

13,01

## Распространение поверхностных волн вдоль границы фоторефрактивного кристалла с нелинейным дефокусирующим покрытием

© С.Е. Савотченко

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова,  
Белгород, Россия

E-mail: savotchenkose@mail.ru

Поступила в Редакцию 23 декабря 2019 г.

В окончательной редакции 19 февраля 2020 г.

Принята к публикации 26 февраля 2020 г.

Рассмотрена композитная волноводная структура, представляющая собой кристалл с диффузионным механизмом формирования нелинейного фоторефрактивного отклика, на поверхность которого нанесено покрытие с нелинейностью керровского дефокусирующего типа. Показано, что в ней существуют нелинейные поверхностные волны необыкновенной поляризации двух типов, различающиеся диапазоном существования и профилем убывания поля. Определены такие режимы распространения нелинейных поверхностных волн, при которых интенсивность поля может быть максимальной или минимальной вблизи поверхности или на границе кристалла с покрытием.

**Ключевые слова:** нелинейная поверхностная волна, фоторефрактивный кристалл, Керровская нелинейность, композитный волновод.

DOI: 10.21883/FTT.2020.07.49480.660

### 1. Введение

В различных оптических устройствах широко применяются различные нелинейные кристаллы, в том числе и фоторефрактивные [1–3]. Важное место среди таких исследований занимают проблемы разработки композитных волноводов с особыми требованиями к их характеристикам и возможностью управлению локализацией потоков энергии световых импульсов [4]. В таких гетероструктурах сочетание слоев с нелинейно-оптическими эффектами разных порядков [5,6] (например, Керра и фоторефрактивного) приводит к появлению ряда уникальных свойств поверхностных волн (ПВ), распространяющихся вдоль границ раздела слоев [7–12]. Тем не менее, остаются до конца не изученными закономерности формирования нелинейных ПВ в фоторефрактивных кристаллах (ФК) с различного вида поверхностными покрытиями, которые могут составлять основу для композитного волновода [4–6]. В связи с этим в данной работе предлагается теоретическое описание закономерностей формирования нелинейных ПВ определенных видов профилей. Будет изучаться распространение ПВ вдоль поверхности одноосного ФК с нанесенным покрытием из оптической среды с дефокусирующей керровской нелинейностью, в которой показатель преломления зависит от квадрата амплитуды поля (интенсивности света).

В [11] указывалось, что существует возможность, при которой можно подобрать контактирующие среды с нелинейными эффектами различных порядков с близкими диапазонами возбуждения ПВ. Можно отметить, что для многомодовых волокон на длине волны 633 нм коэффициент потерь  $< 20$  dB/km [13], и резко снижающийся

до 2.7 dB/km при длине волны 850 нм. Нелинейный эффект второго порядка в кристаллах дигидрофосфата калия наблюдается при длинах волн около 690 нм [14]. При близких значениях длин волн около 633 нм наблюдалось формирование фоторефрактивной решетки в ФК  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20} : \text{Cd}$  [15]. Усиление эффекта Керра в тонких кобальтовых пленках наблюдалось в диапазоне длин волн 400–1000 нм [16], также в [17] изучался коэффициент прохождения через сердцевину фотонных жидкокристаллических волокон, характеризующихся квадратичной керровской нелинейностью, при температурах 10–50°С.

На основании приведенных примеров материалов можно говорить, что существует возможность составления композитной волноводной структуры, в которой слои характеризуются различными механизмами нелинейного отклика, формирующегося при значениях длин волн в диапазоне 630–700 нм. Кроме того, управление длительностью оптических импульсов, возбуждающих ПВ, может приводить к эффекту „сглаживания“ инерционности нелинейного отклика, который выражено проявляется, когда его время превосходит длительность импульса.

