

11,12

## Проявление фрустраций основного состояния двумерной разбавленной модели Изинга в магнитокалорическом эффекте

© А.В. Шадрин, В.А. Улитко, Ю.Д. Панов

Уральский федеральный университет,  
Екатеринбург, Россия

E-mail: funjygame@rambler.ru

Поступила в Редакцию 26 марта 2020 г.

В окончательной редакции 26 марта 2020 г.

Принята к публикации 2 апреля 2020 г.

Рассмотрен магнитокалорический эффект в двумерной разбавленной модели Изинга при различных соотношениях параметров межузельного отталкивания немагнитных примесей и обменного взаимодействия. Численное моделирование методом классического Монте-Карло на квадратной решетке показывает, что в случае слабого обмена при достаточно больших концентрациях немагнитных примесей происходит разрушение дальнего ферромагнитного упорядочения с образованием изолированных спиновых кластеров в основном состоянии системы. Это приводит к появлению парамагнитного отклика системы при нулевой температуре и отличной от нуля энтропии основного состояния. Обсуждается возможность обнаружения фрустрации основного состояния, используя данные об изменении магнитной энтропии.

**Ключевые слова:** разбавленная модель Изинга, фрустрации, магнитокалорический эффект.

DOI: 10.21883/FTT.2020.09.49785.32H

### 1. Введение

Магнитокалорический эффект (МКЭ) представляет собой выделение или поглощение теплоты в результате изменения внешнего магнитного поля, приложенного к материалу. Сначала этот эффект использовался для достижения температур ниже 1 К, но после открытия материалов, демонстрирующих МКЭ вблизи комнатной температуры, магнитное охлаждение стало очень активной областью исследований. Особый интерес представляет МКЭ во фрустрированных и низкоразмерных системах [1–4]. В двумерных системах типа Изинга были исследованы зависимости МКЭ от параметра магнитоупругого взаимодействия для квадратной решетки [5], от формы и размера геометрически фрустрированных изинговских спиновых кластеров для треугольной решетки [6].

В работе рассматривается двумерная изинговская система с фиксированной концентрацией немагнитных подвижных заряженных примесей. Разбавленная модель Изинга является одной из основных моделей [7,8] в теории магнитных систем с закаленным или отоженным беспорядком, а также в термодинамической теории бинарных сплавов, смесей классических и квантовых жидкостей.

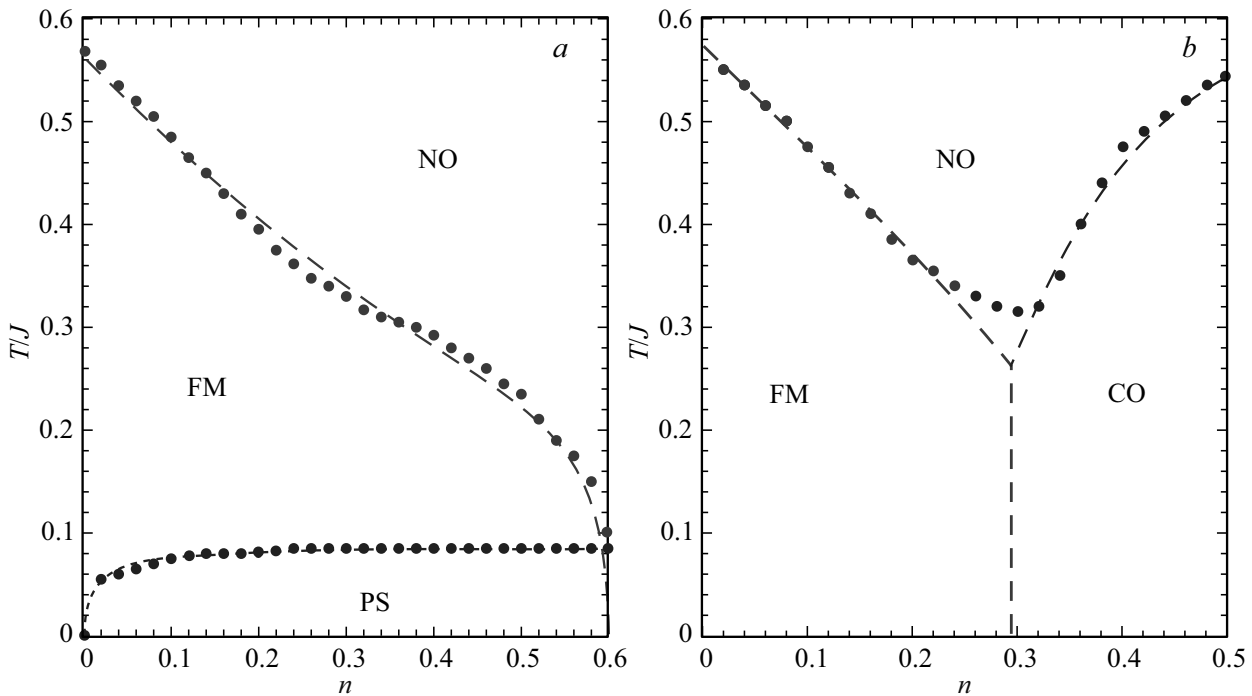
Для описания нашей системы мы используем псевдоспиновый формализм  $S = 1$ , в котором для данного узла решетки состояния с проекциями псевдоспина  $S_z = \pm 1$  соответствуют двум магнитным состояниям с проекциями спина  $s_z = \pm 1/2$ , в то время как состояние с  $S_z = 0$  соответствует заряженной немагнитной примеси.

