09

## Трековая мембрана как фазовый тест-объект для рентгеновской области спектра

© А.В. Митрофанов,  $^1$  А.В. Попов,  $^2$  Д.В. Прокопович $^2$ 

<sup>1</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,

119313 Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт земного магнетизма и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН,

108840 Троицк, Москва, Россия

e-mail: mitrofanovav@lebedev.ru

Поступило в Редакцию 18 апреля 2020 г. В окончательной редакции 18 апреля 2020 г. Принято к публикации 18 апреля 2020 г.

Рассмотрена задача о прохождении плоской волны рентгеновского излучения через однородную полимерную пленку со сквозным отверстием субмикронного радиуса — участка стандартной трековой мембраны с цилиндрическими порами. Для оценки интенсивности проходящей волны использовано скалярное параболическое уравнение Леонтовича-Фока. Его численным решением получены пространственное распределение амплитуды поля и возмущение волнового фронта в окрестности поры и за ее пределами на длине волны 0.154 nm в зависимости от размеров наноотверстия и толщины пленки. Показано, что трековая мембрана, а также ее неорганическая реплика могут служить высококонтрастным прецизионным тест-объектом для изучения характеристик фазово-контрастного рентгеновского микроскопа и схем восстановления изображения.

**Ключевые слова:** рентгеновская оптика, фазово-контрастная рентгеновская микроскопия, фазовые тестовые нанообъекты, трековые мембраны, метод параболического уравнения в рентгеновской оптике.

DOI: 10.21883/JTF.2020.11.49981.139-20

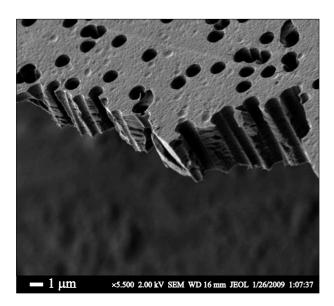
### Введение

Сравнительно недавно получило развитие такое приложение рентгеновской оптики, как передача изображения объектов методами голографии и когерентной оптики в рентгеновском диапазоне длин волн. Обзор ранних работ этого направления исследований и некоторые оценки перспективных возможностей методов представлены в монографии В. Аристова и А. Ерко [1]. Позднее в 1995 г., три независимые группы опубликовали экспериментальные результаты с использованием фазовоконтрастных рентгеновских измерений [2-5]. Еще одна ключевая дата в этих исследованиях — это пионерская работа У. Бонзе и М. Харта [6], которые сконструировали рентгеновский интерферометр на основе идеального кристалла больших размеров (об интерферометрии в рентгеновском диапазоне длин волн см. также обзорную статью [7]). Современный уровень рентгеновской микроскопии и, в частности, фазово-контрастной рентгеновской микроскопии в жесткой рентгеновской области спектра представлен в публикациях [8,5]. Данные сетевого ресурса [5] были обновлены А.А. Снигиревым в конце 2019 г.

Для образцов из легких материалов, прежде всего биологических объектов, фазовые микроскопические наблюдения в рентгеновской области спектра имеют ряд очевидных преимуществ по сравнению с методиками исследований, где используется амплитудный контраст (по поглощению), а также по сравнению с фазово-

контрастными измерениями на приборах в видимой области спектра. С годами работы по фазово-контрастной рентгеновской микроскопии не останавливались, совершенствовалась аппаратура, рентгеновская оптика, источники излучения, схемы конверсии фазового контраста в амплитудный, методы детектирования изображения, а главное — улучшалось пространственное разрешение микроскопов [5]. Как пример, недавно на источнике PETRA III (DESY) в режиме фазового контраста для квантов с энергией около 12 keV получены микроскопические изображения структур протеиновых кристаллов с субмикронным разрешением при умеренной радиационной нагрузке на образцы [9]. Как декларировали авторы публикации [9], измеренное с помощью миры (mire) с высокой пространственной частотой разрешение в плоскости объекта рентгеновского микроскопа в режиме фазового контраста составляло величину  $0.15 \times 0.15 \, \mu \text{m}$ .

На этапе наладки оптических схем микроскопов в качестве пробного образца используются простейшие или более сложные тестовые объекты для контроля оптических характеристик прибора, профиля пучка и т. д. Это могут быть тонкие нити или проволоки, мелкоструктурированные объекты из легких материалов (бериллия, соединений бора и т. д.) или специальные высокочастотные пространственные структуры на просвет, как, например, высококонтрастная звезда Сименса [9]. Мы будем рассматривать оптическую схему модельного эксперимента без дополнительной оптики для формирования опорного пучка. Эта простейшая геометрия



**Рис. 1.** Электронная микрофотография скола трековой мембраны из ПЭТФ со сквозными цилиндрическими порами диаметром около  $1\,\mu{\rm m}$ .

