xi, \tau = 0) = \frac{1}{\sigma} \varphi((\xi - \xi_3)/\sigma)$ и локализовано вблизи верхней ограничивающей поверхности $\xi_3 = 4.75$ и $\sigma = 0.25$ соответственно.

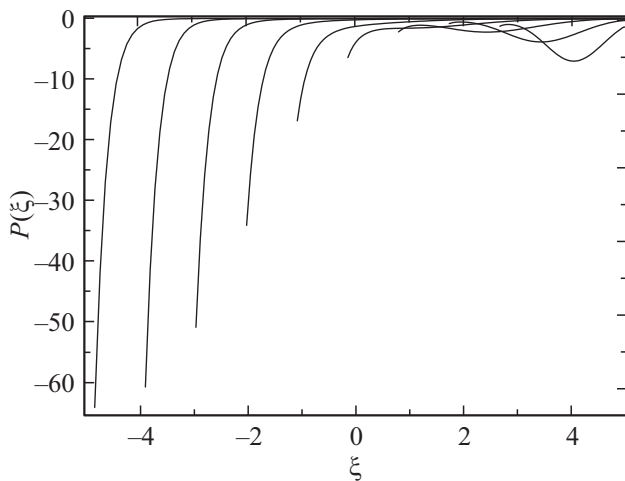


Рис. 7. То же, что на рис. 6, но для случая В, со значением $\mathcal{A} = 1$.

начального возмущения поля директора \hat{n} , выбранного в гауссовой форме (см. уравнение (10)), с локализацией вблизи верхней ограничивающей поверхности $\xi_3 = 4.75$ и дисперсией $\sigma = 0.25$, на начальном этапе эволюции, абсолютная величина $|\mathcal{P}(\xi)|$ в обоих случаях убывает до нуля (см. рис. 6 и 7), с последующим ростом до ~ 52 (случай А) и ~ 64 (случай В) безразмерных значений соответственно. Этим безразмерным значениям давления \mathcal{P} соответствуют размерные значения $P(\xi) = (K_2/\kappa^2)\mathcal{P}(\xi)$, равные $\sim 5.2 \text{ N/m}^2$ (случай А) и $\sim 6.4 \text{ N/m}^2$ (случай В) соответственно. Расчеты также показали, что профиль ударного давления $\mathcal{P}(\xi)$, рассчитанный с учетом упругих, электрических и вязких сил,

вначале формируется вблизи верхней ограничивающей поверхности $\xi_1 = d/2\kappa - vt$, с последующим движением в сторону нижней ограничивающей поверхности $\xi_2 = d/2\kappa$, которую он достигает спустя время (время релаксации) $\tau_R(I)$ ($I = A, B$). Это как раз то время, которое ЖК-система тратит на переориентацию начального возмущения \hat{n} под действием внешнего электрического поля $E = 10E_{cr}$ к его равновесной ориентации \hat{n}_{eq} . Физически это означает, что в случае формирования бегущей кинкоподобной волны $\psi(z - vt)$ начальное возмущение поля директора вблизи верхней ограничивающей поверхности достигает нижней границы ЖК-ячейки спустя время $t_R(I)$ ($I = A, B$) и оказывает давление $\sim 5.2 \text{ N/m}^2$, в случае А, и $\sim 6.4 \text{ N/m}^2$, в случае В соответственно. Таким образом, эффект слабого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями ЖК-ячейки приводит к $\sim 20\%$ росту величины ударного давления на нижнюю ограничивающую поверхность, по сравнению со случаем сильного сцепления. Это в свою очередь показывает, что факт ударного давления на нижнюю ограничивающую поверхность твистовой ЖК-ячейки при вышеописанных условиях спустя время $t_R(I)$ ($I = A, B$) может служить индикатором того, что кинкоподобный фронт бегущей волны уже сформировался и достиг нижней границы ячейки.

4. Аномальная динамика переориентации поля директора вблизи фазового перехода нематик–смектик А

