

13,01

Квантовое трение и трение ван-дер-Ваальса в конфигурациях частица—пластина и пластина—пластина: нелокальные эффекты

© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Нальчик, Россия

E-mail: gv_dedkov@mail.ru; aa_kyasov@mail.ru

Поступила в Редакцию 14 февраля 2020 г.

В окончательной редакции 14 февраля 2020 г.

Принята к печати 30 марта 2020 г.

В нерелятивистском приближении флуктуационной электродинамики, с использованием модели зеркального отражения и нелокальной диэлектрической проницаемости металла, получены простые аналитические выражения для сил трения в системах частица–пластина и пластина–пластина при относительном движении тел с постоянной скоростью. Показано, что при расстояниях около 1–10 nm для наночастицы Au (или золотой пластины), движущейся вблизи другой такой же пластины в состоянии покоя, диссипативные силы на 2–4 порядка выше, чем в случае, когда используется локальная диэлектрическая функция Друде.

Ключевые слова: трение Ван-дер-Ваальса, квантовое трение, силы Казимира–Лифшица, нелокальные эффекты.

DOI: 10.21883/FTT.2020.08.49620.032

1. Введение

Детальное описание сил трения ван-дер-Ваальса (и квантового трения), а также соответствующих диссипативных эффектов в наноструктурах имеет большое фундаментальное и практическое значение в связи с интенсивным развитием микро- и нанотехнологии, поскольку они могут влиять на функционирование микромеханических устройств (МЭМС) [1]. Однако до недавнего времени даже результаты теоретических расчетов этих сил в простейших конфигурациях (частица–пластина, пластина–пластина) были предметом интенсивного обсуждения (см. [2–4] и соответствующие ссылки). Практически отсутствуют и надежные экспериментальные измерения сил данного типа, что резко контрастирует с измерениями статических консервативных сил ван-дер-Ваальса и Казимира–Лифшица [5,6], имеющих одинаковое происхождение. Все вышеупомянутые силы зависят от вида диэлектрических проницаемостей взаимодействующих тел. В случае консервативных сил ван-дер-Ваальса (Казимира–Лифшица), как показано в [6,7], роль пространственной дисперсии (ПД) диэлектрической проницаемости материалов относительно мала, но в случае квантового трения ПД проявляется значительно сильнее [8,9]. Это связано с возможностью генерации электрон-дырочных пар при относительном движении тел (даже с небольшой скоростью).

Целью данной работы является расчет силы трения ван-дер-Ваальса (с линейной зависимостью от скорости при конечной температуре) и квантовой силы трения (с кубической зависимостью от скорости при нулевой температуре) в рамках нерелятивистского приближения флуктуационной электродинамики и модели зеркального

отражения (МЗО) [10,11]. Хорошо известно, что МЗО позволяет описывать многие свойства реальных поверхностей и успешно используется для расчета потерь энергии ускоренных ионов вблизи поверхности твердых тел и динамики движения электронов, захваченных кильватерным потенциалом движущихся ионов в веществе [12].

На основе решения задачи о взаимодействии малой частицы с пластиной рассматривается задача о взаимодействии двух толстых пластин в относительном движении. При этом используется „принцип соответствия“ между конфигурациями частица–пластина и пластина–пластина [13]. В отличие от работ [8,9], в которых рассматривались силы квантового трения между двумя пластинами и при взаимодействии атома с поверхностью, использование реалистичного приближения для нелокальной диэлектрической функции металла позволяет проводить аналитические и численные расчеты этой силы, а также (в общем случае) силы трения ван-дер-Ваальса, более простым образом при произвольных температурах взаимодействующих тел. Проводится детальное численное сравнение нелокальных сил трения с результатами локальной теории при взаимодействии наночастиц золота с поверхностью золота и взаимодействии двух пластин золота. Показано, что учет нелокальности в этих случаях приводит к увеличению сил трения на 2–4 порядка величины.

2. Основные теоретические соотношения

На рис. 1 показана схема МЗО и движения частицы с флуктуационным дипольным моментом $\mathbf{d}(t)$ относитель-

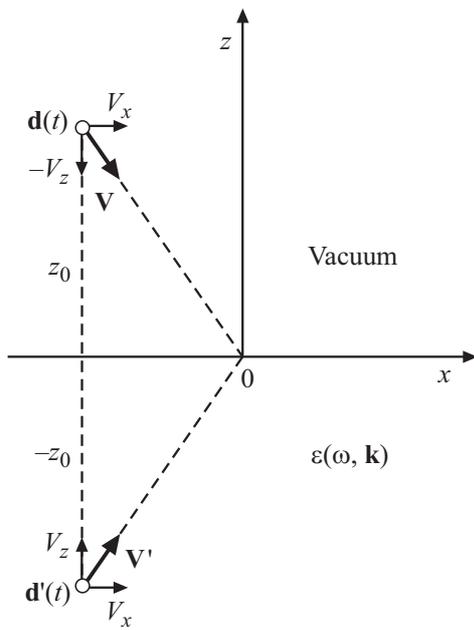


Рис. 1. Схема МЗО и используемая координатная система.

но поверхности поляризуемой пластины. В вакуумной области электрическое поле создается диполем $\mathbf{d}(t)$ с декартовыми компонентами $V_x, 0, -V_z$ вектора скорости \mathbf{V} , идентичным ему диполем с компонентами $(V_x, 0, V_z)$ вектора скорости \mathbf{V}' , зеркально-симметричным относительно плоскости $z = 0$, и фиктивной плотностью заряда $\rho_s(x, y, t)\delta(z)$ на плоскости $z = 0$. Введение фиктивной плотности заряда необходимо для выполнения граничных условий непрерывности электрического потенциала и индукции электрического поля [10,11]. Поле внутри пластины ($z < 0$) также создается плотностью заряда $\rho_s(x, y, t)\delta(z)$.

