

03

Структура электрогидродинамических течений инжекционного типа в переменном поле

© А.А. Коротков, Ю.К. Стишков[✉]

Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия
[✉] e-mail: y.stishkov@gmail.com

Поступило в Редакцию 28 ноября 2019 г.
В окончательной редакции 28 ноября 2019 г.
Принято к публикации 5 февраля 2020 г.

Приведены результаты исследования структуры электрогидродинамических (ЭГД) течений в переменном электрическом поле. Исследование проведено на основе результатов компьютерного моделирования ЭГД-течений в системе электродов игла–плоскость. Рассмотрен характерный диапазон частот питающего синусоидального напряжения амплитудой 5 кВ. Проведено описание изменения зарядовой и скоростной структур ЭГД-течений, выявлены характерные особенности в зависимости от частоты изменения питающего напряжения. Показана периодичность данного вида ЭГД-течений.

Ключевые слова: электрогидродинамическое течение, ЭГД- течение, переменное электрическое поле, зарядовая структура, скоростная структура.

DOI: 10.21883/JTF.2020.08.49535.383-19

Введение

Электрогидродинамические (ЭГД) течения в жидких диэлектриках впервые описаны Фарадеем, и всесторонне исследованы экспериментально еще в прошлом столетии, и описаны в фундаментальных работах [1–4]. Следующий шаг в исследованиях произошел с появлением возможности решать сложную, нелинейную систему ЭГД-уравнений с помощью численных расчетов с использованием ЭВМ [5–6]. Обобщение результатов современных исследований ЭГД-течений, возникающих при воздействии постоянного напряжения в различных системах электродов, приведено в монографии [7].

Исследования ЭГД-течений посвящены в основном описанию структуры этих течений при воздействии постоянным напряжением. Настоящая работа посвящена изучению ЭГД-течений инжекционного типа в переменном электрическом поле в характерном диапазоне частот. Исследование проведено методом численного моделирования базовой системы уравнений электрогидродинамики для сильно неоднородного электрического поля в системе электродов игла–плоскость. Для этой системы уже имеется обширная информация по исследованию ЭГД-процессов при постоянном напряжении [7], также данная модель является характерной для лабораторных систем, что позволит сопоставить полученные результаты с экспериментом. Малый радиус закругления игольчатого электрода позволяет создать сильно неоднородное поле с локальной напряженностью много больше среднего значения. Это позволяет осуществить инжекцию при сравнительно малых значениях напряжения между электродами, а также решать задачу в условиях униполярной инжекции.

Описание модели

Система уравнений электрогидродинамики, описывающая ЭГД-процессы в несжимаемых жидких диэлектриках, состоит из уравнения Нернста–Планка для положительных и отрицательных ионов (1), (2), закона Гаусса в дифференциальной форме (3), уравнения связи напряженности электрического поля с потенциалом (4), уравнения Навье–Стокса (5), уравнения неразрывности среды (6) и уравнения для определения суммарной плотности заряда (7):

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \operatorname{div}(-D\nabla n_+ + Z_+ b n_+ \mathbf{E} + n_+ \mathbf{u}) = W_0 - \alpha_r n_+ n_-, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_-}{\partial t} + \operatorname{div}(-D\nabla n_- + Z_- b n_- \mathbf{E} + n_- \mathbf{u}) = W_0 - \alpha_r n_+ n_-, \quad (2)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (3)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (4)$$

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \gamma(\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P + \eta \Delta \mathbf{u} + \rho \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{u}) = 0, \quad (6)$$

$$\rho = Z_+ n_+ e + Z_- n_- e. \quad (7)$$

Здесь n_+ , n_- — концентрация положительных и отрицательных ионов, D — коэффициент диффузии, Z_+ , Z_- — зарядовое число положительных и отрицательных ионов, t — время, e — элементарный заряд, b — подвижность ионов, \mathbf{u} — скорость жидкости, W_0 — интенсивность диссоциации, α_r — коэффициент рекомбинации, \mathbf{E} —

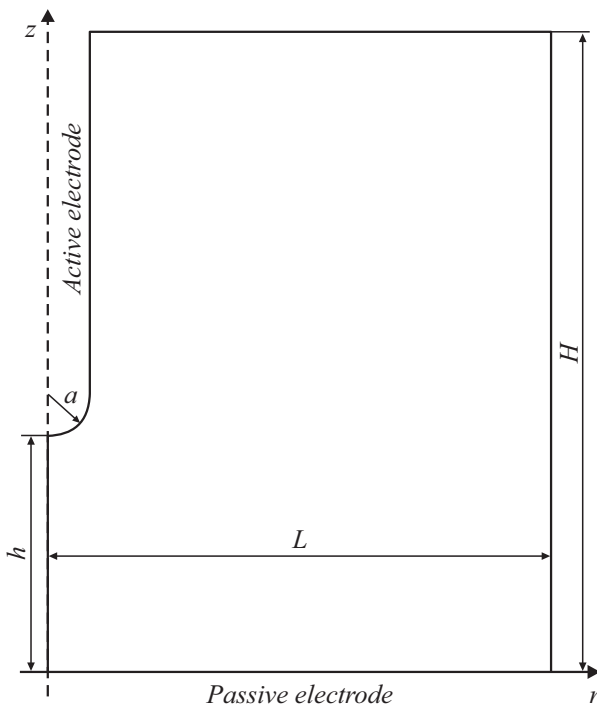


Рис. 1. Геометрия модели.

напряженность электрического поля, ϵ , ϵ_0 — диэлектрические проницаемости жидкости и вакуума, ρ — объемная плотность заряда, φ — потенциал электрического поля, γ — механическая плотность жидкости, η — динамическая вязкость жидкости, P — давление. В настоящей работе используются одновалентные отрицательные и положительные ионы: $Z_+ = 1$, $Z_- = -1$, которые обладают одинаковыми подвижностью, интенсивностью диссоциации и коэффициентом рекомбинации.

