

## Поляритонные возбуждения в неидеальной двухподрешеточной цепочке микропор

© В.В. Румянцев, С.А. Федоров, К.В. Гуменник, Ю.А. Паладян

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина,  
83114 Донецк, Украина  
e-mail: 380957931135@yandex.ru

Поступило в Редакцию 18 апреля 2019 г.  
В окончательной редакции 27 мая 2019 г.  
Принято к публикации 5 ноября 2019 г.

Исследована зависимость дисперсионных характеристик поляритонных возбуждений в неидеальной 1D-решетке микропор от концентрации дефектов структуры, связанных с вариацией положений микропор, содержащих в одной из подрешеток квантовые точки. Показано, что в результате наличия данных структурных дефектов в 1D-двухподрешеточном массиве микропор можно добиться необходимого изменения энергетической структуры поляритонных возбуждений и, следовательно, оптических свойств исследуемой системы, обусловленных перестройкой электромагнитного спектра.

**Ключевые слова:** неидеальная 1D-решетка микропор-резонаторов, поляритонные возбуждения, квантовые точки, приближение виртуального кристалла.

DOI: 10.21883/JTF.2020.05.49189.168-19

### Введение

Среди задач, которые приходится решать при создании новых материалов используемых в качестве источников когерентного излучения, и устройств, работающих на их основе, встает проблема изучения особых структур — поляритонных кристаллов [1], представляющих собой отдельный класс фотонных кристаллов [2]. В поляритонных структурах реализуется сильная связь квантовых возмущений (экситонов) среды и оптического поля. В процессе изучения поляритонных кристаллов рождается новая область науки — поляритоника [3], как самостоятельный раздел фотоники.

В частности, поляритонной структурой может быть пространственно-периодическая система связанных микропор (резонаторов) [4,5]. Интерес к изучению оптических мод в системе микрорезонаторов, который появился в связи с созданием оптоэлектронных устройств [6], значительно вырос в последнее время. Здесь стоит отметить резонаторы на основе дефектов в фотонных кристаллах [7,8], наличие сильной связи между квантовой точкой и таким микрорезонатором было продемонстрировано в [9]. Теоретическое исследование формирования в цепочке микрорезонаторов квантовых солитонов, связанных с поляритонами нижней дисперсионной ветви (НДВ), выполнено в работах [1,9]. Авторы [1,9] полагают, что микрорезонаторы могут быть привлекательны для целей квантовой обработки информации. Прогресс, достигнутый в последнее время в плане создания высокодобротных полупроводниковых микрорезонаторов с брэгговскими зеркалами, позволил получить и исследовать бозе-эйнштейновскую конденсацию, а также сверхтекучие свойства НДВ поляритонов в квантовых ямах, внедренных в полупроводниковые (CdTe/CdMgTe

или GaAs) структуры микрорезонаторов [10–12]. Поляритоны в этих системах рассматриваются как термодинамически квазиравновесный двумерный газ взаимодействующих бозонных частиц.

На основе развитых авторами ранее представлений о неидеальных одномерных поляритонных структурах [3,7,8] в настоящей работе рассмотрены электромагнитные возбуждения в неидеальной двухподрешеточной цепочке микропор (резонаторов) с переменным периодом, причем система туннельно-связанных микрорезонаторов содержит в одной из подрешеток в качестве атомарной подсистемы квантовые точки. Ниже изучены особенности дисперсии поляритонных возбуждений в неидеальной 1D-решетке связанных микропор-резонаторов, вызванные случайными вариациями их положений.

### Теоретическая модель

Опираясь на разработанный в [3,7,8,13] подход, рассмотрим электромагнитные возбуждения в неидеальной двухподрешеточной цепочке микропор (резонаторов) с переменным периодом  $d = a_1^v + a_2^\mu$ . Здесь  $a_1^v + a_2^\mu$  — варьируемые положения микропор соответственно в первой и второй подрешетках. В данном случае нижний индекс (1 или 2) — номер подрешетки, верхние индексы ( $v, \mu$ ) обозначают положение соответствующего резонатора в ячейке, которые также могут принимать значения 1 или 2. Каждый из туннельно-связанных микрорезонаторов содержит по одной оптической моде. В общем случае квадратичная часть гамильтониана  $\hat{H}^{ex}$ , описывающая элементарные возбуждения в цепочке микропор (как содержащих квантовые точки, так и без них) в предположении, что плотность возбужденных

