06:08

## Кинетика роста планарных нитевидных нанокристаллов

© В.Г. Дубровский $^{1}$ , И.В. Штром $^{2}$ 

<sup>1</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия E-mail: dubrovskii@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 30 июня 2020 г. В окончательной редакции 14 июля 2020 г. Принято к публикации 15 июля 2020 г.

Получено приближенное аналитическое уравнение, описывающее закон удлинения полупроводниковых нитевидных нанокристаллов, растущих по механизму пар—жидкость—кристалл в плоскости подложки. Проведен теоретический анализ различных режимов роста в зависимости от радиуса нитевидного нанокристалла R и условий эпитаксиального осаждения. Показано, что скорость роста планарных нитевидных нанокристаллов может лимитироваться либо эффектом Гиббса—Томсона (при малых размерах капли катализатора), либо диффузией адатомов с поверхности подложки (при увеличении радиуса кристалла). Зависимость диффузионно-лимитированной скорости роста от R имеет вид  $R^{-m}$ , где степенной показатель принимает значения  $1,\,3/2$  или 2 в зависимости от характера поверхностной диффузии.

**Ключевые слова:** планарный нитевидный нанокристалл, механизм роста пар—жидкость—кристалл, поверхностная диффузия, эффект Гиббса—Томсона.

DOI: 10.21883/PJTF.2020.20.50149.18440

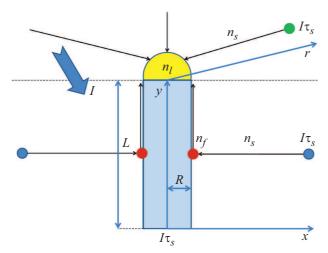
Полупроводниковые нитевидные нанокристаллы (ННК) являются перспективными "строительными блоками" для фундаментальных исследований и приложений в области наноэлектроники и нанофотоники [1]. Вертикальные ННК, растущие в направлении (111) перпендикулярно поверхности подложки, синтезируются различными эпитаксиальными методами по механизму пар-жидкость-кристалл (ПЖК) [2], где в качестве катализаторов используются Au [2] или металлы III группы (при автокаталитическом ПЖК-росте ННК GaAs [3]). Кинетическая теория роста полупроводниковых ННК, в особенности III-V ННК, довольно хорошо разработана (см., например, обзор [4]). Практические приложения наногетероструктур на основе ННК, в том числе совмещенных с кремниевой электронной платформой, в ряде случаев осложняются их вертикальной геометрией, что вызывает сложности при изготовлении верхнего контакта и другие проблемы. Поэтому большой интерес представляют планарные ННК, выращиваемые на поверхности подложки [5-12]. Системы полупроводниковых материалов, в которых были синтезированы планарные ННК на различных поверхностях, включают Si [5], соединения III-V [6,7], III-N [8], II-VI [9-11] и оксиды [12]. В работах [11,13,14] была предпринята попытка обобщения известных из теории роста вертикальных ННК моделей на случай планарного роста. Целью настоящей работы является вывод и исследование кинетического уравнения для скорости роста планарных ННК с учетом эффекта Гиббса-Томсона в капле [15] и различных механизмов диффузии адатомов [16,17].

Рассмотрим процесс роста планарного ННК на плоской поверхности подложки, представленный на рис. 1. Пусть ННК представляет собой полуцилиндр радиу-

са R, лежащий на поверхности, а капля с одного конца ННК, направляющая его горизонтальный рост, четверть сферы того же радиуса. Эффективный поток элемента, лимитирующего рост есть I (в nm<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>); в случае III-V ННК таким элементом является металл III группы, адатомы которого способны мигрировать по поверхности. Для определенности в дальнейшем рассматриваем случай роста ННК из газовых прекурсоров, тогда поток I включает эффективность соответствующей химической реакции. В предположении, что скорость роста ННК определяется материальным транспортом, а не нуклеацией на границе жидкость-кристалл [18,19], dL/dt содержит четыре вклада: 1) адсорбция-десорбция из газовой фазы непосредственно на поверхности капли; 2) диффузия атомов с поверхности подложки на поверхность капли; 3) диффузия атомов с поверхности подложки сначала к поверхности ННК, а затем вдоль последней в каплю; 4) адсорбция на боковой поверхности ННК с последующей диффузией в каплю. В общем случае имеем