Запишем гамильтониан следующим образом:

$$H = -\tilde{J} \sum_{\langle ij \rangle} S_{zi} S_{zj} + V \sum_{\langle ij \rangle} P_{0i} P_{0j} - h \sum_i S_{zi}, \quad (1)$$

где  $S_{zi}$  —  $z$ -проекция оператора псевдоспина на узле,  $P_{0i} = 1 - S_{zi}^2$  — оператор проекции на состояние  $S_{zi} = 0$ ,  $\tilde{J} = Js^2$ ,  $J$  — обменный интеграл,  $s = 1/2$ ,  $V$  — межузельное взаимодействие примесей,  $h$  — внешнее магнитное поле,  $\langle ij \rangle$  — ближайшие соседи, а суммирование проводится по всем узлам двумерной квадратной решетки. Концентрация заряженных немагнитных примесей  $n$  фиксирована:  $nN = \sum_i P_{0i} = \text{const}$ , где  $N$  — число узлов решетки.

Система с гамильтонианом (1) демонстрирует два типа фазовых диаграмм, примеры которых показаны на рис. 1. На левой панели (рис. 1, а) представлен случай сильного обмена,  $\tilde{J} > V$ . В диапазоне  $0 < n < 0.6$  в системе с понижением температуры наблюдается два последовательных фазовых перехода. Первым из них является переход из высокотемпературного неупорядоченного состояния в упорядоченное ферромагнитное (FM) состояние, разбавленное случайно распределенными заряженными примесями. При низких температурах происходит „конденсация“ подвижных заряженных примесей в „капли“. Это означает, что разбавленная FM-фаза в случае сильного обмена является нестабильной по отношению к фазовому расслоению (PS), когда FM-матрица выталкивает примеси, чтобы минимизировать связанную с ними поверхностную энергию. На правой панели (рис. 1, б) представлен случай слабого обмена,  $\tilde{J} < V$ .



**Рис. 1.** Фазовые диаграммы системы с гамильтонианом (1). (a) —  $V/\tilde{J} = 0.4$  (случай сильного обмена). (b) —  $V/\tilde{J} = 4.0$  (случай слабого обмена). Кружками обозначены температуры, соответствующие максимальным значениям теплоемкости, полученным методом Монте-Карло. Пунктирные линии схематически показывают границы неупорядоченной (NO), ферромагнитной (FM) и зарядово-упорядоченной (CO) фаз, а также области с фазовым расслоением (PS).

С увеличением концентрации примесей FM-упорядочение спинов сменяется зарядовым упорядочением (CO) немагнитных примесей. В дальнейшем мы ограничимся диапазоном  $0 < n < 0.5$ , поскольку при  $n > 0.5$  не существует дальнего порядка в спиновой системе с достаточно высокой критической температурой.

