Физика и техника полупроводников, 2013, том 47, вып. 4

Зависимость дифференциальной емкости p^+-n-перехода от напряжения

© Н.А. Шеховцов[¶]

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,
61077 Харьков, Украина

(Получена 10 мая 2012 г. Принята к печати 31 мая 2012 г.)

Получены зависимости дифференциальной емкости и тока p^+-n-перехода с однородным легированием n-области от напряжения на области перехода. Емкость p^+-n-перехода определяет изменение заряда в области перехода с учетом изменения электрического поля квазинейтральной n-области и изменения биполярной дрейфовой подвижности в ней при увеличении концентрации неравновесных носителей заряда. Показано, что изменение знака емкости p^+-n-перехода с ростом уровня инжекции вызвано уменьшением биполярной дрейфовой подвижности при увеличении концентрации пар электрон–дырка в n-области. Показано, что с ростом обратного напряжения емкость p^+-n-перехода уменьшается и стремится к постоянному положительному значению.

1. Введение

В работах [1–5] экспериментально показано, что емкость p^+-n-перехода при высоких уровнях инжекции изменяет знак с положительного на отрицательный. В работах [6,7] получено изменение знака емкости у германиевых p^+-n-n^+- и n^+-p-p^+-диодов с проводимостью средней области, близкой к собственной, при малых токах инжекции. Обзор исследований емкости $p-n$-перехода с 1955 по 1988 г., которые основаны на усовершенствованной модели Шокли [8], приведен в работе [9]. Результаты этих исследований не объясняют изменение знака емкости p^+-n-перехода. В работе [10] показано, что у p^+-n-перехода с линейным градиентом концентрации примеси изменение знака емкости вызвано процессами в области перехода. Однако граничные условия для области p^+-n-перехода представлены без учета процессов в квазинейтральной n-области.

В связи с этим исследованы зависимости дифференциальной емкости и тока p^+-n-перехода с однородным легированием n-области от напряжения на области перехода. Рассмотрена емкость p^+-n-перехода, которая образована изменением заряда в области перехода с учетом изменения электрического поля квазинейтральной n-области в режимах прямого и обратного включений. В режиме прямого включения p^+-n-перехода поле в квазинейтральной n-области определено с учетом зависимости биполярной дрейфовой подвижности от концентрации неравновесных пар электрон–дырка.

Показано, что изменение знака емкости p^+-n-перехода с ростом уровня инжекции вызвано уменьшением биполярной дрейфовой подвижности в n-области с увеличением концентрации пар электрон–дырка током инжекции. Показано, что с увеличением обратного напряжения емкость p^+-n-перехода уменьшается и стремится к постоянному положительному значению.

[¶] E-mail: shekhov@isc.kharkov.ua

2. Уравнения динамического равновесия p^+-n-перехода

В состоянии термодинамического равновесия p^+-n-перехода, энергетическая диаграмма которого показана на рисунке, точное распределение электрического поля и потенциала в области пространственного заряда (ОПЗ) перехода получено в работе [11].

При динамическом равновесии p^+-n-перехода в ОПЗ перехода заряд электронов значительно меньше заряда дырок. Поэтому рекомбинацией электронов и дырок можно пренебречь. В этом случае токи дырок и электронов в ОПЗ p^+-n-перехода не зависят от координаты x. Состояние динамического равновесия такого p^+-n-перехода определит система уравнений:

$$\frac{j_p}{qD_p} = \frac{p(x)}{kT}\frac{d\varphi(x)}{dx} - \frac{dp(x)}{dx}, \tag{1}$$

$$\frac{j_n}{qD_n} = \frac{n(x)}{kT}\frac{d\varphi(x)}{dx} + \frac{dn(x)}{dx}, \tag{2}$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = \frac{4\pi q^2}{\varepsilon}\left[p(x) + n_T - p_T - n(x)\right], \tag{3}$$

где j_p — ток дырок, j_n — ток электронов, $p(x)$ и $n(x)$ — распределения концентрации дырок и электронов соответственно, p_T и n_T — концентрация дырок и электронов в n-области при термодинамическом равновесии перехода; $\varphi(x) = -q\psi(x)$, где q — заряд электрона, а $\psi(x)$ — положительный потенциал, k — постоянная Больцмана, T — температура Кельвина, ε — диэлектрическая проницаемость решетки полупроводника; $D_p/\mu_p = D_n/\mu_n = kT/q$, где D_p и D_n — коэффициенты диффузии, а μ_p и μ_n — подвижности дырок и электронов.

Граничные условия для системы уравнений (1)–(3) представим в виде

$$\varphi(L) = 0, \tag{4}$$

$$\varphi(0) = q(U_k \mp U), \tag{5}$$

$$p(L) = p_L, \tag{6}$$

$$p(0) = p_0(0) \pm \Delta p(0)$$
$$= p_T e^{\frac{qU_k}{kT}} \left[1 \pm \Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right], \tag{7}$$

$$n(L) = n_L, \tag{8}$$

$$n(0) = n_0(0) \pm \Delta n(0) = n_T e^{\frac{qU_k}{kT}} \left[1 \pm \Delta n(0) n_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right], \tag{9}$$

$$n(0) = n_T e^{-\frac{q(U_k \mp U)}{kT}} \mp \Delta n(0), \tag{10}$$

$$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{x=L} = \left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L. \tag{11}$$

Здесь L — ширина ОПЗ перехода; U — напряжение, которое изменяет контактную разность потенциалов U_k; $p_0(0)$ и $n_0(0)$ — концентрации дырок и электронов в p^+-области $p^+{-}n$-перехода при термодинамическом равновесии (см. рисунок); верхние знаки — для прямого включения, а нижние знаки — для обратного включения. Величины p_L, n_L, $\Delta p(0)$, $\Delta n(0)$ и $\left(d\varphi(x)/dx\right)_L$ зависят от напряжения U.

Представление $n(0)$ в виде (9) и (10) дает возможность выразить $\Delta n(0)$ через n_L. Заметим, что условие (10) может быть использовано только в случае пренебрежимо малого изменения $U_k \mp U$ при замене распределения $n(x)$ распределением Больцмана.

Концентрацию электронов n_L определяет условие квазинейтральности n-области, которое на границе с ОПЗ перехода имеет вид

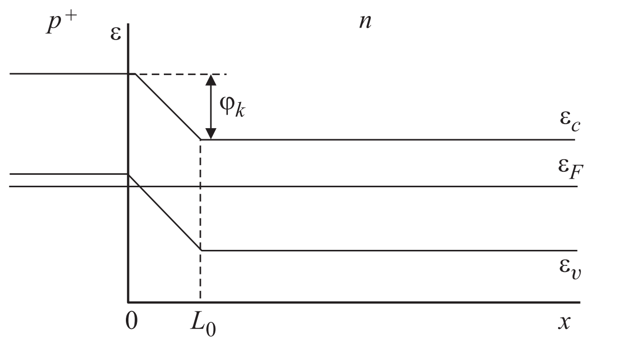
$$n_L = n_T + p_L - p_T, \tag{12}$$

а концентрацию дырок $\Delta p(0)$ определяет условие квазинейтральности p^+-области, которое на границе с ОПЗ перехода имеет вид

$$\Delta p(0) = \Delta n(0). \tag{13}$$

В режиме инжекции $p^+{-}n$-переходом дырок в n-область квазинейтральность n-области устанавливает приход в нее электронов из омического контакта n-области. Это приводит к выполнению неравенства $\Delta p(x) > \Delta n(x)$ при $\Delta p(x) - \Delta n(x) \ll \Delta p(x), \Delta n(x)$. Поэтому плоскость раздела ОПЗ $p^+{-}n$-перехода и квазинейтральной n-области при $x = L$ содержит заряд дырок, который принадлежит ОПЗ перехода и квазинейтральной n-области. Таким образом, электрические поля ОПЗ перехода $E(L)$ и квазинейтральной n-области $E(L+0)$ отличны от нуля и противоположно направлены, т. е.

$$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L = -\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{L+0}. \tag{14}$$



Энергетическая диаграмма $p^+{-}n$-перехода. ε_c — дно зоны проводимости, ε_v — потолок валентной зоны, ε_F — уровень Ферми, φ_k — величина потенциального барьера, L_0 — ширина области пространственного заряда $p^+{-}n$-перехода.