часто используется в реальных экспериментах и близка к той, которая реализуется для фазового контрастного рентгеновского микроскопа в схеме, называемой в литературе "propagation-based imaging" (PBI), или "in-line holography", или "phase-contrast radiography" [4].

### 1. Образцы

В настоящей работе предлагается в качестве тестовых объектов для фазово-контрастной микроскопии использовать хорошо известные трековые мембраны (рис. 1) и структуры на их основе (реплики). Обычно это полимерные мембраны с толщинами от нескольких  $\mu$ m (хотя доступны и куда более тонкие образцы) до десятков  $\mu$ m со сквозными идентичными порами с диаметрами Dмикронного или субмикронного диапазона, вплоть до размеров  $D \approx 20-50\,\mathrm{nm}$ . Мембраны могут быть изготовлены с произвольной заданной плотностью пор N, от единичных каналов на образце до предельных больших значений  $\sim 10^{10} - 10^{11} \, \text{cm}^{-2}$ . Эти объекты в исходном виде практически полностью прозрачны для излучения с длиной волны порядка 0.1 nm, но сквозные поры в мембранах хорошо проявляются при фазовых методах наблюдений.

### 2. Численное моделирование

Целью настоящей работы было исследовать, как ведет себя амплитуда и фазовый сдвиг плоской монохроматической рентгеновской волны, падающей нормально на пористую пленку из полиэтилентерефталата (ПЭТФ) и распространяющейся в окрестностях одиночной ци-

линдрической сквозной поры в пленке, ориентированной перпендикулярно ее поверхности. Основной задачей было определить, сколь малым может быть наблюдаемый фазовый диаметр поры на ее выходе (характерный размер возмущения волнового фронта). От этой величины зависит предельное пространственное разрешение, доступное для выбранного тест-объекта в экспериментах с изображением нано- и микрообъектов в режиме фазового контраста. Расчеты волновых полей проводились методом параболического уравнения Леонтовича-Фока ("parabolic wave equation, PWE" в англоязычной литературе), примененного для решения задач рентгеновской оптики в работах [10,11]. Для оптических постоянных материал мембран использовались табличные значения [12] на длине волны  $K_{\alpha}$ меди  $(0.154\,\mathrm{nm})$ :  $\delta(\lambda) = 4.5\cdot 10^{-6}$  и  $\beta(\lambda) = 1.0\cdot 10^{-8}$ ,  $n(\lambda) = 1 - \delta + \beta i$  — коэффициент преломления материала мембраны.

Физический смысл приближения параболического уравнения излагается в пионерских работах Леонтовича, Фока и Малюжинца [13–16]. Этот вычислительный инструмент теории дифракции широко применяется для решения задач гидроакустики, распространения радиоволн, дистанционного зондирования, в волоконной оптике и т.д. [17,18]. Описание метода РWE и примеры его применения вошли в учебники и монографии по электродинамике и физической оптике [19–22]. С учетом специфики рентгеновского излучения (малый оптический контраст материалов, крайне слабое обратное отражение и отсутствие строгой поляризации излучения), задачу можно рассматривать в скалярном приближении [10,11,23] и свести волновое уравнение для напряженности электрического поля

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \Delta_{\perp} E + k^2 n^2(\mathbf{r}) E = 0, \ \Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$
 (1)

к уравнению эволюционного типа.

Не повторяя вывода волнового параболического уравнения, напомним основные оценки. В случае однородного пространства  $n(\mathbf{r})=\mathrm{const}$  уравнение (1) имеет семейство решений в виде плоской волны  $E(x,z)=A\exp\left(ikn(x\sin\theta+z\cos\theta)\right)$ , распространяющейся под углом  $\theta$  к оси z,x— поперечная коорлината

При малых углах  $\theta \ll 1$  (параксиальное приближение) это решение можно записать в виде

$$E(x,z) = e^{iknz}u(x,z),$$

где волновая амплитуда

$$u(x,z) \approx A \exp\left\{ikn\left(x\theta - z\frac{\theta^2}{2}\right)\right\}$$

имеет характерный период колебаний  $\Lambda_{\perp} \sim \frac{2\pi}{kn\theta}$  в поперечном направлении x и  $\Lambda_{\parallel} \sim \frac{4\pi}{kn^2}$  вдоль продольной оси z. При этом  $\Lambda_{\parallel} \gg \Lambda_{\perp} \gg \lambda$ , т. е. u(x,z) — это

функция, медленно меняющаяся в направлении распространения вдоль оси  $z|\partial u/\partial z|\ll |\partial u/\partial x|$ .