Конкуренция магнитного и зарядового порядков может быть реализована в системах с диспропорционированием или нестабильностью по отношению к флуктуациям переноса заряда [9], например, в купратах. Как правило, увеличение концентрации примесей  $n$  разрушает магнитный порядок, снижает критическую температуру и приводит к снижению температуры максимального значения параметров МКЭ, таких как изотермическое изменение магнитной энтропии и адиабатическое изменение температуры. Изменение температуры максимального значения МКЭ при изменении химического состава материала хорошо известно [10–12]. Но фазовое состояние системы с гамильтонианом (1) зависит также от отношения констант обменного и заряд-зарядового взаимодействий, как это было продемонстрировано в аналогичной спин-псевдоспиновой модели [13–16]. В настоящей работе проводится сравнение параметров МКЭ для случаев сильного и слабого обмена, а также исследуется возможность обнаружения фрустрации в основном состоянии системы при слабом обмене с использованием данных об изменении магнитной энтропии.

## 2. Методика расчета параметров МКЭ с использованием данных Монте-Карло

Основными параметрами, характеризующими МКЭ, являются адиабатическое изменение температуры  $\Delta T_{ad}$  и изотермическое изменение магнитной энтропии  $\Delta S_M$ . Величина  $\Delta S_M$  вычисляется по формуле

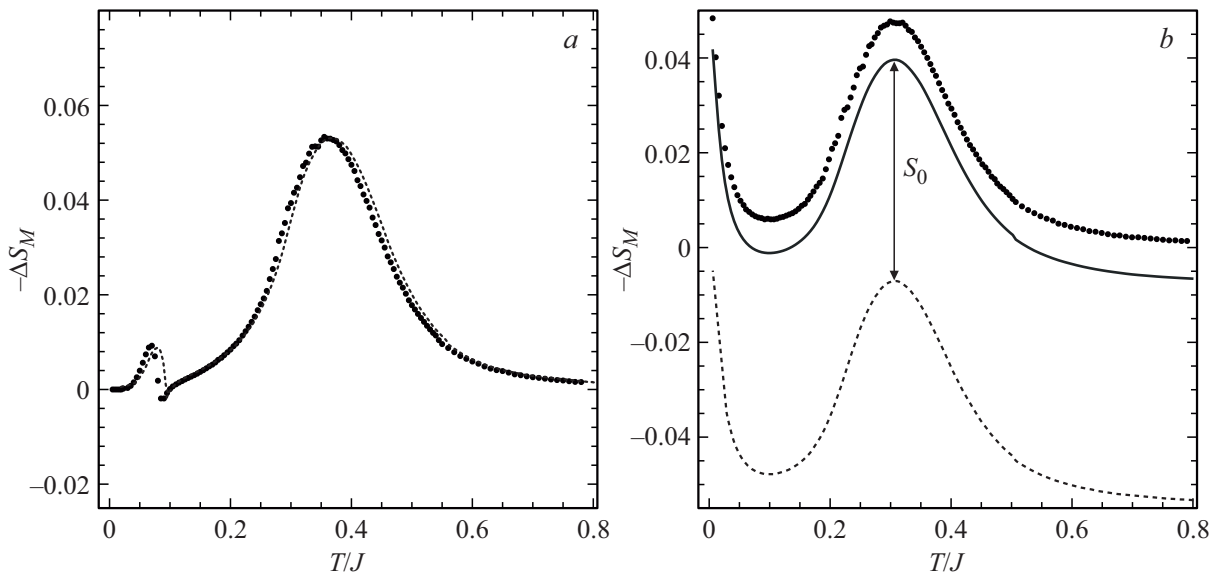
$$\Delta S_M(T, h_m) = \int_0^T \frac{C(T', h_m) - C(T', 0)}{T'} dT', \quad (2)$$

где  $C$  — теплоемкость. Соотношение Максвелла  $(\partial S/\partial h)_T = (\partial M/\partial T)_h$  дает нам другое выражение для  $\Delta S_M$  и формулу для  $\Delta T_{ad}$ :