При обратном включении $p^+{-}n$-перехода поля $E(L)$ и $E(L+0)$ одинаково направлены и равны, т. е.

$$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L = \left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{L+0}. \tag{15}$$

На границе ОПЗ $p^+{-}n$-перехода и квазинейтральной n-области при $x = L$ выполняется условие непрерывности тока

$$j = j(L+0), \tag{16}$$

где $j = j_p + j_n$ — ток в ОПЗ перехода, а $j(L+0) = j_p(L+0) + j_n(L+0)$ — ток в квазинейтральной n-области. Уравнение (16) определяет величину $\left(d\varphi(x)/dx\right)_L$.

Распределение концентраций $p(x)$, $n(x)$ и токи j_p и j_n в ОПЗ $p^+{-}n$-перехода в режимах прямого и обратного включений получим интегрированием уравнений (1) и (2) методом вариации постоянной.

Распределение концентрации дырок $p(x)$, которое получаем интегрированием уравнения (1) при $j_p = 0$ от L до x с $\varphi(L) = 0$ и $p(L) = p_L$, имеет вид $p_L \exp[\varphi(x)/kT]$, где $p_L = \mathrm{const}$ при $U = \mathrm{const}$. Поэтому решение уравнения (1) ищем в виде

$$p(x) = c(x) e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}. \tag{17}$$

Распределение концентрации электронов $n(x)$, которое получаем интегрированием уравнения (2) при $j_n = 0$ от L до x с $\varphi(L) = \pm qU$ и $n(L) = n_L$, имеет вид $n_T \exp(\mp qU/kT) \exp[-\varphi(x)/kT]$. При $|U| > 0$ характер распределения концентрации электронов $n(x)$ не зависит от величины напряжения U. Поэтому решение уравнения (2) ищем в виде

$$n(x) = C(x) e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}. \tag{18}$$

Прямое включение $p^+{-}n$-перехода. Из уравнения (1) с учетом (17), (4)–(7) получаем распределение концентрации дырок $p(x)$ в виде

$$p(x) = p_T\left\{p_L p_T^{-1} + \left[\left(1+\Delta p(0)p_T^{-1}e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right)e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\right]\right.$$
$$\left.\times\left(\int\limits_L^0 e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}\int\limits_L^x e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right\}e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} \qquad (19)$$

и ток дырок j_p в виде

$$j_p = qD_p p_T\left[\left(1+\Delta p(0)p_T^{-1}e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right)e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\right]$$
$$\times\left(\int\limits_0^L e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}. \qquad (20)$$

Из уравнения (2) с учетом (18), (4), (5), (8)–(10) получаем распределение концентрации электронов $n(x)$ в виде

$$n(x) = n_T\left\{n_L n_T^{-1} + \left[n_L n_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\left(1+\Delta n(0)n_T^{-1}e^{\frac{qU_k}{kT}}\right)\right]\right.$$
$$\left.\times\left(\int\limits_0^L e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}\int\limits_L^x e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right\}e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}} \qquad (21)$$

и ток электронов j_n в виде

$$j_n = qD_n n_T\left[n_L n_T^{-1} - \left(1+\Delta n(0)n_T^{-1}e^{\frac{qU_k}{kT}}\right)e^{-\frac{qU}{kT}}\right]$$
$$\times\left(\int\limits_0^L e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}, \qquad (22)$$

а также в виде

$$j_n = qD_n n_T\Delta n(0)e^{\frac{qU_k}{kT}}\left(\int\limits_0^L e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}. \qquad (23)$$

Распределение электрического поля и потенциала в ОПЗ p^+-n-перехода определит решение уравнения (3), которое с учетом (19) и (21) принимает вид

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = \frac{4\pi q^2 n_T}{\varepsilon}\left\{p_L n_T^{-1}e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}\right.$$
$$+ p_T n_T^{-1}\left[\left(1+\Delta p(0)p_T^{-1}e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right)e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\right]$$
$$\times\left(\int\limits_L^0 e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}\int\limits_L^x e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}dx + 1 - p_T n_T^{-1}$$
$$- n_L n_T^{-1}e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}} + \left[n_L n_T^{-1} - \left(1+\Delta n(0)n_T^{-1}e^{\frac{qU_k}{kT}}\right)e^{-\frac{qU}{kT}}\right]$$
$$\left.\times\left(\int\limits_L^0 e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}\int\limits_L^x e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right\}. \qquad (24)$$

Получение зависимости $\varphi(x)$ из уравнения (24) представляет собой сложную задачу. Однако можно приближенно определить величину $(d\varphi(x)/dx)_{x=0}$, которая необходима для получения зависимости дифференциальной емкости p^+-n-перехода от напряжения. Для этого уравнение (24) умножаем на $2d\varphi(x)/dx$, интегрируем от L до 0 с учетом (4), (5), (11) и получаем

$$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{x=0} = -\left(\frac{8\pi q^2 kTn_T}{\varepsilon}\right)^{1/2}\left\{p_L n_T^{-1}\left(e^{\frac{q(U_k-U)}{kT}} - 1\right)\right.$$
$$+ p_T n_T^{-1}\left[\left(1+\Delta p(0)p_T^{-1}e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right)e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\right]$$
$$\times\left(\int\limits_L^0 e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}\left[e^{\frac{q(U_k-U)}{kT}}\int\limits_L^0 e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}}dx + L\right]$$
$$-(1-p_T n_T^{-1})\frac{q(U_k-U)}{kT} - n_L n_T^{-1}\left(1 - e^{-\frac{q(U_k-U)}{kT}}\right)$$
$$- n_T p_T^{-1}\left[n_L n_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\left(1+\Delta n(0)n_T^{-1}e^{\frac{qU_k}{kT}}\right)\right]$$
$$\times\left(\int\limits_L^0 e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}\left[e^{-\frac{q(U_k-U)}{kT}}\int\limits_L^0 e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}dx + L\right]$$
$$\left.+\frac{\varepsilon}{8\pi q^2 kTn_T}\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L^2\right\}^{1/2}, \qquad (25)$$

где знак минус перед правой частью определяет направление поля. Произведения экспоненты, интеграла и производной проинтегрированы по частям.

Чтобы упростить получение величины $(d\varphi(x)/dx)_L$, учтем, что у p^+-n-перехода $j_p \gg j_n$. Тогда условие (16) можно заменить условием

$$j_p = j_p(L+0). \qquad (26)$$

Ток $j_p(L+0)$ получим при следующих допущениях. Полагаем, что длина n-области $l \ll L_p$ — диффузионной длины дырок в ней, а базовый контакт n-области не оказывает существенного влияния на рекомбинацию электронов и дырок. В этом случае диффузионным током дырок в квазинейтральной n-области можно пренебречь. Дрейфовый ток дырок $j_p(L+0)$ с учетом (14) представим в виде

$$j_p(L+0) = -\mu_p p_L\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L. \qquad (27)$$

Из уравнения (26) с учетом (20), (27) и соотношения Эйнштейна получаем

$$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L = -kT(p_L p_T^{-1})^{-1}$$
$$\times\left[\left(1+\Delta p(0)p_T^{-1}e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right)e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\right]\left(\int\limits_0^L e^{\frac{\varphi(x)}{kT}}dx\right)^{-1}. \qquad (28)$$

Интегралы и величину L в (25) и (28) определим приближенно. Из (24) при $j_p = j_n = 0$, $p_L = p_T$, $n_L = n_T$