Задавая векторы поляризации дипольных источников в виде $\mathbf{P} = \mathbf{d}(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)$ и $\mathbf{P}' = \mathbf{d}'(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}'t)$, и разлагая электрический потенциал Φ и соответствующие плотности заряда $-\text{div } \mathbf{P}, -\text{div } \mathbf{P}', \rho_s(x, y, t)\delta(z)$ в интегралы Фурье по частоте ω и трехмерному волновому вектору $\mathbf{k} = (\mathbf{q}, k_z) = (k_x, k_y, k_z)$, решение уравнения Пуассона $\Delta\Phi = -4\pi\rho$ для фурье-компонент потенциала при $z > 0$ и $z < 0$ запишем в виде

$$\Phi(\omega, \mathbf{k}) = -\frac{4\pi}{k^2} [i\mathbf{k}\mathbf{d}(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}) + i\mathbf{k}\mathbf{d}'(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}') + \rho_s(\omega, q)], \quad z > 0 \quad (1)$$

$$\Phi(\omega, \mathbf{k}) = \frac{4\pi\rho_s(\omega, q)}{k^2\varepsilon(\omega, \mathbf{k})}, \quad z < 0 \quad (2)$$

где $\mathbf{d}(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \mathbf{d}'(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}')$ и $\rho_s(\omega, q)$ — фурье-компоненты дипольных моментов и $\rho_s(x, y, t)$.

Условие непрерывности потенциала Φ на границе $z = 0$ определяет величину $\rho_s(\omega, q)$:

$$\begin{aligned} \rho_s(\omega, q) &= -\frac{q}{\pi + qI_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{q^2 + k_z^2} \\ &\times [i\mathbf{k}\mathbf{d}(\omega - q_x V_x + k_z V_z) + i\mathbf{k}\mathbf{d}'(\omega - q_x V_x - k_z V_z)] \\ &= -\frac{q}{\pi + qI_0} [i\mathbf{q}\mathbf{d}(\omega^+ - q_x V_x) + i\mathbf{q}\mathbf{d}'(\omega^- - q_x V_x) \\ &+ qd_z(\omega^+ - q_x V_x) + qd_z(\omega^- - q_x V_x)], \end{aligned} \quad (3)$$

$$I_0 = \int_0^{\infty} \frac{dk_z}{k^2\varepsilon(\omega, \mathbf{k})}, \quad (4)$$

где $\omega^{\pm} = \omega \pm iqV_z$.

При вычислении интеграла (3) он рассматривается как предел при $z \rightarrow 0$ от такого же выражения с дополнительным множителем $\exp(ik_z z)$ в подынтегральном выражении, а интегрирование по k_z выполняется вдоль контура, включающего вещественную ось и верхнюю полуокружность комплексной плоскости. Кроме того, используется модификация $\mathbf{k}\mathbf{d} = \mathbf{q}\mathbf{d} - k_z d_z$ скалярного произведения [14], необходимая для согласования результатов с точным решением для потенциала, полученного при использовании локальной диэлектрической проницаемости. Без этой модификации вклад флуктуационного дипольного момента с компонентой d_z зануляется. Граничное условие непрерывности индукции на границе $z = 0$ выполняется автоматически, поскольку составляющая потенциала (1) с фурье-компонентой, обусловленной вкладом диполей, симметрична относительно границы $z = 0$ и имеет нулевую производную по координате z , а вклады в индукцию от фиктивной плотности заряда при $z \rightarrow \pm 0$ взаимно сокращаются. В рамках МЗО любое распределение заряда, связанное с движущейся частицей, обладает такими же свойствами. Фурье-компонента $\Phi^{ind}(\omega, \mathbf{k})$ потенциала, индуцированного в вакуумной области, определяется путем вычитания из $\Phi(\omega, \mathbf{k})$ фурье-компоненты $\Phi^{vac}(\omega, \mathbf{k})$ потенциала для частицы, движущейся в вакууме. Для этого нужно сделать замену $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) \rightarrow 1$ в (1)–(4).

В результате получаем

$$\begin{aligned} \Phi^{ind}(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{2\pi}{k^2} \Delta(\omega, q) \cdot [i\mathbf{q}\mathbf{d}(\omega^+ - q_x V_x) + i\mathbf{q}\mathbf{d}'(\omega^- - q_x V_x) \\ &+ qd_z(\omega^+ - q_x V_x) + qd_z(\omega^- - q_x V_x)], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta(\omega, q) = \frac{\pi - qI_0}{\pi + qI_0}. \quad (6)$$

Принимая во внимание (5), выражение для индуцированного потенциала в точке $(\mathbf{r}, t) = (\mathbf{R}, z, t) = (x, y, z, t)$ вакуумной области принимает вид

$$\begin{aligned} \Phi^{ind}(\mathbf{R}, z, t) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\omega d^2q dk_z \\ &\times \Phi^{ind}(\omega, \mathbf{k}) \exp(i(\mathbf{q}\mathbf{R} + k_z z - \omega t)). \end{aligned} \quad (7)$$

Если частица движется параллельно поверхности, то, подставляя (5) в (7), необходимо перейти к пределу $V_z \rightarrow 0$, $V_x \rightarrow V$ при условии $V_z t \rightarrow \pm z_0$, где z_0 — расстояние частицы от поверхности. После этого, интегрируя (7) по k_z так же, как и в (3), получаем фурье-компоненту потенциала с разложением по частоте и двумерному волновому вектору:

$$\Phi^{ind}(\omega, q, z) = \frac{2\pi}{q} \Delta(\omega, q) e^{-q(z+z_0)} [iq_x d_x(\omega - q_x V) + iq_y d_y(\omega - q_x V) + qd_z(\omega - q_x V)]. \quad (8)$$

Формула (8) совпадает с точным решением электродинамической задачи в случае параллельного движения, когда используется локальная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega)$ [14]. Используя (8), дальнейший расчет диссипативной силы ван-дер-Ваальса, действующей на частицу, полностью повторяет расчет с локальной функцией $\varepsilon(\omega)$ [3]. Выражая диэлектрический отклик частицы через частотно-зависящую поляризуемость $\alpha(\omega)$, получаем следующий результат для силы F_x (T_1 и T_2 — температуры частицы и пластины в энергетических единицах, $\omega_+ = \omega + q_x V$)

$$F_x = -\frac{\hbar}{\pi^2} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dq_x q_x \int_{-\infty}^{+\infty} dq_y q_y e^{-2qz_0} \text{Im} \Delta(\omega, q) \text{Im} \alpha(\omega_+) \times [\coth(\hbar\omega/2T_2) - \coth(\hbar\omega_+/2T_1)]. \quad (9)$$

