04.1

Нелинейное взаимодействие электромагнитных волн в плотной плазме

© Г.А. Павлов

Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия
E-mail: pavl4411@yandex.ru

Поступило в Редакцию 6 декабря 2019 г.
В окончательной редакции 22 января 2020 г.
Принято к публикации 31 января 2020 г.

Рассмотрены нелинейные явления, вызванные квадратичным взаимодействием электромагнитных волн в плотной заряженной среде (кулоновские системы, плазма): параметрическая генерация и генерация второй гармоники электромагнитного излучения. Для определения квадратичных функций реакции, описывающих взаимодействия электромагнитных волн в среде, применен подход, основанный на использовании явных аппроксимаций для функций реакции с подгоночными параметрами. Параметры найдены из точных частотных моментов функций реакции. С использованием данных по функциям реакции выполнена оценка условий экспериментальной реализации перечисленных явлений в лабораторной плотной плазме в постоянном магнитном поле.

Ключевые слова: нелинейные явления, плотная плазма.

DOI: 10.21883/PJTF.2020.08.49311.18143

В последние несколько лет проводятся интенсивные исследования генерации второй гармоники и других нелинейных явлений, обусловленных квадратичным взаимодействием электромагнитных волн в различных средах: кристаллах, графене, различных смесях, композитах, слабоионизованных газах, суспензиях и т. д. (см., например, [1–4]). В то же время аналогичные явления в плотной плазме и других плотных заряженных средах, нелинейные свойства этих сред теоретически изучены фрагментарно. Рассмотрены лишь нелинейные переносные и гидродинамические характеристики таких сред, а также их нелинейная реакция на продольное электрическое поле: плазменное эхо и преобразование волн [5,6]. Экспериментальные работы по нелинейным явлениям в плотной плазме и ее свойствам отсутствуют. Эти очевидные пробелы в исследованиях нелинейных характеристик плотных заряженных сред определяют актуальность настоящей работы, посвященной изучению квадратичного взаимодействия электромагнитных волн в плотной плазме. Заметим, что линейные характеристики таких сред подробно изучались экспериментально и теоретически в течение предшествующих 50 лет (см., например, [7,8]).

Рассмотрим параметрическую генерацию и генерацию второй гармоники электромагнитного излучения (ПГИ и ГВГ соответственно), которые представляют собой результаты квадратичного взаимодействия электромагнитных волн при распространении в плотной (неидеальной) плазме в постоянном магнитном поле $\mathbf{B}_0$. ПГИ характеризуется перекачкой энергии к двум относительно слабым электромагнитным волнам — „сигнальной" (СВ) и „холостой" (ХВ) с частотами ω_1 и ω_2 — от интенсивной электромагнитной „волны накачки" (ВН) с частотой ω_3. ГВГ есть эффект квадратичного взаимодействия двух волн на частоте ω в среде (или переизлучение на частоте 2ω поляризованной средой, вызванное одной волной с частотой ω), результатом которого является генерация электромагнитной волны на частоте 2ω. Исследуем условия реализации ПГИ (исследование ГВГ во многом аналогично), учитывая особенности тензоров квадратичной восприимчивости $\chi^{(2)}_{ijk}$ и диэлектрической проницаемости ε_{ij} в плотной плазме и поле $\mathbf{B}_0$, оценим возможность соответствующих экспериментальных исследований. Полагаем, что $\chi^{(2)}_{ijk}$ и ε_{ij} не зависят от интенсивности ВН. Как и в [6], далее для определения $\chi^{(2)}_{ijk}$, комплексной функции, применен подход, основанный на использовании явных аппроксимаций данной функции с подгоночными параметрами, которые находятся из точных частотных моментов $\chi^{(2)}_{ijk}$.