Используя это соотношение и переходя к случаю трех пространственных переменных (x, y, z), получаем из (1) для амплитуды u уравнение эволюционного типа ("параболическое" уравнение Леонтовича [13–15], или "уравнение поперечной диффузии" в терминологии Малюжинца [16]):

$$2ikn\frac{\partial u}{\partial z} + \Delta_{\perp}u + k^2n^2u = 0.$$
 (2a)

В интересующем нас случае осевой симметрии удобно записать его в цилиндрических координатах:

$$2ikn\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + k^2 n^2(r,z)u = 0.$$
 (26)

Параболическое уравнение (2а) или (2б) описывает распространение пакета электромагнитных волн с волновыми векторами, направленными преимущественно вдоль оси z. Применимость метода параболического уравнения в той или иной области физики зависит от конкретных условий: материала (оптических постоянных) и масштаба неоднородностей среды, геометрии объекта и граничных условий задачи. В рентгеновской оптике расчет волновых полей методом параболического уравнения для практических приложений был развит в работах [10,11,23-25]. При расчете параксиальных волновых полей в свободном пространстве метод параболического уравнения эквивалентен использованию пропагатора Кирхгофа [26], преимущества рассматриваемого PWE-метода проявляются при расчете прохождения волновых пучков через слабоконтрастные оптические структуры. В задачах распространения параксиальных пучков коротких волн фаза решения волнового уравнения (1)

$$argE(r, z) = kz + argu(r, z)$$

— быстро меняющаяся функция продольной переменной z, а медленно меняющийся аргумент комплексной волновой амплитуды  $\arg u(r,z)$  характеризует ее отличие от фазы плоской волны, равной  $\exp(iknz)$ .

Вычислительные достоинства метода параболического уравнения, отмеченные в классических работах Малюжинца и Тапперта [16,17], связаны с переходом к расчету медленно меняющейся волновой амплитуды u(r, z). Вместо полной краевой задачи для эллиптического уравнения (1) решается задача Коши с начальными условиями на входе в рассматриваемую среду. Исключение основного осциллирующего множителя  $\exp(iknz)$  резко уменьшает вычислительные затраты при расчете распространения коротких волн. Полезной особенностью метода является возможность корректного ограничения вычислительной области путем постановки точных условий прозрачности на ее границе, следующих из сшивки решения параболического уравнения с аналитическим решением в свободном пространстве [25]. Разностная аппроксимация уравнения (2б) может быть выполнена

с помощью абсолютно устойчивой неявной шеститочечной схемы Кранка-Николсона [10,26,27]. Такой подход обеспечивает высокую точность расчетов и позволяет избежать накопления вычислительных ошибок с расстоянием.

Простейшая оценка погрешности метода, следующая из сравнения частных решений точного волнового уравнения:

$$E(x, z) = A \exp\{ikn(x\sin\theta + z\cos\theta)\}\$$

и "параболического" приближения

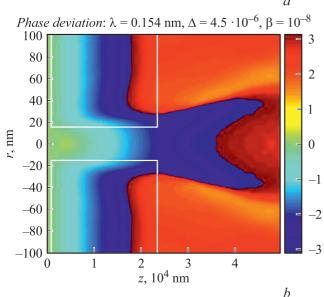
$$u(x,z) \approx A \exp\left\{ikn\left(x\theta - z\frac{\theta^2}{2}\right)\right\},\,$$

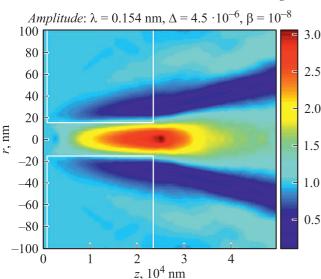
ограничивает дистанцию, на которой последнее дает точное значение амплитуды и фазы приближенного решения:  $z \le a^4/\lambda^3$ . Здесь  $\lambda = 2\pi/k$  — длина волны рентгеновского излучения, а — характерный поперечный размер объекта или неоднородности среды, в данном случае a = D. Это условие, как и оценки шагов разностной схемы (h — по радиусу, au — в продольном направлении z)  $h \ll a$ ,  $\tau \ll a^2/\lambda$  являются мало ограничительными в задачах рентгеновской оптики; к тому же существуют эффективные аналитические приемы увеличения дистанции и углового сектора расчетов методом параболического уравнения [10,11,23]. Другое ограничение, связанное с проблемой обратного рассеяния и преодолевающееся в длинноволновой области оптического спектра методом связанных волн, малосущественно в задачах рентгеновской оптики из-за малости вариаций относительного показателя преломления (в силу этого обстоятельства можно также использовать приближенные условия непрерывности и гладкости решения на границах раздела [10,11]).