В линейном приближении по скорости (при $T_1 = T_2 = T$) из (9) следует

$$F_x = -\frac{1}{2\pi} \left(\frac{\hbar^2 V}{T} \right) \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} dq q^4 e^{-2qz_0} \times \text{Im} \Delta(\omega, q) \text{Im} \alpha(\omega) \sinh^{-2}(\hbar\omega/2T), \quad (10)$$

а в пределе квантового трения ($T = 0$), соответственно,

$$F_x = \frac{4\hbar}{\pi^2} \int_0^{\infty} dq_x q_x \int_0^{\infty} dq_y q_y e^{-2qz_0} \times \int_0^{q_x V} d\omega \text{Im} \alpha(\omega - q_x V) \text{Im} \Delta(\omega, q). \quad (11)$$

Формулы (9)–(11), естественно, полностью совпадают с результатами других авторов, полученными для локальной диэлектрической проницаемости материала пластины (см. [2–4] и ссылки), когда $\Delta(\omega, q) \rightarrow (\varepsilon(\omega) - 1)/(\varepsilon(\omega) + 1)$.

3. Сферическая частица над металлической поверхностью

Для практического расчета силы F_x по формулам (10), (11) используем выражение для поляризуе-

мости $\alpha(\omega) = R^3(\varepsilon(\omega) - 1)/(\varepsilon(\omega) + 2)$ сферической частицы с радиусом R и диэлектрической проницаемостью Друде $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega(\omega + i\gamma)$, где ω_p и γ — частота плазмы и коэффициент затухания ($\omega_p = 9 \text{ eV}$ и $\gamma = 30 \text{ meV}$ для золота). Для функции $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ металлической пластины используем известное приближение [15], учитывающее низкочастотную асимптотику диэлектрической проницаемости Линдхарда, генерацию электрон-дырочных пар и плазмонов

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\{s^2 k^2 [1 - i\pi\omega\theta(2k_F - k)/2kV_F] - \omega(\omega + i\gamma)\}}, \quad (12)$$

где k_F — волновой вектор Ферми, $s = V_F/3$, V_F — скорость Ферми, $\theta(x)$ — единичная функция Хевисайда. Формула (12) отличается от известного гидродинамического приближения для диэлектрической функции наличием в знаменателе члена с тэта-функцией. Она хорошо зарекомендовала себя в расчетах тормозной способности ионов низких энергий при скользящем движении вблизи поверхности [11].

Низкочастотное разложение интеграла (4) приводит к выражению $I_0 = A + B + C$, в котором

$$A = \pi k_{TF}^{-1} (1 + x^2)^{-3/2}, \quad (13)$$

$$B = -i \left(\frac{\pi}{k_{TF}} \right) \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right) \times \left[\frac{(2 + x^2)}{2(1 + x^2)^{3/2}} \ln \left(\frac{p\sqrt{1 + x^2} + \sqrt{p^2 - x^2}}{p\sqrt{1 + x^2} - \sqrt{p^2 - x^2}} \right) - \frac{p\sqrt{p^2 - x^2}}{(1 + p^2)\sqrt{1 + x^2}} \right] \theta(p - x) \quad (14)$$

$$C = -i \left(\frac{\pi}{k_{TF}} \right) \left(\frac{\gamma\omega}{\omega_p^2} \right) \left[\frac{\sqrt{1 + x^2} - x}{x\sqrt{1 + x^2} + x} - \frac{1}{2(1 + x^2)^{3/2}} \right]. \quad (15)$$

Здесь $x = q/k_{TF}$, $k_{TF} = \sqrt{3}\omega_p/V_F$ — обратная длина экранирования Томаса–Ферми, $p = 2k_F/k_{TF} = \sqrt[3]{3\pi^2/2\sqrt{a_B/r_s}}$, a_B и r_s — боровский радиус и параметр модели „желе“ ($r_s/a_B = 3.01$ и $p = 1.415$ для золота). Мы также используем одинаковое значение фактора затухания γ в выражении для $\varepsilon(\omega)$ и в (12). Следует отметить, что в формуле (14) выражение в квадратных скобках несколько отличается от аналогичного, приведенного в работе [11]. Кроме того, в [11] отсутствует фактор $\theta(p - x)$. Учитывая (6), (13)–(15), получим следующее выражение для функции диэлектрического отклика поверхности, $\Delta(\omega, q)$:

$$\Delta(\omega, q) = \frac{1 - (\omega/\omega_p)^2 S^2(x) + 2i(\omega/\omega_p)S(x)\sqrt{1 + x^2}}{(\sqrt{1 + x^2} + x)^2 + (\omega/\omega_p)^2 S^2(x)} \quad (16)$$

$$S(x) = \left[\frac{x(2+x^2)}{2(1+x^2)} \ln \left(\frac{p\sqrt{1+x^2} + \sqrt{p^2-x^2}}{p\sqrt{1+x^2} - \sqrt{p^2-x^2}} \right) - \frac{xp\sqrt{p^2-x^2}}{(1+p^2)\sqrt{1+x^2}} \right] \theta(p-x) + \beta \left[\sqrt{1+x^2} - x - \frac{2}{2(1+x^2)} \right]. \quad (17)$$

При записи $S(x)$ в (17) и далее, для простоты, не указывается аргумент $\beta = \gamma/\omega_p$. В случае малых скоростей частиц $V \ll V_F$ и $S(x) \sim 1$ (V_F — скорость Ферми), члены, пропорциональные ω^2 в (14), можно не учитывать, поскольку в интегралы (10), (11) дают вклад только низкие частоты $\omega \ll \omega_p$. Аналогично, для $\text{Im } \alpha$ можно использовать более простое выражение $\text{Im } \alpha \approx 3i\gamma\omega/\omega_p^2$. Тогда, в результате интегрирования по частоте ω , формулы (10), (11) принимают вид

$$F_x^{(nl)} = -\frac{\pi}{8} \left(\frac{R}{z_0} \right)^3 \frac{\hbar\gamma}{z_0^2} \left(\frac{T}{\hbar\omega_p} \right)^2 \frac{V}{\omega_p} f_1(2k_{TF}z_0), \quad (18)$$

$$F_x^{(l)} = -\frac{1}{256\pi} \left(\frac{R}{z_0} \right)^3 \frac{\hbar\gamma}{z_0} \left(\frac{V}{\omega_p z_0} \right)^3 f_2(2k_{TF}z_0), \quad (19)$$