Исследуемая система представляет собой цилиндрическую кювету, в которую помещена игла — активный электрод, пассивным электродом является дно кюветы. Для расчетов была реализована двумерная осесимметричная конечноэлементная модель. Высота кюветы $H = 20$ mm, радиус кюветы $L = 15$ mm, длина межэлектродного промежутка (МЭП) $h = 7$ mm. Радиус иглы и радиус закругления острия $a = 0.1$ mm (рис. 1).

Рассматривается зарядообразование инжекционного и диссоционного типа с учетом рекомбинации. Инжекция происходит с поверхности активного электрода (иглы) и зависит от полярности. Так, при положительной полярности с поверхности электрода инжектируются положительные ионы, а при отрицательной — отрицательные. В объеме положительные и отрицательные ионы рекомбинируют с ионами противоположного знака независимо от способа образования последних.

Коэффициент рекомбинации вычисляется по формуле Ланжевена, который с учетом $|Z_-| = |Z_+| = 1$ принимает вид: $a_r = 2be/\epsilon\epsilon_0$. Коэффициент диффузии определяется соотношением Эйнштейна: $D = bk_B T/e$, где k_B — постоянная Больцмана, T — температура.

Низковольтная удельная проводимость вещества σ в отсутствие электрического поля определяет равновесную концентрацию ионов n_{eq} и связана с ней выражением $n_{eq} = \sigma/2be$. Полученная таким образом равновесная концентрация задавалась в качестве начальных условий для концентраций положительных и отрицательных ионов.

Интенсивность диссоциации определяется из соотношения равенства интенсивности диссоциации и рекомбинации в отсутствие электрического поля $W_0 - \alpha_r n_{eq}^2 = 0$.

Гибель ионов также происходит на поверхности электродов противоположной полярности и задается соответствующим условием $j_v = j_b$, которое означает моментальную нейтрализацию ионов, здесь j_v — поток ионов из объема, j_b — поток через границу.

Граничные условия задачи дополняются равенством нулю скорости течения на любых твердых поверхностях. На боковой и верхней диэлектрических стенках нормальная компонента электрического поля равна нулю, это задается условием $\mathbf{n} \cdot \mathbf{E} = 0$, где \mathbf{n} — вектор нормали к поверхности, так же на эти поверхности задается непроницаемость ионов $-j \cdot \mathbf{n} = 0$. Нижний плоский электрод заземлен $V = 0$. На верхний активный электрод задается потенциал, изменяющийся по гармоническому закону (8):

$$V = V_0 \cos(2\pi\nu t), \quad (8)$$

где $V_0 = 5$ kV — амплитуда, ν — частота питающего напряжения, которая варьировалась в ходе исследования в характерном диапазоне $\nu = 0.125$ –8 Hz. Характерный диапазон частот выбирался на основе безразмерного параметра (9):

$$R = T/(2\tau), \quad (9)$$

равного отношению полупериода питающего напряжения T , к времени τ пересечения заряженной струей ЭГД-течения МЭП. Последнее выбиралось по данным, приведенным в монографии [7], и равно $\tau \approx 0.3$ s. Границы характерного диапазона частот соответствуют значениям безразмерного параметра $R = 13.3$ (для $\nu = 0.125$ Hz) и $R = 0.2$ (для $\nu = 8$ Hz), и позволяют предсказать особенности ЭГД-течения при воздействии переменным напряжением: при частотах выше $\nu = 8$ Hz ЭГД-течение не должно возникать, а при частотах ниже $\nu = 0.125$ Hz структура ЭГД-течения ожидается близкой к структуре при постоянном напряжении.

Как уже отмечалось, инжекция в сильно неоднородном поле происходит только с электрода-иглы. Она задается в виде функциональной зависимости от локальной напряженности электрического поля (10):

$$j(E) = A(E - E_{st})\theta(E - E_{st}). \quad (10)$$

Здесь $A = 1 \cdot 10^9$ (V · m · s)⁻¹, $E_{st} = 5 \cdot 10^6$ V/m — константы, E — модуль напряженности электрического поля, $\theta(E)$ — функция Хевисайда. Как видим, инжекция ионов имеет пороговый характер, линейно зависит от локальной напряженности вблизи поверхности электрода и является симметричной для двух сортов ионов.