# 3. Результаты вычислений локализации фазы волны в окрестностях нанопоры трековой мембраны

Рассмотрим искажение фазовой картины плоской волны, падающей нормально на мембрану с узкими порами. Такое поперечное расплывание волнового фронта ограничивает разрешающую способность фазового экрана с наноотверстиями, применяемого в качестве рентгеновского фазовоконтрастного тест-объекта.

Ниже для примера представлены рассчитанные распределения фазы и амплитуды поля u(r,z) для случая прохождения рентгеновского излучения через пленку толщиной  $L=22.5\,\mu\mathrm{m}$  с одиночной порой диаметром  $D=30\,\mathrm{nm}$ . Для наглядности результаты представлены в цветном полутоновом (рис. 2,a,b) и контурном (рис. 3) форматах. Двумерные пространственные изображения фазы и амлитуды поля для исследуемого объекта позволяют качественно оценить свойства мембраны с наноотверстиями, как тест-объекта рентгеновского микроскопа.



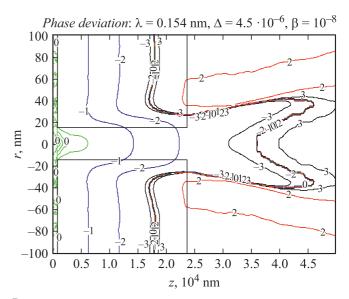


**Рис. 2.** Пространственное распределения величины фазы (a) и амплитуды поля (b) в окрестностях одиночной поры диаметром 30 nm в ПЭТФ пленке толщиной 22.5  $\mu$ m. Масштаб вдоль оси поры сжат в  $10^3$  раз. Контуры границы образца и канала поры показаны светлой линией.

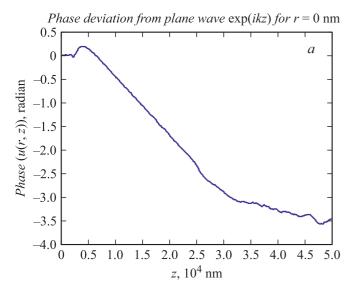
Более детальное количественное представление о тестобъекте и о функциональных возможностях наноперфорированной пленки появляется при изучении координатных графиков распределений фазы и амплитуды поля для мембран с разными диаметрами пор и переменными толщинами. На рис. 4 и 5 для выбранного образца толщиной  $22.5\,\mu{\rm m}$  и диаметром поры  $30\,{\rm nm}$  представлены кривые распределения фазы и амплитуды поля вдоль оси поры (координаты z) и в поперечном направлении (вдоль радиуса образца r) в разных точках r на выходном торце. Рис. 6 демонстрирует, как изменяются фазовые искажения фронта плоской волны в окрестно-

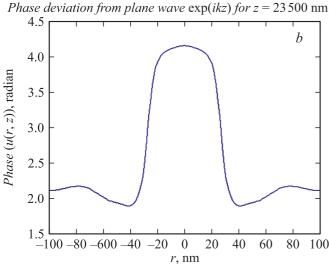
сти одиночной поры при уменьшении ее диаметра в диапазоне 100-10 nm. Выбранный наименьший диаметр поры приблизительно соответствует предельно малому поперечному размеру сквозных пор, которые удается еще протравить в тонких трековых мембранах после облучения образцов тяжелыми ионами.