состояний структурных элементов в резонаторной и атомарной подсистемах мала, в приближении Гайтлера–Лондона [14] в одноуровневой модели имеет вид:

$$\hat{H}^{ex} = \sum_{\alpha, \beta=1}^2 \sum_{\substack{n, m, \\ \lambda, \sigma}} D_{n\alpha, m\beta}^{\lambda\sigma} \hat{\Phi}_{n\alpha}^+ \hat{\Phi}_{m\beta\sigma}^-, \quad (1)$$

где  $n, m$  — номера элементарных ячеек,  $\alpha, \beta$  — номера подрешеток.

$$D_{n\alpha, m\beta}^{11} = h\omega_{n\alpha}^{at} \delta_{n\alpha, m\beta} + V_{n\alpha, m\beta},$$

$$D_{n\alpha, m\beta}^{22} = h\omega_{n\alpha}^{ph} \delta_{n\alpha, m\beta} - A_{n\alpha, m\beta},$$

$$D_{n\alpha, m\beta}^{12} = D_{n\alpha, m\beta}^{21} = g_{n\alpha} \delta_{n\alpha, m\beta}, \quad \hat{\Phi}_{n\alpha}^{\lambda=2} = \hat{\Psi}_{n\alpha}^+, \quad \hat{\Phi}_{n\alpha}^{\lambda=1} = \hat{B}_{n\alpha}^-. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2) в узельном представлении:  $\omega_{n\alpha}^{ph}$  — частота фотонной моды электромагнитного возбуждения, локализованного в  $n\alpha$ -ом узле (резонаторе),  $\hat{\Psi}_{n\alpha}^+, \hat{\Psi}_{n\alpha}^-$  — бозе-операторы рождения и уничтожения этой фотонной моды,  $h\omega_{n\alpha}^{at}$  — энергия возбуждения квантовой точки в узле  $n\alpha$ ,  $\hat{B}_{n\alpha}^+, \hat{B}_{n\alpha}^-$  — бозе-операторы рождения и уничтожения этого возбуждения,  $A_{n\alpha, m\beta}$  — матрица резонансного взаимодействия, характеризующая перекрытие оптических полей резонаторов  $n\alpha$ -го и  $m\beta$ -го узлов решетки и, следовательно, определяющего вероятность перескока соответствующего электромагнитного возбуждения,  $V_{n\alpha, m\beta}$  — матрица резонансного взаимодействия квантовых точек в узлах  $n\alpha$  и  $m\beta$ ,  $g_{n\alpha}$  — матрица резонансного взаимодействия квантовой точки в узле  $n\alpha$  с локализованным в этом узле электромагнитным полем. Индексы  $\lambda, \sigma$  фиксируют наличие (при значении 1) или отсутствие (при значении 2) квантовой точки в соответствующей микропоре.

Расчет поляритонного спектра  $\Omega(k)$  рассматриваемой системы проведем, используя аппарат усредненных функций Грина, в приближении виртуального кристалла [15,16]. В указанном приближении усредненная резольвента квазичастичного гамильтониана системы равна резольвенте усредненного гамильтониана. Поэтому величины  $D_{n\alpha, m\beta}^{\lambda\sigma}$  в равенстве (1) следует заменить на их конфигурационно усредненные значения ( $D_{n\alpha, m\beta}^{\lambda\sigma} \rightarrow \langle D_{n\alpha, m\beta}^{\lambda\sigma} \rangle$ ) по всем возможным вариациям положений микропор (процедура конфигурационного усреднения массива микропор обозначена угловыми скобками). Такая операция „восстанавливает“ трансляционную инвариантность и позволяет перейти в  $k$ -представление с последующей диагонализацией гамильтониана путем применения процедуры Боголюбова–Тябликова [14]. Выполнение указанных процедур позволяет получить следующее уравнение для нахождения  $\Omega(k)$ :

$$\det \| D_{\alpha\beta}^{\lambda\sigma}(k) - h\Omega(k) \delta_{\alpha\beta} \delta_{\lambda\sigma} \| = 0, \quad (3)$$