В данной работе будут рассматриваться только стационарные локализованные поля. При стационарном самовоздействии световых импульсов нелинейная добавка к показателю преломления в нелинейной среде будет зависеть только от интенсивности света  $I$ . Заметим, что для керровской среды нелинейная добавка к показателю преломления зависит линейно от  $I$ . Поскольку дрейфовый механизм и диффузионно-дрейфовый в данной работе не рассматриваются, то в ФК с диффузионным механизмом без учета задержки относительно времени релаксации

также можно показать, что нелинейная добавка к показателю преломления определяется интенсивностью света.

Зависимость нелинейной добавки к показателю преломления от интенсивности приводит к нелинейным уравнениям относительно искомого поля, решения которых будут описывать пространственное распределение поля в поперечном направлении к поверхности кристалла с покрытием. В работе будет проведен анализ условий распространения (существования) двух типов поверхностных волн в зависимости от оптических и структурных параметров.

## 2. Формулировка модели

В работе будут изучаться эффекты повышения или понижения интенсивности поля в определенных зонах слоистой волноводной структуры. Для этого достаточно ограничиться рассмотрением ТМ-поляризованной (transverse magnetic (TM)) ПВ, распространяющейся вдоль ФК с диффузионным механизмом формирования нелинейности. На его поверхности находится слой конечной толщины  $h$  из нелинейной дефокусирующей среды с эффектом Керра, контактирующий с линейной оптической средой (диэлектриком или воздухом).

Толщина поверхностного покрытия и характерный масштаб возмущений характеристик сред, созданных границами их раздела, считаются много больше длины волны излучения, возбуждающего ПВ. Границы раздела сред считаются плоскими. Граница между нелинейным покрытием и ФК находится в плоскости  $x = 0$ , а граница раздела между нелинейным покрытием и воздухом в плоскости  $x = -h$  перпендикулярно оси  $x$ . Ось  $z$  направлена вдоль слоев. Полярная ось ФК направлена вдоль оси  $x$ .

Тогда из системы уравнений Максвелла для стационарного распределения поля получается хорошо известное уравнение [7–12]:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + k_0^2 n^2(x) H_y = 0, \quad (1)$$

где  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$  — длина волны света в вакууме,  $n(x)$  — показатель преломления, который представим в виде:  $n(x) = n_L$  при  $x < -h$ ,  $n(x) = n_K + \Delta n_K$  при  $-h < x < 0$ ,  $n(x) = n_P + \Delta n_P$  при  $x > 0$ ,  $n_j$  — невозмущенные показатели преломления (постоянные),  $\Delta n_j$  — малые нелинейные добавки к ним в ФК и покрытии, причем здесь и далее значение индекса  $j = P$  соответствует величинам в ФК ( $x > 0$ ),  $j = K$  соответствует величинам в поверхностном покрытии ( $-h < x < 0$ ),  $j = L$  относится к характеристикам воздуха ( $x < -h$ ).

При учете только диффузионного механизма формирования нелинейности в ФК и пренебрежительно малой темновой интенсивности  $I_d$  нелинейная добавка к показателю преломления в ФК имеет вид:

$$\Delta n_P(x) = n_P^3 r_{eff} (k_B T / e) I' / 2I,$$

где  $I \propto |H_y|^2$ , штрих означает производную по координате  $x$ ,  $r_{eff}$  — эффективный электрооптический коэффициент,  $k_B$  — константа Больцмана,  $T$  — температура,

$e$  — модуль заряда электрона [8–10]. В поверхностном покрытии нелинейная добавка к показателю преломления представима в виде:

$$\Delta n_K(x) = \alpha |H_y|^2,$$

$\alpha$  — коэффициент керровской нелинейности, постоянный и отрицательный для среды с дефокусировкой [11,12]. Напряженность магнитного поля в распространяющейся вдоль оси  $z$  волне представима в виде

$$H_y(x, z) = H_y(x) e^{i\beta k_0 z},$$

где  $\beta$  — константа распространения,  $H_y(x) = H_L(x)$  при  $x < -h$ ,  $H_y(x) = H_K(x)$  при  $-h < x < 0$ ,  $H_y(x) = H_P(x)$  при  $x > 0$ .