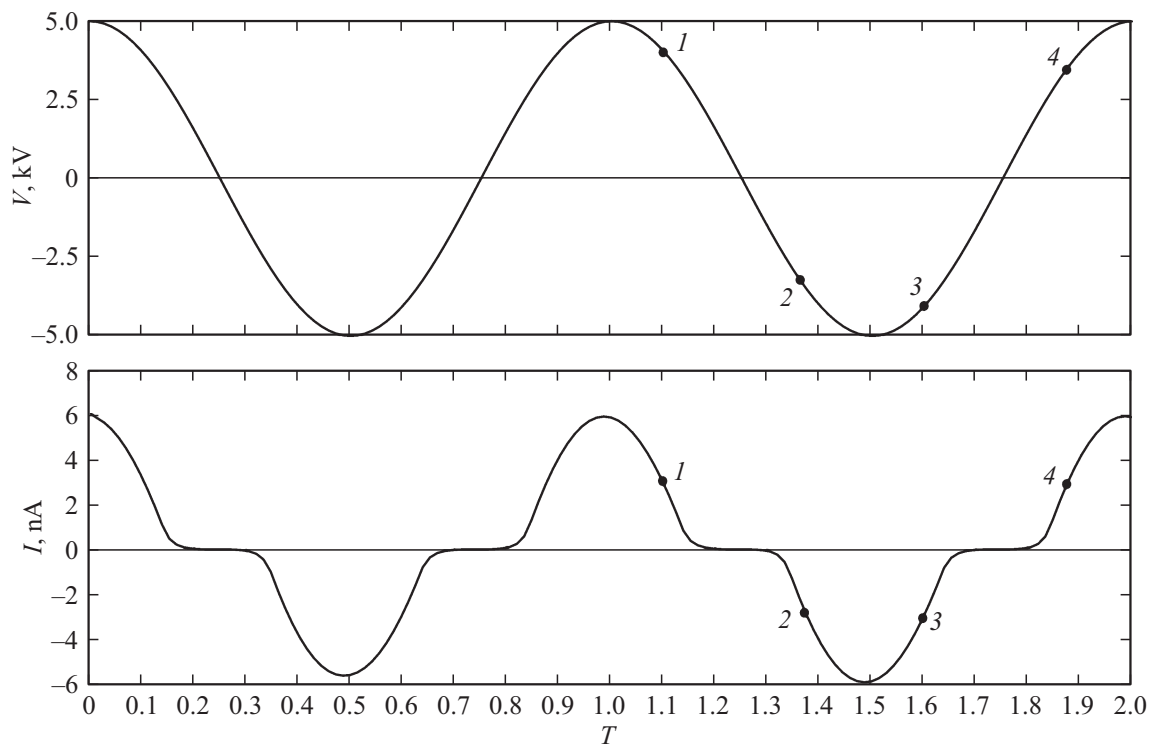


Рис. 2. Осциллограмма напряжения и тока инжекции в зависимости от частей периода. Точками отмечены характерные моменты.

Физические свойства среды соответствуют трансформаторному маслу: механическая плотность $\gamma = 850 \text{ kg/m}^3$, относительная диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 2.2$, динамическая вязкость $\eta = 0.02 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, низковольтная удельная проводимость $\sigma = 1 \cdot 10^{-11} \text{ S/m}$, подвижность ионов $b = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$. Температура жидкости оставалась постоянной $T = 293.15 \text{ K}$.

Анализ результатов моделирования

Перейдем к рассмотрению результатов, полученных при помощи компьютерного моделирования методом конечных элементов в программном комплексе COMSOL Multiphysics, приведенных на рис. 2–6.

Время установления ЭГД-течения при включении постоянного напряжения величиной 5 kV в трансформаторном масле составляет $\tau \approx 0.3 \text{ s}$ [7]. Распределение кулоновской силы в режиме установившегося ЭГД-течения неизменно и определяет типовую зарядовую и скоростную структуры ЭГД-течения: от электрода-иглы к плоскому электроду распространяется тонкая струйка объемного заряда, испытывающая действия кулоновских сил. У острия игольчатого электрода находится короткая зона ускорения, далее следует зона квазиоднородного течения и зона торможения у плоского электрода.

При воздействии переменного напряжения данная картина меняется. В течение первого полупериода картина аналогична течению при включении постоянного напряжения: от игольчатого электрода в незаряженную

жидкость распространяется тонкая струйка инжектированного заряда. Однако после смены полярности напряжения с активного электрода начинает инжектироваться заряд противоположного знака. Направление действия кулоновской силы на этот заряд остается прежним, поэтому от игольчатого электрода к плоскому распространяется струйка основного ЭГД-течения. Однако вместе с тем в дальней части межэлектродного промежутка присутствует область остаточного заряда противоположного знака, не успевшая покинуть межэлектродный промежуток, которая испытывает действие встречной кулоновской силы. Она создает локальное встречное ЭГД-течение. Так как поле имеет резко неоднородный характер, то интенсивность встречного ЭГД-течения значительно ниже основного. Описанная картина существенно зависит от времени и длительности периода питающего напряжения. Рассмотрим картину более подробно.

Вместе с переменным напряжением ток инжекции также обладает периодичностью, однако благодаря пороговому характеру зависимость тока инжекции от времени имеет несколько иной характер. На рис. 2 представлены осциллограммы напряжения и тока инжекции. По ним видно, что ток инжекции не равен нулю в течение четверти периода в положительном и отрицательном полупериоде напряжения. Можно отметить также, что ток инжекции несколько отстает по фазе от питающего напряжения, это отставание не превышает 2.5% от периода.