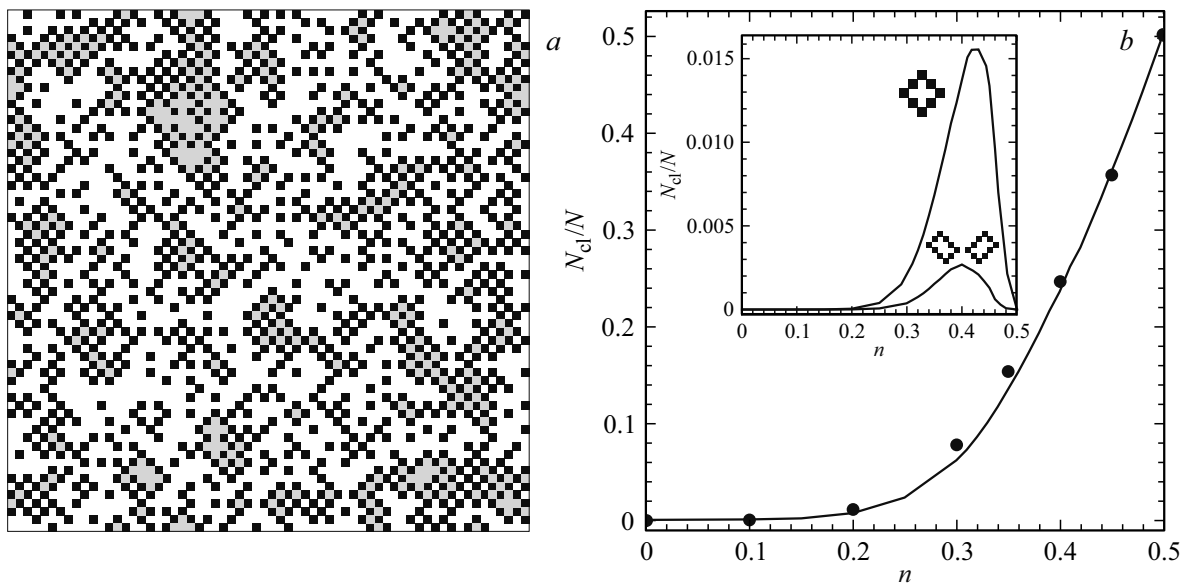
$$\Delta S_M(T, h_m) = \int_0^{h_m} \left( \frac{\partial M(T, h)}{\partial T} \right)_h dh, \quad (3)$$

$$\Delta T_{ad}(T, h_m) = \int_0^{h_m} \frac{T}{C(T, h)} \left( \frac{\partial M(T, h)}{\partial T} \right)_h dh, \quad (4)$$

где  $M$  — намагниченность, а  $h$  — внешнее магнитное поле. Выражения (2) и (3) в случае фазовых переходов второго рода должны давать один и тот же результат. В дальнейшем мы записываем магнитное поле и



**Рис. 2.** Изменение магнитной энтропии при  $n = 0.3$  в случае сильного обмена,  $V/\tilde{J} = 0.4$  (a) и в случае слабого обмена,  $V/\tilde{J} = 4.0$  (b). Пунктирной линией и кружками показаны результаты, полученные с помощью уравнений (2) и (3) соответственно. Сплошная линия в случае слабого обмена учитывает вклад по формуле (6). Величина соответствует средней концентрации изолированных парамагнитных кластеров при  $n = 0.3$ , показанной на рис. 3.



