Физика твердого тела, 2020, том 62, вып. 4

11,05

Двумерные $O(n)$-модели с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“

© А.А. Берзин[1], А.И. Морозов[2,¶], А.С. Сигов[1]

[1] МИРЭА — Российский технологический университет,
Москва, Россия
[2] Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Долгопрудный, Россия
[¶] E-mail: mor-alexandr@yandex.ru

Поступила в Редакцию 16 декабря 2019 г.
В окончательной редакции 16 декабря 2019 г.
Принята к публикации 17 декаября 2019 г.

Исследована фазовая диаграмма двумерных систем с непрерывной симметрией векторного параметра порядка, содержащих дефекты типа „случайная локальная анизотропия“. В случае слабо анизотропного распределения легких осей анизотропии в пространстве параметра порядка с понижением температуры имеет место плавный переход от парафазы с динамическими флуктуациями параметра порядка к фазе Имри–Ма с его статическими флуктуациями. В случае, когда анизотропное распределение легких осей индуцирует глобальную анизотропию типа „легкая ось“, превышающую критическое значение, система переходит в изинговский класс универсальности, и в ней при конечной температуре возникает фазовый переход в упорядоченное состояние.

Ключевые слова: дефекты типа „случайная локальная анизотропия“, двумерные $O(n)$-модели, фазовая диаграмма, фаза Имри–Ма.

DOI: 10.21883/FTT.2020.04.49128.650

1. Введение

В двумерных системах с непрерывной симметрией n-компонентного векторного параметра порядка ($O(n)$-модели) дальний порядок при температуре, отличной от абсолютного ноля, не имеет места. В случае двумерной $X-Y$-модели ($n = 2$) при температуре T_{BKT}, отличной от ноля, происходит фазовый переход из парамагнитной фазы с экспоненциально спадающей корреляционной функцией параметра порядка в фазу Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ) с корреляционной функцией параметра порядка, спадающей степенным образом [1–3]. Как показано в нашей недавней работе [4], нарушение $O(2)$-симметрии параметра порядка в двумерной $X-Y$-модели сколь угодно слабой однородной анизотропией приводит к тому, что вместо фазового перехода в фазу БКТ при $T \simeq T_{\text{BKT}}$ происходит переход в фазу с дальним порядком.

Аналогичное рассмотрение для двумерной модели Гейзенберга ($n = 3$) было проведено значительно раньше [5]. Нарушение $O(3)$-симметрии параметра порядка слабой однородной анизотропией типа „легкая ось“ переводит систему в изинговский класс универсальности и вызывает появление дальнего порядка при понижении температуры до значений, существенно меньших температуры перехода в трехмерной модели Гейзенберга, но отличных от нуля. Если же $O(3)$-симметрия нарушается анизотропией типа „легкая плоскость“, то модель Гейзенберга переходит в класс универсальности $X-Y$-модели, и в ней происходит фазовый переход из парамагнитной фазы в фазу БКТ в той же области температур, что и в случае анизотропии типа „легкая ось“.

Если же глобальная анизотропия создается анизотропным распределением случайных полей дефектов типа „случайное локальное поле“ или анизотропным распределением легких осей анизотропии дефектов типа „случайная локальная анизотропия“, то необходимо принять во внимание тот факт, что дефекты создают еще и крупномасштабные флуктуации случайного поля или случайной анизотропии. Эти флуктуации могут привести к разрушению дальнего порядка и возникновению неоднородной фазы Имри–Ма [6], в которой параметр порядка следует за статическими пространственными флуктуациями случайного поля (случайной анизотропии). Таким образом, следует исследовать, при каких условиях одна из двух противоположных тенденций возобладает над другой.

Случай дефектов типа „случайное локальное поле“ был рассмотрен в работе [4]. Настоящая статья посвящена рассмотрению двумерных систем с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“.

2. Энергия системы классических спинов

Энергия обменного взаимодействия n-компонентных локализованных спинов $\mathbf{s}_i$ фиксированной единичной длины (длина вектора может быть включена в соответствующие константы взаимодействия или поля), образующих двумерную квадратную решетку, в приближении взаимодействия ближайших соседей равна

$$W_{\mathrm{ex}} = -\frac{1}{2} J\Sigma_{i,\delta}\mathbf{s}_i\mathbf{s}_{i+\delta}, \tag{1}$$

где J — обменный интеграл, суммирование по i ведется по всей решетке спинов, а по δ — по ближайшим к данному спину соседям.