Для исследования ПГИ необходимы уравнения для амплитуд $A_1(z)$, $A_2(z)$, $A_3(z)$ трех взаимодействующих электромагнитных волн с частотами и волновыми векторами $\omega_1, \mathbf{k}_1$; $\omega_2, \mathbf{k}_2$; $\omega_3, \mathbf{k}_3$ [9]. Данные уравнения рассмотрим для однородной плазмы во внешнем постоянном и однородном магнитном поле с учетом нелинейной поляризации среды $\mathbf{P}_{nl}$, заданной соотношением $P_{nl,i}(\mathbf{r}, t) = \chi^{(2)}_{ijk} E_j(\mathbf{r}, t) E_k(\mathbf{r}, t)$. Линейная часть поляризации включена в диэлектрическую проницаемость ε_{ij}. Поле в среде $\mathbf{E}(z, t)$ является суперпозицией полей СВ, ХВ и ВН: $\mathbf{E}(z, t) = (1/2) \sum_{n=1}^{3} [\mathbf{e}_n A_n(z) e^{i(\omega_n t - \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{z})} + c.c.]$ ($n = 1{-}3$, $\mathbf{E}_n(z, t) = \mathbf{e}_n A_n(z) e^{i(\omega_n t - \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{z})}$, $\mathbf{e}_n$ — единичный вектор поляризации волны на частоте ω_n, $\{\mathbf{e}_{n,xyz}\}$ — набор компонентов вектора $\mathbf{e}_n$). Далее используем приближение медленно меняющихся во времени и пространстве амплитуд волн. При $\chi^{(2)} \approx \mathrm{Re}\,\chi^{(2)}$ и заданном поле „накачки“ (когда $a_{1,2}(z) \ll a_3(0)$ волны накачки и амплитуда a_3 уменьшается только из-за поглощения δ_3 в среде, а не из-за перекачки энергии в СВ и ХВ; см. обозначения (3)) положим, что $\delta_n = \delta$, $\omega_1 = \omega_2$, $\omega_3 = 2\omega_1$, $\sigma_1 = \sigma_2$, $a_1 = a_2$, $\Psi(z) \approx \pi/2 + \Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{z}$. После этих непринципиальных упрощений a_1 примет вид

$$a_1(z) = a_1(0)\exp\left\{\left[\mathrm{Re}\,\sigma_1 a_3(0)\,\frac{\sin(\Delta kz)}{\Delta kz} - \delta_1\right]z\right\}. \quad (1)$$

В случае $\sigma_n \approx \mathrm{Im}\,\sigma_n$ (т.е. $\chi^{(2)} \approx i\,\mathrm{Im}\,\chi^{(2)}$) вместо (1) найдем

$$a_1(z) = a_1(0)\exp\left\{\left[\mathrm{Im}\,\sigma_1 a_3(0)\,\frac{\sin(\Delta kz)}{\Delta kz} - \delta_1\right]z\right\}. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2), удобных для анализа условий реализации ПГИ в среде, введены следующие обозначения в связи с переходом от комплексных амплитуд $A_{1,2,3}(z)$ к вещественным амплитудам и фазам, $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_3 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$, Δk — проекция $\Delta\mathbf{k}$ на ось z, $n(\omega)$ — показатель преломления на частоте ω:

$$A_n(z) = a_n e^{i\varphi_n(z)}, \quad \Psi \equiv \varphi_3 - \varphi_1 - \varphi_2 - \Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{z},$$

$$\delta_n = \omega_n\mathbf{e}_n\,\frac{\mathrm{Im}\,\varepsilon(\omega_n)\mathbf{e}_n}{2n(\omega_n)c}, \quad k = \omega n(\omega)/c,$$

$$\sigma_1 = 2\pi\omega_1\mathbf{e}_1\,\frac{\chi^{(2)}(\omega_1):\mathbf{e}_2\mathbf{e}_3}{n(\omega_1)c},$$

$$\sigma_2 = 2\pi\omega_2\mathbf{e}_2\,\frac{\chi^{(2)}(\omega_2):\mathbf{e}_1\mathbf{e}_3}{n(\omega_2)c},$$

$$\sigma_3 = 2\pi\omega_3\mathbf{e}_3\,\frac{\chi^{(2)}(\omega_3):\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2}{n(\omega_3)c}. \quad (3)$$

В (3) δ_n и σ_n представляют собой свертки тензоров ε_{ij} и $\chi^{(2)}_{ijk}$ с векторами поляризации по соответствующим индексам.

Таким образом, условиями экспоненциального роста амплитуды СВ, следующими из (1) и (2), являются положительность действительной или мнимой частей σ_1; $\mathrm{Re}\,\sigma_1 a_3(0) > \delta_1$, $\mathrm{Im}\,\sigma_1 a_3(0) > \delta_1$ (и $\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{z} = 0$). Нарастание амплитуды СВ по z также возможно, когда вместо (1) (или (2)) используется более полная система уравнений для амплитуд и $\mathrm{Re}\,\sigma_1 a_3(0) > \Delta k$ ($f = 2$, см. таблицу); то же для $\mathrm{Im}\,\sigma_1 a_3(0) > \Delta k$. Выполнение и конкретизация перечисленных условий зависят от интенсивности и поляризации взаимодействующих электромагнитных волн (свертки в определениях (3) не должны быть равны нулю), вида и значений действительной и мнимой частей тензора $\chi^{(2)}_{ijk}$, $\mathbf{B}_0$ и линейных свойств среды (δ_1, см. таблицу). Заметим, что линейные динамические свойства — ε_{ij} — плотной заряженной среды достаточно хорошо изучены (см., например, [7,8]), но нелинейная реакция такой среды на электромагнитное поле не исследовалась. В изотропной плазме параметры $\{\sigma_n\}$ равны нулю. В случае ГВГ одной волной основной частоты с амплитудой a_1 можно получить для амплитуды второй гармоники a_2 (по аналогии с (1), (2)) $a_2(z) \approx \sigma_2 a_1^2 z$ (на длине когерентности, если $\sigma_i \approx \mathrm{Re}\,\sigma_i$ и $\sigma_2 a_1^2\cos(\Delta kz) - \delta_2 a_2 > 0$).