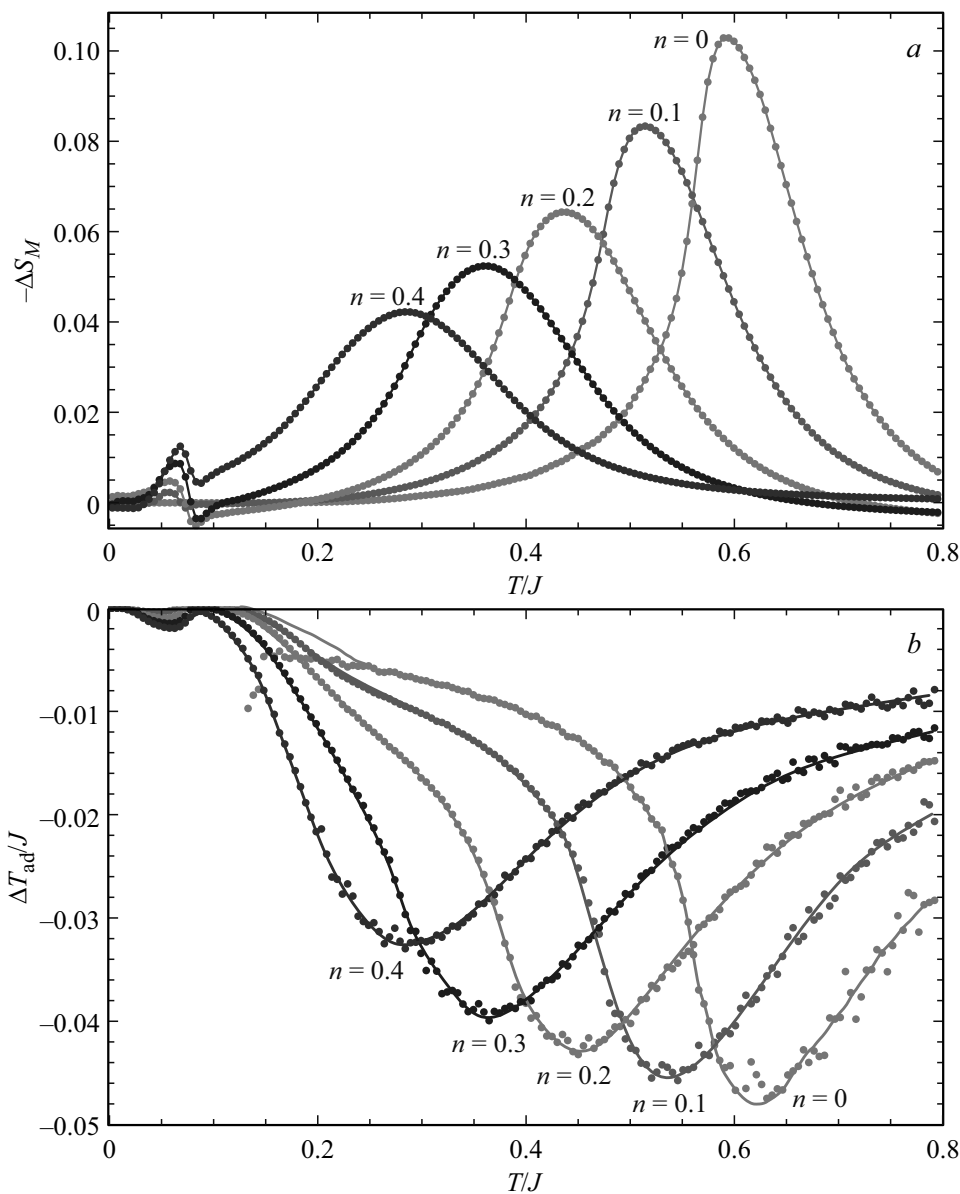
**Рис. 3.** (a) — снимок мгновенной конфигурации основного состояния,  $n = 0.3$ ,  $V/\tilde{J} = 4$  (случай слабого обмена). Белые и светло-серые квадраты показывают узлы решетки с  $S_z = 0$  и  $S_z = -1$  соответственно. Черные квадраты показывают положения немагнитных примесей,  $S_z = 0$ . (b) — средняя концентрация изолированных парамагнитных кластеров на решетке  $64 \times 64$ . На вставке показаны результаты для кластеров, содержащих 5 и 8 спинов. Кружками показана разница между максимальными значениями изменения магнитной энтропии  $\Delta S_M$ , вычисленными по формулам (2) и (3), выраженная в единицах средней концентрации по формуле (5).

температуру в энергетических единицах, а энтропию в единицах  $k_B$ .

Мы использовали алгоритм Метрополиса в классическом методе Монте-Карло для получения температурных зависимостей параметров МКЭ для системы с гамильтонианом (1). Расчеты проводились на квадратной решетке  $64 \times 64$  с периодическими граничными

условиями. Условие постоянства концентрации примесей  $nN = \sum_i P_{0i} = \text{const}$  в нашей программе выполнялось гарантированно, поскольку изменение состояния произвольно выбранной пары узлов решетки  $a$  и  $b$  проводилось с сохранением суммы  $P_{0a} + P_{0b}$ .

