03.1

Вклад силы присоединенных масс в формирование пропульсивной силы машущего профиля в вязкой жидкости

© С.В. Гувернюк, Я.А. Дынников, Г.Я. Дынникова, Т.В. Малахова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: guv@imec.msu.ru

Поступило в Редакцию 8 мая 2020 г.
В окончательной редакции 25 мая 2020 г.
Принято к публикации 25 мая 2020 г.

В свете недавно доказанной общей теоремы о присоединенной массе тел в вязкой несжимаемой жидкости исследуется механизм формирования пропульсивной силы машущего профиля, совершающего гармонические угловые колебания в потоке сплошной среды. Течение описывается уравнениями Навье–Стокса. Расчеты выполнены бессеточным численным методом вязких вихревых доменов. Объяснен механизм формирования реверсивной вихревой дорожки в следе за машущим профилем в режиме положительной тяги. Выявлен доминирующий вклад силы присоединенных масс в величину пропульсивной силы. Полученные результаты в некоторой степени раскрывают гидродинамический механизм действия хвостового плавника подводных существ.

Ключевые слова: машущий профиль, пропульсивная сила, тензор присоединенных масс, вязкая несжимаемая жидкость.

DOI: 10.21883/PJTF.2020.17.49886.18369

Отточенные природой способы плавания и полета живых существ издавна привлекают внимание инженеров и исследователей, стремящихся использовать принцип машущего полета при конструировании летательных аппаратов, миниатюрных роботов и других подобных устройств, имитирующих полет этих существ. В литературе имеется большое число теоретических и экспериментальных работ, посвященных данной теме (например, в обзоре [1] содержится более 300 ссылок). В работах последних лет благодаря развитию компьютерных и физических методов визуализации течений большое внимание уделяется изучению вихревых структур, создаваемых машущими крыльями, и их влиянию на формирование пропульсивной силы. В частности, обнаружено, что в гидродинамическом следе за машущим профилем в режиме положительной тяги (пропульсивной силы) образуется реверсивная вихревая дорожка, отличающаяся от обычной дорожки Кармана направлением вращения вихрей. Такой след играет роль реактивной струи, вызывающей пропульсивную силу [2]. Однако механизм образования и поддержания реверсивного следа за машущим профилем объяснений не получил. В настоящей работе показано, что причиной формирования реверсивной вихревой дорожки является сила, связанная с ускорением профиля, — так называемая сила присоединенных масс. Необходимость учета этой силы отмечалась ранее в теоретических исследованиях, выполненных в рамках модели безотрывных потенциальных течений идеальной жидкости вокруг тонких машущих пластин [3,4]. Благодаря недавно доказанной общей теореме о присоединенных массах в вязкой жидкости [5] появилась возможность обоснованно учесть вклад силы присоединенных масс в формирование тяги машущего профиля независимо от наличия отрывов потока и сопутствующих процессов вихреобразования.

Рассматриваются вынужденные гармонические угловые колебания симметричного крылового профиля вокруг неподвижной оси в неограниченном потоке вязкой несжимаемой жидкости. Профиль образован дугой окружности, формирующей затупленную переднюю кромку, и двумя касательными к ней отрезками прямой. Ось вращения находится в центре дуги окружности. В начальный момент $t = 0$ возмущения отсутствуют. При $t > 0$ профиль начинает совершать симметричные угловые колебания относительно направления x набегающего потока по закону $\alpha = \alpha_0 \sin(2\pi f t)$, где α — угол атаки. Течение жидкости описывается двумерными уравнениями Навье–Стокса с граничными условиями прилипания на поверхности профиля и условиями затухания возмущений в бесконечности. Требуется определять нестационарное движение возмущенной жидкости и сопутствующие гидродинамические нагрузки, в частности результирующую гидродинамическую силу $\mathbf{F}^{(h)}$ на машущий профиль. Проекция $F_x^{(h)}$ этой силы на направление набегающего потока — лобовое сопротивление профиля. В тех случаях, когда оно становится отрицательным, говорят о наличии пропульсивной силы. Для решения поставленной задачи в работе использован бессеточный численный метод вязких вихревых доменов, не имеющий ограничений на размеры расчетной области и обеспечивающий точное соблюдение граничных условий на бесконечности [6].