где

$$D_{\alpha\beta}^{\lambda\sigma}(k) = \sum_m \langle D_{n\alpha, m\beta}^{\lambda\sigma} \rangle \exp[ik(r_{n\alpha} - r_{m\beta})].$$

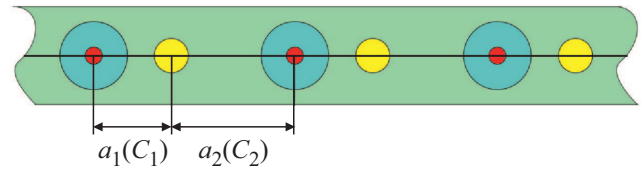


Рис. 1. Схематическое изображение усредненного неидеального двухподрешеточного 1D-массива микропор, первая подрешетка которого содержит одинаковые квантовые точки.

Заметим, что волновое число  $k$ , характеризующее собственные состояния электромагнитных возбуждений в исследуемой системе, изменяется в пределах первой зоны Бриллюэна для виртуальной решетки с периодом

$$\begin{aligned} \langle d \rangle &= \langle a_1^u \rangle + \langle a_2^v \rangle \\ &= C_1^{(1)} a_1^{(1)} + C_1^{(2)} a_1^{(2)} + C_2^{(1)} a_2^{(1)} + C_2^{(2)} a_2^{(2)}, \end{aligned}$$

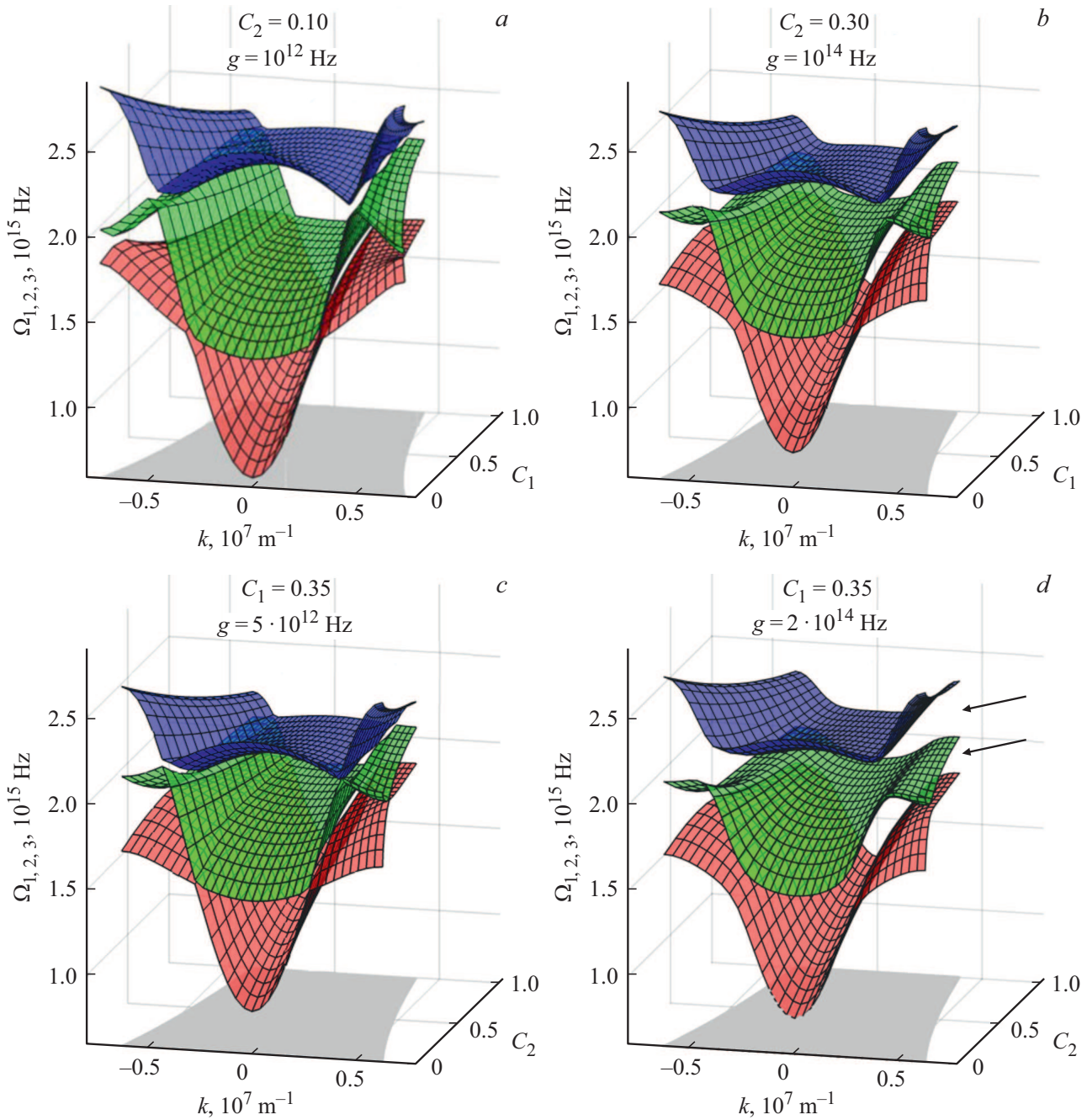
где  $C_{1(2)}^{(1,2)}$  — концентрации соответствующих положений микропор  $a_1^u, a_2^v$ . Причем  $C_1^{(1)} + C_1^{(2)} = 1, C_2^{(1)} + C_2^{(2)} = 1$ , следовательно,  $C_1^{(2)} = 1 - C_1^{(1)} \equiv C_1, C_2^{(2)} = 1 - C_2^{(1)} \equiv C_2$ . Таким образом,  $\langle d \rangle = a_1(C_1) + a_2(C_2) \equiv d(C_1, C_2)$ , где  $a_1(C_1) = a_1^{(1)} + (a_1^{(2)} - a_1^{(1)})C_1, a_2(C_2) = a_2^{(1)} + (a_2^{(2)} - a_2^{(1)})C_2$ .