Тогда при  $I_d \ll I$  и  $\Delta n_j \ll n_j$  из (1) получаются уравнения:

$$H_L'' + (n_L^2 - \beta^2) k_0^2 H_L = 0, \quad x < -h, \quad (2)$$

$$H_K'' + (n_K^2 - \beta^2) k_0^2 H_K - g |H_K|^2 H_K = 0, \quad -h < x < 0, \quad (3)$$

$$H_P'' + \mu H_P' + (n_P^2 - \beta^2) k_0^2 H_P = 0, \quad x > 0, \quad (4)$$

где  $\mu = 2k_0^2 n_P^4 r_{eff} k_B T / e$ ,  $g = -2\alpha k_0^2 n_{K0} > 0$ .

К уравнениям (2)–(4) добавляются стандартные граничные условия:

$$H_L(-h) = H_K(-h), \quad H_K(0) = H_P(0),$$

$$H_L'(-h)/n_L^2 = H_K'(-h)/n_K^2, \quad H_K'(0)/n_K^2 = H_P'(0)/n_P^2.$$

Постановка такой задачи отличается от рассмотренной в [4] тем, что здесь поверхностное покрытие представляет собой керровскую нелинейную среду с дефокусировкой, а в [4] подложка комбинированного волновода была линейным диэлектриком с отличающимся от воздуха показателем преломления. В [5] рассматривалась трехслойная структура, представляющая собой ФК с внутренним слоем из линейной оптической среды, а в [6] — внутренний слой характеризовался дефокусирующей керровской нелинейностью.

## 3. Поверхностные волны

В рассматриваемой системе существует два типа ПВ, соответствующих решениям (2)–(4) и удовлетворяющих граничным условиям и требованиям исчезновения поля на бесконечности  $|H_y| \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ .

**Тип I.** При  $\max\{n_L, \sqrt{n_P^2 - \mu^2/4k_0^2}\} < \beta < \min\{n_K, n_P\}$  существует ПВ первого типа, амплитуда поля в которой убывает без осцилляций в ФК и периодически распределена внутри поверхностного покрытия

$$H_L(x) = H_h e^{q_L(x+h)}, \quad x < -h, \quad (5)$$

$$H_K(x) = q_S \sqrt{(2/g)} \operatorname{sn}(q_S(x - x_S), k), \quad -h < x < 0, \quad (6)$$

$$H_P(x) = e^{-\mu x/2} (A e^{-\nu x} + B e^{\nu x}), \quad x > 0, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} q_L^2 &= k_0^2(\beta^2 - n_L^2), \\ v^2 &= \mu^2/4 - k_0^2(n_P^2 - \beta^2), \\ q_S^2 &= k_0^2(n_K^2 - \beta^2)/(1 + k^2), \end{aligned}$$

$k$  — модуль эллиптического синуса ( $0 < k < 1$ ),  $x_S$  — положения максимумов интенсивности поля в покрытии, амплитуды

$$\begin{aligned} H_h &= -q_S \sqrt{(2/g)} \operatorname{sn}(q_S(h + x_S), k), \\ A &= q_S(\gamma_S + \mu/2 - v) \operatorname{sn}(q_S x_S, k) / v \sqrt{2g}, \\ B &= -q_S(\gamma_S + \mu/2 + v) \operatorname{sn}(q_S x_S, k) / v \sqrt{2g}, \end{aligned}$$

где

$$\gamma_S = q_S \frac{n_P^2}{n_K^2} \frac{\operatorname{cn}(q_S x_S, k) \operatorname{dn}(q_S x_S, k)}{\operatorname{sn}(q_S x_S, k)}.$$

Параметр  $x_S$  определяется из уравнения

$$\frac{q_L}{q_S} \frac{n_K^2}{n_L^2} = \frac{\operatorname{cn}(q_S(h + x_S), k) \operatorname{dn}(q_S(h + x_S), k)}{\operatorname{sn}(q_S(h + x_S), k)}. \quad (8)$$