Энергия взаимодействия спинов с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“ имеет вид

$$W_{\mathrm{def}} = -\frac{1}{2} K_0\Sigma_l(\mathbf{s}_l\mathbf{n}_l)^2, \tag{2}$$

где $K_0 > 0$ — константа случайной анизотропии, суммирование осуществляется по случайно расположенным в узлах решетки точечным дефектам, $\mathbf{n}_l$ — единичный вектор, задающий направление случайной легкой оси.

3. Двумерная $X-Y$-модель с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“

Рассмотрим анизотропное распределение направлений легких осей дефектов в пространстве двумерного параметра порядка с плотностью вероятности $\rho(\mathbf{n})$ вида

$$\rho(\mathbf{n}) = A[n_x^2 + (1+\varepsilon)n_y^2], \tag{3}$$

где n_x и n_y — проекции вектора $\mathbf{n}$ на оси декартовой системы координат, $\varepsilon > 0$ — мера асимметрии распределения, а A — нормировочная константа.

В результате усреднения случайной анизотропии по данному распределению получаем глобальную анизотропию типа „легкая ось“ с энергией на одну квадратную ячейку [7], равной

$$w_{\mathrm{an}} = -\frac{\varepsilon c K_0}{4(2+\varepsilon)} s_y^2 \equiv -\frac{1}{2} K_{\mathrm{eff}} s_y^2, \tag{4}$$

где c — безразмерная концентрация дефектов (их число в расчете на одну ячейку), а K_{eff} — константа глобальной анизотропии, индуцированной дефектами. Наличие анизотропии типа „легкая ось“ переводит систему в изинговский класс универсальности и вызывает появление дальнего порядка при температуре T_c, которую можно оценить из условия равенства температуры и энергии анизотропии $E_c \sim K_{\mathrm{eff}}\xi^2$ области с радиусом, равным радиусу корреляции ξ бездефектной системы [4]. Согласно [3],

$$\xi = \exp(b\tau^{-1/2}), \tag{5}$$

где $\tau = (T - T_{\mathrm{BKT}})/T_{\mathrm{BKT}}$, а $T_{\mathrm{BKT}} = \pi J/2$. В первом приближении [4]

$$\tau_c \approx \frac{4b^2}{\ln^2 \frac{J}{K_{\mathrm{eff}}}} \ll 1, \tag{6}$$

а $T_c = (1+\tau_c)T_{\mathrm{BKT}}$.

Формула (6) получена в пренебрежении разупорядочивающим действием случайных осей анизотропии. При следовании вектора параметра порядка на пространственном масштабе L за флуктуациями направления легкой оси в пространстве имеет место выигрыш в объемной плотности энергии анизотропии по сравнению с однородным состоянием. Возникает неупорядоченная фаза Имри–Ма.

Оптимальный масштаб L^* и добавка к энергии однородного состояния (в расчете на элементарную ячейку) $w_{\mathrm{I-M}}$ составляют в двумерной системе величины [7]:

$$L^* \approx \frac{J}{c^{1/2}K_0}, \tag{7}$$

$$w_{\mathrm{I-M}} \approx -c\,\frac{K_0^2}{J}. \tag{8}$$

Как предположено в работе [4], переход с понижением температуры от парамагнитной фазы с динамическими флуктуациями параметра порядка к фазе Имри–Ма со статическими флуктуациями происходит при температуре $\tilde{T} = (1+\tilde{\tau})T_{\mathrm{BKT}}$, которая находится из условия $\xi = L^*$. В случае дефектов типа „случайная локальная анизотропия“

$$\tilde{\tau} \approx \frac{4b^2}{\ln^2\left(\frac{J^2}{cK_0^2}\right)} \approx \frac{4b^2}{\ln^2\left(\frac{J}{K_{\mathrm{cr}}}\right)} \ll 1. \tag{9}$$

Если величина $|w_{an}|$ при $s_y = 1$ превосходит $|w_{\mathrm{I-M}}|$, что соответствует значениям константы глобальной анизотропии K_{eff}, превосходящим критическое значение $K_{\mathrm{cr}} \sim \frac{cK_0^2}{J}$, то $\tau_c > \tilde{\tau}$ и переход из парафазы происходит в состояние с дальним порядком. При этом крупномасштабные флуктуации параметра порядка не возникают, имеют место лишь локальные искажения параметра порядка вблизи дефектов. В противном случае имеет место переход из парафазы в состояние Имри–Ма.