В случае ЖК-материала такого как 8ЦБ, по мере охлаждения одной из ограничивающих поверхностей, например, нижней, до температур T , превышающих T_{NA} на несколько десятков мК, в пристенной области начинает формироваться смектический домен. Здесь T_{NA} — температура фазового перехода нематик–смектик А (NA), и в случае 8ЦБ равная $T_{NA} \sim 306.5 \text{ K}$ [16]. При этом в нематической фазе в результате флуктуаций зарождающегося смектического порядка ряд материальных параметров, таких как коэффициенты вращательной вязкости γ_1 и упругости Франка K_2 , демонстрируют сингулярное поведение при $T \rightarrow T_{NA}$. В результате выражения для этих материальных параметров принимают вид [17]:

$$\gamma_1 = \gamma_1^G + \gamma_1^{Cr} = \gamma_1^G + \frac{k_B T}{4} \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{\rho_m}{K_1}} t^{\nu_{\parallel}-1}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} K_2 &= K_2^G + K_2^{Cr} = K_2^G + \frac{k_B T}{6} \frac{\pi}{l^2} \frac{\xi_{\perp}^2}{\xi_{\parallel}} \\ &= K_2^G + \frac{k_B T}{6} \frac{\pi}{l^2} \frac{\xi_{\perp,0}^2}{\xi_{\parallel,0}} t^{-2\nu_{\perp} + \nu_{\parallel}}, \end{aligned} \quad (15)$$

где γ_1^G и K_2^G — значения этих материальных параметров при температурах значительно выше температуры T_{NA} , k_B — постоянная Больцмана, ρ_m —

плотность ЖК-фазы, l — расстояние между слоями зарождающейся смектической фазы, K_1 — коэффициент упругости Франка, соответствующий продольной деформации, $t = T/T_{NA} - 1$ — безразмерная температура, $\xi_{\parallel} = \xi_{\parallel,0} t^{-\nu_{\parallel}}$ и $\xi_{\perp} = \xi_{\perp,0} t^{-\nu_{\perp}}$ — корреляционные длины вдоль и поперек направления поля директора \hat{n} , а ν_{\parallel} и ν_{\perp} — их критические индексы соответственно.

Следует отметить, что по мере охлаждения нижней ограничивающей поверхности, при $T \rightarrow T_{NA}$, отношение материальных параметров K_2/γ_1 принимает вид

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{K_2}{\gamma_1} \sim \frac{t^{-2\nu_{\perp} + \nu_{\parallel}}}{t^{\nu_{\parallel} - 1}} = t^{1 - 2\nu_{\perp}}.$$

В случае ЖК-материала образованного молекулами 8ЦБ значения критических индексов равны $\nu_{\parallel} \sim 0.67 \pm 0.02$ и $\nu_{\perp} \sim 0.55 \pm 0.04$ [14] соответственно, а отношение материальных параметров $\frac{K_2}{\gamma_1}$, при $t \rightarrow 0$, равно

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^{-(0.1 \pm 0.08)} \rightarrow \infty.$$

Таким образом, в случае жесткого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями (случай А) уравнение баланса угловых моментов действующих на единицу объема ЖК-фазы, в пределе $T \rightarrow T_{NA}$, принимает вид (см. уравнение (5))

$$\psi_{,zz}(z, t) = 0, \quad (16)$$

а его решение, с учетом граничного условия (3), когда $\psi(z)_{z=-\frac{d}{2}} = 0$, может быть записано в виде

$$\psi \equiv \psi(z)_{z=-\frac{d}{2}} = 0. \quad (17)$$

Физически это означает, что по мере того, как $T \rightarrow T_{NA}$, вблизи нижней ограничивающей поверхности начинает формироваться смектический домен, внутри которого ориентация поля директора не меняется и остается такой же, как на нижней ограничивающей поверхности $z = -\frac{d}{2}$. Фактически, происходит утоньшение области внутри ЖК-ячейки занимаемой нематиком, а нижняя граница сдвигается в сторону верхней ограничивающей поверхности на величину ξ_{\perp} .

Этот результат еще важен и потому, что указывает на неограниченный рост времени релаксации поля директора в зарождающемся смектическом домене $t'_R = \frac{\gamma_1^{Cr} \xi_{\perp}^2}{K_2^{Cr} \bar{E}^2} \tau'_R$. Действительно, по мере охлаждения нижней ограничивающей поверхности до температур превышающих T_{NA} на несколько десятков мК, время релаксации $\lim_{t \rightarrow 0} t'_R \sim \lim_{t \rightarrow 0} t^{2\nu_{\perp} - 1 - 2\nu_{\perp}} \sim \lim_{t \rightarrow 0} t^{-1} \rightarrow \infty$.

Такое поведение релаксационного процесса в смектическом объеме образованном молекулами 8ЦБ, согласуется с оценкой времени релаксации $\lim_{T \rightarrow T_{NA}} t'_R \sim \lim_{T \rightarrow T_{NA}} \left(\frac{T_{NA}}{T - T_{NA}} \right)^{0.1}$, полученной методом ЯМР спектроскопии [18].