где функции $f_i(x)$, $i = 1, 2$ определены выражениями

$$f_1(x) = \int_0^\infty dz z^4 e^{-z} S_1(z/x), \quad (20)$$

$$f_2(x) = \int_0^\infty dz z^6 e^{-z} S_1(z/x), \quad (21)$$

$$S_1(x) = S(x) \frac{\sqrt{1+x^2}}{(\sqrt{1+x^2}+x)^2}. \quad (22)$$

Если при вычислении F_x используется локальная функция Друде, то $\Delta(\omega, q) \rightarrow (\varepsilon(\omega) - 1)/(\varepsilon(\omega) + 1)$ и после интегрирования в (10), (11) получим

$$F_x^{(l)} = -3\pi \left(\frac{R}{z_0} \right)^3 \frac{\hbar\gamma}{z_0^2} \left(\frac{T}{\hbar\omega_p} \right)^2 \frac{V}{\omega_p} \frac{\gamma}{\omega_p}, \quad (23)$$

$$F_x^{(nl)} = -\frac{45}{16\pi} \left(\frac{R}{z_0} \right)^3 \left(\frac{V}{\omega_p z_0} \right)^3 \frac{\hbar\gamma}{z_0} \frac{\gamma}{\omega_p}. \quad (24)$$

На рис. 2 показаны зависимости $F_x^{(nl)}/F_x^{(l)}$, вычисленные в нелокальном и локальном приближении, от параметра $2k_{TF}z_0$. Сплошная и штриховая кривые соответствуют случаю конечной температуры и $T = 0$. Заметим, что для золота $2k_{TF}z_0 = 34$ при $z_0 = 1$ nm. Как следует из рис. 2, эффект ПД приводит к возрастанию сил трения более чем на два порядка величины при $z_0 = 1 \div 10$ nm. При сравнении отношений сил $F_x^{(nl)}/F_x^{(l)}$, соответствующих нелокальному и локальному приближениям, вычисленных по формулам (18), (23) и (19), (24), можно видеть, что возрастание силы трения вследствие ПД связано с большой величиной параметра $1/\beta = \omega_p/\gamma \gg 1$. Это согласуется с результатами [9].

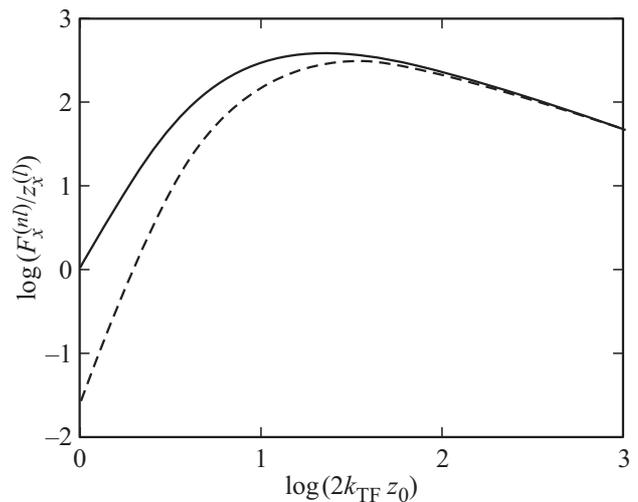


Рис. 2. Зависимость $F_x^{(nl)}/F_x^{(l)}$ от приведенного расстояния $2k_{TF}z_0$ для наночастицы Au вблизи поверхности золота. Штриховая линия: сила квантового трения; сплошная линия: сила трения при конечной температуре; (nl) — нелокальное приближение (18), (19); (l) — локальное приближение (23), (24). Логарифмические функции здесь и далее берутся с основанием 10. Для золота, $2k_{TF}z_0 = 34$ при $z_0 = 1$ nm.

4. Две пластины в относительном движении

Как впервые показал Лифшиц [16], в статическом случае между конфигурациями „пластина–пластина“ (1) и „частица–пластина“ (2) имеется правило соответствия. Оно позволяет получить выражение для силы Казимира–Полдера в конфигурации 2, исходя из соответствующего выражения для силы взаимодействия пластин (полупространств) в конфигурации 1. В соответствии с этим правилом,

$$\Delta(\omega) \rightarrow 2\pi n\alpha(\omega), \quad (25)$$

$$F^{(2)}(z) = -\frac{1}{nS} \frac{d}{dl} F^{(1)}(l)_{l=z}, \quad (26)$$

где $\alpha(\omega)$ поляризуемость частицы вещества разреженной среды с плотностью числа частиц n , моделирующей материал одной из пластин, а S — площадь поверхности пластин в области вакуумного контакта.

В неравновесных системах, не находящихся в тепловом и (или) динамическом равновесии, соответствующее правило соответствия было обосновано в незапамятном пределе [3,13]. Было показано, что соотношения (25), (26) выполняются и для других величин, описывающих флуктуационно-электромагнитное взаимодействие, таких как скорость радиационного теплообмена и сила трения. Такое же правило соответствия, очевидно, должно выполняться и в нелокальном случае для существования предельного перехода от нелокального к локальному случаю. Кроме того, соотношения (25), (26)

могут применяться „в обе стороны“: от конфигурации 1 к конфигурации 2 и наоборот.

Имея это в виду, для учета ПД в конфигурации 1 следует сделать замену $\Delta(\omega) \rightarrow \Delta(\omega, q)$ в формуле (9). Следует отметить, что данный подход принципиально отличается от подхода авторов [4,6] при вычислении сил Казимира–Лифшица (сил притяжения и трения пластин) с учетом ПД, когда нелокальная диэлектрическая функция $\epsilon(\omega, \mathbf{k})$ (в форме Линдхарда–Мермина [17]) подставлялась непосредственно в выражения для френелевских амплитуд отражения электромагнитных волн в формулах для соответствующих сил, содержащих диэлектрическую функцию.