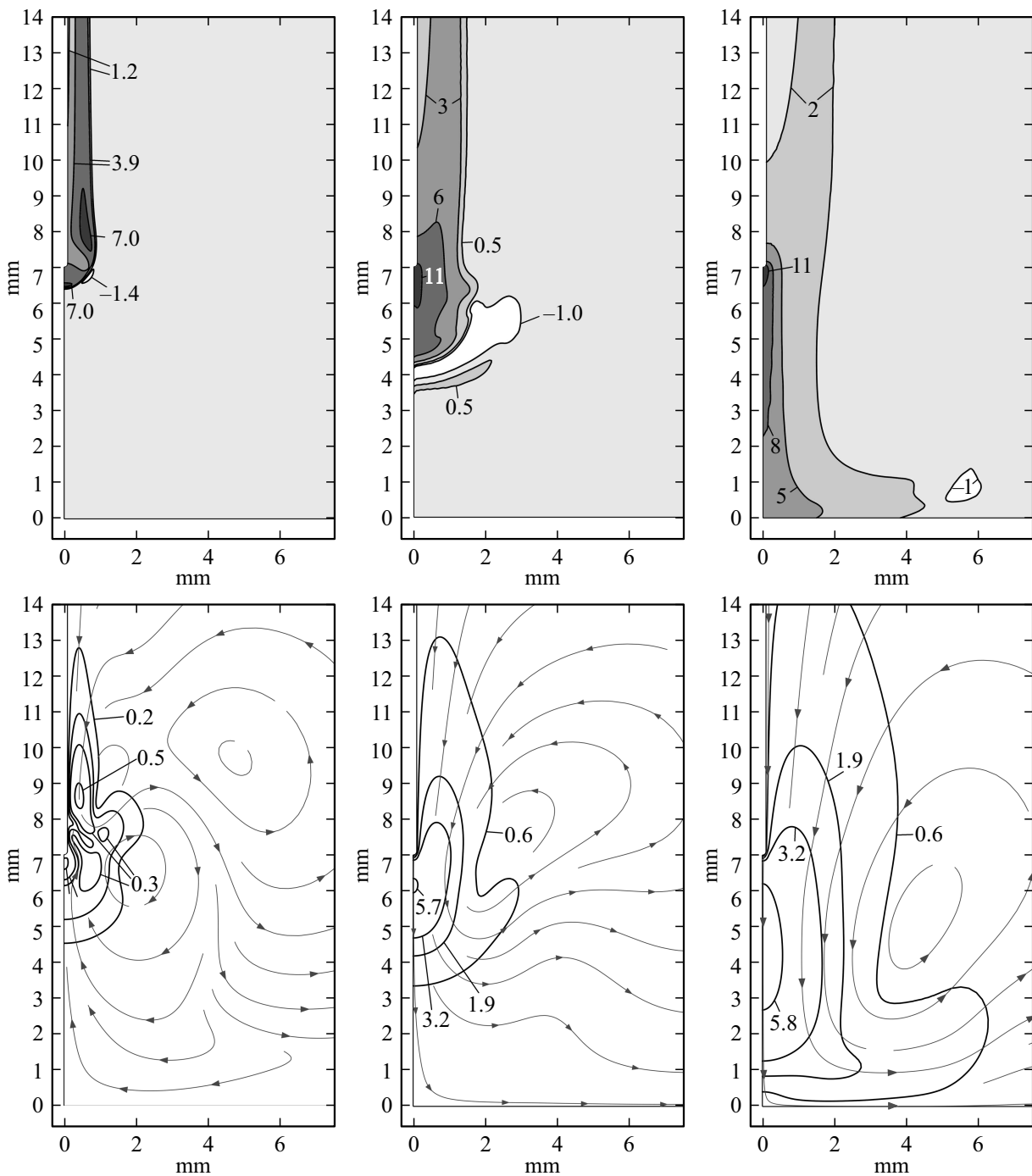


Рис. 3. Распределение зарядовой структуры (вверху) и поля скоростей с линиями тока (внизу) в момент времени 1.17 для частот $\nu = 8, 2, 0.5$ Hz. Единицы измерения объемной плотности заряда [mC/m^3], скорости [cm/s].

Сила Кулона, действующая на основной инжектирующийся заряд, также носит периодический характер. Однако она не меняет направление и всегда действует от игольчатого электрода к плоскому, формируя основное ЭГД-течение. Можно определить характерный диапазон частот переменного напряжения, в котором ЭГД-процессы наиболее интересны. Если полупериод питающего напряжения много больше времени пересечения центральной струей межэлектродного промежутка, то остаточ-

ный заряд выносится к противоэлектроду, и встречное течение практически не возникает. Поэтому структура основного ЭГД-течения должна близко соответствовать структуре течения при постоянном напряжении. Это соответствует значениям безразмерного параметра $R \gg 1$. При $R \ll 1$ заряженная струйка инжектированного с игольчатого электрода заряда не успеет сформироваться и поэтому ЭГД-течения возникать не должны. Структура и интенсивность возникающего ЭГД-течения зависит от