В случае В, когда молекулы образующие ЖК-фазу жестко сориентированы на верхней и слабо на нижней

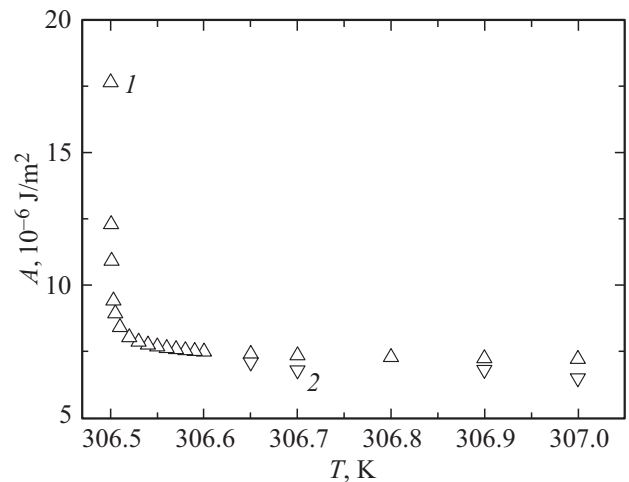


Рис. 8. Зависимость плотности азимутальной энергии сцепления A ЖК-материала, образованного молекулами 8ЦБ, от температуры T , рассчитанная с помощью уравнения (19) (помеченные индексом 1), и экспериментальные данные для 8ЦБ, полученные методом динамического рассеяния (помеченные индексом 2) [19].

ограничивающих поверхностях, условие баланса угловых моментов на нижней ограничивающей поверхности, в пределе $T \rightarrow T_{NA}$, принимает вид

$$\begin{aligned} T_{sur} + T_{anch} &= \frac{K_2}{\kappa} \sin \psi_s - \frac{\partial W}{\partial \psi_s} \\ &= \frac{K_2}{\kappa} \sin \psi_s - \frac{A}{2} \sin 2\Delta\Phi = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь $T_{sur} = \frac{K_2}{\kappa} \sin \psi_s$ — угловой момент создаваемый упругими силами и стремящийся переориентировать поле директора на нижней ограничивающей поверхности \hat{n} , вдоль направления электрического поля \mathbf{E} , в то время как угловой момент $T_{anch} = -\frac{\partial W}{\partial \psi_s}$ создаваемый силами сцепления ЖК-молекул с нижней ограничивающей поверхностью стремится развернуть вектор \hat{n}_s в сторону \hat{n}_0 , $\Delta\Phi = \psi_s - \psi_0$, а $\kappa = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{K_2}{\epsilon_0 \epsilon_a}}$ — корреляционная длина электрического поля. Уравнение (18) позволяет оценить плотность азимутальной энергии сцепления A ЖК-молекул с ограничивающей поверхностью

$$A = \frac{\pi \Phi_s}{d \Delta\Phi} \bar{E} K_2 = \frac{\pi \Phi_s}{d \Delta\Phi} \bar{E} \left(K_2^G + \frac{k_B T}{6} \frac{\pi \xi_{\perp,0}^2}{l^2 \xi_{\parallel,0}} t^{-2\nu_{\perp} + \nu_{\parallel}} \right), \quad (19)$$

где $\bar{E} = E/E_{cr}$ — величина безразмерного электрического поля. На рис. 8 представлены результаты расчета плотности азимутальной энергии сцепления A в зависимости от температуры T , для случая ЖК-материала образованного молекулами 8ЦБ, и экспериментальные данные полученные методом динамического рассеяния [19]. В расчетах были использованы значения $K_2^G \sim 5.87$ рН,

при температуре 307 К, $\Delta\Phi \sim 10^\circ$ (~ 0.17) [18] и $\Phi_s = 0.05$. Результаты сравнения указывают на количественное согласие расчетных и экспериментальных данных для величины A в случае ЖК-материала образованного молекулами 8ЦБ.

5. Заключение

В предлагаемой работе численными методами, в рамках нелинейного обобщения классической теории Эриксона–Лесли, исследован новый нелинейный механизм формирования режима ударного давления на ограничивающие стенки микроразмерного объема твистовой ЖК-ячейки реализующийся в форме кинкоподобной бегущей волны $\mathcal{P}(z - vt)$, инициируемой как внешним электрическим полем, так и локализованным начальным возмущением поля директора в форме гауссового (нормального) распределения. Изучены механизмы, ответственные за формирование бегущей волны ударного давления $\mathcal{P}(z - vt)$, распространяющегося в твистовой нематической ячейке от одной ее границы к другой а также показано, как величина электрического поля и форма локализованного начального возмущения поля директора влияют на сходство бегущей волны с кинкоподобной волной.

