Физика и техника полупроводников, 2020, том 54, вып. 4

Размерное квантование в n-GaP

© В.Р. Расулов, Р.Я. Расулов, И.М. Эшболтаев, Р.Р. Султонов

Ферганский госуниверситет,
105100 Фергана, Республика Узбекистан

E-mail: r_rasulov51@mail.ru

Поступила в Редакцию 6 ноября 2019 г.
В окончательной редакции 11 ноября 2019 г.
Принята к публикации 11 ноября 2019 г.

Рассчитан размерно-квантованный энергетический спектр и волновая функция электронов в подзонах X_3 и X_1 зоны проводимости n-GaP.

Ключевые слова: волновой вектор, энергетический спектр, квантовая яма.

DOI: 10.21883/FTP.2020.04.49140.9306

В последнее время привлекают значительное внимание оптические переходы между уровнями в размерно-квантованной яме (РКЯ), которые находят применение в фотопребразователях инфракрасного диапазона [1]. Для полупроводников с простой зоной расчет межуровневых переходов для РКЯ произвольного потенциала был проведен ранее в работах [2,3]. В то же время межуровневые оптические переходы в РКЯ дырочной проводимости представляют интерес из-за ненулевого поглощения для света произвольной поляризации, которое имеет практическое применение [4]. Теоретическое исследование такого рода задачи затруднено сложностью зонной структуры полупроводника. В частности, в [5–7] такая задача в случае прямоугольной РКЯ фиксированной толщины решена численно. Однако даже малая вариация толщины или глубины РКЯ может сильно изменить конечный результат, что затрудняет анализ промежуточных расчетов. В работе [8] на основе теории возмущения получены аналитические выражения для энергетического спектра и волновой функции дырок, а в [9] исследовано межподзонное поглощение поляризованного излучения в бесконечно глубокой квантовой яме полупроводника. Расчеты проведены в приближении Латтинжера–Кона [10,11] для полупроводников с решеткой цинковой обманки.

Однако теоретическое исследование размерного квантования в потенциальной яме, выращенной на основе полупроводника со сложной зоной, одна из подзон которой, имеет „горбообразную“ форму (например, n-GaP или p-Te), остается открытым, чему посвящена настоящая работа.

Отметим, что исследование ряда явлений, в частности оптических или фотогальванических эффектов в РКЯ на основе полупроводника n-GaP, требует знания энергетического спектра и волновых функций носителей заряда.

Полупроводник n-GaP — многодолинный, экстремумы долин зоны проводимости расположены в точках X зоны Бриллюэна. Каждая долина зоны проводимости состоит из двух подзон, X_1 и X_3, одна из которых имеет „горбообразную“ структур. Энергетический спектр электронов в этих подзонах определяется эффективным гамильтонианом [11]

$$\mathscr{H}(k) = \begin{bmatrix} A_3k_z^2 + B_3k_\perp^2 + \Delta/2; & -iPk_z + D'k_yk_x \\ iPk_z + D'k_xk_y; & A_1k_z^2 + B_1k_\perp^2 - \Delta/2 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$; $A_{1,3}$, $B_{1,3}$, D', P — зонные параметры полупроводника, $\Delta = E_3(0) - E_1(0)$ — энергетический зазор между подзонами X_3 и X_1 в точке $X(k_X = 0)$. В рамках двухзонной модели $A_3 \approx A_1 = A$, $B_3 \approx B_1 = B$. Тогда (1) преобразуется к виду

$$\hat{\mathscr{H}}(k) = \lambda_1 \cdot \hat{1} + (\Delta/2)\hat{\sigma}_z + D'k_xk_y\hat{\sigma}_x + Pk_z\hat{\sigma}_y, \tag{2}$$

где 1 — единичная матрица, $\lambda_1 = Ak_z^2 + Bk_\perp^2$.