Численные расчеты амплитуды поля и фазового сдвига волны на выходе мембраны с одиночным отверстием были выполнены для образцов трех толщин L=22.5, 10 $5\,\mu\mathrm{m}$  и набора диаметров пор D в диапазоне от  $5\,\mathrm{nm}$ до нескольких микрометров (для образцов с крупными порами результаты измерений на рис. 6 не приводятся). Как и ожидалось, для крупных пор фазовый портрет волны на выходном торце мембраны воспроизводил с хорошей точностью геометрию сечения и размер отверстия поры, а для пор малого диаметра, начиная с некоторого порога, наблюдалось поперечное размытие фазы волнового пакета вблизи выходного отверстия канала поры и за ним. Для предельно мелких пор диаметр возмущения волнового фронта, измеренный на полувысоте кривой зависимости фазы от радиальной координаты (рис. 4, b) на торце образца от максимальной величины отклонения фазы, более чем на порядок превышал значения диаметра поры D. Чтобы установить функциональную зависимость величины размытия фазы от параметров поры тестового образца (т. е. значений L и D), обратимся к кривой на графике, где сведены численные данные размытия фазы  $2\Delta r_L$  на торце мембран с разными диаметрами пор и толщинами (рис. 6). Чтобы было легче проанализировать результаты счета в разных диапазонах переменных D и L, данные на рисунке представлены как функция безразмерного параметра, а именно обратного числа Френеля  $X = \lambda L/D^2$ , определенного для канала поры. На рис. 6 можно выделить три области, в которых размытие фазы вблизи выхода отверстия поры ведет



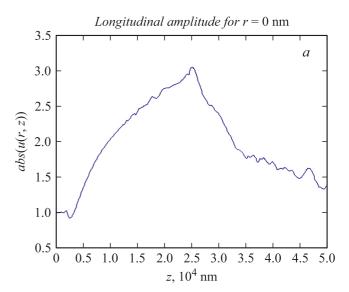
**Рис. 3.** Контурное представление фазового сдвига волны в пленке с одиночной порой диаметром 30 nm (см. рис. 2, *a*).

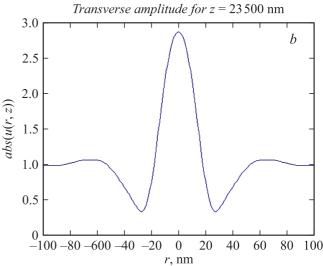




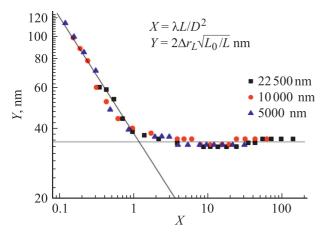
**Рис. 4.** Аксиальное (a) и радиальное (b) распределения фазы волны на тыльной стороне мембраны с порой.  $D=30\,\mathrm{nm},$   $L=22.5\,\mu\mathrm{m}.$  Входной торец образца удален от левой границы (рис. 2) на  $1000\,\mathrm{nm}.$ 

себя по-разному с изменением диаметра поры. Когда значение D велико (около  $0.05\,\mu\mathrm{m}$  и более), фазовый образ отверстия в поперечном направлении равен этому диаметру, фронт прошедшей волны плоский, за исключением слабовыраженных краевых эффектов, и фаза волны совпадает с фазой исходной плоской волны в свободном пространстве. В этом случае излучение, падающее на образец, испытывает дифракцию только на кромке входного отверстия поры и почти все "проваливается" в ее канал, слабо взаимодействуя со стенками поры. Иные результаты наблюдаются при малых диаметрах пор в диапазоне от почти нулевых значений до нескольких десятков нанометров. Для столь узких пор размер области размытия фазы на выходной плоскости образца заданной толщины почти постоянный и не зависит от диаметра наноотверстия D. С ростом толщины мембраны L происходит диффузионное расплывание волнового пакета, поперечное размытие фазы увеличивается примерно, как квадратный корень из L. Переходная область между этими двумя режимами наблюдается, как и следовало ожидать, когда так называемая дифракционная длина пучка  $D^2/\lambda$  примерно равна длине канала L, т. е. безразмерный волновой параметр  $\lambda L/D^2$ , обратный числу Френеля, порядка единицы. Эта переходная область дифракции, когда число Френеля равно примерно единице, довольно узкая, и наблюдается, как всегда, при переходе от зоны френелевской к фраунгоферовой дифракции (при изменении диаметра отверстия или длины волны излучения). Для данной задачи в координатах  $X = \lambda L/D^2$  и  $Y = 2\Delta r_L \sqrt{L_0/L}$  все численные значения величин размытия фазы  $2\delta_L$  на выходном отверстии образцов разной толщины описываются единой кривой. По умолчанию мы выбрали значение  $L_0$ , равное  $10\,\mu{\rm m}$ . На рис. 6





**Рис. 5.** Аксиальное (a) и радиальное (b) распределения амплитуды волны на тыльной стороне мембраны.  $D=30\,\mathrm{nm},$   $L=22.5\,\mu\mathrm{m}.$  Входной торец образца удален от левой границы (рис. 2) на  $1000\,\mathrm{nm}.$ 



**Рис. 6.** Абсолютные величины области размытия фазы на торце поры для образцов разных толщин, нормированные на корень квадратный от толщины пленки L в зависимости от волнового параметра  $\lambda L/D^2$  (обратной величины числа Френеля). По условию  $L_0$  равно  $10\,\mu$ m.