и замене $\varphi(x)$ на $\varphi_0(x)$ получаем уравнение состояния термодинамического равновесия $p^+{-}n$-перехода в виде

$$\frac{d^2\varphi_0(x)}{dx^2} = \frac{4\pi q^2 n_T}{\varepsilon}\Big[p_T n_T^{-1} e^{\frac{\varphi_0(x)}{kT}} + 1 - p_T n_T^{-1} - e^{-\frac{\varphi_0(x)}{kT}}\Big]. \tag{29}$$

Интегрируем уравнение (29) от L_0 до x с граничными условиями $\varphi_0(L_0) = 0$ и $\big(d\varphi_0(x)/dx\big)_{x=L_0} = 0$ и получаем

$$\frac{d\varphi_0(x)}{dx} = -\Big(\frac{8\pi q^2 kT n_T}{\varepsilon}\Big)^{1/2}\Big[p_T n_T^{-1}\big(e^{\frac{\varphi_0(x)}{kT}} - 1\big) + (1 - p_T n_T^{-1})\,\frac{\varphi_0(x)}{kT} - \big(1 - e^{-\frac{\varphi_0(x)}{kT}}\big)\Big]^{1/2}. \tag{30}$$

В ОПЗ $p^+{-}n$-перехода заряд дырок значительно больше заряда ионов доноров и электронов. Поэтому уравнение (30) можно представить в приближенном виде

$$\frac{d\varphi_0(x)}{dx} = -\Big(\frac{8\pi q^2 kT n_T}{\varepsilon}\Big)^{1/2} \times (p_T n_T^{-1})^{1/2} e^{\frac{\varphi_0(x)}{2kT}}\big(1 - e^{-\frac{\varphi_0(x)}{kT}}\big)^{1/2}. \tag{31}$$

При

$$\int\limits_0^x \big(1 - e^{-\frac{\varphi_0(x)}{kT}}\big)^{1/2} dx \approx \int\limits_0^x dx \tag{32}$$

из (31) с учетом (4), (5) получаем

$$L = \Big(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\Big)^{1/2}(p_T n_T^{-1})^{-1/2}\big(1 - e^{-\frac{q(U_k \mp U)}{2kT}}\big), \tag{33}$$

$$\int\limits_0^L e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}} dx = \int\limits_0^L e^{-\frac{\varphi_0(x)}{kT}} dx = -\Big(\frac{8\pi q^2 n_T kT}{\varepsilon}\Big)^{1/2}(p_T n_T^{-1})^{-1/2}\int\limits_{q(U\mp U_k)}^{0} e^{-\frac{3\varphi_0(x)}{2kT}} d\varphi_0(x)$$

$$= \frac{1}{3}\Big(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\Big)^{1/2}(p_T n_T^{-1})^{-1/2}\big(1 - e^{-\frac{3q(U_k \mp U)}{2kT}}\big), \tag{34}$$

$$\int\limits_0^L e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} dx = \int\limits_0^L e^{\mp\frac{qU}{kT}} e^{\frac{\varphi_0(x)}{kT}} dx = -\Big(\frac{\varepsilon}{8\pi q^2 n_T kT}\Big)^{1/2}(p_T n_T^{-1})^{-1/2} e^{\mp\frac{qU}{kT}}\int\limits_{qU_k}^{\pm qU} e^{\frac{\varphi_0(x)}{2kT}} d\varphi_0(x)$$

$$= \Big(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\Big)^{1/2}(p_T n_T^{-1})^{-1/2} e^{\mp\frac{qU}{kT}} e^{\frac{qU_k}{2kT}}\big(1 - e^{-\frac{q(U_k \mp U)}{2kT}}\big). \tag{35}$$

Наличие $\exp\big(\mp\frac{qU}{kT}\big)$ в (35) обусловлено требованием равенства максимумов подынтегральных функций в первом и втором интегралах при $x = 0$, так как $\varphi_0(0) = qU_k$, а $\varphi(0) = q(U_k \mp U)$.

Уравнение (25) с учетом (28), (33)–(35) принимает вид

$$\Big(\frac{d\varphi(x)}{dx}\Big)_{x=0} = -\Big(\frac{8\pi q^2 kT n_T}{\varepsilon}\Big)^{1/2}\Big\{p_T n_T^{-1}\big(1 + \Delta p(0) \times p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\big)e^{\frac{qU_k}{kT}} - p_L n_T^{-1} - 3p_T n_T^{-1}\Big[\big(1 + \Delta p(0) p_T^{-1} \times e^{-\frac{qU_k}{kT}}\big)e^{\frac{qU}{kT}} - p_L n_T^{-1}\Big]\big(1 - e^{-\frac{q(U_k-U)}{2kT}}\big)\big(1 - e^{-\frac{3q(U_k-U)}{2kT}}\big)^{-1}$$

$$+ \big(1 - p_T n_T^{-1}\big)\,\frac{q(U_k - U)}{kT} - n_L n_T^{-1}\big(1 - e^{-\frac{q(U_k-U)}{kT}}\big) + \Big[n_L n_T^{-1} e^{\frac{qU}{kT}} - \big(1 + \Delta n(0) n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}}\big)\Big]\big(1 - e^{-\frac{qU_k}{2kT}}\big)e^{-\frac{qU_k}{2kT}}$$

$$+ 2.25 p_T n_T^{-1}(p_L p_T^{-1})^{-2}\Big[\big(1 + \Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\big)e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\Big]^2\big(1 - e^{-\frac{3q(U_k \pm U)}{kT}}\big)^{-2}\Big\}^{1/2}. \tag{36}$$

В режиме прямого включения $p^+{-}n$-перехода электрические поля ОПЗ перехода и квазинейтральной n-области направлены противоположно. Поэтому заряд Q, который определяет дифференциальную емкость $p^+{-}n$-перехода в режиме прямого включения, представим в виде

$$Q = \frac{\varepsilon}{4\pi q}\Big\{\Big|\Big(\frac{d\varphi(x)}{dx}\Big)_{x=0}\Big| - \Big|\Big(\frac{d\varphi(x)}{dx}\Big)_{L+0}\Big|\Big\} = \frac{\varepsilon}{4\pi q}\Big|\Big(\frac{d\varphi(x)}{dx}\Big)_{x=0} - \Big(\frac{d\varphi(x)}{dx}\Big)_{L}\Big|. \tag{37}$$

Подставляем (36), (12), (28), (34) в (37) и при

$$\Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}} \ll 1; \quad e^{-\frac{3q(U_k-U)}{2kT}} \ll 1; \quad e^{-\frac{q(U_k-U)}{kT}} \ll 1;$$

$$\Big[n_L n_T^{-1} e^{\frac{qU}{kT}} - \big(1 + \Delta n(0) n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}}\big)\Big] \times \Big[\big(1 - e^{-\frac{qU_k}{2kT}}\big)e^{-\frac{qU_k}{2kT}}\Big] \ll n_L n_T^{-1} \tag{38}$$

получаем

$$Q = q n_T\Big(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\Big)^{1/2}\Big\{\Big[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2p_L n_T^{-1} - 3p_T n_T^{-1} \times \big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)\big(1 - e^{-\frac{q(U_k-U)}{2kT}}\big) + (1 - p_T n_T^{-1})\,\frac{q(U_k - U)}{kT}$$

$$- 1 + p_T n_T^{-1} + 2.25 p_T n_T^{-1}(p_L p_T^{-1})^{-2}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)^2\Big]^{1/2} - 1.5(p_T n_T^{-1})^{1/2}(p_L p_T^{-1})^{-1}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)\Big\}. \tag{39}$$

Обратное включение $p^+{-}n$-перехода. Из уравнения (1) с учетом (17), (4)–(7) получаем распределение концентрации дырок $p(x)$ в виде

$$p(x) = p_T\left\{p_L p_T^{-1} - \left[p_L p_T^{-1} - \left(1 - \Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{-\frac{qU}{kT}}\right]\right.$$
$$\left.\times \left(\int\limits_L^0 e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}} dx\right)^{-1} \int\limits_L^x e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}} dx\right\} e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} \tag{40}$$