На основе (2) для квантовой ямы с потенциалом $U(z)$ эффективный гамильтониан электронов в n-GaP можно представить в виде

$$\widehat{H} = \widehat{H}_0 + \widehat{R}_2k_\perp^2, \tag{3}$$

где

$$\widehat{H}_0 = \frac{\Delta}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_3 & 0 \\ 0 & A_1 \end{bmatrix}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + P\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}\frac{\partial}{\partial z} + U(z), \tag{4}$$

$$\widehat{R}_2 = \begin{bmatrix} B_3 & D\sin\varphi\cos\varphi \\ D\sin\varphi\cos\varphi & B_1 \end{bmatrix},$$

$A_{3,1}$, $B_{3,1}$, D, P — зонные параметры n-GaP, $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$, $k_\perp = (k_x, k_y)$ (или $k_x = k_\perp\cos\varphi$, $k_y = k_\perp\sin\varphi$) — двумерный волновой вектор, направленный по интерфейсу[1], $\mathbf{r}_\perp = (x, y)$, φ — угол между вектором $\mathbf{k}_\perp$ и осью $0x$ (за ось квантования в нашем случае выбрана $0z$). В дальнейшем считаем, что волновая функция электронов в плоскости РКЯ имеет вид $\Psi \propto \exp(i\mathbf{k}_\perp\mathbf{r}_\perp)$.

[1] Далее считаем, что зонные параметры не зависят от координаты.

Невозмущенные уровни энергии, $E_\varepsilon(0)$, и невозмущенная волновая функция электронов, $\psi_\xi^{(0)} = \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ \psi_1^{(0)} \end{bmatrix}$, в подзонах зоны проводимости X_ξ $(\xi = 3, 1)$ в n-GaP определяются из следующего уравнения Шредингера: $\widehat{H}_0 \widehat{\psi}_\xi^{(0)} = E_\xi \widehat{\psi}_\xi^{(0)}$, где $\widehat{E}_\xi = \begin{bmatrix} \tilde{E}_3 & 0 \\ 0 & \tilde{E}_1 \end{bmatrix}$. Тогда имеем

$$\left\{ \frac{\Delta}{2} \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ -\psi_1^{(0)} \end{bmatrix} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{bmatrix} A_3\psi_3^{(0)} \\ A_1\psi_1^{(0)} \end{bmatrix} + P\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} -\psi_1^{(0)} \\ \psi_3^{(0)} \end{bmatrix} + U(z) \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ \psi_1^{(0)} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_3\psi_3^{(0)} \\ \tilde{E}_1\psi_1^{(0)} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где третье слагаемое описывает превращение электрона с массой $m_{1(3)}$ в электрон массой $m_{3(1)}$.

Из последнего уравнения видно, что имеются два случая.

Случай 1. В этом случае будем считать, что эффективные массы электронов обеих подзон одинаковы, т.е. $A_3 = A_1 = 1$, и тогда последнее уравнение будет иметь вид

$$\left\{ \frac{\Delta}{2} \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ -\psi_1^{(0)} \end{bmatrix} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{bmatrix} A\psi_3^{(0)} \\ A\psi_1^{(0)} \end{bmatrix} + P\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} -\psi_1^{(0)} \\ \psi_3^{(0)} \end{bmatrix} + U(z) \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ \psi_1^{(0)} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_3\psi_3^{(0)} \\ \tilde{E}_1\psi_1^{(0)} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial^2\psi_3^{(0)}}{\partial z^2} - \dfrac{P}{A}\dfrac{\partial\psi_1^{(0)}}{\partial z} + \dfrac{1}{A}\left[U(z) - \tilde{E}_3\right]\psi_3^{(0)} + \dfrac{1}{A}\dfrac{\Delta}{2}\psi_3^{(0)} = 0, \\ -\dfrac{\partial^2\psi_1^{(0)}}{\partial z^2} + \dfrac{P}{A}\dfrac{\partial\psi_3^{(0)}}{\partial z} + \dfrac{1}{A}\left[U(z) - \tilde{E}_1\right]\psi_1^{(0)} - \dfrac{1}{A}\dfrac{\Delta}{2}\psi_1^{(0)} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Далее вводим обозначение $\psi_3^{(0)} + i\psi_1^{(0)} = \xi^{(0)}$ и считаем, что $\tilde{E}_3 = \tilde{E}_1 = \tilde{E} = E(\mathbf{k}_\perp) - Bk_\perp^2$. Тогда получим уравнение для $\xi^{(0)}$

$$\frac{\partial^2\xi_-}{\partial z^2} - i\,\frac{P}{A}\frac{\partial\xi_-}{\partial z} - \frac{1}{A}\left[U(z) - \tilde{E}\right]\xi_- + \frac{1}{A}\frac{\Delta}{2}\xi_+ = 0. \quad (8)$$

