01

Электрическая площадь поля в вакууме с движущимися зарядами

© Н.Н. Розанов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: nnrosanov@mail.ru

Поступило в Редакцию 5 ноября 2019 г.
В окончательной редакции 5 ноября 2019 г.
Принято к публикации 8 ноября 2019 г.

Представлено точное аналитическое выражение для электрической площади поля, генерируемого движением заряженных частиц с постоянным ускорением. Приведена приближенная форма пространственного распределения электрической площади в окрестности точки мгновенной остановки зарядов. Показана возможность генерации квазиуниполярных импульсов электромагнитного излучения со значительной электрической площадью.

Ключевые слова: излучение движущихся зарядов, импульсы электромагнитного излучения.

DOI: 10.21883/PJTF.2020.04.49043.18094

Импульсы электромагнитного поля, у которых имеется постоянная составляющая, включая униполярные импульсы, впервые, по-видимому, были рассмотрены в работах [1–3]. В дальнейшем было показано, что квазиуниполярные импульсы оказывают значительно более сильное воздействие на микрообъекты (как классические заряды [4], так и принципиально квантовые атомы [5–8] и молекулы [9], см. также обзор [10]), чем обычные биполярные. Это вызвано их фактически однонаправленным воздействием на объекты (в отличие от разнонаправленного для биполярных импульсов). Несмотря на сообщения об экспериментальном наблюдении униполярных импульсов излучения [11], возможность их существования и сейчас порой подвергается сомнению. Отмеченное выше подчеркивает актуальность надежной демонстрации такой возможности и поиска схем генерации импульсов со значительной электрической площадью импульса, определяемой соотношением

$$\mathbf{S}_E(\mathbf{r}) = \int\limits_{t=-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)dt.$$

В этом соотношении $\mathbf{r}$ и t — пространственный радиус-вектор и время, а $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля.

Ряд чисто оптических методов генерации квазиуниполярных импульсов обсуждается в обзоре [12]. Однако в [12] и цитированной там литературе рассмотрение проводилось в рамках одномерной геометрии, т. е. в плосковолновом приближении, что ограничивает привязку результатов к реальным схемам. Целью настоящей работы служит демонстрация возможности получения трехмерных квазиуниполярных импульсов в вакууме с ускоренно движущимися зарядами и достижения больших значений электрической площади при генерации излучения в простом варианте такого движения. Для этого используется следующая из точных электродинамических уравнений Максвелла в вакууме с зарядами [13,14] замкнутая система уравнений для электрической площади [15].

Согласно [15], для определенной выше электрической площади $\mathbf{S}_E$ справедливы следующие уравнения, совпадающие с точностью до обозначений с уравнениями электростатики:

$$\operatorname{rot}\mathbf{S}_E = 0, \quad \operatorname{div}\mathbf{S}_E = 4\pi Q. \tag{1}$$

Здесь $Q(\mathbf{r}) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \rho(\mathbf{r}, t)dt$, где ρ — плотность электрических зарядов. Тем самым $Q(\mathbf{r})$ имеет смысл интегральной плотности зарядов, прошедших окрестность точки $\mathbf{r}$, с учетом времени пребывания в этой окрестности. Величина Q обращается в бесконечность в случае статических зарядов, так что к этому случаю рассмотрение неприменимо.

Система (1) позволяет определить электрическую площадь $\mathbf{S}_E$ по заданному распределению интегральной плотности заряда $Q(\mathbf{r})$. Для этого вводится „потенциал“ Φ_S, подчиняющийся уравнению Пуассона,

$$\Delta\Phi_S = -4\pi Q. \tag{2}$$

Решение (2) записывается в виде

$$\Phi_S(\mathbf{r}) = \int \frac{Q(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'. \tag{3}$$

Наконец, электрическая площадь определяется через градиент „потенциала“

$$\mathbf{S}_E = -\operatorname{grad}\Phi_S. \tag{4}$$

Конкретизируем общее решение простым вариантом ускоренного нерелятивистского движения зарядов. Пусть узкий сгусток не взаимодействующих между собой частиц с общим зарядом q вылетает из электронной пушки с начальной скоростью $\mathbf{v}_0 = v_0\mathbf{e}_z$ вертикально вверх ($\mathbf{e}_z$ — орт вдоль оси z). Под действием силы тяготения частицы движутся с ускорением $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$, где g — ускорение свободного падения. Соответственно частицы достигают максимальной высоты z_m и затем падают вниз, попадая через время $2t_0$ в пушку и исчезая там.