$$\frac{dL}{dt} = 2\Omega \left( I - \frac{n_l}{\tau_l} + \frac{j_{diff}^s}{\pi R^2} + \frac{j_{diff}^f}{\pi R^2} \right), \tag{1}$$

где  $\Omega$  — элементарный объем в кристалле,  $n_l$  — эффективная концентрация атомов в поверхностном слое капли, измеряемая в nm $^{-2}$ ,  $\tau_l$  — характерное время жизни до десорбции,  $j_{diff}^s$  — диффузионный поток адатомов в каплю с поверхности подложки,  $j_{diff}^f$  — диффузионный поток в каплю с боковой поверхности ННК (размерности s $^{-1}$ ). Таким образом, размерность выражения в правой части (1) — nm/s. Поверхностная концентрация  $n_l$  возрастает при уменьшении радиуса



**Рис. 1.** Иллюстрация роста планарного ННК по механизму ПЖК. ННК растет из капли катализатора вдоль оси y. Вклады в скорость роста ННК включают адсорбцию-десорбцию на поверхности капли, диффузию непосредственно в каплю вдоль радиус-вектора r, диффузию атомов, попадающих непосредственно на боковую поверхность ННК (с концентрацией  $n_f$ ), и диффузию адатомов, собранных с поверхности подложки (с концентрацией  $n_s$ ). Скорость осаждения элемента, лимитирующего рост, равна I; концентрация адатомов вдали от капли равна  $I\tau_s$  и обращается в  $n_l$  на границе с каплей.

капли за счет эффекта Гиббса—Томсона, связанного с увеличением химического потенциала атомов капли при уменьшении ее радиуса [14,15,18]:

$$n_l = n_l^{\infty} \exp\left(\frac{R_{\rm GT}}{R}\right). \tag{2}$$

Здесь  $n_l^{\infty}$  — равновесная концентрация без учета кривизны поверхности,  $R_{\rm GT}$  — характерный радиус Гиббса—Томсона, пропорциональный поверхностной энертик канди

Прямой диффузионный поток в каплю вычисляется согласно выражению

$$j_{diff}^{s} = \pi R D_{s} \left. \frac{dn_{s}}{dr} \right|_{r=R},\tag{3}$$

где  $D_s$  — коэффициент диффузии адатомов по поверхности подложки,  $n_s$  — их концентрация. Вблизи капли предполагаем, что градиент концентрации адатомов направлен к центру капли. Тогда их концентрацию можно считать зависящей только от расстояния до центра капли r. Для  $n_s$  в стационарном режиме имеем уравнение, подобное приведенному в [17,20]:

$$D_{s}\left(\frac{d^{2}n_{s}}{dr^{2}} + \frac{1}{r}\frac{dn_{s}}{dr}\right) + I - \frac{n_{s}}{\tau_{s}} = 0,$$

$$n_{s}(r \to \infty) = I\tau_{s}, \quad n_{s}(r = R) = n_{l}$$
(4)

(с граничными условиями, предполагающими равенство концентрации адатомов  $I\tau_s$  на бесконечности и концентрации в жидкости на границе с каплей). Решение

данной задачи дает прямой диффузионный поток

$$j_{diff}^{s} = \pi R \lambda_{s} I \left( 1 - \frac{n_{l}}{I \tau_{s}} \right) \frac{K_{1}(R/\lambda_{s})}{K_{0}(R/\lambda_{s})}, \tag{5}$$

где  $\lambda_s = \sqrt{D_s \, au_s}$  — диффузионная длина адатома на поверхности подложки,  $K_i$  — модифицированные функции Бесселя порядка i.