Если считаем, что $U(z) = U_0 = \text{const}$ и введем следующие обозначения $\kappa_A^2 = (1/A)(U_0 - \tilde{E})$, $\kappa_\Delta^2 = (1/A)(\Delta/2)$, $2\chi = P/A$, тогда

$$\frac{\partial^2\xi_-}{\partial z^2} - 2i\chi\,\frac{\partial\xi_-}{\partial z} - \kappa_A^2\xi_- + \kappa_\Delta^2\xi_-^* = 0. \quad (9)$$

Решение (9) $\xi_- = C\exp(\alpha z)$ упрощается, если считаем, что функция $\xi_-(z)$ — реальная величина, и характеристическое уравнение имеет корни

$$\alpha_\pm = i\chi \pm \sqrt{-\chi^2 + 4\left(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2\frac{C^*}{C}\right)}. \quad (10)$$

Для упрощения решения задачи считаем, что $C = C^*$, C — реальная величина. Тогда

$$\alpha_\pm = i\chi \pm \sqrt{-\chi^2 + 4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2)} \quad (11)$$

и имеем

$$\xi_-(z) = \exp(i\chi z)\left\{C_+\exp\left[z\sqrt{-\chi^2 + 4\left(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2\right)}\right] + C_-\exp\left[-z\sqrt{-\chi^2 + 4\left(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2\right)}\right]\right\}. \quad (12)$$

Если $\kappa_A^2 < \kappa_\Delta^2$, тогда

$$\xi_-(z) = \exp(i\chi z)\left\{C_1\cos\left[z\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2\right)}\right] + iC_2\sin\left[z\sqrt{\chi^2 + 4\left(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2\right)}\right]\right\}. \quad (13)$$

Учтем граничные условия типа $\xi_\pm(z = -a/2) = 0$, $\xi_\pm(z = +a/2) = 0$, и если выполняется условие $\cos(a/2\chi) \pm i\sin(a/2\chi) \neq 0$, тогда связь между C_1 и C_2 определяется как $C_1 = \pm iC_2\,\mathrm{tg}\left[a/2\sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)}\right]$ В этом случае из условия нормировки следует

$$|C_1| = \left|\sin\left[\frac{a}{2}\sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)}\right]\right|,$$

$$|C_2| = \left|\cos\left[\frac{a}{2}\sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)}\right]\right|, \quad (14)$$

а выражение для $\xi_-(z)$ имеет вид

$$\xi_-(z) = \exp(i\chi z)\left\{\frac{1}{2}\left\{\sin\left[\left(z + \frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)}\right] - \sin\left[\left(z - \frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)}\right]\right\} + \frac{1}{2}\,i\left\{\sin\left[\left(z - \frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)}\right] + \sin\left[\left(z + \frac{a}{2}\right)\sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)}\right]\right\}\right\}. \quad (15)$$

Отсюда волновые функции электронов определяются соотношениями

$$\psi_1=\frac{1}{2}\Big\{[\cos(\chi z)-\sin(\chi z)]\sin\Big[\Big(z+\frac{a}{2}\Big)\sqrt{\chi^2+4(\kappa_\Delta^2-\kappa_A^2)}\Big]$$
$$-[\cos(\chi z)+\sin(\chi z)]\sin\Big[\Big(z-\frac{a}{2}\Big)\sqrt{\chi^2+4(\kappa_\Delta^2-\kappa_A^2)}\Big]\Big\}, \quad (16)$$

$$\psi_3=-\frac{1}{2}\Big\{[\cos(\chi z)+\sin(\chi z)]\sin\Big[\Big(z+\frac{a}{2}\Big)\sqrt{\chi^2+4(\kappa_\Delta^2-\kappa_A^2)}\Big]$$
$$+[\cos(\chi z)-\sin(\chi z)]\sin\Big[\Big(z-\frac{a}{2}\Big)\sqrt{\chi^2+4(\kappa_\Delta^2-\kappa_A^2)}\Big]\Big\}. \quad (17)$$