## Результаты и обсуждение

Рассмотрим подробнее электромагнитные возбуждения в двухподрешеточной 1D-виртуальной решетке микропор (рис. 1), содержащих квантовые точки лишь одного сорта в одной из подрешеток (например, в первой, т.е.  $\alpha = \beta = 1$ ). Положение микрорезонатора определяет равенство:  $r_{n\alpha} = r_n + r_\alpha$ . Поэтому в нашем случае положение микропор первой и второй подрешеток в нулевой элементарной ячейке ( $r_{n=0} = 0$ ) задают соотношения соответственно:  $r_{01} = 0$  и  $r_{02} = a_1(C_1) = d(C_1, C_2) - a_2(C_2)$ . Спектр поляритонных возбуждений  $\Omega(k)$  в приближении ближайших соседей следует из соотношений (2) и (3):

$$\left\| \begin{array}{cccc} h\omega_1^{at} - V_{11}(k) - h\Omega(k) & 0 & g_1 & 0 \\ 0 & -\Omega(k) & 0 & 0 \\ g_1 & 0 & h\omega_1^{ph} - h\Omega(k) & -A_{12}(k) \\ 0 & 0 & -A_{21}(k) & h\omega_2^{ph} - h\Omega(k) \end{array} \right\| = 0. \quad (4)$$

Фурье-образ матрицы  $\langle V_{n1m1} \rangle$  резонансного взаимодействия квантовых точек в узлах  $n1$  и  $m1$  в приближении ближайших соседей имеет вид  $V_{11}(k) = V_{11}(k, C_1, C_2) \cong 2V_{11}[d(C_1, C_2)] \cos[kd(C_1, C_2)]$ , где  $V_{11}[d(C_1, C_2)]$  полагаем равным  $V_{11}[d(C_1, C_2)] = V_{11}[d(0)] \exp[-\frac{|d(C_1, C_2) - d(0)|}{d(0)}]$ . Поскольку квантовые точки при данном рассмотрении по составу не варьируются, параметр резонансного взаимодействия квантовой точки в любом узле с локализованным в этом узле электромагнитным полем равен  $g_1$



**Рис. 2.** Зависимость дисперсии поляритонов  $\Omega_{1,2,3}(k, C_1, C_2)$  от концентрации дефектов структуры для различных значений параметра  $g \equiv g_1/h$  резонансного взаимодействия квантовой точки в узле с локализованным в этом узле электромагнитным полем (стрелки указывают на изменение величины „бутылочного горла“ в зависимости от величины  $g$ ).