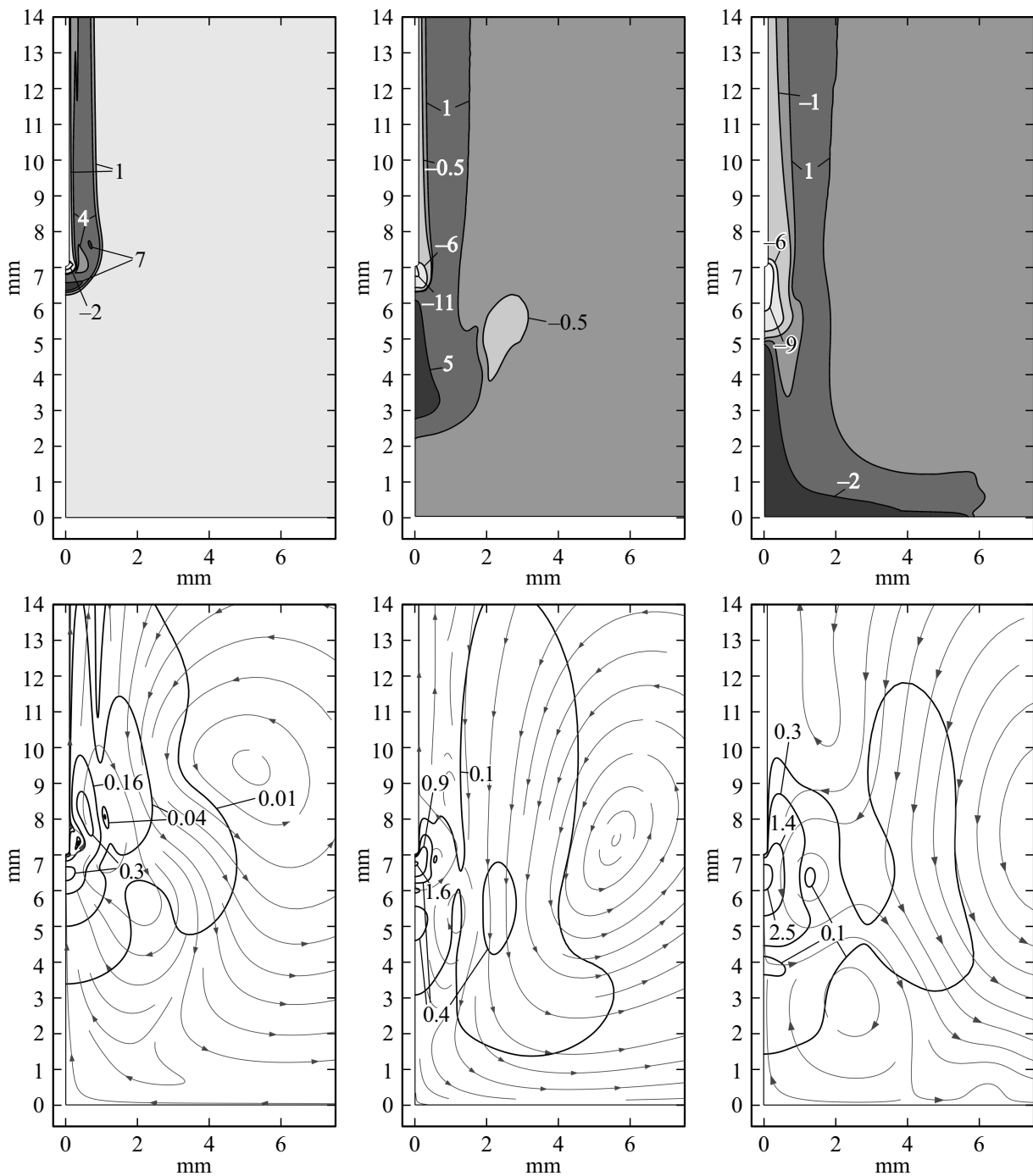


Рис. 4. Распределение зарядовой структуры (вверху) и поля скоростей с линиями тока (внизу) в момент времени $1.35T$ для частот $\nu = 8, 2, 0.5$ Hz. Единицы измерения объемной плотности заряда [mC/m^3], скорости [cm/s].

времени. Для описания характерной текущей структуры необходимо выбрать моменты времени, в которых будет проведен анализ.

Первый полупериод выделяется тем, что инжекция происходит в электронейтральную жидкость. В следующие полупериоды влияние остаточного заряда на структуру ЭГД-течения значительно. Для нахождения закономерностей рассмотрим структуру ЭГД-течения в моменты времени, соответствующие $1.1T, 1.35T, 1.6T,$

$1.85T$ после включения переменного напряжения с частотой $0.5, 2$ и 8 Hz ($R = 3.3, 0.8, 0.2$ соответственно). В указанные моменты времени ток инжекции равен половине от максимального значения, однако в моменты $1.35T$ и $1.85T$ полуволна текущего тока инжекции растет, а в моменты $1.1T$ и $1.6T$ спадает. Отметим также, что частоты 8 и 0.5 Hz отражают два квазикритических случая: на высокой частоте 8 Hz заряженная струйка за полупериод напряжения не успевает сформироваться.