две прямые — линейная интерполяция результатов для крупных (наклонная прямая) и мелких (горизонтальная прямая) пор вне переходной области. Наклонная прямая соответствует зависимости  $2\Delta r_L = D$  для пор с диаметрами порядка  $0.1\,\mu\mathrm{m}$  и более, а горизонтальная линия описывает тот факт, что при малых диаметрах пор локализация (размытие) фазы на торце образца вблизи наноотверстия не зависит от D и с ростом толщины пленки L растет как  $\sqrt{L}$ . Заметим, что для всех наших образцов угловой размер области локализации возмущения фазы по сравнению с фазой плоской волны равен по порядку величины  $2\Delta r_L/L \approx \theta_{cr} = \sqrt{2\delta} = 0.003$ , где  $\theta_{cr} = \sqrt{2\delta}$  — критический угол полного внешнего отражения излучения от стенок наноотверстия для заданной длины волны.

Анализируя результаты расчетов, которые представленные на рис 6, можно утверждать, возвращаясь к исходной постановке задачи, что трековая мембрана с существующими наноотверстиями как тест-объект для фазово-контрастного рентгеновского микроскопа с запасом удовлетворяет современным требованиям по пространственному разрешению, предъявляемым к этим устройствам [5], даже в ближнепольном режиме при работе с тестовыми образцами с относительно крупными порами, т. е. в случае больших чисел Френеля. Приведенные точки размытия фазы на рис. 6 позволяют выбрать для эксперимента трековую мембрану с нужными размерами пор для тестирования фазово-контрастного рентгеновского микроскопа с необходимым пространственным разрешением.

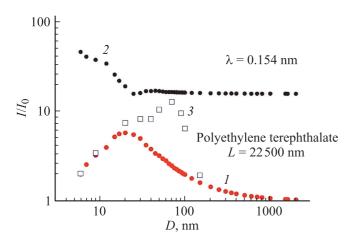
Отметим также, что в этой задаче основная переменная, от которой зависит решение — это число Френеля, определяемое для поры, конечно, с учетом частотных дисперсионных свойств материала образца. Роль угла наклона (вблизи нуля) мембраны с наноотверстием

относительно направления распространения излучения не столь велика, поскольку здесь рассматриваются относительно тонкие фазовые объекты. Это подобно случаю интерференционных цветов тонких мыльных или полимерных однородных пленок, когда последовательность цветов слабо зависит от ориентации такой пленки относительно источника света и наблюдателя.

### 4. Обращение фазового контраста в амплитудный

Еще одной интересной особенностью, наблюдающейся в рассматриваемой модельной задаче о прохождении плоской рентгеновской волны через пленку с узкой одиночной порой, является появление амплитудного контраста для чисто фазового объекта. Это обращение контраста происходит уже в самом образце и его окрестности, а не только в дальней зоне за образцом. Рис. 2, b и 5, а, в иллюстрируют этот эффект. Заметное усиление амплитуды поля в канале наноотверстия и на его выходе вблизи оси происходит по известным причинам: вопервых, из-за разницы в коэффициентах преломления на входном отверстии поры наблюдается рефракция, и в канал поры захватывается большая часть потока излучения, чем падает на входное геометрическое отверстие поры, во-вторых, из-за интерференции волны, идущей внутри поры, с плоской волной, прошедшей через материал образца, происходит не только возмущение фазы, но и пространственное перераспределение амплитуды результирующего поля. Из-за присутствия наноотверстия падающая на пленку плоская волна становится неоднородной в образце и за ним появляется фазовая и амплитудная пространственная модуляция. Количественно эффект амплитудной модуляции плоской волны из-за влияния наноотверстия можно описать, вычислив коэффициент прохождения излучения через пору, определяемый как интеграл квадрата модуля амплитуды поля по поперечному сечению поры с соответствующей нормировкой по входу на падающий поток. Заметим, что поле волны имеет вид  $E(r,z) = e^{iknz}u(r,z)$ , поэтому такое интегрирование корректно при определении потока и коэффициентов пропускания отверстия, хотя, вообще говоря, большая величина амплитуды поля в пространстве еще не всегда означает, что есть интенсивный поток излучения, как, например, бывает в случае эванесцентных волн на краю отверстия или поля внутри объемного (закрытого) резонатора.