В нашем случае сила трения, действующая на движущуюся пластину (величины, относящиеся к ней, отмечаются индексом „1“), отнесенная к единице площади контакта, будет совпадать с аналогичным выражением в [3] при условии $\Delta_1(\omega_+) \rightarrow \Delta_1(\omega_+, q)$ и $\omega_+ = \omega + q_x V$:

$$F_x(l) = -\frac{\hbar}{4\pi^3} \int_0^\infty d\omega \int d^2 q q_x e^{-2ql} \text{Im} \Delta_1(\omega_+, q) \times \text{Im} \Delta_2(\omega, q) |D|^{-2} [\coth(\hbar\omega/2T_2) - \coth(\hbar\omega_+/2T_1)], \quad (27)$$

где $D = 1 - \Delta_1(\omega_+, q)\Delta_2(\omega, q) \exp(-2ql)$, а l — расстояние между пластинами. Используя (27), выражения для силы трения в линейном приближении по скорости (при $T_1 = T_2 = T$) и в случае квантового трения ($T = 0$) запишем в виде $n(\omega) = 1/(\exp(\hbar\omega/T) - 1)$ — планковский фактор)

$$F_x = \frac{\hbar V}{2\pi^3} \int_0^\infty d\omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \int_0^\infty d^2 q q_x e^{-2ql} \times \text{Im} \Delta_1(\omega, q) \text{Im} \Delta_2(\omega, q) |D|^{-2}, \quad (28)$$

$$F_x = \frac{\hbar}{\pi^3} \int_0^{+\infty} dq_y \int_0^\infty dq_x q_x e^{-2ql} \times \int_0^{q_x V} d\omega \text{Im} \Delta_1(\omega - q_x V, q) \text{Im} \Delta_2(\omega, q) |D|^{-2}. \quad (29)$$

Следует отметить, что, в отличие от (27) и (29), D -фактор в (28) имеет вид $D = 1 - \Delta_1(\omega, q)\Delta_2(\omega, q) \times \exp(-2ql)$. Формулы (28), (29) согласуются с результатами, полученными другими авторами [2–4,14,18] при использовании локальной диэлектрической проницаемости $\epsilon(\omega)$, а (29) совпадает с формулой (24) в [8], полученной в рамках нелокальной квантово-полевой теории.

Как и в разделе 2, в случае малых скоростей ($V \ll V_F$) можно опустить члены, пропорциональные ω^2 в (16). Тогда $\Delta_{1,2}(\omega, q) \cong 1$, $\text{Im} \Delta_{1,2}(\omega, q) \cong 2(\omega/\omega_g)S_1(x)$, и при подстановке этих выражений в (28), (29) получим

(считая, что обе пластины изготовлены из одинакового материала)

1) $T_1 = T_2 = T$

$$F_x^{(nl)} = -\frac{1}{24} \left(\frac{T}{\hbar\omega_p}\right)^2 \left(\frac{\hbar V}{l^4}\right) f_3(2k_{TF}l). \quad (30)$$

2) $T_1 = T_2 = 0$

$$F_x^{(nl)} = -\frac{1}{2^{11} \cdot 3} \left(\frac{V}{\omega_p l}\right)^3 \left(\frac{\hbar\omega_p}{l^3}\right) f_4(2k_{TF}l). \quad (31)$$

$$f_3(x) = \int_0^\infty dy y^3 e^{-y} \frac{S_1^2(y/x) \left(\sqrt{1+(y/x)^2} + (y/x)\right)^4}{\left[\left(\sqrt{1+(y/x)^2} + (y/x)\right)^4 - e^{-y}\right]^2}. \quad (32)$$

$$f_4(x) = \int_0^\infty dy y^5 e^{-y} \frac{S_1^2(y/x) \left(\sqrt{1+(y/x)^2} + (y/x)\right)^4}{\left[\left(\sqrt{1+(y/x)^2} + (y/x)\right)^4 - e^{-y}\right]^2}. \quad (33)$$

В то же время, используя диэлектрическую проницаемость Друде $\epsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega(\omega + i\gamma)$, будем иметь $\Delta_{1,2}(\omega) \cong 1$, $\text{Im} \Delta_{1,2}(\omega) \cong 2(\omega\gamma/\omega_p^2)$ и тогда из (28), (29) следует

$$F_x^{(l)} = -\frac{\xi(3)}{4} \left(\frac{T}{\hbar\omega_p}\right)^2 \left(\frac{\hbar V}{l^4}\right) \left(\frac{\gamma}{\omega_p}\right)^2, \quad (34)$$

$$F_x^{(l)} = -\frac{5\xi(5)}{2^8} \left(\frac{V}{\omega_p l}\right)^3 \left(\frac{\hbar\omega_p}{l^3}\right) \left(\frac{\gamma}{\omega_p}\right)^2. \quad (35)$$

где $\xi(3) = 1.202$ и $\xi(5) = 1.037$ — дзета-функции Римана.

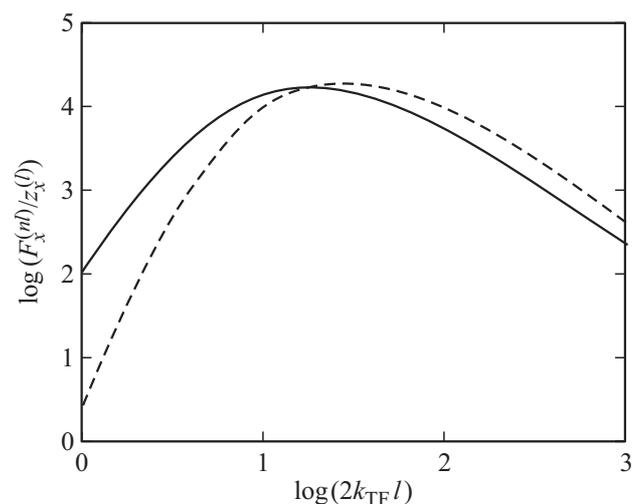


Рис. 3. Зависимость $F_x^{(nl)}/F_x^{(l)}$ как функция приведенного расстояния $2k_{TF}l$ для двух пластин золота при их относительном движении. Штриховая линия: сила квантового трения; сплошная линия: сила трения при конечной температуре. (nl) — нелокальное приближение (30), (31), (l) — локальное приближение (34), (35).

