

Теория стационарных плоских волн туннельно-ударной ионизации

© А.С. Кюрегян[†]

Всероссийский электротехнический институт им. В.И. Ленина,
111250 Москва, Россия

(Получена 2 октября 2012 г. Принята к печати 11 октября 2012 г.)

Проведен теоретический анализ влияния межзонного и примесного туннелирования на свойства стационарных плоских волн ионизации в $p^+ - n - n^+$ -структурах. Показано, что в качественном отношении такие волны туннельно-ударной ионизации не отличаются от обычных волн ударной ионизации, распространяющихся за счет лавинного размножения однородно распределенных затравочных электронов и дырок. Количественные отличия волн туннельно-ударной ионизации от волн ударной ионизации сводятся к несколько иному соотношению между скоростью волны u и максимальной напряженностью поля E_M на фронте. Показано, что пренебрежение ударной ионизацией не исключает возможность существования волн туннельной ионизации, однако их структура радикально изменяется, а скорость сильно уменьшается при том же значении E_M . Сравнение зависимостей $u(E_M)$ для различных типов волн ионизации позволило определить условия, при которых один из них является преобладающим. В заключение обсуждены еще нерешенные вопросы теории волн туннельно-ударной ионизации и намечены направления дальнейших исследований.

1. Введение

Представление о стационарной плоской волне ударной ионизации (ВУИ) давно используется для описания динамики пробоя различных сред, в том числе полупроводниковых $p^+ - n - n^+$ -структур, работающих в режимах ТРАПАТТ [1] и обострения напряжения [2]. Применительно к таким приборам общая аналитическая теория „быстрых“ ВУИ была построена в работе [3] при условиях, что скорость g дополнительной (кроме ударной) ионизации равна нулю, перед фронтом существуют фоновые электроны и дырки с концентрацией σ_b , достаточной для применимости континуального приближения, а диффузией можно пренебречь. Если выполняются оба равенства $g = 0 = \sigma_b$, то необходимо учитывать диффузию, поскольку именно она обеспечивает заметное превосходство скорости фронта u над дрейфовыми скоростями $v_{e,h}$ [4]. Однако в этом случае ВУИ оказываются «медленными» (в полупроводниках отношение $u/v_{e,h} \lesssim 2$ [4]), поэтому важную роль могут играть дополнительные механизмы ионизации, в частности межзонное туннелирование.

Впервые на это было указано в работе [5], авторы которой проводили оценку скорости стримеров в полупроводниках и сочли, что именно туннелирование, а не ударная ионизация, является преобладающим механизмом, определяющим эволюцию стримеров. Позднее авторы работы [6] пришли к выводу о том, что при пробое перенапряженных $p^+ - n - n^+$ -структур волна туннельной ионизации (ВТИ) должна сменить ВУИ после того, как максимальная напряженность поля E_M на фронте превзойдет некоторую критическую величину ($\gtrsim 1$ МВ/см для Si и GaAs), при которой скорость ВТИ станет больше $v_{e,h}$. На самом деле оба эти заключения являются ошибочными, так как в сильных полях, при которых туннельная ионизация заметна, ее нельзя рассматривать как альтернативу ионизации ударной: туннелирование

лишь порождает затравочные носители заряда, лавинное размножение которых и обеспечивает главным образом формирование самого фронта.

Это обстоятельство было осознано авторами работы [7], изучавшими процесс переключения сильно перенапряженных $p^+ - n - n^+$ -структур за счет распространения (в полностью истощенном n -слое) быстрой плоской волны ионизации, которую они назвали „туннельно-ударной“ (ВТУИ). Они также обнаружили, что одна лишь туннельная ионизация вообще не может обеспечить существование движущегося фронта, так что без учета ударной ионизации „пробой образца становится квазиоднородным“ (по толщине n -слоя) [7]. Позднее было показано [8,9], что туннелирование через глубокие уровни в запрещенной зоне может обеспечить гораздо более эффективную генерацию затравочных носителей заряда и существенно облегчить переключение за счет распространения ВТУИ [10].