(не зависит от  $n$ ). Величины  $A_{\alpha\beta}(k) \equiv A_{\alpha\beta}(k, C_1, C_2)$  в (4) — фурье-образы матрицы  $\langle A_{n\alpha m\beta} \rangle$  резонансного взаимодействия:

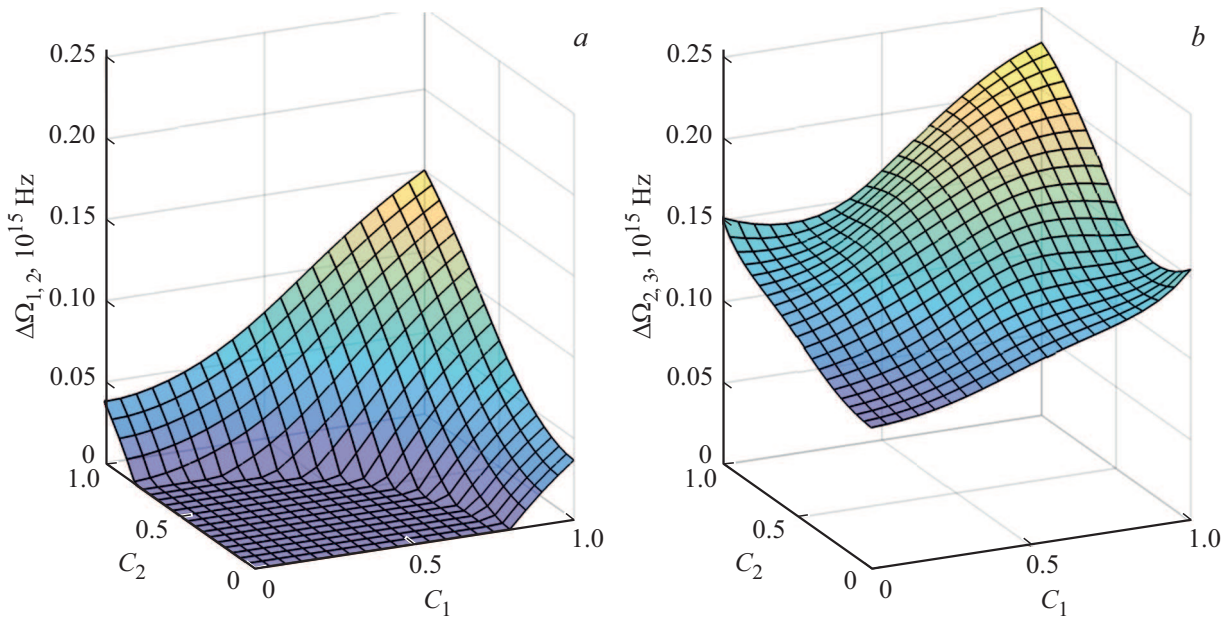
$$A_{\alpha\beta}(k) = \sum_m \langle A_{n\alpha m\beta} \rangle \exp[ik(r_{n\alpha} - r_{m\beta})].$$

В рамках используемой модели в приближении ближайших соседей фурье-образы  $A_{\alpha\beta}(k, C_1, C_2)$  приобретают

следующий вид:

$$A_{12}(k, C_1, C_2) \cong A_{12}[a_1(C_1)] \exp[-ika_1(C_1)] + A_{12}[a_2(C_2)] \exp\{ik[a_2(C_2)]\},$$

$$A_{21}(k, C_1, C_2) \cong A_{21}[a_1(C_1)] \exp[ika_1(C_1)] + A_{21}[a_2(C_2)] \exp\{-ik[a_2(C_2)]\}, \quad (5)$$



**Рис. 3.** Зависимость  $\Delta\Omega_{12(23)}(C_1, C_2)$  ширины соответствующей запрещенной зоны от концентрации дефектов исследуемой структуры.