На рис. 3 показаны результаты расчета отношения $F_x^{(nl)}/F_x^{(l)}$ в зависимости от $2k_{TF}l$ для двух пластин золота при относительном движении с постоянной скоростью. Видно, что в диапазоне $l = 1-10$ nm силы трения увеличиваются на четыре порядка, если учитывать ПД. Эффект обусловлен большой величиной фактора ω_p^2/γ^2 .

5. Обсуждение результатов

Целесообразно выполнить более детальное сравнение численных значений сил F_x , найденных с использованием разных подходов. На рис. 4 показана линейная по скорости сила трения между двумя пластинами золота как функция расстояния l при $T_1 = T_2 = 300$ K, $V = 1$ m/s. Сплошная толстая кривая показывает нелокальное приближение (формула (30)). Пунктирная толстая кривая и кривая, показанная точками (*S*-local Drude и *P*-local Drude), показывают результаты расчета с локальной диэлектрической проницаемостью Друде. При этом использовалась модификация общей формулы для силы трения теории Рытова–Левина–Полевого [19] (формула (A2) приложения, подробнее см. в [20]). Указанные кривые соответствуют вкладам второго и первого членов в квадратных скобках (A2) для электромагнитных мод с *S*-поляризацией и *P*-поляризацией. Следует отметить, что в (A2) учитываются как ближние (неоднородные), так и распространяющиеся (однородные) моды, хотя при малых значениях ширины щели l однородные моды вносят малый вклад в общий результат. Кривая, показанная длинными штрихами на

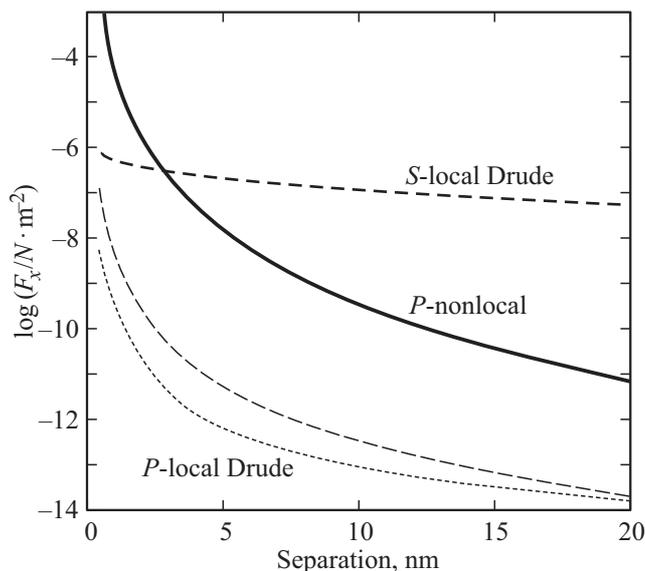


Рис. 4. Сила трения между двумя пластинами золота как функция расстояния l при $T_1 = T_2 = 300$ K, $V = 1$ m/s. Кривая *P*-nonlocal: формула (30); кривая *S*-local Drude: второе слагаемое (A2), определяющее вклад *S*-мод; кривая *P*-local Drude: первое слагаемое (A2), определяющее вклад *P*-мод; тонкая штриховая кривая: формула (35). Вклад *s*-поляризации в нашей нерелятивистской нелокальной теории ($c \rightarrow \infty$) отсутствует.

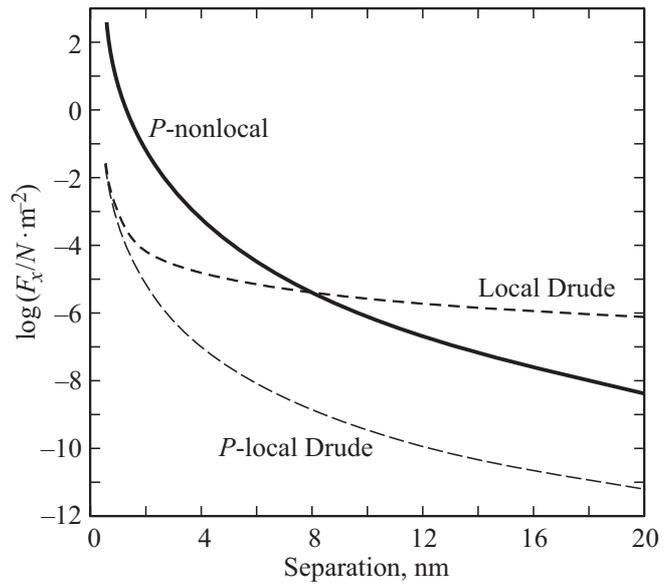


Рис. 5. Сила квантового трения двух пластин золота как функция расстояния l при $V = 0.1V_F$ ($V_F = 1.4 \cdot 10^6$ m/s. Толстая сплошная кривая (*P*-nonlocal): формула (31); кривая local Drude: формула (A3) (суммарный вклад *S*-мод и *P*-мод); тонкая штриховая линия (*P*-local Drude) соответствует вкладу *P*-мод в (A3). Зависимость, соответствующая (35) (незапаздывающее приближение Друде для *P*-мод), близка к зависимости *P*-local Drude и поэтому не показана.

рис. 4, была рассчитана по формуле (34) и соответствует незапаздывающему локальному приближению Друде. Мы видим, что эффект ПД велик только при $l < 2$ nm, тогда как при больших значениях l доминирует вклад *S*-мод, рассчитанный в рамках локальной теории. Все кривые на рис. 4 удовлетворяют закону $F_x \sim V$, но зависимость от l у них разная: $F_x \sim l^{-5}$ для *P*-nonlocal Drude, $F_x \sim l^{-0.9}$ для *S*-local Drude, и $F_x \sim l^{-4}$ для двух других кривых.