Этот новый тип волн ионизации может представлять значительный интерес, однако результаты работ [7,10] были получены путем численного моделирования, выполненного (точнее говоря, опубликованного) лишь для единичных наборов параметров $p^+ - n - n^+$ -структур и режимов коммутации. Поэтому остается неизвестным, каким образом изменение этих параметров влияет на свойства ВТУИ и при каких условиях именно туннельно-ударная ионизация определяет работу обострителей напряжения. Ответы на эти вопросы может дать аналитическая теория ВТУИ, построению которой посвящена данная работа. Кроме того, будет исследована гипотетическая ВТИ, что позволит дать аналитическое объяснение принципиальной разницы между этими двумя типами волн.

2. Постановка задачи

Рассмотрим плоскую стационарную волну ионизации, распространяющуюся с постоянной скоростью u вдоль

[†] E-mail: ask@vei.ru

оси x в направлении n^+ -слоя перенапряженной обратно смещенной p^+-n-n^+ -структуры, через которую протекает постоянный ток с плотностью j . Будем считать, что далеко перед фронтом концентрация фоновых электронов и дырок $\sigma_b = 0$, а волна распространяется за счет лавинного размножения носителей заряда, порожденных межзонным или примесным туннелированием. Предположим также, что скорость u , а вместе с ней и толщина фронта, достаточно велики, чтобы можно было пренебречь диффузией. Тогда в движущейся вместе с фронтом системе координат $z = (x - ut)$ система уравнений непрерывности и Пуассона представима в виде

$$\frac{d(u - v_e)n}{dz} = \frac{d(u + v_n)p}{dz} = -(\alpha_e v_e n + \alpha_h v_h p + g_t), \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dz} = \frac{q}{\epsilon}(\rho - N), \quad (2)$$

где n, p и N — концентрации электронов, дырок и доноров, q — элементарный заряд, ϵ — диэлектрическая проницаемость полупроводника, $\rho = (n - p)$. Коэффициенты ударной ионизации $\alpha_{e,h}$, дрейфовые скорости $v_{e,h}$ и скорость туннельной ионизации g_t мы считаем заданными мгновенными и локальными функциями напряженности поля ($-E$), для которых используем обычные аппроксимации

$$\alpha_{e,h}(E) = \tilde{\alpha}_{e,h} \exp\left(-\frac{\tilde{E}_{e,h}}{E}\right), \quad v_{e,h}(E) = \frac{v_{e,h}^s E}{E + E_{e,h}^s},$$

$$g_t(E) = \tilde{g}_t \left(\frac{E}{\tilde{E}_t}\right)^k \exp\left(-\frac{\tilde{E}_t}{E}\right),$$

где $\tilde{\alpha}_{e,h}, \tilde{E}_{e,h}, v_{e,h}^s, E_{e,h}^s, \tilde{g}_t, \tilde{E}_t, k$ — константы материала, индексы „ e “ и „ h “ соответствуют электронам и дыркам. При выполнении численных оценок и расчетов мы для простоты будем считать, что все кинетические коэффициенты электронов и дырок равны, и используем следующие значения констант, типичные для кремния:

$$\tilde{\alpha}_{e,h} = \tilde{\alpha} = 10^6 \text{ см}^{-1}, \quad \tilde{E}_{e,h} = \tilde{E} = 1.5 \text{ МВ/см},$$

$$v_{e,h}^s = v_s = 10^7 \text{ см/с}, \quad E_{e,h}^s = E_s = 15 \text{ кВ/см},$$

$$\tilde{g}_t = 1.74 \cdot 10^{36} (1.2 \cdot 10^{15} N_t) \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1},$$

$$\tilde{E}_t = 22.6(8.0) \text{ МВ/см}, \quad k = 2(1/2), \quad \epsilon = 11.8\epsilon_0.$$

В скобках указаны значения констант для туннелирования через уровни с концентрацией N_t , расположенные в середине запрещенной зоны. Для этого механизма ионизации оценка предэкспоненциального множителя проведена по формуле (1) из работы [10], а показатель экспоненты уменьшен в $2^{3/2}$ раза по сравнению с межзонным туннелированием. При таких значениях констант туннелирование через глубокие уровни преобладает в слабых полях, а межзонное туннелирование — в сильных (рис. 1).