При $\psi_3^{(0)}(z=\pm a/2)=0$, $\psi_1^{(0)}(z=\pm a/2)=0$ получим выражения для энергий размерно-квантованных состояний электронов в точке X зоны Бриллюэна, т. е. при $k_\perp=0$

$$E=U_0-\frac{\Delta}{2}-\frac{P^2}{16A}-A\pi^2\frac{(2n+1)^2}{4}a^2,$$

$$E=U_0-\frac{\Delta}{2}-\frac{P^2}{16A}-A\pi^2n^2a^2, \quad (18)$$

где первое соотношение соответствует четным по отношению к инверсии координат состояниям, а второе — к нечетным состояниям, n — целое число.

Отметим, что в случае, когда $4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2>0$, волновую функцию можно представить как

$$\psi_3^{(0)}(z)=\exp(-z\chi)\Big[\tilde{C}_1\cos\Big(z\sqrt{(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2}\Big)$$
$$+\tilde{C}_3\sin\Big(z\sqrt{4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2}\Big)\Big]. \quad (19)$$

Из условия нормировки волновой функции нетрудно получить выражения для $\tilde{C}_1$, $\tilde{C}_3$ в виде

$$C_1^{-2}=\frac{\mathrm{sh}(a\chi)}{2\chi\left[\chi^2+4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2\right]}\Big\{4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)$$
$$+\chi^2\cos\Big(a\sqrt{4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2}\Big)$$
$$+\chi\sqrt{4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2}\sin\Big(a\sqrt{4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2}\Big)\Big\}, \quad (20)$$

$$C_3^{-2}=\frac{\mathrm{sh}(a\chi)}{2\chi\left[\chi^2+4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2\right]}$$
$$\times\Big\{-4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)+\chi^2\cos\Big(a\sqrt{4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2}\Big)$$
$$+\chi\sqrt{4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2}\sin\Big[a\sqrt{4(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2)-\chi^2}\Big]\Big\}. \quad (21)$$

Случай 2. Пусть $\sqrt{\chi^2-4(\kappa_A^2+\kappa_\Delta^2)}$ — реальная величина. Тогда уравнение Шреденгера имеет вид

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2\xi_1^{(0)}}{\partial z^2}+2\chi\dfrac{\partial\xi_1^{(0)}}{\partial z}+\left(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2\right)\xi_1^{(0)}=0,\\[2ex] \dfrac{\partial^2\xi_2^{(0)}}{\partial z^2}+2\chi\dfrac{\partial\xi_2^{(0)}}{\partial z}+\left(\kappa_A^2-\kappa_\Delta^2\right)\xi_2^{(0)}=0,\end{cases} \quad (22)$$

и его решение представим в виде

$$\xi_1^{(0)}=\exp(-z\chi)\Big\{F_1\exp\Big[z\sqrt{\chi^2-4(\kappa_A^2+\kappa_\Delta^2)}\Big]$$
$$+F_2\exp\Big[-z\sqrt{\chi^2-4(\kappa_A^2+\kappa_\Delta^2)}\Big]\Big\}. \quad (23)$$

Из последнего следует: если $\chi^2-4\kappa_\xi^2>0$, т. е. $\kappa_A>\kappa_\Delta$, тогда (19) имеет вид

$$\xi_\xi^{(0)}=\exp(-z\chi)\Big\{F_1\exp\Big[z\sqrt{\chi^2-4\kappa_\xi^2}\Big]$$
$$+F_2\exp\Big[-z\sqrt{\chi^2-4\kappa_\xi^2}\Big]\Big\}, \quad (24)$$

где $\kappa_\xi^2=\kappa_{A_\xi}^2-(-1)^{(1+\xi)/2}\kappa_\Delta^2$. В этом случае плотность вероятности нахождения электронов экспоненциально падает.