Мы реализовали параллельный вариант этого алгоритма для вычисления на графических ускорителях

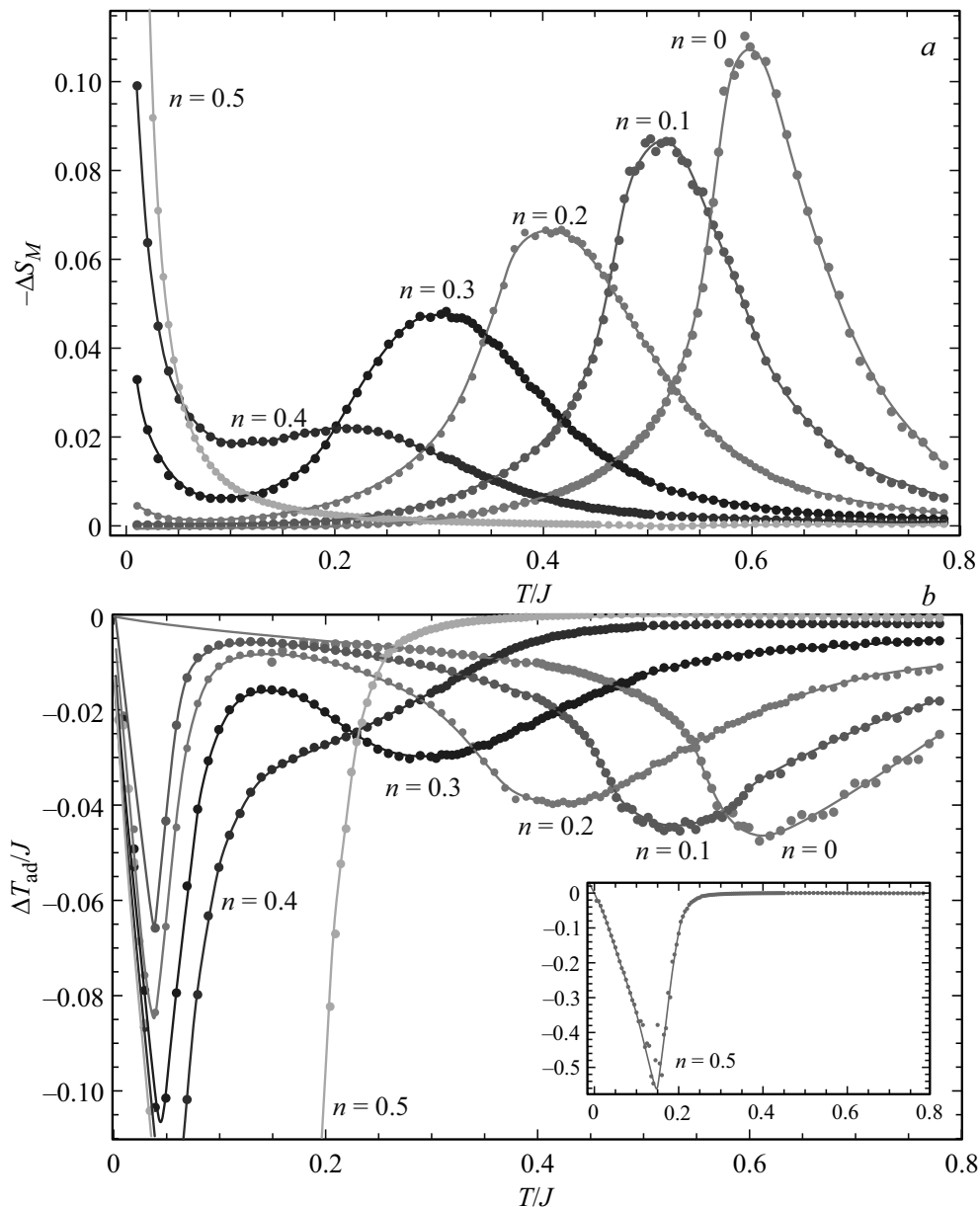


**Рис. 4.** Изменение магнитной энтропии  $\Delta S_M$  и адиабатическое изменение температуры  $\Delta T_{ad}$  для концентраций немагнитных примесей  $n = 0-0.4$  в случае сильного обмена,  $V/\tilde{J} = 0.4$ .

NVIDIA, что позволило нам одновременно выполнять расчеты для 64 копий системы. Для каждой копии системы мы понижали температуру при постоянном внешнем магнитном поле от значения  $T_1/J = 1.0$ , что примерно в два раза превышает температуру магнитного упорядочения, до  $T_0/J = 0.01$  с шагом  $T/J = 0.01$ . Затем мы изменяли значение внешнего магнитного поля от  $h/J = 0$  до  $h_m/J = 0.04$  с шагом  $h/J = 0.001$ . Моделирование проводилось для концентрации примесей  $0 < n < 0.5$  с шагом  $n = 0.1$ . Для каждого значения  $n$ ,  $T$  и  $h$  мы получали средние значения энергии, удельной теплоемкости  $C$  и намагниченности  $M$ . Это позволило нам использовать в качестве дискретного приближения для уравнений (2–4) правило трапеций для интегралов и трехточечный метод для производной  $(\partial M/\partial T)_h$ .