Обратимся к рис. 7, на котором приводятся результаты численного счета, показывающие появление амплитудного контраста поля на образце и увеличение коэффициента пропускания излучения цилиндрической порой в лавсановой пленке толщиной  $22.5\,\mu\mathrm{m}$  с диаметром пор в нанометровом диапазоне. Точки кривой I показывают, как зависит от D пропускание падающего потока, определяемое стандартным образом (отношение



**Рис. 7.** Концентрация излучения в каналах пор в зависимости от их диаметра. Кривая I — нормировка потока  $I_0$  по входному отверстию поры, I — поток через выходной торец поры. Кривая 2 — нормированный интеграл потока по выходу на торце образца I, вычисленный по кругу диаметром 4D. Квадратами (кривая 3) показана зависимость локальной интенсивности излучения на оси поры, вычисленная по значению максимальной амплитуды поля и нормированная на интенсивность падающей волны,  $L=22.5\,\mu{\rm m}$ .

мощности потока, прошедшего через выходное отверстие, к падающей на входное сечение поры). Для очень мелких (диаметром в несколько нанометров) и крупных пор с диаметрами микронного размера коэффициент пропускания не сильно отличается от единицы, как и следовало ожидать. Но у образцов с диаметрами промежуточных размеров кривая пропускания  $I/I_0$  имеет ярко выраженный максимум, который наблюдается при  $D\simeq 20-30$  nm. При этом плотность потока излучения через пору, усредненная по ее сечению на выходном торце мембраны, почти на порядок величины превышает плотность потока в падающей волне. Для крупных пор с диаметром порядка  $1\,\mu$ m и более конверсия фазового контраста в амплитудный на образцах трековых мембран практически не наблюдается.

Точки кривой 2 на рис. 7 построены при суммировании потока излучения на выходе мембраны с наноотверстием по площади круга диаметром 4D при том же способе нормировки потока. Поскольку сам материал мембраны на толщине L почти ничего не поглощает, большая часть кривой 2 соответствует постоянному значению  $I/I_0 = 16$ . Но при малых значениях D с уменьшением диаметра наблюдается рост кривой пропускания, который показывает, с каких участков входа в канал мембраны излучение из-за рефракции на входной кромке поры начинает захватываться наноотверстием. Точки кривой 3 на рис. 7, изображенные квадратами это максимальные локальные значения квадрата модуля амплитуды поля на оси поры в зависимости от ее диаметра, нормированные на единицу (входное значение квадрата амплитуды поля).

Появление амплитудного контраста при однородной засветке образца в этой задаче, как и возникновение фазовой модуляции волнового фронта вблизи наноотверстия, сопровождается структурированием поля вблизи поры, пространственным перераспределением плотности потока излучения и не входит в противоречие с законом сохранения энергии.

В настоящей работе мы не рассматриваем эволюцию поля (фазы и амплитуды волны) при распространении излучения дальше в пространстве за образцом. Но уже на основании приведенных результатов можно утверждать, что появление амплитудного контраста упрощает визуализацию рассматриваемого фазового объекта с нанопорами, как тестового транспаранта, предназначенного для калибровок рентгеновских микроскопов.

Можно отметить также, что высокая степень концентрации плотности потока рентгеновского излучения нанопорами со сквозными цилиндрическими параллельными каналами позволяет в принципе методами контактной рентгеновской литографии простым путем (без приготовления специального шаблона) получать (изготавливать) реплики трековых мембран с глубокими и предельно узкими порами (с диаметрами в несколько десятков нанометров).

#### Заключение

В работе исследовалась задача о прохождении рентгеновского излучения через слабо поглощающую рентгеновскую пленку со сквозной цилиндрической нанопорой длиной в несколько микрон. Такой модельный объект это фрагмент полимерной трековой мембраны, которую предлагается использовать в качестве тестового образца фазово-контрастного рентгеновского микроскопа, работающего в жесткой области спектра. Для длины волны 0.154 nm методом численного решения параболического уравнения найдены фазовые сдвиги волны и амплитудное распределение поля в полимерном материале и свободном пространстве вблизи нанопоры. Показано, что поперечное размытие фазы и ее локализация на выходном торце мембраны приближенно задаются универсальной функцией безразмерного числа Френеля, определенного для одиночной поры. Обсуждается вопрос о конверсии фазового контраста в амплитудный на самой мембране и в сечении поры при разных ее диаметрах. Найденные фазовые сдвиги и величины их пространственной локализации вблизи каналов пор, достигающей величин  $\sim 20-50\,\mathrm{nm}$ , позволяют предложить трековые мембраны не только как тестовые объекты фазовой рентгеновской оптики, но и в качестве рентгеновского диффузора или супрессора спеклов в изображающих оптических системах с когерентными или частично когерентными источниками освещения исследуемых микрообъектов. Такое предположение основано на том факте, что существуют реальные высокопористые трековые мембраны [28], для которых среднее расстояние между соседними порами не превышает величину размытия волнового фронта вблизи одиночного наноотверстия.