На рис. 5 проводится сравнение сил квантового трения при $T = 0$ и $V = 0.1V_F$. Сплошная толстая кривая рассчитана по формуле (31). Штриховая толстая кривая рассчитана по формуле (A3) с учетом *P*-мод и *S*-мод. Кривая *P*-local Drude показывает вклад *P*-мод в (A3) (первое слагаемое в квадратных скобках). Значения сил, вычисленных по формуле (35) (т.е. вклад *P*-мод без запаздывания), очень близки к значениям сил на кривой *P*-local Drude (вклад *P*-мод с учетом запаздывания), поэтому на рисунке не показаны. Из рис. 5 следует, что диапазон расстояний l , при которых влияние ПД велико ($l < 8$ nm) в этом случае шире, чем для сил трения при конечной температуре (рис. 4). Сплошная толстая кривая (*P*-local Drude) соответствует зависимости $F_x \sim V^3/l^{7.2}$ при $1 < l < 2$ nm и $F_x \sim V^3/l^2$ при $2 < l < 20$ nm. Кривая local Drude имеет зависимость $F_x \sim V^3/l^{3.2}$ при $1 < l < 2$ nm и $F_x \sim V^3/l^2$ при $2 < l < 20$ nm.

Мы также сравнили наши результаты с данными численного расчета [8], используя две реперные точки (из рис. 8, a, b [8]), соответствующие скорости $V/V_F = 0.2$ и ширине щели 1.27 nm ($24 a_0$) и 5.3 nm ($100 a_0$). Параметр модели желе ($r_s = 3a_0$) в [8] близок к нашему ($r_s = 3.01a_0$). Согласно данным [8], для указанных расстояний $F_x \approx 9 \text{ N/m}^2$ и $F_x \approx 0.004 \text{ n/m}^2$, тогда как из (31) получаем $F_x = 10.8 \text{ N/m}^2$ и $F_x \approx 0.0055 \text{ N/m}^2$, то есть имеется достаточно хорошее согласие. При этом заметим, что расчет силы F_x в работе [8] является очень трудоемким, поскольку квантовая задача с вычислением волновых функций электронов системы и нахождением функции диэлектрического отклика пластин решается при каждом значении l , т. е. при заданной геометрии. Поэтому в [8] отсутствуют результаты расчета зависимости $F_x(l)$ в широком диапазоне значений l .

Несмотря на „положительное“ влияние ПД при малых расстояниях, приводящее к возрастанию сил трения, их абсолютные значения все же очень малы. Например, в идеальной конфигурации „сфера-плоскость“, используя приближение Дерягина $F_{sp} \approx \pi R a F_x(a, V)$ для взаимодействия сферы с плоскостью, где R и a — радиус сферического тела и его минимальное расстояние от плоскости, из (30) следует $F_{sp} = 3 \cdot 10^{-15} \text{ N}$ при $R = 100 \mu\text{m}$, $V = 300 \text{ m/s}$, $a = 1 \text{ nm}$, $T = 300 \text{ K}$. При этом $F_x = 0.01 \text{ N/m}^2$. В свою очередь, в типичной экспериментальной ситуации, когда можно применить динамический метод АСМ, даже использованное выше достаточно „умеренное“ значение скорости требует большой величины произведения амплитуды колебаний A и частоты f , поскольку $2\pi A f = 300 \text{ m/s}$. Большие значения A , R и малость l затрудняют проведение такого эксперимента даже с имеющейся на сегодняшний день техникой позиционирования. Измерение квантовой силы трения выглядит еще сложнее, так как при $V = 300 \text{ m/s}$ получается гораздо меньшее значение силы трения, $F_x = 6 \cdot 10^{-8} \text{ N/m}^2$, или нужно увеличить скорость до значений порядка 10^5 m/s . В этом случае, возможно, предпочтительнее исследовать скользящее взаимодействие с поверхностью ускоренных кластерных частиц (см. [3]).

Наконец, следует также обсудить роль температуры. В соответствии с (18), (30), нелокальная сила трения пропорциональна квадрату температуры и поэтому уменьшается при понижении температуры. Поскольку основным механизмом диссипации энергии при наличии ПД является возбуждение электрон-дырочных пар, эта зависимость вполне понятна. Что касается сил трения в локальном приближении Друде (с учетом P - и S -мод), то в наших недавних расчетах [20] отмечалось резкое возрастание F_x при $T < 50 \text{ K}$ при учете температурного изменения γ — фактора по закону Блоха–Гюнайтзена, (в выражении для диэлектрической проницаемости). Очевидно, вопрос о низкотемпературном изменении силы трения еще требует дополнительного исследования, поскольку в этом случае роль γ — фактора может играть затухание Ландау, что отмечалось авторами [6].

6. Заключение и выводы

В статье изложен вывод выражений для сил трения ван-дер-Ваальса, действующих на частицу (толстую металлическую пластину), движущуюся с постоянной скоростью параллельно другой толстой металлической пластине (конфигурации 1 и 2). Теория является обобщением модели зеркального отражения и флуктуационно-электромагнитной теории с учетом пространственной дисперсии материала пластины. С использованием аналитического приближения для объемной диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega, \mathbf{k})$ металла получены аналитические выражения для сил трения при конечной температуре T и в случае квантового трения ($T = 0$). При обосновании выражений для сил трения в конфигурации параллельных пластин использован принцип соответствия между конфигурациями 1 и 2. Это обеспечивает однозначный предельный переход между формулами, полученными с локальной и нелокальной формой диэлектрической проницаемости.

Сравнение локального и нелокального приближений показывает, что силы трения ван-дер-Ваальса в рамках нелокальной теории на 2–4 порядка величины выше, чем в рамках локальной теории (как при конечной температуре, так и при $T = 0$). Формально математически это увеличение связано с большой величиной фактора ω_p/γ , что согласуется с результатами [8,9]. Сравнение численных значений силы трения пластин со значениями, полученными в рамках квантово-полевой теории [8] также показывает хорошее согласие.

Основной теоретический результат статьи состоит в том, что развитая теория позволяет проводить расчеты сил трения ван-дер-Ваальса и квантового трения при расстояниях между телами 1–10 nm с учетом пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости материалов.