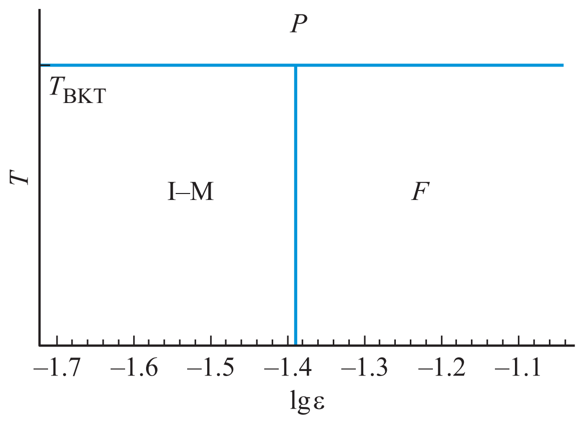

Рис. 1. Фазовая диаграмма „температура–асимметрия“ двумерной $X-Y$-модели с индуцированной дефектами анизотропией при $K_0/J = 10^{-2}$ и $c = 10^{-2}$: P — парамагнитная фаза, F — ферромагнитная фаза, I–M — фаза Имри–Ма.

Поскольку K_{eff} и K_{cr} в отличие от случая дефектов типа „случайное локальное поле“ одинаково зависят от концентрации дефектов, параметром, определяющим поведение системы, является степень асимметрии распределения легких осей ε. Условие существования фазы Имри–Ма имеет вид

$$\varepsilon < (1{-}10)\,\frac{K_0}{J}. \tag{10}$$

Фазовая диаграмма „температура–асимметрия“ двумерной X–Y-модели с индуцированной дефектами анизотропией приведена на рис. 1.

4. Двумерная модель Гейзенберга с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“

Рассмотрим анизотропное распределение направлений случайных легких осей анизотропии в трехмерном пространстве параметра порядка вида

$$\rho(\mathbf{n}) = A[n_x^2 + n_y^2 + (1+\varepsilon)n_z^2]. \tag{11}$$

Усреднение по данному распределению дает эффективную анизотропию

$$w_{\text{an}} = -\frac{\varepsilon c K_0}{5(3+\varepsilon)}\,s_z^2 \equiv -\frac{1}{2}\,K_{\text{eff}} s_z^2. \tag{12}$$

При $\varepsilon > 0$ в системе возникает глобальная анизотропия типа „легкая ось“, что переводит систему в класс моделей Изинга. Температура возникновения дальнего порядка в двумерной модели Гейзенберга со слабой анизотропией была получена в работе [5]:

$$T_c \approx \frac{4\pi J}{\ln\left(\frac{J}{|K_{\text{eff}}|}\right)}. \tag{13}$$

Это выражение можно получить из соотношения $T_c \sim K_{\text{eff}}\xi^2$, используя формулу для радиуса корреляции двумерной модели Гейзенберга [3]

$$\xi = \exp\left(\frac{2\pi J}{T}\right). \tag{14}$$

В случае двумерной модели Гейзенберга условие $\xi = L^*$ дает для величины $\tilde{T}$ значение

$$\tilde{T} \approx \frac{2\pi J}{\ln L^*} \approx \frac{4\pi J}{\ln\left(\frac{J^2}{cK_0^2}\right)} \approx \frac{4\pi J}{\ln\left(\frac{J}{K_{\text{cr}}}\right)}. \tag{15}$$

Условие существования фазы Имри–Ма $\tilde{T} > T_c$ приводит к ограничению на степень асимметрии (10). При большей асимметрии в системе возникает дальний порядок, аналогичный рассмотренному в предшествующем разделе. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с индуцированной дефектами анизотропией типа „легкая ось“ в переменных „температура–асимметрия“ приведена на рис. 2.

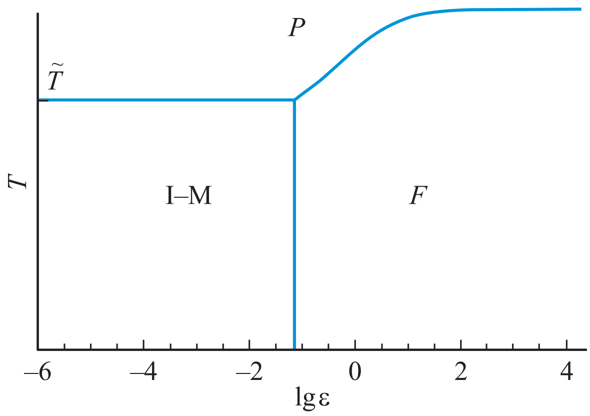

Рис. 2. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с индуцированной дефектами анизотропией типа „легкая ось“ в переменных „температура–асимметрия“ при $K_0/J = 10^{-2}$ и $c = 10^{-2}$: P — парамагнитная фаза, F — ферромагнитная фаза, I–M — фаза Имри–Ма.