Решение уравнения движения $d^2z/dt^2 = -g$ с начальными условиями $z = 0$, $v = v_0$ при $t = -t_0$ приводит к следующим соотношениям:

$$z = z_m - \frac{1}{2}gt^2, v_0 = gt_0,$$

$$z_m = \frac{1}{2}gt_0^2 = \frac{v_0^2}{2g}, \quad v(z) = \pm\sqrt{2g(z_m - z)}. \qquad (5)$$

Примем теперь дельтообразное распределение плотности заряда

$$\rho(r, z) = q\delta(r)\delta\big(z - z_q(t)\big), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad (6)$$

где x и y — поперечные координаты. Тогда интегральная плотность заряда

$$Q(r, z) = 2\int_0^{t_0} \rho(r, z, t)dt = \frac{2q}{|v(z)|}\delta(r)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{g(z_m - z)}}q\delta(r). \qquad (7)$$

Хотя помимо дельтообразной зависимости от r выражение для Q обладает особенностью при $z = z_m$ (вершина траектории, мгновенная скорость обращается в нуль), эта особенность устраняется в выражении для „потенциала“ Φ_S. Для него при $z > z_m$ находим

$$\Phi(r, z) = q\sqrt{\frac{2}{g}}\int_0^{z_m} \frac{dz'}{\sqrt{(z_m - z')[r^2 + (z - z')^2]}}$$

$$= q\sqrt{\frac{2}{gp}}F\left(2\,\mathrm{arcctg}\sqrt{\frac{z_m}{p}}, \sqrt{\frac{p - z + z_m}{2p}}\right). \qquad (8)$$

Здесь $p = \sqrt{r^2 + (z_m - z)^2}$, F — эллиптический интеграл первого рода [16].

Вид „потенциала“ резко упрощается при $r = 0$:

$$\Phi(0, z) = -2q\sqrt{\frac{2}{g(z - z_m)}}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{z_m}{z - z_m}}. \qquad (9)$$

Учтем теперь осевую симметрию „потенциала“ (соответственно азимутальная составляющая градиента „потенциала“ обращается в нуль) и то, что разложение Φ по r содержит четные степени r (из-за этого вблизи оси (малые r) радиальная составляющая градиента пропорциональна r и потому мала). Поэтому при малых r из (9) следует

$$\mathbf{S}_E \approx \mathbf{e}_z q\sqrt{\frac{2}{g}}(z - z_m)^{-1/2}\left\{\frac{1}{z - z_m}\right.$$

$$\left.\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{z_m}{z - z_m}} - \frac{1}{2z}\right\}. \qquad (10)$$

При $z - z_m \ll z_m$

$$\mathbf{S}_E \approx \mathbf{e}_z q\pi\sqrt{\frac{1}{2g}}\,(z - z_m)^{-3/2}. \qquad (11)$$

Видно, что электрическая площадь направлена вдоль оси z и неограниченно возрастает при приближении к z_m. Если микрообъект (например, атом) все время движения зарядов находился в окрестности z_m, то на него будет воздействовать однонаправленный квазиуниполярный импульс с весьма большой электрической площадью. Ее величину можно увеличивать до предела, ограниченного точностью фиксации координат микрообъекта и размытостью электронного сгустка.

Благодарности

Автор благодарен М.В. Архипову за полезные обсуждения.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] *Бессонов Е.Г.* // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. В. 3. С. 852–858.
[2] *Bessonov E.G.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1991. V. 308. P. 135–139.
[3] *Бессонов Е.Г.* // Квантовая электроника. 1992. Т. 19. № 1. С. 35–39.
[4] *Розанов Н.Н., Высотина Н.В.* // ЖЭТФ. 2019. Т. 156. В. 6 (12). С. 1–4.
[5] *Dimitrovski D., Solov'ev E.A., Briggs J.S.* // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 083003.
[6] *Dimitrovski D., Solov'ev E.A., Briggs J.S.* // Phys. Rev. A. 2005. V. 72. P. 043411.
[7] *Макаров Д.Н., Матвеев В.И.* // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 103. В. 6. С. 464–468.
[8] *Розанов Н.Н.* // Оптика и спектроскопия. 2018. Т. 124. В. 1. С. 75–77.
[9] *Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I.V., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N.* // Opt. Lett. 2019. V. 44. P. 1202–1205.
[10] *Розанов Н.Н., Архипов Р.М., Архипов М.В.* // УФН. 2018. Т. 188. № 12. С. 1347–1353.
[11] *Naumenko G., Shevelev M.V.* // J. Instrum. 2018. V. 13. P. C05001.
[12] *Архипов Р.М., Архипов М.В., Шимко А.А., Пахомов А.В., Розанов Н.Н.* // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 109. В. 10. С. 9–20.

[13] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Физматлит, 1973. 400 с.
[14] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 1982. 620 с.
[15] *Розанов Н.Н.* // Оптика и спектроскопия. 2020. Т. 128. В. 1. С. 95–97.
[16] *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматлит, 1962. 1100 с.