и ток дырок j_p в виде

$$j_p = -qD_p p_T\left[p_L p_T^{-1} - \left(1 - \Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{-\frac{qU}{kT}}\right]$$
$$\times \left(\int\limits_L^0 e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}} dx\right)^{-1}. \tag{41}$$

Из уравнения (2) с учетом (18), (4), (5), (8)–(10) получаем распределение концентрации электронов $n(x)$ в виде

$$n(x) = n_T\left\{n_L n_T^{-1} + \left[\left(1 - \Delta n(0) n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{\frac{qU}{kT}} - n_L n_T^{-1}\right]\right.$$
$$\left.\times \left(\int\limits_L^0 e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} dx\right)^{-1} \int\limits_L^x e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} dx\right\} e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}} \tag{42}$$

и ток электронов j_n в виде

$$j_n = -qD_n n_T\left[\left(1 - \Delta n(0) n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{\frac{qU}{kT}} - n_L n_T^{-1}\right]$$
$$\times \left(\int\limits_0^L e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} dx\right)^{-1}, \tag{43}$$

а также в виде

$$j_n = -qD_n \Delta n(0) e^{\frac{qU_k}{kT}} \left(\int\limits_0^L e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} dx\right)^{-1}. \tag{44}$$

Подставляем (40) и (42) в (3) и интегрируем от L до 0 с учетом (4), (5), (11). Тогда получим

$$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{x=0} = -\left(\frac{8\pi q^2 kT n_T}{\varepsilon}\right)^{1/2}\left\{p_L n_T^{-1}\left(e^{\frac{q(U_k+U)}{kT}} - 1\right)\right.$$
$$- p_T n_T^{-1}\left[p_L p_T^{-1} - \left(1 - \Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{-\frac{qU}{kT}}\right]$$
$$\times \left(\int\limits_L^0 e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}} dx\right)^{-1}\left[e^{\frac{q(U_k+U)}{kT}} \int\limits_L^0 e^{-\frac{\varphi(x)}{kT}} dx + L\right]$$
$$+ (1 - p_T n_T^{-1})\,\frac{q(U_k+U)}{2kT} - n_L n_T^{-1}\left(1 - e^{-\frac{q(U_k+U)}{kT}}\right)$$
$$+ \left[\left(1 - \Delta n(0) n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{\frac{qU}{kT}} - n_L n_T^{-1}\right]$$
$$\times \left(\int\limits_L^0 e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} dx\right)^{-1}\left[e^{-\frac{q(U_k+U)}{kT}} \int\limits_L^0 e^{\frac{\varphi(x)}{kT}} dx + L\right]$$
$$\left.+ \frac{\varepsilon}{8\pi q^2 kT n_T}\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L^2\right\}^{1/2}. \tag{45}$$

Дрейфовый ток дырок $j_p(L+0)$ представим с учетом (15) в виде

$$j_p(L+0) = \mu_p p_L \left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L. \tag{46}$$

Из уравнения (26) с учетом (41), (34), (46) и соотношения Эйнштейна получаем

$$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L = -1.5\left(\frac{8\pi q^2 kT n_T}{\varepsilon}\right)^{1/2} (p_T n_T^{-1})^{1/2} (p_L p_T^{-1})^{-1}$$
$$\times \left[p_L p_T^{-1} - \left(1 - \Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{-\frac{qU}{kT}}\right]\left(1 - e^{-\frac{3q(U_k+U)}{2kT}}\right)^{-1}. \tag{47}$$

С учетом (33)–(35), (47) уравнение (45) принимает вид

$$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{x=0} = -\left(\frac{8\pi q^2 kT n_T}{\varepsilon}\right)^{1/2}\left\{p_T n_T^{-1}\left(1 - \Delta p(0)\right.\right.$$
$$\times p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\Big) e^{\frac{qU_k}{kT}} - p_L n_T^{-1} + 3 p_T n_T^{-1}\Big[p_L p_T^{-1} - \Big(1 - \Delta p(0)$$
$$\times p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\Big) e^{-\frac{qU}{kT}}\Big]\left(1 - e^{-\frac{q(U_k+U)}{2kT}}\right)\left(1 - e^{-\frac{3q(U_k+U)}{2kT}}\right)^{-1}$$
$$+ \left(1 - p_T n_T^{-1}\right) \frac{q(U_k+U)}{2kT} - n_L n_T^{-1}\left(1 - e^{-\frac{q(U_k+U)}{kT}}\right)$$
$$- \left[\left(1 - \Delta n(0) n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}}\right) - n_L n_T^{-1} e^{-\frac{qU}{kT}}\right]\left(1 - e^{-\frac{qU_k}{2kT}}\right) e^{-\frac{qU_k}{2kT}}$$
$$+ 2.25 p_T n_T^{-1} (p_L p_T^{-1})^{-2}\Big[p_L p_T^{-1} - \Big(1 - \Delta n(0) n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}}\Big)$$
$$\left.\times e^{-\frac{qU}{kT}}\Big]^2 \left(1 - e^{-\frac{3q(U_k+U)}{2kT}}\right)^{-2}\right\}^{1/2}. \tag{48}$$

В режиме обратного включения $p^+{-}n$-перехода электрические поля ОПЗ и квазинейтральной n-области направлены одинаково. Поэтому заряд Q, который определяет дифференциальную емкость $p^+{-}n$-перехода в режиме обратного включения, представим в виде

$$Q_1 = \frac{\varepsilon}{4\pi q}\left\{\left|\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{x=0}\right| + \left|\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{L+0}\right|\right\}$$
$$= \frac{\varepsilon}{4\pi q}\left|\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{x=0} + \left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L\right|. \tag{49}$$

Подставляем (47), (48), (12) в (49) и при

$$\Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}} \ll 1; \quad e^{-\frac{3q(U_k-U)}{2kT}} \ll 1; \quad e^{-\frac{q(U_k-U)}{kT}} \ll 1;$$
$$\left[\left(1 - \Delta n(0) n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}}\right) - n_L n_T^{-1} e^{-\frac{qU}{kT}}\right]$$
$$\times \left(1 - e^{-\frac{qU_k}{2kT}}\right) e^{-\frac{qU_k}{2kT}} \ll n_L n_T^{-1} \tag{50}$$

получаем

$$Q = qn_T\left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{1/2}\left\{\left[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2p_L n_T^{-1} + 3p_T n_T^{-1}\right.\right.$$
$$\times\left(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\right)\left(1 - e^{-\frac{q(U_k+U)}{2kT}}\right) + (1 - p_T n_T^{-1})\,\frac{q(U_k+U)}{kT}$$
$$\left. - 1 + p_T n_T^{-1} + 2.25 p_T n_T^{-1}(p_L p_T^{-1})^{-2}\left(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\right)^2\right]^{1/2}$$
$$\left. + 1.5(p_T n_T^{-1})^{1/2}(n_L n_T^{-1})^{-1}\left(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\right)\right\}. \quad (51)$$

Высокий уровень инжекции. Величина $\left(d\varphi(x)/dx\right)_L$ в виде (28) и заряд Q в виде (39) справедливы при низких уровнях инжекции p^+-n-перехода, так как при их получении полагали, что подвижности неравновесных и равновесных носителей заряда одного знака в квазинейтральной n-области равны.