Из граничного условия

$$\frac{\partial}{\partial z}\xi_\xi^{(0)}\Big|_{z=0}=0$$

имеем

$$\xi_\xi^{(0)}=F_1\exp(-z\chi)\Big[\exp\Big(z\sqrt{\chi^2-4\kappa_\xi^2}\Big)$$
$$-\exp\Big(-z\sqrt{\chi^2-4\kappa_\xi^2}\Big)\Big]; \quad (25)$$

условие

$$\frac{\partial}{\partial z}\xi_l^{(0)}\Big|_{z=a}=0$$

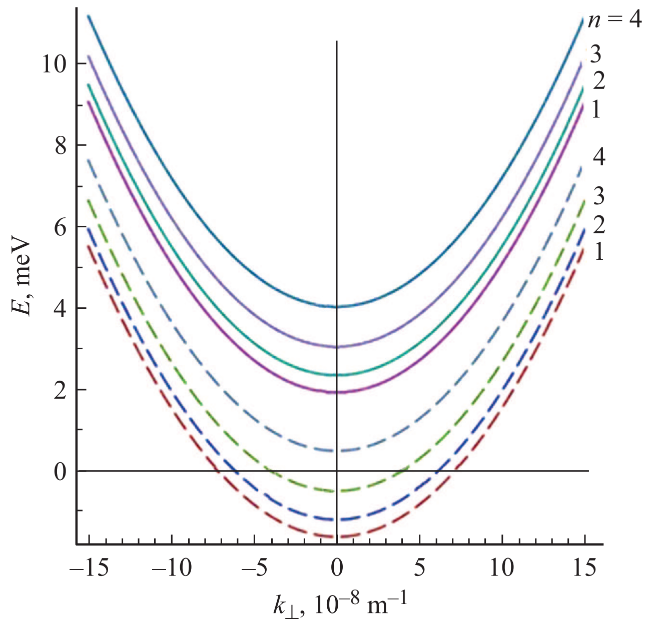
дает соотношение, с помощью которого можно определить энергетическую дисперсию с учетом размерного квантования,

$$\exp\Big(2a\sqrt{\chi^2-4\kappa_l^2}\Big)=\frac{2-(2\kappa_l/\chi)^2+2\sqrt{1-(2\kappa_l/\chi)^2}}{(2\kappa_l/\chi)^2}. \quad (26)$$

где $\kappa_{A_\xi}^2=\frac{1}{A_\xi}\left(U_0-\tilde{E}_\xi\right)$, $\kappa_\Delta^2=\frac{1}{A}\frac{\Delta}{2}$, $\tilde{E}=E-Bk_\perp^2$.

Случай 3. В этом случае считаем, что $P=0$. Тогда при $U(z)=U_0=\mathrm{const}$ имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2\psi_1^{(0)}}{\partial z^2}-k_{01}^2\psi_1^{(0)}=0,\\[2ex] \dfrac{\partial^2\psi_3^{(0)}}{\partial z^2}-k_{03}^2\psi_3^{(0)}=0.\end{cases} \quad (27)$$



Размерно-квантованный энергетический спектр электронов в n-GaP. Для наблюдения размерно-квантованных уровней двух подзон по отдельности энергетическая щель между ними в численных расчетах, выбрана в 100 раз меньше, т. е. $\Delta = 3.55$ мэВ ширина ямы $a = 55$ нм. Штриховые (сплошные) линии соответствуют подзоне $X_1(X_3)$.