Согласно теореме о присоединенной массе в вязкой несжимаемой жидкости [5], гидродинамические нагрузки на тело, движущееся с ускорением, могут быть представлены в виде суммы двух слагаемых, одно из которых зависит только от распределения завихренности в пространстве течения и мгновенной скорости движения тела, но не зависит от мгновенного ускорения тела, второе линейно зависит от компонент поступательного и углового ускорений, но не зависит от скорости жидкости и распределения завихренности в пространстве. Согласно [5], коэффициенты при этих компонентах не зависят от вязкости, т. е. в вязкой жидкости они остаются такими же, как и для потенциальных течений идеальной жидкости и вычисляются по известным формулам для компонент тензора присоединенных масс. Умножая этот тензор на вектор ускорений, получаем силу присоединенных масс $\mathbf{F}^{(ad)}$ и ее составляющую вдоль направления набегающего потока $F_x^{(ad)}$ — вклад в пропульсивную силу. Разность между гидродинамической силой $\mathbf{F}^{(h)}$, полученной в результате численного решения задачи, и силой $\mathbf{F}^{(ad)}$ равна силе $\mathbf{F}^{(st)}$, зависящей, как было указано выше, только от мгновенной скорости движения тела и пространственного распределения завихренности, отражающего предысторию взаимодействия профиля с жидкостью. В неподвижной системе координат тензор присоединенных масс имеет вид

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{x'x'} & \lambda_{x'y'} & \lambda_{x'\alpha} \\ \lambda_{y'x'} & \lambda_{y'y'} & \lambda_{y'\alpha} \\ \lambda_{\alpha x'} & \lambda_{\alpha y'} & \lambda_{\alpha\alpha} \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Соответственно проекция силы присоединенных масс на направление набегающего потока в рассматриваемом случае выражается формулой

$$F_x^{(ad)} = -\lambda_{y'\omega}(2\pi f)^2 \alpha_0 \sin(2\pi f t) \sin\alpha.$$

Расчеты выполнены в безразмерных переменных. Линейные размеры отнесены к расстоянию L от оси вращения до задней кромки профиля, время — к $t_0 = L/U_\infty$, где U_∞ — скорость набегающего потока. Погонные силы обезразмерены на $\rho U_\infty^2 L$, где ρ — плотность жидкости. Геометрия профиля определена отношением $R/L = 0.078$. В связанной с профилем системе координат $OX'Y'$ (ось X' направлена вдоль хорды, начало координат на оси вращения) безразмерные коэффициенты присоединенных масс имеют следующие значения:

$$\lambda_{x'x'} = 0.017, \quad \lambda_{x'y'} = \lambda_{y'x'} = 0, \quad \lambda_{y'y'} = 0.96,$$

$$\lambda_{x'\alpha} = \lambda_{\alpha x'} = 0, \quad \lambda_{y'\alpha} = \lambda_{\alpha y'} = 0.43, \quad \lambda_{\alpha\alpha} = 0.16.$$

На рис. 1, *a, b* представлены результаты расчетов, полученные при амплитуде колебаний $\alpha_0 = 10^\circ$ и значении числа Рейнольдса $\mathrm{Re} = U_\infty L/\nu = 1000$, где ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости. На рис. 1, *a* приведены зависимости от безразмерной частоты f осредненных по времени значений