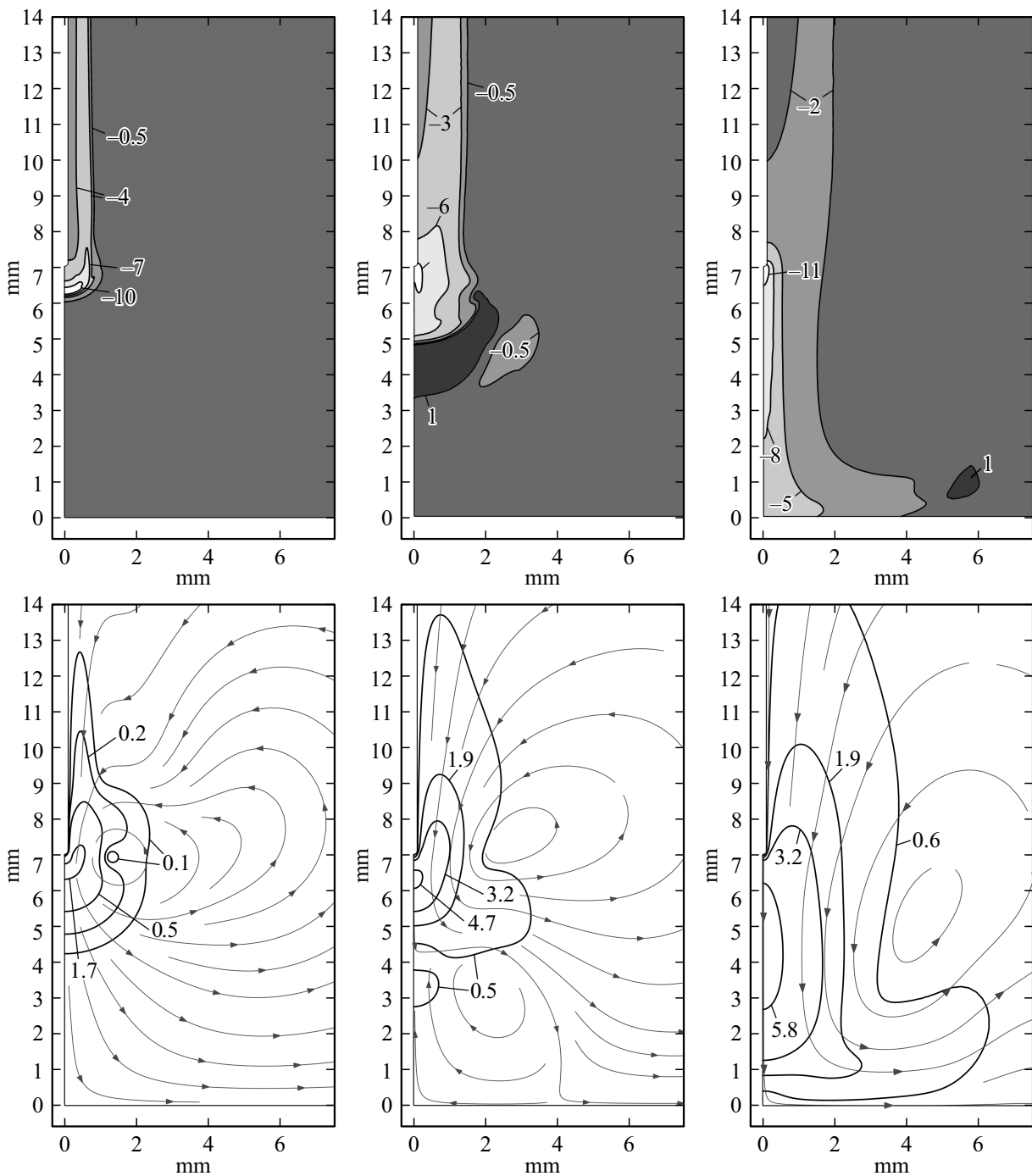


Рис. 5. Распределение зарядовой структуры (вверху) и поля скоростей с линиями тока (внизу) в момент времени $1.6T$ для частот $\nu = 8, 2, 0.5$ Hz. Единицы измерения объемной плотности заряда $[\text{mC}/\text{m}^3]$, скорости $[\text{cm}/\text{s}]$.

роваться, на низкой частоте за полупериод напряжения заряженная струйка успевает пересечь межэлектродный промежуток. На рис. 3–6 приведены результаты моделирования: зарядовые структуры (вверху) и поля скоростей с линиями тока жидкости (внизу) в различные моменты времени.

В момент $1.1T$ происходит инжекция положительного заряда с игольчатого электрода (рис. 3). Чем меньше частота, тем глубже заряженная струйка успевает про-

никнуть в межэлектродный промежуток. Видно, что при частоте 8 Hz заряженная струя не успевает сформироваться, а приэлектродный заряженный слой имеет толщину всего $0.1h$, и слабое ЭГД-течение локализовано в окрестности поверхности иглы и направлено на игольчатый электрод. При частоте 2 Hz длина заряженной струи составляет $0.4h$ и ЭГД-течение направлено от игольчатого электрода и занимает половину МЭП, а при частоте питающего напряжения 0.5 Hz ЭГД-течение направлено