Приложение А

В [20], преобразуя общее выражение для силы трения, полученное в теории Рытова–Левина–Полевого [19] с локальной формой диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$, мы получили формулу для силы трения двух параллельных толстых пластин при их относительном движении с нерелятивистской скоростью $V/c \ll 1$ (величины, относящиеся к пластинам 1 и 2, снабжены индексами 1, 2)

$$F_x = -\frac{\hbar}{4\pi^3} \int_0^\infty d\omega \int d^2k k_x \left[\text{Im} \left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} \right) \text{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\varepsilon}_2} \right) \frac{|q|^2}{|Q_e|^2} + \text{Im} \left(\frac{q_1}{\mu_1} \right) \text{Im} \left(\frac{\tilde{q}_2}{\tilde{\mu}_2} \right) \frac{|q|^2}{|Q_\mu|^2} \right] \times [\coth(\hbar\omega_-/2T_2) - \coth(\hbar\omega/2T_1)]. \quad (\text{A1})$$

Здесь $q = \sqrt{k^2 - (\omega/c)^2}$, $q_1 = \sqrt{k^2 - \varepsilon_1 \mu_1 (\omega/c)^2}$, $q_2 = \sqrt{k^2 - \varepsilon_2 \mu_2 (\omega/c)^2}$, „тильда“ означает, что аргументы диэлектрической и магнитной проницаемости $\varepsilon_{1,2}$ и $\mu_{1,2}$ берутся при $\omega_- = \omega - k_x V$,

$$Q_e = (q + q_1/\varepsilon_1)(q + \tilde{q}_2/\tilde{\varepsilon}_2) \exp(ql) - (q - q_1/\varepsilon_1)(q - \tilde{q}_2/\tilde{\varepsilon}_2) \exp(-ql),$$

а величина Q_μ определяется таким же выражением с заменой $\varepsilon \rightarrow \mu$. Формула (A1) описывает силу трения, действующую на пластину 1, движущуюся в направлении оси x с постоянной скоростью V . Ее важными особенностями являются отсутствие в явной форме френелевских коэффициентов отражения и отсутствие разделения вкладов однородных и неоднородных мод на оси волновых векторов. Из (A1), в линейном приближении по скорости при $T_1 = T_2 = T$, следует (см. (23) в [20])

$$F_x = \frac{\hbar V}{2\pi^2} \int_0^\infty d\omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \int d^2 k k_x \left[\text{Im} \left(\frac{q_1}{\varepsilon_1} \right) \text{Im} \left(\frac{q_2}{\varepsilon_2} \right) \frac{|q|^2}{|Q_e|^2} + \text{Im} \left(\frac{q_1}{\mu_1} \right) \text{Im} \left(\frac{q_2}{\mu_2} \right) \frac{|q|^2}{|Q_\mu|^2} \right], \quad (A2)$$

а при $T_1 = T_2 = 0$, соответственно, — выражение для квантовой силы трения [18,20]

$$F_x = \frac{\hbar}{4\pi^3} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_y \int_0^\infty dk_x k_x \times \int_0^{k_x V} \exp(-2kl) \text{Im} \Delta_{1\varepsilon} \text{Im} \tilde{\Delta}_{2\varepsilon} |D_\varepsilon|^{-2} + (\varepsilon \rightarrow \mu). \quad (A3)$$

Здесь $\Delta_{i\varepsilon} = (\varepsilon_i q_i - q_i)/(\varepsilon_i q_i + q_i)$, $i = 1, 2$, $D_\varepsilon = 1 - \Delta_{1\varepsilon} \tilde{\Delta}_{2\varepsilon} \exp(-2kl)$, а для соответствующих магнитных вкладов нужно сделать замену $\varepsilon \rightarrow \mu$. Заметим, что в п. 3 рассматривался случай немагнитных материалов, когда $\mu_{1,2} = 1$.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] M. Aspelmeyer, T.J. Kippenberg, M. Marquardt. Rev. Mod. Phys. **86**, 1391 (2014).
 [2] K.A. Milton, J.S. Høye, I. Brevik. Symmetry **8**, 29 (2016).
 [3] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. УФН **187**, 599 (2017).
 [4] A.I. Volokitin, B.N.J. Persson. Electromagnetic fluctuations at the nanoscale. Theory and applications. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2017).
 [5] G.L. Klimchitskaya, V.M. Mostepanenko. Proc. Peter the Great St. Petersburg Polytech. Univ. **1**, 41 (2015); Mod. Phys. Lett. A **34**, 2040007 (2020).

[6] R. Esquivel, V.B. Svetovoy. Phys. Rev. A **69**, 062102 (2004).
 [7] V. Despoja, M. Sunjic, L. Marusic. Phys. Rev. B **75**, 045422 (2007).
 [8] V. Despoja, P.M. Echenique, M. Sunjic. Phys. Rev. B **83**, 205424 (2011).
 [9] D. Reiche, D.A.R. Dalvit, K. Busch, F. Intravaia. Phys. Rev. B **95**, 155448 (2017).
 [10] R.H. Ritchie, A.L. Marusak. Surf. Sci. **4**, 234 (1966).
 [11] R. Nunez, P.M. Echenique, R.H. Ritchie. J. Phys. C **13**, 4229 (1980).
 [12] F.J. Garcia de Abajo, P.M. Echenique. Phys. Rev. B **46**, 2663 (1992).
 [13] G.V. Dedkov, A.A. Kyasov. Surf. Sci. **604**, 562 (2010).
 [14] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. ФТТ, **44**, 1729 (2002).
 [15] T.L. Ferrell, P.M. Echenique, R.H. Ritchie. Solid. State Commun. **32**, 419 (1979).
 [16] E.M. Lifshitz. Sov. Phys. JETP **2**, 73 (1956).
 [17] N.D. Mermin. Phys. Rev. **B1**, 2362 (1970).
 [18] J.B. Pendry. J. Phys. Condens. Matter **9**, 10301 (1997).
 [19] V.G. Polevoy. Sov. Phys. JETP **71**, 1119 (1990).
 [20] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. ФТТ **60**, 2311 (2018).

Редактор Т.Н. Василевская