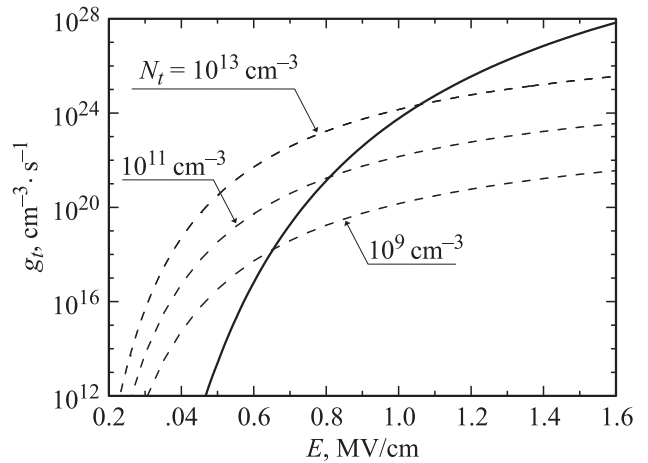


Рис. 1. Зависимости скорости межзонного туннелирования (сплошная линия) и туннелирования через глубокие уровни с различной концентрацией N_t (штриховые линии) от напряженности электрического поля.

Граничные условия системы уравнений (1), (2) имеют вид

$$n(L) = p(L) = 0, \quad E(0) = E_M, \quad dE/dz|_{z=0} = 0, \quad (3)$$

где $L = (d - ut)$ — расстояние от плоскости $z = 0$ до правой границы n -слоя, толщину d которого мы, для простоты, полагаем равной $w \equiv \epsilon E_M / qN$. Первые два условия справедливы, если ионизацией в полях $E < E(L)$ можно пренебречь, а второе и третье — если начало координат привязано к плоскости с максимальной напряженностью поля.

Интегрирование первого из равенств (1) дает соотношение

$$u\rho = mv_e + pv_h, \quad (4)$$

которое эквивалентно условию постоянства полного тока вдоль структуры. Так как при $z = 0$ ток смещения равен нулю, а $\rho = N$, из (4) следует равенство $j = qNu$ [11]. Комбинируя (4) с (1) и (2), нетрудно получить следующие уравнения для ρ и E :

$$\frac{dv\rho}{dz} + \omega\rho + g_t = 0, \quad (5)$$

$$\frac{d}{dz} \left[v \left(\frac{\epsilon}{q} \frac{dE}{dz} + N \right) \right] + \omega \left(\frac{\epsilon}{q} \frac{dE}{dz} + N \right) + g_t = 0, \quad (6)$$

где

$$v(E) = \frac{(u - v_e)(u + v_h)}{v_e + v_h},$$

$$\omega(E) = \frac{(u - v_e)v_h\alpha_h + (u + v_h)v_e\alpha_e}{v_e + v_h}.$$

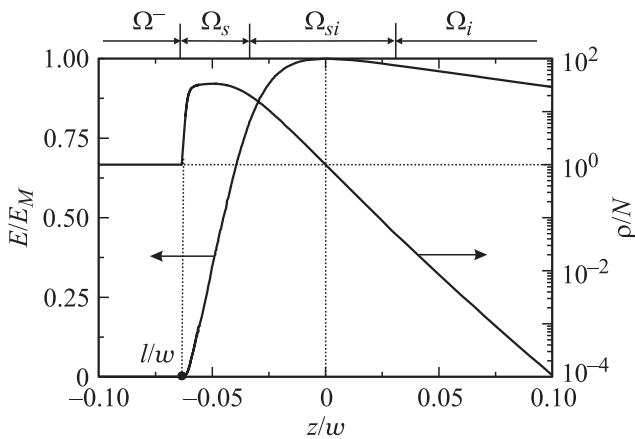


Рис. 2. Распределения напряженности поля $E(x)$ и плотности объемного заряда электронов и дырок $q\rho(x)$ в n -слое на фронте ВТУИ, рассчитанные по формулам (9) при $N = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $E_M = 0.6\tilde{E}$, $u = 75v_s$ для случая межзонного туннелирования.