Рассмотрим тензор квадратичной восприимчивости $\chi^{(2)}_{ijk}$ анизотропной плотной плазмы (в постоянном магнитном поле $\mathbf{B}_0$), свойства которого определяют условия реализации ПГИ в данной среде. Можно получить формальный вид $\chi^{(2)}_{ijk}$ через соответствующие корреляторы методами теории нелинейного отклика (см., например, [6]). Но, очевидно, что для плотной (неидеальной в отличие от разреженной плазмы) последовательное вычисление $\chi^{(2)}_{ijk}$ невозможно, так как отсутствует малый параметр по межчастичному взаимодействию ($\Gamma \ge 1$, $\Gamma = e^2/ak_BT$, $a = (3/4\pi n)^{1/3}$). Поэтому в работе используем модельный подход, заключающийся в применении явной аппроксимации с подгоночными параметрами для $\chi^{(2)}_{ijk}$, параметры удобно найти из точных частотных моментов $\chi^{(2)}_{ijk}$ [6]. Выпишем аппроксимацию $\chi^{(2)}_{ijk}$ анизотропной плотной высокотемпературной заряженной среды (при $n\lambda^3 \ll 1$, λ — длина волны де Бройля) в форме, соответствующей решению уравнения Власова (см., например, [10]) с одним подгоночным параметром (ν — эффективная частота столкновений):

$$\chi^{(2)}_{ijk}(\omega_1,\mathbf{k}_1;\omega_2,\mathbf{k}_2) = \sum_l \frac{-i}{2}\,\frac{\omega_{pl}^2 e_l}{m_l}\,\frac{1}{\omega_1\omega_2\omega}\int d\mathbf{v}$$

$$\times\sum_n \frac{e^{in\varphi - ia\sin\varphi}}{\omega - k_\parallel v_\parallel - n\omega_B + i\nu}\,X_i^{(n)}(\mathbf{k}_\perp,\mathbf{v})\Bigg[Y_j(\omega_1,\mathbf{k}_1,\mathbf{v})$$

$$\times\sum_{n_2}\frac{e^{-in_2(\varphi-\varphi_2)+ia_2\sin(\varphi-\varphi_2)}}{\omega_2 - k_{2\parallel}v_\parallel - n_2\omega_B + i\nu}\,Z_k^{(n_2)}(\omega_2,\mathbf{k}_2,\mathbf{v})$$

$$+\,Y_k(\omega_2,\mathbf{k}_2,\mathbf{v})\sum_{n_1}\frac{e^{-in_1(\varphi-\varphi_1)+ia_1\sin(\varphi-\varphi_1)}}{\omega_1 - k_{1\parallel}v_\parallel - n_1\omega_B + i\nu}$$

$$\times Z_j^{(n_1)}(\omega_1,\mathbf{k}_1,\mathbf{v})\Bigg]f_0(v_\parallel, v_\perp),$$

$$X_i^{(n)} = \left|\begin{matrix}(n\omega_B/k_\perp)J_n(a)\cos\varphi_k + iv_\perp J_n'(a)\sin\varphi_k\\ (n\omega_B/k_\perp)J_n(a)\sin\varphi_k - iv_\perp J_n'(a)\cos\varphi_k\\ v_\parallel J_n(a)\end{matrix}\right|,$$

$$Y_i = [(\omega_1 - \mathbf{k}_1\mathbf{v})\delta_{ij} + k_{1j}v_i]\,\frac{\partial}{\partial v_j},$$

$$Z_i^{(n)} = X_i^{(n)*}\left(\frac{\omega - k_\parallel v_\parallel}{v_\perp}\,\frac{\partial}{\partial v_\perp} + k_\parallel\frac{\partial}{\partial v_\parallel}\right) - \delta_{iz}J_n(a)$$

$$\times(\omega - k_\parallel v_\parallel - n\omega_B)\left(\frac{v_\parallel}{v_\perp}\,\frac{\partial}{\partial v_\perp} - \frac{\partial}{\partial v_\parallel}\right). \quad (4)$$