Величины  $A_{12(21)}[a_{1(2)}(C_{1(2)})]$ , являющиеся компонентами усредненной матрицы  $\langle A_{\alpha\beta} \rangle$  резонансного взаимодействия, полагаем вслед за [7] равными

$$A_{12(21)}[a_{1(2)}(C_{1(2)})] = A_{12(21)}[a_{1(2)}(0)] \times \exp\left[-\frac{|a_{1(2)}(C_{1(2)}) - a_{1(2)}(0)|}{a_{1(2)}(0)}\right]. \quad (6)$$

В рамках используемой модели  $A_{12} \simeq A_{21} \gg A_{11}, A_{22}$ . Соотношение (4) показывает, что закон дисперсии  $\Omega(k)$  элементарных электромагнитных возбуждений в искомой системе микропор определяется как частотными характеристиками решетки резонаторов, так и величинами  $A_{\alpha\beta}(k)$ .

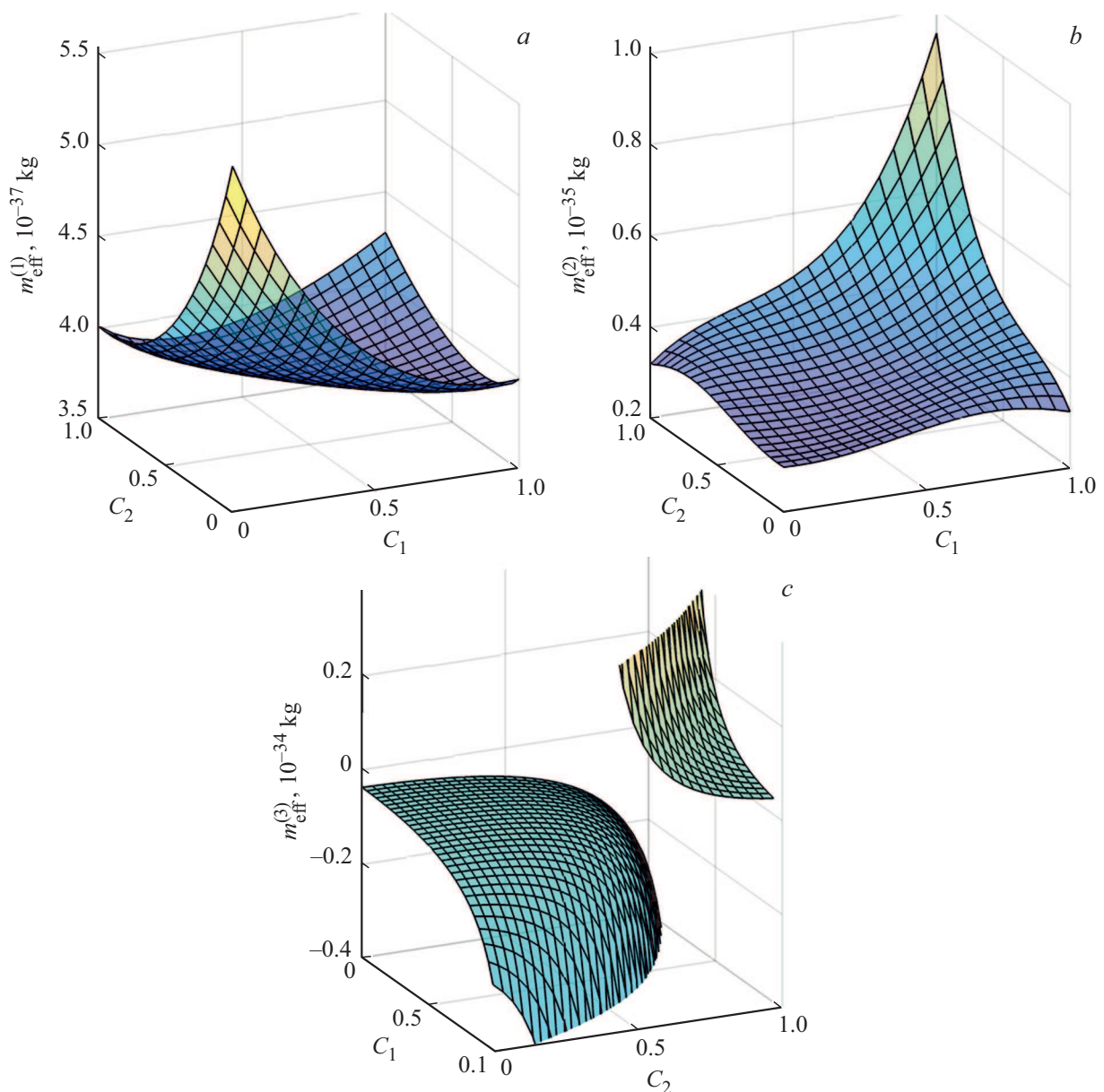
Дальнейшие численные расчеты выполнены в среде компьютерного пакета Matlab, который включает в себя язык инженерного программирования с использованием программ, входящих в стандартную библиотеку Matlab. В частности, для численного отыскания корней кубического уравнения относительно частоты  $\Omega$ , возникающего при раскрытии детерминанта (6), применялась программа из библиотеки Matlab fzero.m, в основе которой лежит итерационный алгоритм Ньютона.