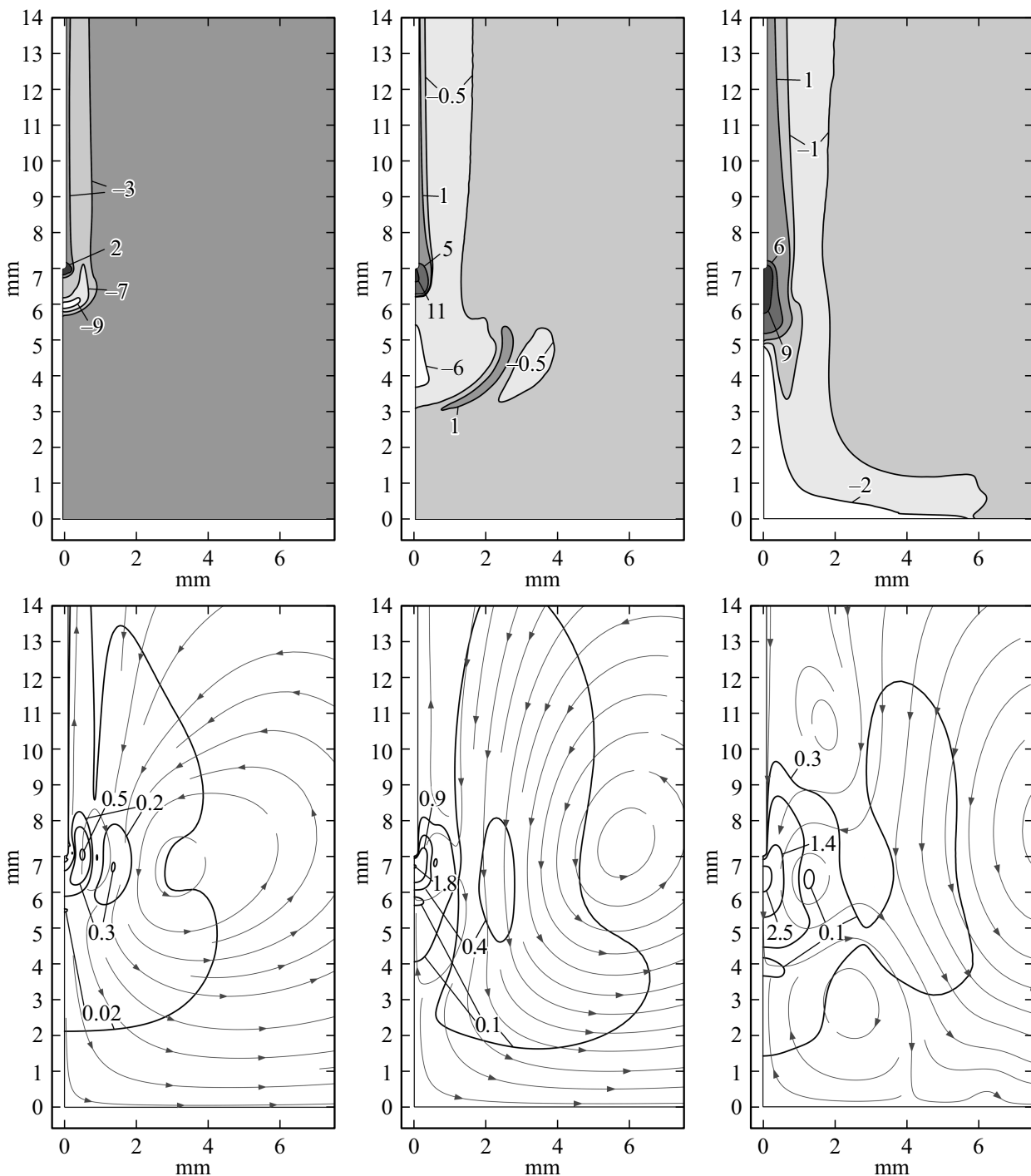


Рис. 6. Распределение зарядовой структуры (вверху) и поля скоростей с линиями тока (внизу) в момент времени $1.85T$ для частот $\nu = 8, 2, 0.5$ Hz. Единицы измерения объемной плотности заряда $[\text{mC}/\text{m}^3]$, скорости $[\text{cm}/\text{s}]$.

от игольчатого электрода к плоскому, заряженная струйка достигает противоположного электрода и растекается по его поверхности. При этом структура ЭГД-течения максимально похожа на случай воздействия постоянного напряжения, т. е. имеется короткая зона ускорения, зона квазиоднородного течения, занимающая большую часть межэлектродного промежутка, и зона торможения у противоэлектрода [7].

В фазе отрицательной полувольты напряжения (рис. 4) с активного электрода начинает инжектироваться отрицательный заряд. Сила Кулона, действующая на поступающий с игольчатого электрода заряд, как и ранее, направлена от игольчатого электрода и формирует основную струйку ЭГД-течения, направленную к плоскому электроду. Однако в середине межэлектродного промежутка присутствует положительный заряд, оставшийся

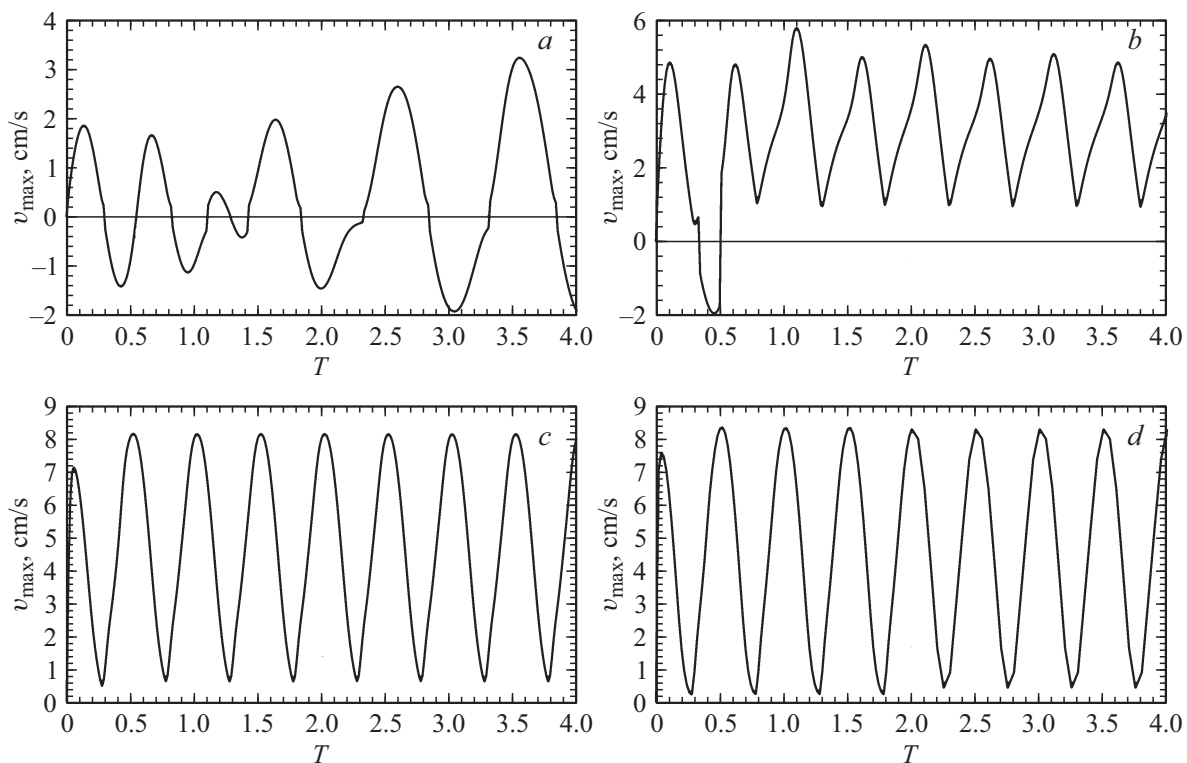


Рис. 7. Зависимость максимальной скорости ЭГД-течения от времени при различных частотах питающего напряжения: *a* — 8, *b* — 2, *c* — 0.5, *d* — 0.25 Hz.

с прошлого полупериода, на который сила Кулона действует в обратном направлении. На рис. 4 приведены распределения зарядовой структуры и поля скоростей в момент времени $1.35T$. К этому моменту струйка отрицательного заряда еще не успела глубоко проникнуть в межэлектродный промежуток, и скоростная структура носит сложный, многоячеистый характер (рис. 4): отрицательно заряженная струйка движется к плоскому электроду, а остаточная положительная область назад к игольчатому электроду. В результате противоположно заряженные части создают два встречных вихря, причем на границах потоков происходит рекомбинация ионов разных знаков.