Здесь $k_{0\xi}^2 = (1/A_\xi)\left[\tilde{E}_\xi - (-1)^{(1+\xi)/2}(\Delta/2) - U_0\right]$. Решение (23) ищем в виде

$$\psi_\xi^{(0)} = B_\xi e^{ik_{0\xi}z} + D_\xi e^{-ik_{0\xi}z}, \tag{28}$$

где B_ξ, D_ξ — постоянные, определяемые граничными условиями рассматриваемой задачи. Из условия обращения в нуль производной волновых функций на границах интерфейса ямы нетрудно получить $E_\xi(k_\perp, n_\xi, a)$:

$$E_\xi = B_\xi k_\perp^2 + \left(\frac{\pi n_\xi}{a}\right)^2 A_\xi + (-1)^{(1+\xi)/2}\frac{\Delta}{2} + U_0$$

$$(n_\xi = 1,\ 2,\ 3\ldots) \tag{29}$$

На рисунке представлены размерно-квантованные уровни подзон зоны проводимости n-GaP, рассчитанные на основе (29). При количественных расчетах выбраны следующие параметры [12]:

$$A_{3,1} = \hbar^2/(2m_\parallel^{(3,1)}),$$

$$B_{3,1} = \hbar^2/(2m_\perp^{(3,1)}), \quad m_\perp^{(1)} = 0.254m_0, \quad m_\perp^{(3)} = 0.1m_0$$

$(m_\parallel^{(1)}) = 0.016m_0$, $m_\parallel^{(3)} = 1.016m_0$ — поперечные (продольные) эффективные массы электронов в подзонах X_1 и X_3 зоны проводимости полупроводника, $\Delta = 355$ мэВ.

Таким образом, мы показали, что размерно-квантованный спектр электронов в полупроводнике, зона проводимости которого состоит из двух подзон с энергетической щелью Δ между ними, представляет собой набор размерно-квантованных уровней, не пересекающихся между собою из-за наличия энергетической щели (рисунок). Получены выражения для волновых функций и энергетических спектров электронов для различных случаев, при разных соотношениях характеристических волновых векторов, которые, в свою очередь, зависят от зонных параметров полупроводника и от энергетической щели между подзонами зоны проводимости.

В заключение заметим, что эту задачу можно решить методом, где в качестве возмущения можно рассмотреть члены в эффективном гамильтониане, содержащие $k_\perp$, и разложить в ряд энергетический спектр и волновую функцию электронов по двумерному волновому вектору. Этот случай требует отдельного рассмотрения, чему будет посвящено следующее сообщение.

Благодарности

Один из авторов (РРЯ) выражает благодарность Л.Е. Голубу за просмотр рукописи и ценные замечания.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] E.L. Ivchenko. *Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures* (Alpha Science, 2005). ISBN: 1-84265-150-1

[2] Л.Е. Воробьев, Е.Л. Ивченко, Д.А. Фирсов, В.А. Шалыгин. *Оптические свойства наноструктур* (С.-Пб., Наука, 2001).

[3] А.Г. Петров, А. Шик. ФТП, **27**, 1047 (1993).

[4] A.G. Petrov, A. Shik. Phys.Rev., **48**, 11883 (1993).

[5] B.G. Livine, S.D. Gunapala, J.M. Kuo, S.S. Pey, S. Hui. Appl. Phys. Lett., **59**, 1964 (1991).

[6] Y.-C. Chang, R.B. James. Phys. Rev. B, **48**, 12672 (1989).

[7] В.Я. Алешкин, Ю.А. Романов. ФТП, **27**, 329 (1993).

[8] А.Г. Петров, А. Шик. ФТП, **28**, 2185 (1994).

[9] Л.Е. Голуб, Е.Л. Ивченко, Р.Я. Расулов. ФТП, **29**, 1093 (1995).

[10] Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус. *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках* (М., Наука, 1972).

[11] Е.Л. Ивченко, Р.Я. Расулов. *Симметрия и реальная зонная структура полупроводников* (Ташкент, Фан, 1989).

[12] D. Hornung, R. von Baltz, U. Rossler. Solid State Commun., **48**, 225 (1983). https://doi.org/10.1016/0038-1098(83)90275-2

Редактор Л.В. Шаронова

Size quantization in *n*-GaP

V.R. Rasulov, R.Y. Rasulov, I.M. Eshboltaev, R.R. Sultonov

Ferghana State University,
105100 Ferghana, Uzbekistan

Abstract The size-quantized energy spectrum and the wave functions of electrons in the subbands X_3 and X_1 of the conduction band in *n*-GaP are calculated.