Выражения (2) и (3) позволяют нам рассчитать изменение магнитной энтропии, используя различные данные Монте-Карло, а именно, удельную теплоемкость и намагниченность. Результаты этих расчетов достаточно хорошо согласуются для случая сильного обмена ( $\tilde{J} > V$ ) и различны для случая слабого обмена ( $\tilde{J} < V$ ). Это проиллюстрировано на рис. 2 для концентрации примесей  $n = 0.3$ .

В отличие от случая сильного обмена, при сильном заряд-зарядовом взаимодействии примесей ( $V > \tilde{J}$ ) значение парной функции распределения примесей для ближайших соседей обращается в 0 при достаточно низкой температуре и приводит к зарядовому упорядочению для  $n \geq 0.3$ . Типичная картина такого зарядового упорядочения приведена на рис. 3. В результате обра-



**Рис. 5.** Изменение магнитной энтропии  $\Delta S_M$  и адиабатическое изменение температуры  $\Delta T_{ad}$  для концентраций немагнитных примесей  $n = 0-0.5$  в случае слабого обмена,  $V/\tilde{J} = 4$ . На вставке отдельно изображены результаты для  $n = 0.5$ .

зуются изолированные спиновые кластеры, окруженные немагнитными примесями. Эти кластеры ведут себя как парамагнитные центры и дают дополнительный вклад  $S_0$  в энтропию системы при нулевой температуре. Простейшая оценка этого вклада может быть сделана в виде

$$S_0 = N_{cl} \ln 2, \tag{5}$$

где  $N_{cl}$  — количество изолированных спиновых кластеров. Чтобы найти средние числа кластеров на решетке  $64 \times 64$ , мы использовали независимую программу, которая генерировала случайные распределения заряженных примесей с наименьшей энергией. Результаты расчета показаны на рис. 3. С учетом вклада (5) форму-

ла (2) принимает вид

$$\Delta S_M(T, h) = S_0 + \int_{T_{\min}}^T \frac{C(T', h_m) - C(T', 0)}{T'} dT', \tag{6}$$

где  $T_{\min}$  — минимальная температура, используемая в расчетах Монте-Карло. Как показано на рис. 2, это улучшает согласованность с зависимостью  $\Delta S_M$ , рассчитанной по формуле (3). Таким образом, различия в результатах для изменения магнитной энтропии  $\Delta S_M$ , полученных с использованием формул (2) и (3), могут указывать на некоторые скрытые фрустрации в системе.

### 3. Результаты

На рис. 3 представлена зависимость концентрации изолированных парамагнитных кластеров, а также разница между максимальными значениями изменения магнитной энтропии  $\Delta S_M$ , вычисленными по формулам (2) и (3), выраженная в единицах средней концентрации. Можно отметить хорошее согласие концентрации кластеров с данными о фрустрации основного состояния системы, полученными из МКЭ. На вставке изображены парциальные вклады кластеров из 5 и 8 спинов. Максимальные значения этих вкладов на порядок меньше, чем величина общей концентрации изолированных парамагнитных кластеров при данном  $n$ , что позволяет сделать вывод об определяющем вкладе в энтропию основного состояния кластеров минимального размера, включающих 1 спин. При этом концентрация минимальных парамагнитных кластеров монотонно возрастает с ростом  $n$  достигая максимума  $N_{Cl}/N = 0.5$  при  $n = 0.5$ .

Из данных Монте-Карло мы вычислили изотермическое изменение магнитной энтропии  $\Delta S_M$  и адиабатическое изменение температуры  $\Delta T_{ad}$ , используя дискретные приближения для уравнений (3) и (4). На рис. 4 показаны результаты для  $\Delta S_M$  и  $\Delta T_{ad}$  в случае сильного обмена,  $V/\tilde{J} = 0.4$ , при  $n = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ . Температуры максимальных значений обоих параметров приблизительно соответствуют изменению критической температуры магнитного упорядочения в зависимости от  $n$ . Ширина пиков увеличивается, а их высота уменьшается с увеличением  $n$  из-за размытия фазового FM-перехода примесями. При низких температурах имеется дополнительный пик на зависимостях  $\Delta S_M$  и  $\Delta T_{ad}$ , вызванный фазовым расслоением.