При численном моделировании соответствующих параметров, определяющих особенности спектра электромагнитных возбуждений, в настоящей работе взяты значения величин того же порядка, что и используемые авторами ранее при исследовании подобных структур [7,8]. В частности, полагаем, что частота возбуждения квантовой точки в узле равна  $\omega_2^{qt} = 2\pi \cdot 202 \text{ THz}$  (в рамках используемого приближения Гайтлера–Лондона  $\hbar\omega^{qt} \gg V_{11}$ ), значения частот резонансных фотонных мод, локализованных в микропорах

решетки,  $\omega_1^{ph} = 2\pi \cdot 311 \text{ THz}$  и  $\omega_2^{ph} = 2\pi \cdot 331 \text{ THz}$ . Параметры, определяющие перекрытие оптических полей и взаимодействие квантовых точек в соседних микропорах, взяты следующими:  $A_{12}[a_1(0)]/2\hbar = 3.5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ,  $A_{12}[a_2(0)]/2\hbar = 1.2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ,  $V_{11}/2\hbar = 1 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$ , причем  $a_1(0) = a_1^{(1)} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ,  $a_2(0) = a_2^{(1)} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ,  $d(0) = a_1(0) + a_2(0)$ . Поверхности, описывающие дисперсионную зависимость частот  $\Omega_{1,2,3}(k, C_1, C_2)$ , исследуемых коллективных возбуждений в неидеальной решетке микрорезонаторов, содержащих в одной из подрешеток квантовые точки, представлены на рис. 1. При этом  $k$  изменяется в пределах первой зоны Бриллюэна:  $-\frac{\pi}{d(C_1, C_2)} < k < \frac{\pi}{d(C_1, C_2)}$  (затемненная область  $k, C_{1(2)}$  на рис. 2). Заметим, что форма дисперсионной поверхности  $\Omega_3(k, C_1, C_2)$  на рис. 2 свидетельствует о возможности существования при определенных концентрациях дефектов структуры бозе-эйнштейновского поляритонного конденсата благодаря наличию локального минимума при значениях  $k \neq 0$  (дополнительно к возможности существования конденсата при  $k = 0$ , на которую указывают поверхности  $\Omega_{1,2}(k, C_1, C_2)$ ). Зависимость ширины соответствующей запрещенной зоны поляритонного спектра  $\Delta\Omega_{12(23)}(C_1, C_2) \equiv \min_k [\Omega_{2(3)}(C_1, C_2) - \Omega_{1(2)}(C_1, C_2)]$  от концентрации дефектов исследуемой структуры приведена на рис. 3.

Немонотонный характер концентрационной зависимости  $\Omega_{1,2,3}(k, C_1, C_2)$  поляритонного спектра таких неидеальных систем проявляется в особенностях зависимости эффективной массы

$$m_{\text{eff}}^{1,2,3}(C_1, C_2) \equiv \hbar \left( \frac{\partial^2 \Omega_{1,2,3}(k, C_1, C_2)}{\partial k^2} \Big|_{k=0} \right)^{-1}$$



**Рис. 4.** Зависимость эффективной массы  $m_{\text{eff}}^{1,2,3}(C_1, C_2)$  поляритонных возбуждений от концентрации дефектов в 1D неидеальной решетке связанных микропор.

исследуемых квазичастиц (рис. 4). Последнее дает дополнительный механизм управления групповой скоростью оптических волновых пакетов в изучаемой неидеальной структуре.