**Тип II.** При  $n_L < \beta < \min\{n_K, \sqrt{n_P^2 - \mu^2/4k_0^2}\}$  существует ПВ второго типа, амплитуда в которой убывает в ФК с осцилляциями (распределения поля в воздухе и в покрытии определяются выражениями (5) и (6) соответственно):

$$H_P(x) = H_0 e^{-\mu x/2} \cos(px + \varphi) / \cos \varphi, \quad x > 0, \quad (9)$$

где  $p^2 = -v^2$  — волновое число, фаза

$$\varphi = \operatorname{arctg}\{(\gamma_S - \mu/2)/p\},$$

амплитуда поля на границе между ФК и покрытием

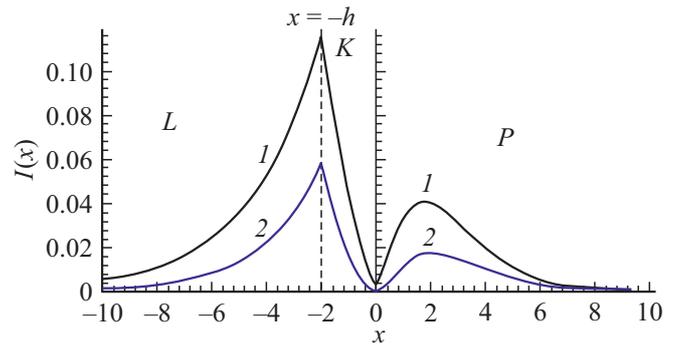
$$H_0 = -g_S \sqrt{(2/g)} \operatorname{sn}(q_S x_S, k),$$

параметр  $x_S$  определяется из уравнения (8).

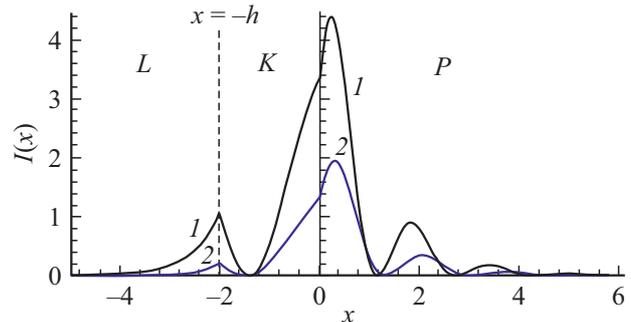
### 4. Обсуждение результатов

На рис. 1 приведены типичные профили распределения интенсивности  $I \propto |H_y|^2$  поля в ПВ первого типа (5)–(7) в перпендикулярном направлении при различных значениях константы распространения. С увеличением значения константы распространения интенсивность поля в ПВ уменьшается. Линия (2) соответствует такому значению константы распространения, при котором из уравнения (8) получается, что поле на границе ФК и покрытия обращается в ноль.

На рис. 2 приведены типичные профили распределения интенсивности поля в ПВ второго типа (5), (7), (9). Также как и для ПВ первого типа, увеличение значения константы распространения приводит к уменьшению



**Рис. 1.** Характерные зависимости распределения интенсивности света в ПВ первого типа в отн. ед., построенные по формулам (5)–(8) для модельных значений параметров  $k_0 = 1, \mu = 1, g = 0.5, h = 2, n_L = 0.45, n_K = 0.6, n_P = 0.7, k = 0.7$ ; L — линейная среда (воздух) в области  $x < -h$ , K — покрытие из нелинейной керровской среды в области  $-h < x < 0$ , P — фоторефрактивный кристалл в области  $x > 0$ , пунктирная линия при  $x = -h$  — граница между воздухом и покрытием; линия 1 — при  $\beta = 0.49$  (из (8)  $x_S = 0.338511$ ), линия 2 — при  $\beta = 0.513698199993$  (из (8)  $x_S \approx 0$ ).