Однако при увеличении уровня инжекции p^+-n-перехода различие подвижностей неравновесных и равновесных носителей заряда в квазинейтральной n-области станет значительным. Это можно показать следующим образом. Биполярную дрейфовую подвижность μ определяет формула [12]

$$\mu = (p_T - n_T)(n_T\mu_p^{-1} + p_T\mu_n^{-1})^{-1}. \quad (52)$$

Формула (52) получена при умножении уравнения непрерывности для дырок на $\sigma_{n0} = q\mu_n n_T$ и уравнения непрерывности для электронов на $\sigma_{p0} = q\mu_p p_T$. При умножении уравнения непрерывности для дырок на $\sigma_n = q\mu_n n$ и уравнения непрерывности для электронов на $\sigma_p = q\mu_p p$, где $n = n_T + \Delta n$ и $p = p_T + \Delta p$, получаем биполярную подвижность μ в виде

$$\mu = (p - n)(n\mu_p^{-1} + p\mu_n^{-1})^{-1}$$
$$= (p_T - n_T)(n\mu_p^{-1} + p\mu_n^{-1})^{-1}. \quad (53)$$

Из (53) следует, что с ростом концентрации электронов n и дырок p за счет увеличения неравновесных концентраций электронов Δn и дырок Δp подвижность μ уменьшается и может стать значительно меньше подвижностей μ_p и μ_n. Поэтому при высоких уровнях инжекции p^+-n-перехода ток $j_p(L+0)$ представим в виде

$$j_p(L+0) = -[\mu_p p_T + \mu(p_L - p_T)]\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L$$
$$= -\mu_p p_T[1 + \mu\mu_p^{-1}(p_L p_T^{-1} - 1)]\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_L, \quad (54)$$

где $p_L - p_T = \Delta p$. Из уравнения (26) с учетом (20), (34), (54) и соотношения Эйнштейна получаем

$$\left(\frac{d\varphi(x)}{dx}\right)_{x=L} = -1.5\left(\frac{8\pi q^2 kT n_T}{\varepsilon}\right)^{1/2}$$
$$\times (p_T n_T^{-1})^{1/2}\left[1 + \mu\mu_p^{-1}(p_L p_T^{-1} - 1)\right]^{-1}$$
$$\times\left[\left(1 + \Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\right]\left(1 - e^{-\frac{3(U_k-U)}{2kT}}\right)^{-1}. \quad (55)$$

Подставляем (36), (12), (55) в (37) и с учетом (38) получаем заряд Q в виде

$$Q_1 = qn_T\left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{1/2}\left\{\left[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2p_L p_T^{-1}\right.\right.$$
$$- 3p_T n_T^{-1}\left(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\right)\left(1 - e^{-\frac{q(U_k-U)}{2kT}}\right)$$
$$+ (1 - p_T n_T^{-1})\frac{q(U_k - U)}{kT} - 1 + p_T n_T^{-1} + 2.25 p_T n_T^{-1}$$
$$\left.\times\left[1 + \mu\mu_p^{-1}(p_L p_T^{-1} - 1)\right]^{-2}\left(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\right)^2\right]^{1/2}$$
$$\left. - 1.5(p_T n_T^{-1})^{1/2}\left[1 + \mu\mu_p^{-1}(p_L p_T^{-1} - 1)\right]^{-1}\left(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\right)\right\}. \quad (56)$$

Отметим, что уравнение (56) определяет заряд Q во всем диапазоне уровней инжекции, так как при $\mu = \mu_p$ из (56) получается заряд Q в виде (39).

3. Зависимость граничных концентраций дырок и электронов от напряжения на области p^+-n-перехода

Зависимость концентрации дырок и электронов на границах ОПЗ $p-n$-перехода от напряжения на ОПЗ перехода определялась и анализировалась в ряде работ [8,13–20]. В них получение граничных условий ОПЗ $p-n$-перехода основано на различных приближениях в представлении ОПЗ перехода без рассмотрения условий динамического равновесия.

Полагаем, что установление динамического равновесия p^+-n-перехода определяют процессы, которые аналогичны процессам установления динамического равновесия в p^+-p-переходе в работе [21]. При подаче на p^+-n-переход внешнего напряжения в соответствии с принципом ле-Шателье–Брауна [22] изменения распределений концентрации дырок и электронов в ОПЗ перехода ослабляют действие внешнего напряжения. Это значит, что изменения в ОПЗ p^+-n-перехода направлены на установление состояния с током, равным нулю (бестоковое состояние), которое не может быть реализовано. Установлению бестокового состояния в p^+-n-переходе препятствует недостаток заряда дырок и заряда электронов при прямом включении и избыток заряда дырок и заряда электронов при обратном включении.

Заряд в ОПЗ p^+-n-перехода в бестоковом состоянии и заряд, который препятствует установлению бестокового состояния, определяют заряд в ОПЗ перехода при динамическом равновесии перехода. Это положение справедливо для заряда дырок и для заряда электронов в отдельности и определяет зависимость граничных концентраций носителей заряда ОПЗ p^+-n-перехода от напряжения на ОПЗ перехода.

В связи с этим рассмотрим бестоковое состояние p^+-n-перехода для режимов прямого и обратного включений. В бестоковом состоянии p^+-n-перехода распределение концентрации дырок $p_1(x)$ получим из (19) или (40) при $j_p = 0$ и замене $p(x)$ на $p_1(x)$ и $\varphi(x)$ на $\varphi_1(x)$ в виде

$$p_1(x) = p_L e^{\frac{\varphi_1(x)}{kT}}; \tag{57}$$

распределение концентрации электронов $n_1(x)$ получим из (21) или (42) при $j_n = 0$ и замене $n(x)$ на $n_1(x)$ и $\varphi(x)$ на $\varphi_1(x)$ в виде

$$n_1(x) = n_L e^{-\frac{\varphi_1(x)}{kT}}. \tag{58}$$

Уравнение (3) при замене $p(x)$ на $p_1(x)$, $n(x)$ на $n_1(x)$ и $\varphi(x)$ на $\varphi_1(x)$ с учетом (57) и (58) принимает вид

$$\frac{d^2\varphi_1(x)}{dx^2} = \frac{4\pi q^2 n_T}{\varepsilon} \times \left[p_L n_T^{-1} e^{\frac{\varphi_1(x)_k}{kT}} + 1 - p_T n_T^{-1} - n_L n_T^{-1} e^{-\frac{\varphi_1(x)}{kT}}\right]. \tag{59}$$

Граничные условия для уравнения (59) представим в виде

$$\varphi_1(L_1) = 0, \tag{60}$$

$$\varphi_1(0) = q(U_k \mp U), \tag{61}$$

$$p_L e^{\frac{\varphi_1(0)}{kT}} = p_1(0) = p_T e^{\frac{qU_k}{kT}} \left[1 \pm \Delta p_1(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU}{kT}}\right], \tag{62}$$

$$n_L e^{\frac{\varphi_1(0)}{kT}} = n_1(0) = n_L e^{-\frac{q(U_k \mp U_1)}{kT}}, \tag{63}$$

$$\left(\frac{d\varphi_1(x)}{dx}\right)_{x=L_1} = 0, \tag{64}$$

где $\Delta p_1(0) = \Delta n_1(0) = \pm[n_1(0) - n_0(0)]$, а $n_0(0)$ — концентрация электронов при термодинамическом равновесии p^+-n-перехода. Здесь U_1 — напряжение, которое изменяет разность потенциалов U_k, а L_1 — ширина ОПЗ p^+-n-перехода.

Интегрируем уравнение (59) от L_1 до 0 с учетом (60)–(64) и получаем

$$\left(\frac{d\varphi_1(x)}{dx}\right)^2_{x=0} = \frac{8\pi q^2 kT n_T}{\varepsilon} \times \left[p_T n_T^{-1}\left(1 \pm \Delta p_1(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{\frac{qU_k}{kT}} - p_L n_T^{-1} + (1 - p_T n_T^{-1}) \frac{q(U_k \mp U_1)}{kT} - n_L n_T^{-1}\left(1 - e^{-\frac{q(U_k \mp U_1)}{kT}}\right)\right]. \tag{65}$$

Заряд в ОПЗ p^+-n-перехода в бестоковом состоянии равен

$$Q_1 = \frac{\varepsilon}{4\pi q}\left|\left(\frac{d\varphi_1(x)}{dx}\right)_{x=0}\right| = q n_T \left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{1/2} \times \left\{p_T n_T^{-1}\left(1 \pm \Delta p_1(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}}\right) e^{\frac{eU_k}{kT}} - p_L n_T^{-1} + (1 - p_T n_T^{-1}) \frac{q(U_k \mp U_1)}{kT} - n_L n_T^{-1}\left(1 - e^{-\frac{q(U_k \mp U_1)}{kT}}\right)\right\}^{1/2}. \tag{66}$$