В (4) f_0 — функция распределения Максвелла; e_i, m_i, ω_{pi} — заряд, масса и плазменная частота i-го

Параметры ПГИ для лабораторной плазмы (см. (1), (3); $f = a_3(0)\,\mathrm{Re}\,\sigma_1/\Delta k$, $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3/2$, $r_S = (a_3(0)\,\mathrm{Re}\,\sigma_1)^{-1}$, $s = a_3(0)\,\mathrm{Re}\,\sigma_1 - \delta_1$)

B_0, G	T, eV	n_e, 10^{21} cm^{-3}	ν/ω_p	$a_3(0)$, V/cm	ω_1/ω_p	δ_1, cm^{-1}	$\mathrm{Re}\,\sigma_1$, V^{-1}	s, cm^{-1}; r_S, cm	
								$f = \infty$	$f = 2$
10^4	3	1	10^{-2}	10^6–10^7	1.6	$2.4 \cdot 10^2$	10^{-10}	$s < 0$	
10^4	3	10^{-3}	10^{-4}	10^6–10^7	1.6	0.25	$2 \cdot 10^{-9}$	$s < 0$	
10^5	3	10^{-5}	10^{-5}	10^6–10^7	1.6	0.003	$2 \cdot 10^{-7}$	$r_S \sim 5$–0.5	$\tilde{r}_S \sim 6.5$–0.6

сорта частиц, суммирование проводится по всем сортам заряженных частиц среды; $\varphi, \varphi_1, \varphi_2$ — азимутальные углы векторов $\mathbf{v}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ в плоскости, перпендикулярной $\mathbf{B}_0$; система координат — ось $z \parallel \mathbf{B}_0$, ось x лежит в плоскости $\mathbf{k}, \mathbf{B}_0$; $J_n(a)$ — функция Бесселя n-го порядка, $a = k_\perp v_\perp/\omega_B$, $\omega_B = eB_0/mc$. Далее для (4) используем значения ν из [6], т.е. данный параметр найден для заданной комбинации $\{\mathbf{k}_i\}$ при отсутствии внешнего поля ($\mathbf{B}_0 = 0$, см. таблицу).

Для оценки параметров $\{\sigma_n\}$ в (1), (2) зададим конфигурацию $\{\mathbf{k}_i\}$ и $\{\mathbf{e}_i\}$ следующим образом: $\mathbf{k} \equiv \mathbf{k}_3 \parallel \mathbf{B}_0$, $\{\mathbf{k}_i\}$ находятся в одной плоскости, $\{\mathbf{e}_i\}$ имеют компоненты $\mathbf{e}_{3,x}, \mathbf{e}_{1,xz}, \mathbf{e}_{2,xyz}$. По виду тензора $\chi^{(2)}_{ijk}$ (4) и значениям параметра ν можно заключить, что в предложенной модели $\mathrm{Re}\,\chi^{(2)} > \mathrm{Im}\,\chi^{(2)}$. В таблице представлены полученные по известным тензорам $\chi^{(2)}_{ijk}$, ε_{ij}, $\{\mathbf{k}_i\}$ и $\{\mathbf{e}_i\}$ значения параметров σ_1 и δ_1 (3) для плазмы. Данные результаты позволяют при заданной интенсивности ВН оценить характерную длину эффективной передачи мощности от ВН к СВ, на которой происходит усиление амплитуды волны в e раз ($r_S, \tilde{r}_S$ при $\Delta k = 0$ и $\Delta k \neq 0$ соответственно). Зависимость параметров $\{\sigma_n\}$ от конфигурации $\{\mathbf{k}_i\}$, $\{\mathbf{e}_i\}$ весьма консервативна, что дает возможность провести достаточно общую оценку условий реализации ПГИ для лабораторной плотной плазмы с аппроксимацией $\chi^{(2)}_{ijk}$ в форме (4).