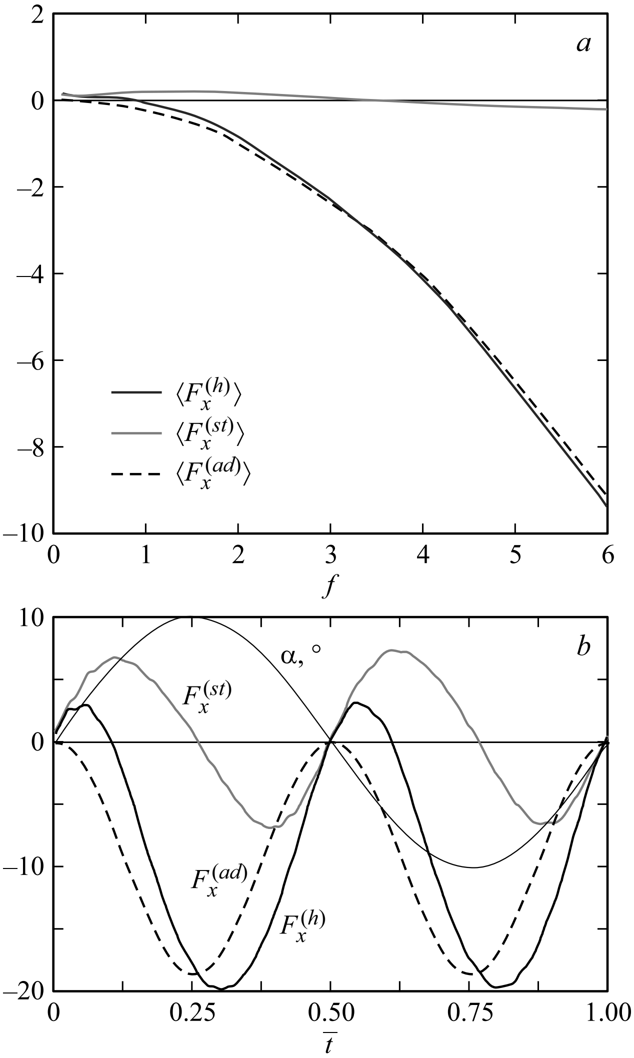

Рис. 1. Гидродинамическое сопротивление $F_x^{(h)}$ и его составляющие при $\mathrm{Re} = 1000$, $\alpha_0 = 10^\circ$. *a* — зависимость средних за период значений от частоты f; *b* — изменение по времени на одном периоде при $f = 6$.

$F_x^{(h)}, F_x^{(ad)}, F_x^{(st)}$. На рис. 1, *b* построены зависимости от времени $\bar{t} = (t - t^*)/T$ этих же величин на одном периоде T при $f = 6$. Оценка точности решения при варьировании уровней дискретизации показала, что погрешность вычисленных осредненных значений сил не превышает 3% от максимального значения на периоде. Видно, что при низких частотах колебаний величина $\langle F_x^{(st)} \rangle$ положительна (сила сопротивления), а при высоких частотах ее вклад в пропульсивную силу мал по сравнению с вкладом силы присоединенных масс. При этом мгновенные значения $F_x^{(st)}$ могут быть сравнимы с $F_x^{(ad)}$, как это видно из рис. 1, *b*. Однако из-за знакопеременного характера $F_x^{(st)}$ ее среднее значение за период колебаний мало, тогда как $F_x^{(ad)}$ всегда отрицательна. Как видно из рис. 1, *a*, в большей части рассмотренного диапазона частот колебаний суммарное среднее значение

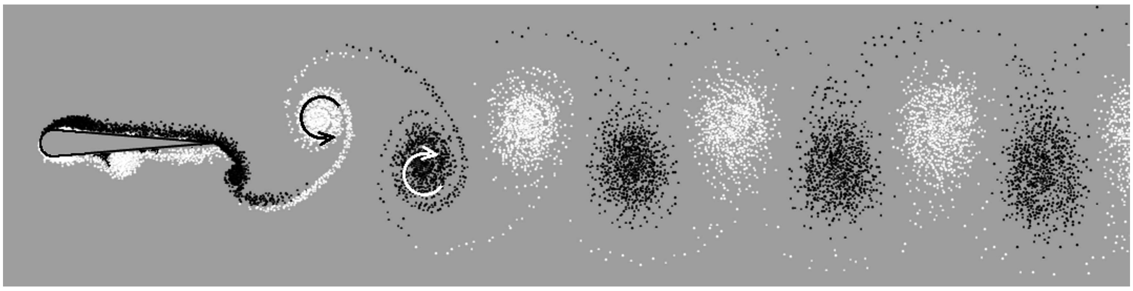

Рис. 2. Реверсивная вихревая дорожка за машущим профилем при $f = 1$, Re $= 1000$, $\alpha_0 = 10^\circ$.