Для достаточно длинного ННК можно ограничиться одномерной задачей для диффузии адатомов с поверхности подложки на боковую поверхность ННК вдоль оси x. Соответствующее уравнение для адатомов вдали от концов ННК имеет вид

$$D_s \frac{\partial n_s}{\partial x^2} + I - \frac{n_s}{\tau_s} = 0,$$

$$n_s(x \to \infty) = I\tau_s, \quad n_s(x = R) = n_f(y). \tag{6}$$

Второе граничное условие предполагает равенство поверхностной концентрации неизвестной пока концентрации на боковой поверхности ННК, которая зависит от координаты у вдоль оси ННК. Отсюда возникает параметрическая зависимость от у для соответствующего диффузионного потока. Диффузионное поступление адатомов дает поток

$$I_s = \frac{2D_s}{\pi R} \left. \frac{dn_s}{dx} \right|_{x=R}. \tag{7}$$

Решая уравнение (6), из (7) получаем

$$I_s = \frac{2I\lambda_s}{\pi R} \left[ 1 - \frac{n_f(y)}{I\tau_s} \right]. \tag{8}$$

В случае одномерной диффузии по боковой поверхности ННК имеем уравнение для концентрации адатомов  $n_f$  вида

$$D_f \frac{d^2 n_f}{dy^2} + I + I_s - \frac{n_f}{\tau_f} = 0,$$
  

$$n_f(y = 0) = I\tau_s, \quad n_f(y = L) = n_l.$$
 (9)

Здесь учтен дополнительный диффузионный поток, определяемый выражением (7). На другом конце ННК (без капли) ставим то же граничное условие, что и на бесконечном расстоянии от ННК, а на границе с каплей концентрация адатомов должна переходить в концентрацию атомов в жидкости. Результирующий поток с боковой поверхности на вершину ННК рассчитывается согласно выражению

$$j_{diff}^f = -\pi R \frac{dn_f}{dy} \Big|_{y=L}.$$
 (10)

Решение данной задачи имеет вид

$$j_{diff}^{f} = \frac{\pi R D_{f}}{\Lambda} \left\{ (\tilde{I}\tilde{\tau} - I\tau_{s})[1 - \operatorname{cth}(L/\Lambda)]e^{-L/\Lambda} + (\tilde{I}\tilde{\tau} - n_{l})\operatorname{cth}(L/\Lambda) \right\}, \tag{11}$$

где

$$\tilde{I} = I \left( 1 + \frac{2\lambda_s}{\pi R} \right), \quad \frac{1}{\tilde{\tau}} = \frac{1}{\tau_f} + \frac{2\lambda_s}{\pi R} \frac{1}{\tau_s},$$
 (12)

 $\Lambda = \sqrt{D_f ilde{ au}}$  — перенормированная диффузионная длина адатома на боковой поверхности ННК. Предполагая  $au_f = au_s$ , получаем  $\tilde{I} ilde{ au} = I au_s$ , что соответствует равенству нулю первого слагаемого в выражении (11). При этом  $\Lambda = \lambda_f / \sqrt{1 + 2\lambda_s / (\pi R)}$ , где  $\lambda_f = \sqrt{D_f au_s} = \sqrt{D_f au_f}$  — диффузионная длина на боковой поверхности ННК.

Собирая все вклады вместе, из уравнений (1), (2), (5) и (11) (при  $\tau_f = \tau_s$ ) получаем основной результат работы

$$\frac{dL}{dt} = 2\Omega I \left\{ 1 - \frac{n_l^{\infty}}{I\tau_l} e^{R_{\rm GT}/R} + \left( 1 - \frac{n_l^{\infty}}{I\tau_s} e^{R_{\rm GT}/R} \right) \right.$$

$$\times \left[ \frac{\lambda_s}{R} \frac{K_1(R/\lambda_s)}{K_0(R/\lambda_s)} + \frac{\lambda_f}{R} \sqrt{1 + \frac{2\lambda_s}{\pi R}} \operatorname{cth} \left( \frac{L}{\Lambda} \right) \right] \right\}. \tag{13}$$