При

$$\Delta p_1(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}} \ll 1; \quad e^{-\frac{q(U_k \mp U_1)}{kT}} \ll 1 \tag{67}$$

с учетом (12) из (66) получаем

$$Q_1 = q n_T \left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{1/2} \left[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2 p_L n_T^{-1} + (1 - p_T n_T^{-1}) \frac{q(U_k \mp U_1)}{kT} - 1 + p_T n_T^{-1}\right]^{1/2}. \tag{68}$$

Установлению бестокового состояния в p^+-n-переходе препятствует в режиме прямого включения недостаток заряда дырок ΔQ_p^-, который с учетом (6) и (33) представим в виде

$$\Delta Q_p^- = q[p(L) - p_T]L = q n_T \left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{1/2} \times (p_T n_T^{-1})^{1/2} (p_L p_T^{-1} - 1)\left(1 - e^{-\frac{q(U_k - U)}{2kT}}\right), \tag{69}$$

а в режиме обратного включения — избыток заряда дырок ΔQ_p^+, который с учетом (6) и (33) представим в виде

$$\Delta Q_p^+ = q[p_T - p(L)]L = q n_T \left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{1/2} \times (p_T n_T^{-1})^{1/2} (1 - p_L p_T^{-1})\left(1 - e^{-\frac{q(U_k + U)}{2kT}}\right). \tag{70}$$

Установлению бестокового состояния в p^+-n-переходе также препятствует недостаток заряда электронов в режиме прямого включения и избыток заряда электронов в режиме обратного включения. Однако каждый из этих зарядов электронов значительно меньше соответствующего заряда дырок. Поэтому этими зарядами электронов можно пренебречь.

Таким образом, условие динамического равновесия p^+-n-перехода в режиме прямого включения опишет уравнение

$$Q = Q_1 - \Delta Q_p^-, \tag{71}$$

а в режиме обратного включения — уравнение

$$Q = Q_1 + \Delta Q_p^+. \tag{72}$$

Условия динамического равновесия p^+-n-перехода в режимах прямого и обратного включения можно также описать отдельными уравнениями для дырок и электронов, которые аналогичны уравнениям (71) и (72).

Уравнение (71) с учетом (56), (68), (69) принимает вид

$$\Big[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2p_L n_T^{-1} - 3p_T n_T^{-1}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)$$

$$\times\big(1 - e^{-\frac{q(U_k-U)}{2kT}}\big) + (1 - p_T n_T^{-1})\,\frac{q(U_k - U)}{kT} - 1 + p_T n_T^{-1}$$

$$+ 2.25 p_T n_T^{-1}\big[1 + \mu\mu_p^{-1}(p_L p_T^{-1} - 1)\big]^{-2}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)^2\Big]^{1/2}$$

$$- 1.5(p_T n_T^{-1})^{1/2}\big[1 + \mu\mu_p^{-1}(p_L p_T^{-1} - 1)\big]^{-1}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)$$

$$= \Big[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2p_L n_T^{-1} + (1 - p_T n_T^{-1})\,\frac{q(U_k - U_1)}{kT}$$

$$- 1 + p_T n_T^{-1}\Big]^{1/2} - (p_T n_T^{-1})^{1/2}(p_L p_T^{-1} - 1)\big(1 - e^{-\frac{q(U_k-U)}{2kT}}\big). \tag{73}$$

Уравнение (72) с учетом (51), (68), (70) принимает вид

$$\Big[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2p_L n_T^{-1} + 3p_T n_T^{-1}\big(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\big)$$

$$\times\big(1 - e^{-\frac{q(U_k+U)}{2kT}}\big) + (1 - p_T n_T^{-1})\,\frac{q(U_k + U)}{kT}$$

$$-1 + p_T n_T^{-1} + 2.25 p_T n_T^{-1}(p_L p_T^{-1})^{-2}\big(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\big)^2\Big]^{1/2}$$

$$+ 1.5(p_T n_T^{-1})^{1/2}(p_L p_T^{-1})^{-1}\big(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\big)$$

$$= \Big[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2p_L n_T^{-1} + (1 - p_T n_T^{-1})\,\frac{q(U_k + U_1)}{kT}$$

$$- 1 + p_T n_T^{-1}\Big]^{1/2} + (p_T n_T^{-1})^{1/2}(1 - p_L p_T^{-1})\big(1 - e^{-\frac{q(U_k+U)}{2kT}}\big). \tag{74}$$

Уравнения (73) и (74) можно решить приближенно. Для диапазона напряжений U, при которых в квадратных скобках первый член значительно больше остальных членов, корень квадратный извлекаем приближенно. Произведениями с $\exp(-qU_k/2kT)$ пренебрегаем. Тогда при

$$e^{-\frac{q(U_k \mp U)}{2kT}} \ll 1 \tag{75}$$

уравнение (73) принимает вид

$$(p_L p_T^{-1})^2 + (2.5\mu_p\mu^{-1} - 2)p_L p_T^{-1} - (1.5e^{\frac{qU}{kT}} + 1)\mu_p\mu^{-1} + 1 = 0, \tag{76}$$

а уравнение (74) принимает вид

$$(p_L p_T^{-1})^2 + 0.5p_L p_T^{-1} - 1.5e^{-\frac{qU}{kT}} = 0. \tag{77}$$

Отрицательный корень уравнений (76), (77) не имеет физического смысла. Из (76) получаем

$$p_L p_T^{-1} = \Big[\big(1.5e^{\frac{qU}{kT}} + 1\big)\mu_p\mu^{-1} + (1.25\mu_p\mu^{-1} - 1)^2 - 1\Big]^{1/2} - (1.25\mu_p\mu^{-1} - 1) \tag{78}$$

и при $\mu = \mathrm{const}$ получаем

$$\frac{d}{dU}\,(p_L p_T^{-1}) = 0.75\,\frac{q}{kT}\,\mu_p\mu^{-1}e^{\frac{qU}{kT}} \times\Big[\big(1.5e^{\frac{qU}{kT}} + 1\big)\mu_p\mu^{-1} + (1.25\mu_p\mu^{-1} - 1)^2 - 1\Big]^{-1/2}. \tag{79}$$

При $\mu = \mu_p$ из (78) и (79) получаем

$$p_L p_T^{-1} = \big[1.5e^{\frac{qU}{kT}} + (0.25)^2\big]^{1/2} - 0.25, \tag{80}$$

$$\frac{d}{dU}(p_L p_T^{-1}) = 0.75\,\frac{q}{kT}\,e^{\frac{qU}{kT}}\big[1.5e^{\frac{qU}{kT}} + (0.25)^2\big]^{-1/2}. \tag{81}$$

Из (77) получаем

$$p_L p_T^{-1} = \big[1.5e^{-\frac{qU}{kT}} + (0.25)^2\big]^{1/2} - 0.25, \tag{82}$$

$$\frac{d}{dU}(p_L p_T^{-1}) = -0.75\,\frac{q}{kT}\,e^{-\frac{qU}{kT}}\big[1.5e^{-\frac{qU}{kT}} + (0.25)^2\big]^{-1/2}. \tag{83}$$

Из равенства токов j_n в виде (22) и (23) получаем

$$\Delta n(0) = 0.5n_T e^{-\frac{qU_k}{kT}}\big(n_L n_T^{-1} e^{\frac{qU}{kT}} - 1\big), \tag{84}$$

а из равенства токов j_n в виде (43) и (44) получаем

$$\Delta n(0) = 0.5n_T e^{-\frac{qU_k}{kT}}\big(1 - n_L n_T^{-1} e^{-\frac{qU}{kT}}\big). \tag{85}$$

Формулы (78)–(85) необходимы для расчета зависимостей емкости и тока $p^+{-}n$-перехода от напряжения на области перехода.