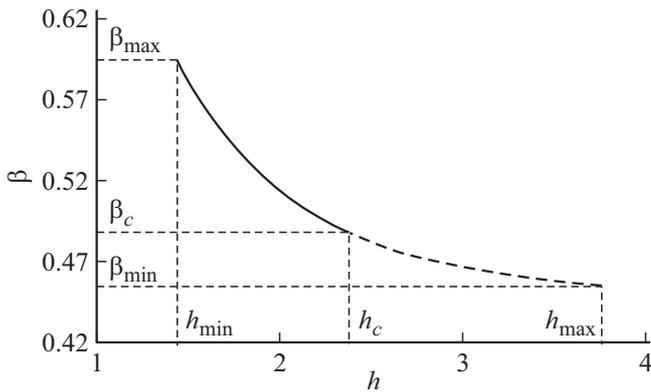


**Рис. 2.** Характерные зависимости распределения интенсивности света в ПВ второго типа в отн. ед., построенные по формулам (5), (6), (8), (9) для модельных значений параметров  $n_L = 2, n_K = 2.5, n_P = 3, g = 0.7$  (остальное как для рис. 1); линия 1 — при  $\beta = 2.2$  (из (8)  $x_S = -8.99$ ), линия 2 — при  $\beta = 2.35$  (из (8)  $x_S = -1.51$ ).

интенсивности. Рассматриваемые ПВ обоих типов существуют при всех допустимых значениях константы распространения из указанных диапазонов.

При определенных значениях константы распространения возможны специальные режимы распространения ПВ с особенностями распределения профиля поля вдоль слоев. В частности, если  $x_S = 0$  (или в более общем случае:  $q_S x_S = 2mK(k), m = 0, 1, 2, \dots, K(k)$  — полный эллиптический интеграл первого рода), то поле в ПВ первого типа на границе ФК и покрытия обращается в ноль. Выражение (8) в этом случае можно трактовать как дисперсионное уравнение, определяющее зависимость константы распространения от оптических характеристик сред.

Типичная зависимость константы распространения  $\beta$  от толщины покрытия  $h$ , полученная численным ре-



**Рис. 3.** Характерная форма дисперсионной зависимости константы распространения  $\beta$  от толщины покрытия  $h$ , построенная в результате численного решения дисперсионного уравнения (8) для модельных значений параметров как для рис. 1 (кроме  $h$  и  $\beta$ ) и  $x_S = 0$ . Сплошная линия соответствует волнам первого типа, пунктирная — второго.

шением дисперсионного уравнения (8), приведена на рис. 3. Зависимость  $\beta(h)$  является нелинейной, причем увеличение толщины покрытия приводит к уменьшению константы распространения. Поверхностные волны первого типа существуют внутри интервала  $h_{\min} < h < h_c$ , а второго — внутри интервала  $h_c < h < h_{\max}$ , где  $h_{\min}$ ,  $h_c$  и  $h_{\max}$  — критические значения толщины покрытия, определяемые характеристиками слоев волновода. Минимальная толщина  $h_{\min}$  соответствует верхней границе области существования волн первого типа  $\beta_{\max} = \min\{n_K, n_P\}$ ,  $h_c$  соответствует нижней границе области существования волн первого типа  $\beta_c = \max\{n_L, \sqrt{n_P^2 - \mu^2/4k_0^2}\}$ , она же соответствует верхней границе области существования волн второго типа  $\beta_c = \min\{n_K, \sqrt{n_P^2 - \mu^2/4k_0^2}\}$  в зависимости от значений оптических параметров слоев,  $h_{\min}$  соответствует в нижней границе области существования волн второго типа  $\beta_{\min} = n_L$ , то есть показателю преломления линейной оптической среды. Критическое значение толщины покрытия  $h_c$  фактически определяет переход от волн первого типа к волнам второго типа.