Анализ полученного уравнения для скорости роста планарных ННК приводит к следующим выводам. Во-первых, скорость роста обращается в нуль при некотором минимальном радиусе за счет эффекта Гиббса-Томсона, как и для вертикальных ННК [18]. Во-вторых, скорость роста достаточно коротких ННК зависит от их длины L, общий вид зависимости длины ННК от радиуса и прочих параметров проанализирован в работе [11]. При  $L \gg \Lambda$  зависимость от длины исчезает. В-третьих, зависимость длины от радиуса ННК представляет собой функцию с максимумом, возрастающую при малых и убывающую при больших R, что характерно для диффузионного механизма роста [16–18]. Характер диффузионной зависимости скорости роста планарных HHK от R отличается, однако, от случая вертикального ПЖК-роста.

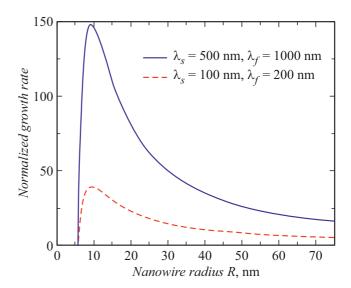
При малых диффузионных длинах адатомов на поверхности подложки  $(\lambda_s/R \ll 1)$  имеем  $K_1(R/\lambda_s)/K_0(R/\lambda_s)\cong 1$  и  $\sqrt{1+2\lambda_s}/(\pi R)\cong 1$ . В этом случае диффузионный вклад в скорость роста в уравнении (13) переходит в классическую зависимость 1/R [4,16,17]. В противоположном случае  $(\lambda_s/R\gg 1)$  имеем

$$K_1(R/\lambda_s)/K_0(R/\lambda_s) \cong \lambda_s/[R\ln(\lambda_s/R)],$$
  
$$\sqrt{1+2\lambda_s/(\pi R)} \cong \sqrt{2\lambda_s/(\pi R)}.$$

Следовательно, убывающая зависимость от радиуса в уравнении (13) содержит два вклада:  $1/R^2$  с малой логарифмической поправкой и  $1/R^{3/2}$  (последний наблюдается только для планарных ННК). В результате скорость роста длинных планарных ННК (при  $L\gg\Lambda$ ) может быть представлена в виде приближенного выражения

$$\frac{dL}{dt} \cong 2\Omega I \left\{ 1 - \theta_{lv} e^{R_{GT}/R} + \left(1 - \theta_{ls} e^{R_{GT}/R}\right) \left(\frac{\lambda}{R}\right)^{m} \right\}. \tag{14}$$

Здесь  $\theta_{lv}=n_l^\infty/(I\tau_l),~\theta_{ls}=n_l^\infty/(I\tau_s),~$ а показатель m принимает значения 1, 3/2 или 2 в зависимости от соотношения между диффузионными длинами и радиусом



**Рис. 2.** Зависимости приведенной скорости роста планарных ННК  $(1/2\Omega I)dL/dt$  от радиуса, полученные на основе выражения (13) при  $L\gg\Lambda$ ,  $n_l^\infty/(I\tau_l)=n_l^\infty/(I\tau_s)=0.5$ ,  $R_{\rm GT}=4$  nm в случае больших ( $\lambda_s=500$  nm,  $\lambda_f=1000$  nm, сплошная линия) и малых ( $\lambda_s=100$  nm,  $\lambda_f=200$  nm, штриховая линия) диффузионных длин.

ННК. Типичные зависимости скорости роста от радиуса ННК, приведенные на рис. 2 в случае больших и малых диффузионных длин, иллюстрируют описанные выше закономерности.