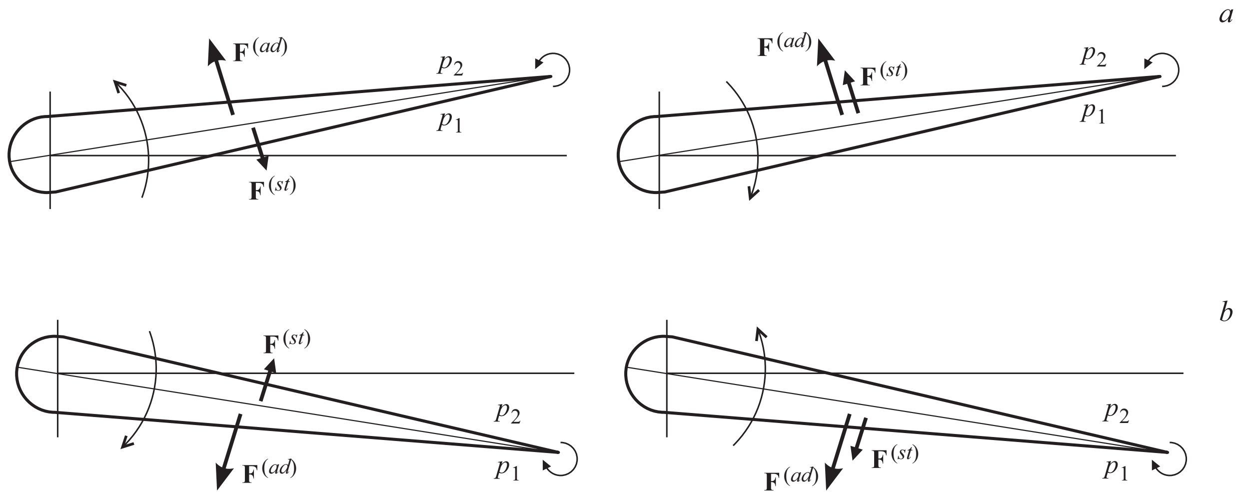

Рис. 3. Схема направлений сил в последовательных фазах колебания профиля.

$\langle F_x^{(h)} \rangle$ отрицательно. При этом за профилем образуется реверсивная вихревая дорожка (рис. 2).

Для объяснения описанного выше поведения составляющих гидродинамической силы и их роли в механизме образования реверсивной дорожки рассмотрим колебания профиля при отсутствии набегающего потока. Очевидно, что вследствие малого утолщения профиля направления действия сил будут приближенно перпендикулярны его хорде. На рис. 3, *a* показаны схемы направления сил при одном и том же положительном значении угла α, но при противоположных направлениях угловой скорости. В обоих случаях направление и величина силы $\mathbf{F}^{(ad)}$ одинаковы, так как ускорение

$$\ddot{\alpha} = -(2\pi f)^2 \alpha_0 \sin(2\pi f t) = -(2\pi f)^2 \alpha$$

одинаково в обоих случаях, тогда как направление угловой скорости и силы $\mathbf{F}^{(st)}$ меняется на противоположное. Поэтому при осреднении за период вклады от $\mathbf{F}^{(st)}$ при одинаковых углах α в значительной мере взаимно уничтожаются.

При движении профиля в верхней полуплоскости $\alpha > 0$ в режиме с преобладанием силы $\mathbf{F}^{(ad)}$ в фазе $\ddot{\alpha} > 0$ среднее давление на нижней стороне профиля выше, чем на верхней, т. е. $p_1 > p_2$, что приводит к стеканию с задней кромки пограничного слоя с положительной завихренностью (против часовой стрелки). В фазе $\ddot{\alpha} < 0$ при $\alpha > 0$ неравенство $p_1 > p_2$ тем более будет выполняться, что приводит к сходу еще более интенсивной положительной завихренности. Аналогичный механизм действует при движении профиля в нижней полуплоскости при $\alpha < 0$ (рис. 3, *b*). В этом случае с задней кромки стекает отрицательная завихренность. Таким образом, за машущим профилем формируется струя с реверсивной вихревой дорожкой. При наличии набегающего потока к силе $\mathbf{F}^{(st)}$ добавляется составляющая по направлению скорости потока. Однако при достаточно больших частотах колебаний профиля ее вклад оказывается несущественным и в следе сохраняется реверсивная вихревая дорожка. При уменьшении частоты колебаний профиля сила $\mathbf{F}^{(st)}$ становится преобладающей, в результате чего проекция $F_x^{(h)}$ суммарной гидродинамической силы оказывается положительной, а след принимает вид обычной дорожки Кармана.

Таким образом, показано, что при угловых колебаниях профиля в потоке вязкой несжимаемой жидкости относительно оси, расположенной вблизи передней кромки, доминирующую роль в формировании пропульсивной силы играет сила присоединенных масс. Объяснен механизм образования реверсивной вихревой дорожки.

Финансирование работы

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 18-71-00133).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] *Deng H.-B., Xu Y.-Q., Chen D.-D., Dai H., Wu J., Tian F.-B.* // Comput. Mech. 2013. V. 52. P. 1221–1242. DOI: 10.1007/s00466-013-0875-2

[2] *Marais C., Thiria B., Wesfreid J.E., Godoy-Diana R.* // J. Fluid Mech. 2012. V. 710. P. 659–669.

[3] *Xia X., Mohseni K.* // Phys. Fluids. 2013. V. 25. P. 091901. https://doi.org/10.1063/1.4819878

[4] *Liu L., Sun M.* // J. Theor. Biol. 2018. V. 437. P. 45–50. DOI: 10.1016/j.jtbi.2017.10.014

[5] *Дынникова Г.Я.* // ДАН. 2019. Т. 488. № 5. С. 493–497. DOI: 10.31857/S0869-56524885493-497

[6] *Андронов П.Р., Григоренко Д.А., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я.* // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 5. С. 47–60.