При  $x_S = 0$  в случае тонкой подложки (при  $q_S h \ll 1$ ) из дисперсионного уравнения (8) можно получить такую зависимость в явном виде

$$\beta^2 = n_L^2(1 + n_L^2/n_K^4 h^2 k_0^2).$$

Затухание такой ПВ в воздухе происходит на расстоянии

$$l_L = 1/q_L = hn_K^2/n_L^2.$$

Так как для существования ПВ коэффициент преломления воздуха должен быть меньше коэффициента преломления покрытия ( $n_L < n_K$ ), то затухание поля в воздухе будет происходить на расстояниях, превосходящих толщину тонкого покрытия ( $l_L > h$ ). Данные

характеристики ПВ определяются только показателями преломления сред и толщиной покрытия. Интенсивность на внешней границе покрытия оценивается величиной

$$I_h = |H_h|^2 = 2(hq_S^2)^2/g.$$

Для тонкого покрытия данная интенсивность мала ( $I_h \ll I_{\max}$ ), хотя и конечна, в отличие от интенсивности поля на внутренней границе покрытия и ФК, которое обращается в ноль независимо от толщины покрытия для рассматриваемого случая.

Распределение поля в ФК с тонким покрытием в ПВ первого типа описывается выражением

$$H_P(x) = \sqrt{2/g}(q_S^2/v)e^{-\mu x/2} \text{sh } \nu x,$$

а в ПВ второго типа:

$$H_P(x) = \sqrt{2/g}(n_P q_S^2/n_K p)e^{-\mu x/2} \sin px.$$

Интенсивность обоих типов волн нулевая на границе покрытия и ФК, а глубина проникновения в ФК  $l_P = 2/\mu$ . Затухание ПВ второго типа происходит осциллирующим образом с периодом  $\Lambda_P = 2\pi/p$ . Данные характеристики профиля локализации ПВ зависят от  $\mu$ , определяемого оптическими свойствами ФК и его температурой.

Следует подчеркнуть, что для варьирования характеристик профиля локализации ПВ в качестве управляющих параметров можно выбрать температуру и константу распространения, определяемую углом падения волны. Контролируемое изменение именно таких параметров может быть реализовано на практике в композитном волноводе, характеризуемом фиксированными значениями показателей преломления.

Невозмущенный показатель преломления в ФК практически не зависит (или очень слабо) от температуры в диапазоне длин волн, возбуждающих ПВ. На пример, в [14] указано, что для ряда ФК при изменении температуры в интервале  $0-200^\circ\text{C}$  обыкновенный показатель преломления постоянен и равен 2.234, а необыкновенный показатель преломления слабо меняется от 2.232 до 2.245. Значит можно считать, что коэффициент затухания  $\mu$  увеличивается с ростом температуры. Диапазон температур, при которых могут происходить рассматриваемые перераспределения интенсивности в профиле ПВ, с учетом того, что фоторефрактивный эффект при сильном нагревании слабеет [18], следует ограничивать до температур не более  $400^\circ\text{C}$ , когда зависимостью показателей преломления от температуры еще можно пренебрегать. Поэтому путем подбора температурного режима композитной волноводной структуры можно будет добиться требуемого профиля локализации поля [11].

Если для ПВ второго типа дополнительно считать, что  $\varphi = 0$ , то  $\gamma_S = \mu/2$ , откуда при  $q_S x_S \ll 1$  получается оценка

$$x_S = 2n_P^2/\mu n_K^2,$$

откуда следует, что в случае близости значений невозмущенных показателей преломления ФК и покрытия

положение максимума поля в покрытии совпадает с глубиной проникновения поля в ФК.

Максимальное значение интенсивности поля на внутренней границе покрытия и ФК

$$I_0 = |H|_0^2 = 2q_s^2/g$$

достигается при условии  $q_s x_S = (2m + 1)K(k)$ . При этом из дисперсионного уравнения (8) следует, что такая максимальная интенсивность достигается при значениях толщины покрытия, которая связана с максимумами интенсивности поля в нем условием  $2x_S < h < 3x_S$ . Константа распространения, при которой интенсивность  $I_0$  становится максимальной, определяется выражением

$$\beta^2 = n_p^2 - \mu^2/4k_0^2 \sin^2 \varphi$$

при допустимых значениях фазы из интервала  $0 < \varphi \leq \pi/2$ .