## Заключение

Выполненное в работе изучение зависимости параметров спектра элементарных возбуждений бинарной 1D неидеальной решетки связанных микропор показывает, что в результате внедрения структурных дефектов в массив микропор исследуемой системы можно добиться необходимого изменения энергетической структуры электромагнитных возбуждений и, следовательно,

оптических свойств данной системы, обусловленных перестройкой электромагнитного спектра. В частности, выполнено математическое моделирование зависимости дисперсионных характеристик поляритонных возбуждений в неидеальной 1D-решетке микропор от концентрации дефектов структуры, связанных с вариацией положений микропор, содержащих в одной из подрешеток квантовые точки. Полученный в работе результат исследования зависимости эффективной массы электромагнитных возбуждений от концентрации структурных дефектов открывает возможность управления групповой скоростью данных элементарных возбуждений, а следовательно, и скоростью передачи сигнала в соответствующем оптоэлектронном устройстве. Таким образом, представ-

ленные результаты позволяют расширить возможности создания нового класса функциональных пористых материалов — поляритонных систем (массивов микропор, содержащих квантовые точки), позволяющих контролировать распространение электромагнитных возбуждений в таких композитных структурах путем управляемого внедрения в них структурных дефектов.

### Финансирование работы

Исследования выполнены в рамках государственного финансируемого проекта Донецкого физико-технического института им. А.А. Галкина „Формирование структуры и свойств перспективных многофункциональных материалов“.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] Sedov E.S., Alodjants A.P., Arakelian S.M., Chuang Y.-L., Lin Y.Y., Yang W.-X., Lee R.-K. // Phys. Rev. A. 2014. Vol. 89. P. 033828.
- [2] Joannopoulos J.D., Johnso S.G., Winn J.N., Meade R.D. Photonic Crystals. Molding the Flow of Light / Second Edition. Princeton: Princeton University Press, 2008. 286 p.
- [3] Румянцев В.В., Федоров С.А., Петренко А.Г. // Вестник ДонНУ. Сер. А: Естественные науки. 2017. № 4. С. 69–78.
- [4] Kaliteevskii M.A. // Tech. Phys. Lett. 1997. Vol. 23. N 2. P. 120–121.
- [5] Vahala K.J. // Nature. 2003. Vol. 424. P. 839–846.
- [6] Tighineanu P., Sorensen A.S., Stobbe S., Lodahl P. The Mesoscopic Nature of Quantum Dots in Photon Emission, in: P. Michler (Ed.), Quantum Dots for Quantum Information Technologies. Nano-Optics and Nanophotonics, Cham: Springer, 2017. P. 165–198.
- [7] Румянцев В.В., Федоров С.А., Гуменник К.В. // ФТТ. 2017. Т. 59. Вып. 4. С. 741–747.
- [8] Rumyantsev V.V., Fedorov S.A., Gumennyk K.V., Gurov D.A., Kavokin A.V. // Superlattices and Microstructures. 2018. Vol. 120. P. 642–649.
- [9] Alodjants A.P., Barinov I.O., Arakelian S.M. // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2010. Vol. 43. P. 095502.
- [10] Kasprzak J., Richard M., Kundermann S., Baas A., Jeambrun P., Keeling J.M.J., Marchetti F.M., Szymańska M.H., André R., Staehli J.L., Savona V., Littlewood P.B., Deveaud B., Le Si Dang // Nature. 2006. Vol. 443. P. 409.
- [11] Balili R., Hartwell V., Snoke D., Pfeiffer L., West K. // Science. 2007. V. 316. P. 1007.
- [12] Amo A., Lefrère J., Pigeon S., Adrados C., Ciuti C., Carusotto I., Houdré R., Giacobino E., Bramati A. // Nature. Phys. 2009. V. 5. P. 805.
- [13] Румянцев В.В., Федоров С.А., Гуменник К.В., Гуров Д.А. // ФТВД. 2018. Т. 28. № 1. С. 87–95.
- [14] Агранович В.М. Теория экситонов. М.: Наука, 1968. 382 с.
- [15] Займан Дж. Модели беспорядка. М.: Мир, 1982. 592 с.
- [16] Лось В.Ф. // ТМФ. 1987. Т. 73. № 1. С. 85–102.