В таблице представлены данные параметров ПГИ для полностью однократно ионизованной плазмы различной концентрации, оцененные по предложенной выше модели. Заметим, что условие $f = \infty$ (условие фазового синхронизма [9]) в плазме не может быть в точности выполнено ввиду резкой зависимости показателя преломления плазмы от частоты. Тем не менее использование (1), (2) при $\Delta k \to 0$ для качественного обсуждения условий возникновения ПГИ в лабораторной плазме является приемлемым (ср. $r_S, \tilde{r}_S$ при $f = \infty, 2$ в таблице). Анализ полученных значений параметров показывает, что квадратичное взаимодействие электромагнитных волн в пространственно однородной плазме во внешнем постоянном и однородном магнитном поле при достижимых в эксперименте значениях полей B_0 и $a_3(0)$ (такие поля не провоцируют „нагревную“ и „стрикционную“ неустойчивости [11]) приводит к реализации явления ПГИ на $r_S \sim 1$ cm лишь для достаточно умеренных концентраций заряженных частиц. Это связано как с весьма малыми значениями функций нелинейной реакции $\{\sigma_n\}$, так и с высоким уровнем поглощения излучения в более плотной плазме. Другими словами, реализуется своего рода „отсечка“ ПГИ в неидеальной плазме. В случае ГВГ „отсечка“ соответствует нарушению условия $\sigma_2 a_1^2 \cos(\Delta kz) - \delta_2 a_2 > 0$ (см. выше) в сильно или полностью ионизованной плотной плазме. Как показывает проведенный анализ, для преодоления „отсечки“ нужно увеличивать интенсивность воздействия излучения на среду, что может привести к другому типу взаимодействия излучения с веществом (см., например, [12]).

Таким образом, в работе впервые рассмотрены явления ПГИ и ГВГ в плотной лабораторной плазме в постоянном магнитном поле, вызванные квадратичным взаимодействием электромагнитных волн. Применен модельный подход, основанный на использовании явных аппроксимаций для функций реакции с подгоночными параметрами, которые найдены из точных частотных моментов этих функций. Предложенный подход показал удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными по линейным оптическим характеристикам плотной плазмы в широком диапазоне параметров [7]. В рамках предложенной модели обнаружена „отсечка“ явлений ПГИ и ГВГ, обусловленная конкуренцией генерации полем накачки квадратичного отклика в плазме и его поглощения.

Финансирование работы

Работа выполнена по теме государственного задания № 0089-2019-0002.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] *Goldberg B.M., Chng T.L., Dogariu A., Miles R.B.* // Appl. Phys. Lett. 2018. V. 112. P. 064102.
[2] *Zhang Y., Huang D., Shan Y., Jiang T., Zhang Z., Liu K., Shi L., Cheng J., Sipe J.E., Liu W.-T., Wu S.* // Phys. Rev. Lett. 2019. V. 122. P. 047401.
[3] *Wang J., Jin K., Yao H., Gu J., Xu X., Ge C., Wang C., He M., Yang G.* // Appl. Phys. Lett. 2018. V. 112. P. 102904.

[4] *Iwai A., Sakai O., Omura Y.* // Phys. Plasmas. 2017. V. 24. P. 122112.

[5] *Pavlov G.A.* // Europhys. Lett. 2015. V. 110. P. 45001; *Pavlov G.A., Troshchiev Yu.V.* // Contrib. Plasma Phys. 2015. V. 55. N 2-3. P. 254–263.

[6] *Павлов Г.А.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. В. 2. С. 36–42; *Pavlov G.A.* // Europhys. Lett. 2008. V. 83. P. 35002.

[7] *Павлов Г.А.* Процессы переноса в плазме с сильным кулоновским взаимодействием. М.: Энергоатомиздат, 1995. 192 с. [*Pavlov G.A.* Transport processes in plasmas with strong Coulomb interaction. Amsterdam: Gordon & Breach, 2000. 200 p.].

[8] *Book of Abstracts* of SCCS 2017. Kiel, Germany, 2017. 169 p. http://www.uni-kiel.de/sccs2017_book_of_abstracts.pdf

[9] *Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В.* Прикладная нелинейная оптика. М.: Физматлит, 2004. 512 с.

[10] *Ситенко А.Г.* Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме. Киев: Наук. думка, 1977. 248 с.; *Мейснер Л.Б., Салтиел С.М.* // Нелинейные восприимчивости: экспериментальные данные и методы расчета. Справочник по лазерам / Под ред. А.М. Прохорова. М.: Сов. радио, 1978. Т. 2. С. 271–292.

[11] *Геккер И.Р.* Взаимодействие сильных электромагнитных полей с плазмой. М.: Атомиздат, 1978. 312 с.

[12] *Li B.Y., Liu F., Chen M., Chen Z.Y., Yuan X.H., Weng S.M., Jin T., Rykovanov S.G., Wang J.W., Sheng Z.M., Zhang J.* // Phys. Rev. E. 2019. V. 100. P. 053207.