4. Дифференциальная емкость $p^+{-}n$-перехода

Дифференциальную емкость C $p^+{-}n$-перехода, у которого вся ОПЗ расположена в n-области, определяет формула

$$C = \frac{dQ}{d(U_k \mp U)} = \frac{dQ/dU}{d(U_k \mp U)/dU} = \mp\frac{dQ}{dU}. \tag{86}$$

Зависимость емкости $p^{+}-n$-перехода C от прямого напряжения U получим подстановкой (56) в (86) в виде

$$\begin{aligned}
C = -\frac{dQ}{dU} = 0.5q\left(\frac{\varepsilon n_T}{2\pi kT}\right)^{1/2}\Big\{3(p_T n_T^{-1})^{1/2} e^{\frac{qU}{kT}} F^{-1} \\
- 3(p_T n_T^{-1})^{1/2}\Big[\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)F^{-2}\mu\mu_p^{-1} + F^{-1}\Big] \\
\times \frac{kT}{q}\frac{d}{dU}(p_L p_T^{-1})\Big\} + 0.5q\left(\frac{\varepsilon n_T}{2\pi kT}\right)^{1/2} \\
\times \Big\{1 + p_T n_T^{-1}\big(3e^{\frac{qU}{kT}} - 1\big) - 1.5 p_T n_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{2kT}} \\
\times \big(3e^{\frac{3qU}{2kT}} - p_L p_T^{-1} e^{\frac{qU}{2kT}}\big) - 4.5 p_L n_T^{-1}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)e^{\frac{qU}{kT}} F^{-2} \\
+ p_T n_T^{-1}\Big[4.5\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)F^{-2} + 4.5\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)^2 \\
\times \mu\mu_p^{-1} F^{-3} - \big(1 - 3e^{-\frac{q(U_k-U)}{2kT}}\big)\Big]\frac{kT}{q}\frac{d}{dU}(p_L p_T^{-1})\Big\} \\
\times \Big[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2p_L n_T^{-1} - 3p_T n_T^{-1}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big) \\
\times \big(1 - e^{-\frac{q(U_k-U)}{2kT}}\big) + (1 - p_T n_T^{-1})\Big(\frac{q(U_k-U)}{kT} - 1\Big) \\
+ 2.25 p_T n_T^{-1} F^{-2}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big)^2\Big]^{-1/2}, \qquad (87)
\end{aligned}$$

где $F = 1 + \mu\mu_p(p_L p_T^{-1} - 1)$. При низких уровнях инжекции $p^{+}-n$-перехода $\mu = \mu_p$ и $F = p_L p_T^{-1}$. С учетом этого из (87), (80), (81) получаем, что с ростом прямого напряжения U емкость C увеличивается. При увеличении уровня инжекции $p^{+}-n$-перехода подвижность μ в (53) уменьшается. С учетом $n = n_L$, $p = p_L$ и модуля μ в (53) получаем

$$\mu\mu_p^{-1} p_L p_T^{-1} = (n_T p_T^{-1} - 1)\big[(n_T - p_T)p_L^{-1} + 1 + \mu_p\mu_n^{-1}\big]^{-1}. \qquad (88)$$

При $n_T - p_T \ll p_L$, $\mu\mu_p^{-1} \ll 1$ с учетом (88) получаем

$$F = 1 + (n_T p_T^{-1} - 1)(1 + \mu_p\mu_n^{-1})^{-1}. \qquad (89)$$

С учетом (79) и (89) получаем, что увеличение напряжения U приводит к выполнению неравенства

$$\mu\mu_p^{-1} F^{-2}\frac{kT}{q}\frac{d}{dU}(p_L p_T^{-1}) > F^{-1} \qquad (90)$$

и отрицательной емкости C в (87).

Таким образом, с увеличением прямого напряжения емкость $p^{+}-n$-перехода вначале увеличивается, а затем уменьшается и изменяет знак с положительного на отрицательный. Такой характер зависимости емкости от напряжения для $p^{+}-n$-переходов экспериментально получен в работах [1–7].

Из (88) следует, что с приближением отношения $n_T p_T^{-1}$ к единице величина $\mu\mu_p^{-1} p_L p_T^{-1}$ стремится к нулю, а F стремится к величине $1 - \mu\mu_p^{-1}$. В результате этого напряжение U, при котором выполнимо неравенство (90) с учетом (79), уменьшается. Поэтому с приближением равновесной проводимости n-области к собственной напряжение изменения знака емкости $p^{+}-n$-перехода уменьшается. С увеличением температуры n-области ее проводимость приближается к собственной, так как $n_T p_T^{-1}$ стремится к единице. Поэтому увеличение температуры $p^{+}-n$-перехода также уменьшает напряжение изменения знака емкости. Эти результаты получены экспериментально в работе [4].

Зависимость емкости $p^{+}-n$-перехода от обратного напряжения получим подстановкой (51) в (86) в виде

$$\begin{aligned}
C = \frac{dQ}{dU} = 0.5q\left(\frac{\varepsilon n_T}{2\pi kT}\right)^{1/2}\Big\{3(p_T n_T^{-1})^{1/2}(p_L p_T^{-1})^{-1} e^{-\frac{qU}{kT}} \\
\times \Big[1 + (p_L p_T^{-1})^{-1}\frac{kT}{q}\frac{d}{dU}(p_L p_T^{-1})\Big] + \Big[1 - p_T n_T^{-1} \\
\times \big(1 - 3e^{-\frac{qU}{kT}}\big) - 1.5 p_T n_T^{-1} e^{-\frac{qU}{2kT}}\big(3e^{-\frac{3qU}{kT}} - p_L p_T^{-1} e^{-\frac{qU}{2kT}}\big) \\
+ 4.5 p_T n_T^{-1}(p_L p_T^{-1})^{-2}\big(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\big)e^{-\frac{qU}{kT}} \\
+ p_T n_T^{-1}\Big(4.5(p_L p_T^{-1})^{-2} e^{-\frac{qU}{kT}} - 4.5(p_L p_T^{-1})^{-3} e^{-\frac{2qU}{kT}} + 1 \\
- 3e^{-\frac{q(U_k+U)}{2kT}}\Big)\frac{kT}{q}\frac{d}{dU}(p_L p_T^{-1})\Big]\Big[p_T n_T^{-1} e^{\frac{qU_k}{kT}} - 2p_L n_T^{-1} \\
+ 3p_T n_T^{-1}\big(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\big)\big(1 - e^{-\frac{q(U_k+U)}{2kT}}\big) \\
+ (1 - p_T n_T^{-1})\Big(\frac{q(U_k+U)}{kT} - 1\Big) \\
+ 2.25 p_T n_T^{-1}(p_L p_T^{-1})^{-2}\big(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\big)^2\Big]^{-1/2}\Big\}, \qquad (91)
\end{aligned}$$

где $p_L p_T^{-1}$ и $\frac{d}{dU}(p_L p_T^{-1})$ определены формулами (82) и (83). Из (91) следует, что с увеличением обратного напряжения U емкость $p^{+}-n$-перехода C уменьшается, но остается положительной.