Таким образом, предложено уравнение, описывающее скорость роста планарных ННК и конкуренцию между эффектами Гиббса—Томсона в капле и поверхностной диффузией, что приводит к немонотонной зависимости длины ННК от радиуса. Механизмы диффузионного роста планарных ННК отличаются от таковых для вертикальных, что приводит к различию в степенных показателях зависимости скорости роста от радиуса. Упрощенное уравнение (14) хорошо описывает данные по кинетике выращивания планарных ZnSe и ZnS с Au-катализаторами методом газофазной эпитаксии [11]. Более точное уравнение (13) может быть использовано для моделирования и управления планарным ростом ННК в различных системах материалов и на различных поверхностях.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 20-52-16301, 20-02-00351, 19-52-53031 и 18-02-40006).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Zhang A., Zheng G., Lieber C.M. Nanowires: building blocks for nanoscience and nanotechnology. Springer, 2016. 327 p.
- [2] Wagner R.S., Ellis W.C. // Appl. Phys. Lett. 1964. V. 4. P. 89–90.
- [3] Colombo C., Spirkoska D., Frimmer M., Abstreiter G., Fontcuberta i Morral A. // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. P. 155326.
- [4] Yang P., Yan P.R., Fardy M. // Nano Lett. 2010. V. 10. P. 1529–1536.
- [5] Yu L., Alet P.-J., Picardi G., Roca i Cabarrocas P. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. P. 125501.
- [6] Fortuna S.A., Wen J., Chun I.S., Li X. // Nano Lett. 2008.V. 8. P. 4421–4427.
- [7] Friedl M., Cerveny K., Weigele P., Tütüncüoglu G., Marti-Sanchez S., Huang C., Patlatiuk T., Potts H., Sun Z., Hill M.O., Güniat L., Kim W., Zamani M., Dubrovskii V.G., Arbiol J., Lauhon L.J., Zumbühl D.M., Fontcuberta i Morral A. // Nano Lett. 2018. V. 18. P. 2666–2671.
- [8] Tsivion D., Joselevich E. // J. Phys. Chem. C. 2014. V. 118. P. 19158.
- [9] Oksenberg E., Popovitz-Biro R., Rechav K., Joselevich E. // Adv. Mater. 2015. V. 27. P. 3999—4005.
- [10] Reut G., Oksenberg E., Popovitz-Biro R., Rechav K., Joselevich E. // J. Phys. Chem. C. 2016. V. 120. P. 17087.
- [11] Rothman A., Dubrovskii V.G., Joselevich E. // PNAS. 2020. V. 117. P. 152–160.
- [12] Nikoobakht B., Michaels C.A., Stranick S.J., Vaudin M.D. // Appl. Phys. Lett. 2004. V. 85. P. 3244—3246.
- [13] Shen Y., Chen R., Yu X., Wang Q., Jungjohann K.L., Dayeh S.A., Wu T. // Nano Lett. 2006. V. 16. P. 4158–4165.
- [14] Zi Y, Jung K., Zakharov D., Yang C. // Nano Lett. 2013. V. 13. P. 2786–2791.
- [15] Дубровский В.Г., Сибирев Н.В., Цырлин Г.Э. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. В. 16. С. 41–50.
- [16] Seifert W., Borgstrom M., Deppert K., Dick K.A., Johansson J., Larsson M.W., Mårtensson T., Sköld N., Svensson C.P.T., Wacaser B.A., Wallenberg L.R., Samuelson L. // J. Cryst. Growth. 2004. V. 272. P. 211–220.
- [17] Dubrovskii V.G., Soshnikov I.P., Sibirev N.V., Cirlin G.E., Ustinov V.M. // J. Cryst. Growth. 2006. V. 289. P. 31–36.
- [18] Fröberg L.E., Seifert W., Johansson J. // Phys. Rev. B. 2007. V. 76. P. 153401.
- [19] *Dubrovskii V.G., Grecenkov J.* // Cryst. Growth Design. 2015.V. 15. P. 340–347.
- [20] Dubrovskii V.G. // Phys. Status Solidi B. 1992. V. 171. P. 345–356.