## 5. Заключение

В настоящей работе показано, что вдоль ФК с нанесенным на его поверхность слоем из среды с дефокусирующей керровской нелинейностью могут распространяться два типа нелинейных ПВ, различающихся характером затухания, и существующих в различных диапазонах значений константы распространения. Определены специальные условия формирования ПВ, при которых интенсивность светового поля максимальна или минимальна на внешней или внутренней границах ФК и покрытия. Данные условия определяются особыми зависимостями константы распространения от оптических характеристик сред, которые указаны в явном аналитическом виде.

Путем подбора определенных значений параметров композитного волновода можно управлять уровнем интенсивности светового потока вблизи поверхности и на границе с покрытием. Показано, что увеличение значения константы распространения приводит к уменьшению интенсивности ПВ обоих типов по всей ширине ФК и покрытия. Полученные результаты могут быть полезными при разработке различных устройств и композитных волноводов, использующих свойства ПВ.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] S.J. Jensen. Spatial Structures and Temporal Dynamics in Photorefractive Nonlinear Systems. Roskilde, Denmark (1999). 115 p.
- [2] М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко, Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. Наука, СПб (1992). 317 с.

- [3] G. Bettella, R. Zamboni, G. Pozza, A. Zaltron, C. Montecvecchi, M. Pierno, G. Mistura, C. Sada, L. Gauthier-Manuel, M. Chauvet. Sensors and Actuators B **282**, 391 (2019).
- [4] Д.Х. Усиевич, Б.А. Нурлигареев, В.А. Сычугов, Л.И. Ивлева. Квантовая электрон. **43**, 14 (2013).
- [5] С.М. Шандаров, Е.С. Шандаров. Письма в ЖТФ **23**, 30 (1997).
- [6] S.E. Savotchenko. Solid State Commun. **296**, 32 (2019).
- [7] T.H. Zhang, X.K. Ren, B.H. Wang, C.B. Lou, Z.J. Hu, W.W. Shao, Y.H. Xu, H.Z. Kang, J. Yang, D.P. Yang, L. Feng, J.J. Xu. Phys. Rev. A **76**, 013827 (2007).
- [8] С.А. Четкин, И.М. Ахмеджанов. Квантовая электрон. **41**, 980 (2011).
- [9] Д.Х. Усиевич, Б.А. Нурлигареев, В.А. Сычугов, Л.И. Ивлева, П.А. Лыков, Н.В. Богодаев. **40**, 437 (2010).
- [10] Д.Х. Усиевич, Б.А. Нурлигареев, В.А. Сычугов, Л.И. Ивлева. **41**, 924 (2011).
- [11] С.Е. Савотченко. Письма в ЖЭТФ **109**, 778 (2019).
- [12] С.Е. Савотченко. ЖЭТФ **156**, 195 (2019).
- [13] В.Г. Беспрозванных, В.П. Первадчук. Нелинейные эффекты в волоконной оптике. Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, Пермь (2011). 228 с.
- [14] Г.Г. Гурзаян, В.Г. Дмитриев, Д.Н. Никогосян. Нелинейно-оптические кристаллы: Свойства и применение в квантовой электронике. Радио и связь, М. (1991). 159 с.
- [15] О.В. Кобозев, С.М. Шандаров, Р.В. Литвинов, Ю.Ф. Каргин, В.В. Волков. ФТГ **40**, 2037 (1998).
- [16] В.В. Поляков, К.П. Полякова, В.А. Середкин, Г.С. Патрин. Письма в ЖТФ **38**, 15 (2012).
- [17] U.A. Laudyn, K.A. Rutkowska, R.T. Rutkowski, M.A. Karpierz, T.R. Wolinski, J. Wójcik. Centr. Eur. J. Phys. **6**, 3, 612 (2008).
- [18] О.В. Бутов, К.М. Голиант, А.Л. Томашук. **30**, 517 (2000).

Редактор Т.Н. Василевская