Экспериментальное наблюдение релаксационного режима в форме кинкоподобной бегущей волны, по видимому, возможно с помощью поляризационного микроскопа. Поскольку переориентация поля директора имеет место в очень узкой области ЖК-фазы (имеется в виду ширина бегущей волны), под действием внешнего электрического поля $E \geq 10E_{cr}$ или $2 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$ для случая твистовой ЖК-ячейки толщиной $10 \mu\text{m}$, в поляризационном свете могут возникнуть темные бегущие полосы, представляющие собой не что иное как области переориентации поля директора. Учитывая то, что скорость этих полосок $\sim 100 \mu\text{m/s}$, зарегистрировать данное явление можно наблюдая движение интерференционных полос в новой геометрии (наблюдение в скрещенных поляроидах в плоскости слоя), использованной ранее для регистрации вызванной электрическим полем деформации азимутального поворота директора [2]. Эксперимент такого рода позволит проверить теоретические выводы, представленные в данной статье.

Результаты исследования динамической релаксации поля директора в НТЯ также показали, что при температурах превышающих температуру фазового перехода нематик–сметтик $A T_{NA}$ на несколько десятков мК флуктуации параметра порядка зарождающейся смектической фазы подавляют влияние электрического поля и способствуют тому, что плотность азимутальной энергии сцепления демонстрирует сингулярное поведение при $T \rightarrow T_{NA}$.

Исследованные в работе особенности переориентации поля директора в нематических твистовых ячейках под действием внешнего электрического поля необходимо учитывать при создании широкоформатных ЖК-дисплеев и панелей, а также сенсоров и датчиков в основу которых положены ЖК-материалы.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (гранты 3.11888.2018/11.12 и 3.9585.2017/8.9).

Конфликт интересов

У авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] D.K. Yang, S.T. Wu. Fundamentals of Liquid Crystal Devices. John Wiley and Sons, N.Y. (2006). 387 p.
- [2] A.V. Dubtsov, S.V. Pasechnik, D.V. Shmeliyova, V.A. Tsvetkov, V.G. Chigrinov. Appl. Phys. Lett. **94**, 181910 (2009).
- [3] I.C. Khoo. Liquid Crystals: Physical Properties and Nonlinear Optical Phenomena. John Wiley and Sons, N.Y. (1995).
- [4] A.P.H.J. Schenning, G.P. Crawford, D.J. Broer. Liquid Crystal Sensors. CRC Press, Taylor and Francis Group, Boca Raton (2018). 164 p.
- [5] P.G. de Gennes, J. Prost. The Physics of Liquid Crystals. 2nd ed. Oxford University Press, Oxford (1995).
- [6] A.V. Zakharov, A.A. Vakulenko. Phys. Rev. E **72**, 021712 (2005).
- [7] I.W. Stewart. The Static and Dynamic Continuum Theory of Liquid Crystals. Taylor and Francis, London (2004). 345 p.
- [8] J.L. Ericksen. Arch. Ration. Mech. Anal. **4**, 231 (1960).
- [9] F.M. Leslie. Arch. Ration. Mech. Anal. **28**, 265 (1968).
- [10] W. van Saarloos. Phys. Rev. A **37**, 211 (1988).
- [11] А.Н. Колмогоров, И.Г. Петровский, Н.С. Пискунов. Бюл. МГУ. Сер. А. Математика и механика **1**, 1 (1937).
- [12] A. Rapini, M. Papoular. J. Phys. Colloq. (France) **30**, C4-541 (1969).
- [13] И.С. Березин, Н.Р. Жидков. Методы вычислений. Физматгиз, М. (1964). 464 с.
- [14] M. Vilfan, M. Copic. Phys. Rev. E **68**, 031704 (2003).
- [15] A. Sugimura, K. Matsumoto, O.Y. Zhong-Can, M. Iwamoto. Phys. Rev. E **54**, 5217 (1996).
- [16] J. Thoen, H. Marynissen, W. Van Dael. Phys. Rev. Lett. **57**, 94 (1984).
- [17] D. Davidov, C.R. Safynia, M. Kaplan, S.S. Dana, R. Schaezting, R.J. Birgeneau, J.D. Lister. Phys. Rev. B **19**, 1657 (1979).
- [18] D. Kamada, K. Okimoto, A. Sugimura, G.R. Luckhurst, B.A. Timimi, H. Zimmermann. Mol. Cryst. Liq. Cryst. **441**, 129 (2005).
- [19] J.G. Fonseca, Y. Galerne. Phys. Rev. E **61**, 1550 (2000).

Редактор Ю.Э. Кутаев