На рис. 5 показаны  $\Delta S_M$  и  $\Delta T_{ad}$  в случае слабого обмена,  $V/\tilde{J} = 4$ , при  $n = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ . При  $n = 0.0$  и  $n = 0.1$  эти результаты практически не отличаются от случая сильного обмена. Но при  $n > 0.1$  появляются качественные различия, прежде всего при низких температурах. Зарядовое упорядочение в подсистеме примесей, как мы обсуждали ранее, приводит к появлению изолированных спиновых кластеров. Это вызывает парамагнитный отклик параметров МКЭ, который дает максимальное значение  $\Delta T_{ad}/J \approx 0.55$  при  $n = 0.5$ ,  $T/J = 0.14$ .

### 4. Заключение

Мы провели численное моделирование методом Монте-Карло двумерной разбавленной системы Изинга с фиксированной концентрацией немагнитных подвижных заряженных примесей, что позволило нам получить температурные зависимости параметров МКЭ. Показано, что в случае слабого обмена при концентрациях немагнитных примесей  $n > 0.1$  происходит образование изолированных спиновых кластеров в основном состоянии системы. Это приводит к отличной от нуля

энтропии основного состояния системы. Продемонстрирована возможность обнаружения фрустрации основного состояния, используя данные об изменении магнитной энтропии. Вычислены параметры МКЭ для случаев сильного и слабого обмена.

### Финансирование работы

Работа была выполнена при поддержке программы повышения конкурентоспособности Уральского федерального университета (Акт 211 Правительства РФ, соглашение № 02.A03.21.0006) и Министерства образования и науки РФ, проект FEUZ-2020-0054, а также при поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-32-00837/18.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] M.E. Zhitomirsky. Phys. Rev. B **67**, 104421 (2003).
- [2] M.E. Zhitomirsky, A. Honecker. J. Status Mech.: Theory Exp. **2004**, P07012 (2004).
- [3] A. Honecker, S. Wessel. Physica B **378–380**, 1098 (2006).
- [4] B. Schmidt, P. Thalmeier, N. Shannon. Phys. Rev. B **76**, 125113 (2007).
- [5] J.S. Amaral, J.N. Goncalves, V.S. Amaral. IEEE Trans. Magn. **50**, 1 (2014).
- [6] M. Zukovic. J. Magn. Magn. Mater. **374**, 22 (2015).
- [7] S. Katsura, B. Tsujiyama. Ferro- and Antiferromagnetism of Dilute Ising Model /Ed. C. Domb. Proceedings of the Conference on Phenomena in the Neighborhood of Critical Points. National Bureau of Standards, Washington, D.C. (1965). P. 219–224.
- [8] M. Blume, V.J. Emery, R.B. Griffiths. Phys. Rev. A **4**, 1071 (1971).
- [9] A.S. Moskvina. J. Phys.: Condens. Matter **25**, 085601 (2013).
- [10] B.G. Shen, J.R. Sun, F.X. Hu, H.W. Zhang, Z.H. Cheng. Adv. Mater. **21**, 4545 (2009).
- [11] A.A. Inishev, E.G. Gerasimov, N.V. Mushnikov, P.B. Terent'ev, V.S. Gaviko. Phys. Met. Metallography **119**, 1036 (2018).
- [12] H. Zhang, R. Gimaev, B. Kovalev, K. Kamilov, V. Zverev, A. Tishin. Physica B **558**, 65 (2019).
- [13] Y.D. Panov, A.S. Moskvina, A.A. Chikov, I.L. Avvakumov. J. Low Temp. Phys. **185**, 409 (2016).
- [14] Y.D. Panov, A.S. Moskvina, A.A. Chikov, I.L. Avvakumov. J. Supercond. Nov. Magn. **29**, 1077 (2016).
- [15] Y.D. Panov, K.S. Budrin, A.A. Chikov, A.S. Moskvina. JETP Lett. **106**, 440 (2017).
- [16] Y. Panov, V. Ulitko, K. Budrin, A. Chikov, A. Moskvina. J. Magn. Magn. Mater. **477**, 162 (2019).

Редактор Т.Н. Василевская