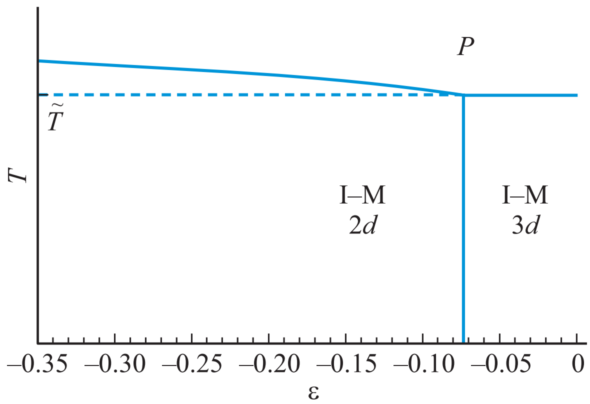

Рис. 3. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с индуцированной дефектами анизотропией типа „легкая плоскость“ в переменных „температура–асимметрия“ при $K_0/J = 10^{-2}$ и $c = 10^{-2}$: P — парамагнитная фаза, I–M-2d и I–M-3d — фазы Имри–Ма с двумерными и трехмерными флуктуациями параметра порядка соответственно.

В случае $-1 < \varepsilon < 0$ дефекты индуцируют в системе глобальную анизотропию типа „легкая плоскость“. Появление такой анизотропии переводит систему в класс X–Y-моделей. Если $\tilde{T} > T_c$, то при $T < \tilde{T}$ в системе возникают статические флуктуации параметра порядка в трехмерном пространстве параметра порядка (состояние Имри–Ма с $n = 3$). В противном случае ($T_c > \tilde{T}$) при $T < T_c$ происходит переход к эффективно двухкомпонентному параметру порядка, лежащему в плоскости xy. Для изучения поведения возникшей системы нужно спроектировать случайные легкие оси дефектов на легкую плоскость и использовать часть полученной в предшествующем разделе фазовой диаграммы $X-Y$-модели с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“, отвечающую области температур $T < T_c$.

Поскольку T_c для модели Гейзенберга со слабой анизотропией намного меньше T_{BKT} двумерной $X-Y$-модели и проекции локальных осей анизотропии на плоскость xy распределены в этом подпространстве параметра порядка изотропно, то переход к двумерности сопровождается переходом в фазу Имри–Ма со статическими флуктуациями параметра порядка в двумерном подпространстве параметра порядка (состояние Имри–Ма с $n = 2$).

Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с индуцированной дефектами анизотропией типа „легкая плоскость“ в переменных „температура–асимметрия“ приведена на рис. 3.

5. Выводы

В заключение сформулируем основные выводы работы.

1. Наличие дефектов типа „случайная локальная анизотропия“ в двумерной $X-Y$-модели в случае изотропного или слабо анизотропного распределения легких осей в пространстве параметра порядка приводит к переходу в неупорядоченное состояние Имри–Ма при температуре, близкой к температуре перехода в фазу Березинского–Костерлица–Таулеса в системе без дефектов. При большей асимметрии распределения легких осей при той же температуре имеет место фазовый переход в состояние с дальним порядком.

2. В двумерной модели Гейзенберга с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“ в случае, когда дефекты индуцируют глобальную анизотропию типа „легкая ось“, ситуация аналогична случаю $X-Y$-модели, за исключением того, что температуры перехода в состояние Имри–Ма и в ферромагнитную фазу малы по сравнению с температурой перехода в трехмерной системе и логарифмически зависят от концентрации дефектов.

3. Если дефекты индуцируют анизотропию типа „легкая плоскость“, то с понижением температуры происходит переход в фазу Имри–Ма со статическими двумерными (сильная асимметрия) или трехмерными (слабая асимметрия) флуктуациями параметра порядка.

Финансирование работы

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (госзадание, проект № 8.1183.2017ПЧ).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] В.Л. Березинский. ЖЭТФ **59**, 907 (1971); **61**, 1144 (1972).
[2] J.M. Kosterlitz, D.G. Thouless. J. Phys. C **6**, 1181 (1973).
[3] Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Скрябин. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. Наука, М. (1987). 268 с.
[4] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **62**, 281 (2020).
[5] С.Б. Хохлачев. ЖЭТФ **70**, 265 (1976).
[6] Y. Imry, S.-K. Ma. Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
[7] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **58**, 1947 (2016).

Редактор Ю.Э. Китаев