При напряжении на $p^{+}-n$-переходе $U = 0$ из (87), а также из (91), с учетом (78)–(83), $\mu = \mu_p$ и $F = 1$ получаем

$$\begin{aligned}
C(U=0) = 0.5q\left(\frac{\varepsilon n_T}{2\pi kT}\right)^{1/2}\Big\{1.2(p_T n_T^{-1})^{1/2} \\
+ \Big[1 + p_T n_T^{-1}\big(1.4 - 1.2e^{-\frac{qU_k}{2kT}}\big)\Big] \\
\times \Big[p_T n_T^{-1}\big(e^{\frac{qU_k}{kT}} - 1\big) + (1 - p_T n_T^{-1})\frac{qU_k}{kT} - 1\Big]^{-1/2}\Big\}. \qquad (92)
\end{aligned}$$

Для $p^{+}-n$-перехода с глубокими центрами рекомбинации в n-области зависимость емкости C от прямого напряжения U получим подстановкой (39) в (86) при $n_L = n_T$ и $p_L = p_T$ в виде

$$C = -\frac{dQ}{dU} = 0.5q\left(\frac{\varepsilon n_T}{2\pi kT}\right)^{1/2}\Big\{3(p_T n_T^{-1})^{1/2} e^{\frac{qU}{kT}} + \Big[1 + p_T n_T^{-1}\big(3e^{\frac{qU}{kT}} - 1\big) + 1.5 p_T n_T^{-1} e^{-\frac{q(U_k - U)}{2kT}} - 4.5 p_T n_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{2kT}} e^{\frac{3qU}{2kT}} - 4.5 p_T n_T^{-1}\big(e^{\frac{2qU}{kT}} - e^{\frac{qU}{kT}}\big)\Big] \times \Big[p_T n_T^{-1}\big(e^{\frac{qU_k}{kT}} - 1\big) - 3p_T n_T^{-1}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - 1\big) \times \big(1 - e^{-\frac{q(U_k-U)}{2kT}}\big) + (1 - p_T n_T^{-1})\,\frac{q(U_k - U)}{kT} - 1 + 2.25 p_T n_T^{-1}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - 1\big)^2\Big]^{-1/2}\Big\}. \quad (93)$$

Из (93) следует, что в диапазоне прямых напряжений $0.5U_k < U < U_k$ емкость $p^+{-}n$-перехода изменяет знак с положительного на отрицательный. Такой характер зависимости емкости $p^+{-}n$-перехода от прямого напряжения получен экспериментально в работе [5].

5. Зависимость тока $p^+{-}n$-перехода от напряжения

Для режима прямого включения $p^+{-}n$-перехода из (20) и (22) с учетом (34), (35), (12), (84) при

$$\Delta p(0) p_T^{-1} e^{-\frac{qU_k}{kT}} \ll 1; \quad e^{-\frac{3q(U_k \mp U_1)}{2kT}} \ll 1; \quad e^{-\frac{q(U_k \mp U_1)}{2kT}} \ll 1 \quad (94)$$

получаем

$$j_p = 3qD_p p_T\left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{-1/2}(p_T n_T^{-1})^{1/2}\big(e^{\frac{qU}{kT}} - p_L p_T^{-1}\big), \quad (95)$$

$$j_n = 0.5qD_n n_T e^{-\frac{qU_k}{2kT}}\left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{-1/2}(p_T n_T^{-1})^{1/2} \times \Big\{\big[1 + p_T n_T^{-1}(p_L p_T^{-1} - 1)\big]e^{\frac{qU}{kT}} - 1\Big\}, \quad (96)$$

где $p_L p_T^{-1}$ определяет формула (80) при низких уровнях инжекции и формула (78) при высоких уровнях инжекции.

Для режима обратного включения $p^+{-}n$-перехода из (41) и (43) с учетом (34), (35), (12), (85) при выполнении неравенства (94) получаем

$$j_p = -3qD_p p_T\left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{-1/2}(p_T n_T^{-1})^{1/2}\big(p_L p_T^{-1} - e^{-\frac{qU}{kT}}\big), \quad (97)$$

$$j_n = -0.5qD_n n_T e^{-\frac{qU_k}{2kT}}\left(\frac{\varepsilon kT}{2\pi q^2 n_T}\right)^{-1/2}(p_T n_T^{-1})^{1/2} \times \Big\{1 - \big[1 - p_T n_T^{-1}(1 - p_L p_T^{-1})\big]e^{-\frac{qU}{kT}}\Big\}, \quad (98)$$

где $p_L p_T^{-1}$ определяет формула (82).

6. Заключение

Положительная емкость $p^+{-}n$-перехода образована уменьшением заряда в ОПЗ перехода при уменьшении разности потенциалов $U_k{-}U$, т. е. при увеличении прямого напряжения U, и увеличением заряда в ОПЗ перехода при увеличении разности потенциалов $U_k{-}U$, т. е. при уменьшении прямого напряжения U.

Изменение знака емкости $p^+{-}n$-перехода с ростом уровня инжекции вызвано изменением уменьшения заряда в ОПЗ перехода на его увеличение за счет уменьшения биполярной дрейфовой подвижности в n-области.

Увеличение температуры $p^+{-}n$-перехода приближает проводимость n-области к собственной и смещает уменьшение биполярной дрейфовой подвижности с ростом тока инжекции в область меньших токов. Поэтому с ростом температуры $p^+{-}n$-перехода напряжение изменения знака емкости перехода уменьшается.

Уменьшение емкости $p^+{-}n$-перехода и стремление к постоянному положительному значению при увеличении обратного напряжения вызвано ослаблением увеличения заряда в ОПЗ перехода при увеличении ширины ОПЗ перехода.

Список литературы

[1] G. Kohn, W. Nannenmacher. Arch. Electr. Ubertrag., **8** (12), 561 (1954).
[2] W. Guggenbühl. Arch. Electr. Ubertrag., **10** (11), 483 (1956).
[3] С.П. Синица. РЭ, **7** (8), 1427 (1962).
[4] З.А. Искандер-заде, Э.А. Джафарова. *Физика p−n-переходов* (Рига, Зинатне, 1966) с. 103.
[5] А.М. Агаев, Г.В. Захваткин, М.И. Иглицын, А.Я. Первова, Ф.И. Фистуль. *Физика p−n-переходов* (Рига, Зинатне, 1966) с. 7.
[6] Н.А. Шеховцов. Функцион. материалы, **4** (2), 194 (1997).
[7] Н.А. Шеховцов. Радиофизика и электроника (Сб. тр. ИРЭ НАНУ, Харьков), **5** (1), 142 (2000).
[8] W. Shockley. Bell. Syst. Techn. J., **28** (3), 435 (1949).
[9] Лю Цзиньчжи, Ф.А. Линдолм. ТИИЭР, **76** (11), 6 (1988).
[10] С.Т. Са. ТИРИ, **49** (3), 650 (1961).
[11] Н.А. Шеховцов. Вестн. Харьк. нац. ун-та им. В.Н. Каразина. Радиофизика и электроника (Харьков, 2008) № 806, с. 48.
[12] С.М. Рывкин. *Фотоэлектрические явления в полупроводниках* (М., Гос. изд-во, физ.-мат. лит. 1963).
[13] T. Misava. J. Phys. Soc. Jpn., **11** (7), 728 (1956).
[14] N.H. Flether. J. Electron., **2** (6), 609 (1957).
[15] K.M. Vliet. J. Sol. St. Electron., **9** (3), 185 (1966).
[16] J.R. Hayser. J. Sol. St. Electron., **14** (2), 133 (1971).
[17] M. Guckel, A. Demirkol, D.C. Thomas. J. Sol. St. Electron., **25** (2), 105 (1982).
[18] Н.М. Дударов. Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук, вып. 1, 24 (1971).
[19] Н.М. Дударов. В сб.: *Вопросы электросвязи* (Рига, Зинатне, 1972) вып. 6, с. 77.
[20] И.Н. Горбатый. РЭ, **33** (10), 2147 (1988).
[21] Н.А. Шеховцов. ФТП, **46** (1), 60 (2012).
[22] В.А. Киреев. *Краткий курс физической химии* (М., Химия, 1969) с. 219.

Редактор Л.В. Беляков

Dependence of differential capacitance of p^+-n-junction on voltage

N.A. Shekhovtsov

Karazin Kharkov National University,
61077 Kharkov, Ukraine

Abstract Dependences of capacitance and current of a p^+-n-junction with homogeneous doping of n-region on its voltage are calculated. The capacitance of a p^+-n-junction defines a change of charge into region of junction according to a change of electrical field of quasineutral n-region and a change of bipolar drift mobility under an increase of nonequilibrium charge carrier concentration. It is shown that a change of sign of p^+-n-junction capacitance with an increase in the injection level is caused by a decrease of bipolar drift mobility under an increase of electron–hole pair concentration in the n-region. It is shown that the capacitance of p^+-n-junction decreased with an increase of reverse voltage and tended to a constant positive value.