На рис. 5 представлено распределение объемного заряда и скоростной структуры в момент $1.6T$. При достаточно малых частотах питающего напряжения главная отрицательная струя успевает снести остатки противозаряда к плоскому электроду в область пониженной напряженности поля, где действие встречных сил существенно ослаблено и к моменту $1.6T$ формируется хорошо выраженное основное ЭГД-течение. От длительности полупериода зависит глубина проникновения отрицательной струйки и интенсивность результирующего ЭГД-течения. Наибольшая максимальная скорость наблюдается при частоте 0.5 Hz, эта скорость близка к значению максимальной скорости в аналогичной системе, но с постоянным напряжением. Наименьшая скорость ЭГД-течения наблюдается при частоте 8 Hz,

при этом слабое ЭГД-течение локализовано у острия игольчатого электрода и направлено от игольчатого электрода к плоскому.

В начале следующей полуволны напряжения от игольчатого электрода вновь распространяется струйка положительного заряда, длина которой растет с ростом параметра R . К моменту $1.85T$ инжектирующийся заряд еще не проник в глубину межэлектродного промежутка (рис. 6). Роль остаточного противозаряда в этот момент времени играет отрицательный заряд. Он занимает обширную область и на него действует сила Кулона, направленная на электрод-иглу. Формируется многоячеистая ЭГД-структура, которая похожа на аналогичный случай для отрицательной полуволны питающего напряжения в момент $1.35T$ (ср. рис. 6 и 4).

Далее картина течения повторяется. Таким образом, при инжекции, зависящей от полярности напряжения, текущие структуры ЭГД-течений, возникающих при воздействии положительной и отрицательной полуволны напряжения, идентичны и зависят от безразмерного параметра R . Поэтому изменение модуля максимальной скорости ЭГД-течений в этих условиях происходит с удвоенной частотой. На рис. 7 приведена зависимость максимальной скорости ЭГД-течения от времени при различных частотах питающего напряжения: 0.25, 0.5, 2 и 8 Hz. За положительное направление скорости взято направление в сторону плоского электрода.

Поскольку при высоких частотах питающего напряжения, когда глубина проникновения заряженной струйки значительно меньше длины МЭП, зависимость максимальной скорости от времени носит знакопеременный характер, что связано с биполярной структурой струи. С уменьшением частоты питающего напряжения, а следовательно, с увеличением глубины проникновения заряженной струйки за полупериод напряжения, максимальная скорость течения перестает изменять знак, однако зависимость максимальной скорости течения от времени по-прежнему носит периодический характер, причем частота изменения скорости удвоена по отношению к частоте питающего напряжения (рис. 7). Дальнейшее уменьшение частоты питающего напряжения от 0.5 до 0.25 Hz не вносит существенных изменений в структуру возникающих ЭГД-течений, она остается подобной структуре ЭГД-течения в постоянном поле. Увеличение частоты питающего напряжения выше 8 Hz приводит к полному исчезновению направленных ЭГД-течений, поскольку за полупериод не успевает сформироваться центральная заряженная струйка, а при более высоких частотах и заряженный слой вокруг игольчатого электрода.

Заключение

- Проведено моделирование ЭГД-течений инжекционного типа при воздействии переменного электрического поля в характерном диапазоне частот, определяемом безразмерным параметром R , равным отношению половины периода питающего напряжения к характерному времени ЭГД-течений. Показано, что особенности скоростной структуры ЭГД-течений при воздействии переменным напряжением обусловлены остаточным объемным зарядом.

- В результате анализа временной структуры результатов моделирования установлено, что изменение знака объемного заряда центральной струи ЭГД-течения происходит периодически с периодом, равным полупериоду изменения напряжения.

- При малых значениях $R \ll 1$ заряженная струйка не успевает сформироваться и направленные ЭГД-течения от инжектирующего электрода практически не возникают, при $R \sim 1$ продольная структура центральной струи носит знакопеременный характер, а при значениях $R \gg 1$ наблюдается униполярно заряженная струйка, пересекающая межэлектродный промежуток.

- Выявлен периодический характер изменения скоростной структуры ЭГД-течения с частотой, равной удвоенной частоте питающего напряжения. При $R \sim 1$ в течение первой и третьей четверти периода наблюдается преимущественно униполярная струйка жидкости, а в течение второй и четвертой четверти наблюдаются встречные противоположно заряженные струйки, формирующие четырехячейчатые структуры. При $R \gg 1$ пространственная скоростная структура ЭГД-течений в

переменном поле идентична структуре ЭГД-течений в постоянном поле.

- Показано, что средняя скорость основной струйки ЭГД-течения изменяется пропорционально удвоенной частоте питающего напряжения.

Благодарность

Компьютерное моделирование проведено с использованием вычислительных ресурсов „Вычислительного центра СПбГУ“ (<http://cc.spbu.ru>).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М.: Наука, 1979. 320 с.
- [2] *Стишков Ю.К., Остапенко А.А.* Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. Л.: Изд-во ЛГУ, 1989. 176 с.
- [3] *Castellanos A., Perez A.* Electrohydrodynamic systems. In: Springer Handbook of Experimental Fluid Dynamics / Eds. C. Tropea, A. Yarin, J. Foss. Berlin: Springer-Verlag, 2007. P. 1317–1333.
- [4] *Жакин А.И.Э* // УФН. 2012. Т. 182. № 5. С. 495–520.
- [5] *Стишков Ю.К., Чирков В.А.* // ЖТФ. 2008. Т. 78. Вып. 11. С. 11–16. [*Stichkov Yu.K., Chirkov V.A.* // Tech. Phys. 2008. Vol. 53. N 11. P. 1407–1413.] DOI: 10.1134/S1063784208110030
- [6] *Стишков Ю.К., Чирков В.А.* // ЖТФ. 2012. Т. 82. Вып. 1. С. 3–13.
- [7] *Стишков Ю.К.* Электрофизические процессы в жидкостях при воздействии сильных электрических полей. М.: Юстицинформ, 2019. 262 с.