### Благодарности

Авторы благодарят за полезные обсуждения П.Ю. Апеля, И.А. Артюкова и А.А. Снигирева.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] *Аристов В.В., Ерко А.И.* Рентгеновская оптика. М.: Наука, 1991. 150 с. ISBN 5-02-006826-8
- [2] Snigirev A., Snigireva I., Kohn V. et al. // Rev. Sci. Instrum. 1995. Vol. 66. P. 5486–5492. https://doi.org/10.1063/1.1146073
- [3] Davis T.J., Gao D., Gureyev T.E. et al. // Nature. 1995.Vol. 373. P. 595–598. DOI: 10.1038/373595a0
- [4] Ingal V.N., Beliaevskaya E.A. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1995.
  Vol. 28. P. 2314–2317. DOI: 10.1088/0022-3727/28/11/012
- [5] Электронный ресурс. Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Phase-contrast X-ray imaging
- Bonse U., Hart M. // Appl. Phys. Lett. 1965. Vol. 6. N 8.
  P. 155–156. DOI: 10.1063/1.1754212
- [7] *Лидер В.В.* // УФН. 2014. Т. 184. Вып. 11. С. 1217–1236. DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.0184.201411e.1217
- [8] *Juòep B.B.* // УФН. 2017. T. 187. № 1. C. 201–219. DOI: 10.3367/UFNr.2016.06.037830
- [9] Polikarpov M., Bourenkov G., Snigireva I. et al. // Acta Cryst. 2019. Vol. D75. P. 947–958.
   DOI: https://doi.org/10.1107/S2059798319011379
- [10] Kopylov Yu.V., Popov A.V., Vinogradov A.V. // Opt. Commun. 1995. Vol. 118. N 5–6. P. 619–636.
- [11] Popov A.V., Vinogradov A.V., Kopylov Yu.V., Kurokhtin A.N. Numerical simulation of X-ray diffractive optics. M.: A&B Publishing House, 1999. 36 p.
- [12] Электронный ресурс. Режим доступа: www.cxro.lbl.gov/optical\_constants/
- [13] *Леонтови М.А.* //Йзв. АН СССР. Сер. Физ. 1944. Т. 8. № 1. С. 16.
- [14] Leontovich M.A., Fock V.A. // J. Phys. USSR. 1946. Vol. 10. P. 13.
- [15] Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Советское радио, 1970.
- [16] Малюжинец Г.Д. // УФН. 1959. Т. 69. № 10. С. 321–334.
- [17] Тапперт Ф.Д. Метод параболического уравнения. В кн.: Распространение волн и подводная акустика. М.: Мир, 1980.
- [18] *Прокопович Д.В., Попов А.В., Виноградов А.В.* // Квантовая электроника. 2007. Т. 37. С. 873–880.
- [19] Каценеленбаум Б.З. Высокочастотная электродинамика. М.: Наука, ГРФМЛ, 1966. 240 с.
- [20] Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
- [21] Levy M. Parabolic Equation methods for Electromagnetic Wave Propagation. IET. London. 2000. 352 p.
- [22] *Раутиан С.Г.* Введение в физическую оптику. М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009. 256 с.

- [23] *Attwood D.* Soft X-rays and Extreme Ultraviolet Radiation. Cambridge University Press, 2000. 471 p.
- [24] Bukreeva I., Popov A., Dabagov S.B., Lagomarsino S. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 7. P. 184801.
- [25] Popov A.V. // Radio Science. 1996. Vol. 31. N 6. P. 1781–1790.
- [26] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 2-е изд. 721 с.
- [27] Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. 1977. М.: Наука, 456 с.
- [28] *Апель П.Ю., Блонская И.В., Иванова О.М.* и др. Мембраны и мембранные технологии. 2020. Т. 10. № 2. С. 113–124.