Формальное решение (5) имеет вид

$$\begin{aligned} \rho(z) &= \frac{e^{-\tau_i(z)}}{v} \left[v(E_M)N - \int_0^z g_t e^{\tau_i(z')} dz' \right] \\ &= \frac{e^{-\tau_i(z)}}{v} \int_z^L g_t e^{\tau_i(z')} dz', \end{aligned} \quad (7)$$

где $\tau_i[E(z)] = \int_0^z (\omega/v) dz'$ и учтено, что $\rho(0) = N$. Оно справедливо во всех областях $\Omega^-, \Omega_s, \Omega_{si}, \Omega_i$, из которых состоит волна ионизации любого типа (см. рис. 2). Однако для его использования нужно найти распределение поля $E(z)$, которое заранее известно только в лидирующей области Ω_i , где концентрация электронов и дырок увеличивается на много порядков, но остается недостаточной для заметного искажения поля. Граница z_ρ этой области должна определяться из условия $\rho(z_\rho) \ll N$, так что при $z > z_\rho$

$$E(z) = E(L) + (L - z)qN/\epsilon. \quad (8)$$

При меньших z для определения $E(z)$ надо решить нелинейное уравнение (6), что можно сделать, пренебрегая слабой зависимостью $v(E)$ в сильных полях¹ и учитывая одновременно лишь один из механизмов ионизации.

3. Решение для ВТУИ

Авторы работы [7] отметили, что при достаточно большой концентрации электронов и дырок скорость ударной ионизации может намного превосходить g_t даже в очень сильном поле, так что туннельной ионизацией

¹ Можно показать, что связанная с этим относительная погрешность результатов не превосходит величины $E_s/E_M \ll 0.1$.

вообще можно пренебречь. Из (5) следует, что это оправдано при $z < z_g$, где координата z_g определяется сильным неравенством $\omega(z_g)\rho(z_g) \gg g_t(z_g)$. Если $z_g > 0$, то для этой области можно воспользоваться решением уравнений (6), (7), полученным в [3]:

$$\rho = N \frac{v_\infty}{v} \exp(-\tau_i^\pm), \quad z = \frac{w}{E_M} \int_E^{E_M} \frac{v dF}{v - v_\infty \exp(-\tau_i^\pm)}, \quad (9)$$

где $v_\infty \equiv v(\infty) \approx v(E_M)$, $\tau_i^\pm = \tau_i^\pm[E(z)]$ — положительный (при $z > 0$) или отрицательный (при $z < 0$) корень уравнения

$$\tau_i^\pm - 1 + \exp(-\tau_i^\pm) = \eta(E, E_M) \equiv \frac{w}{v_\infty} \int_E^{E_M} \omega \frac{dF}{E_M}. \quad (10)$$

Пример зависимостей $\rho(z)$ и $E(z)$, рассчитанных по этим формулам для случая межзонного туннелирования приведен на рис. 2. В случае туннелирования через глубокие уровни структура фронта претерпевает лишь незначительные количественные изменения, обусловленные иным соотношением между максимальным полем E_M и скоростью фронта u (см. далее).

Вследствие неравенства $E_s \ll E_M$ существует область Ω_s , где ионизацией уже можно пренебречь, но еще $E \gg E_s$. В этой области $\tau_i^- \approx \tau_i^-(0)$, $v \approx v_\infty$, $\rho \approx N \exp[-\tau_i^-(0)]$ и напряженность поля, уменьшаясь по линейному закону, достигает величины порядка E_s на задней границе фронта при

$$z \approx -l_i = \frac{w}{E_M} \int_0^{E_M} \frac{dE}{1 - \exp(-\tau_i^-)}. \quad (11)$$

Далее ρ и E уменьшаются по экспоненте с длиной затухания $\sim l_i E_s/E_M \ll l_i$, приближаясь в области Ω^- к постоянным значениям $\rho^- = N$ и E^- , где E^- — корень уравнения

$$v(E^-) = v_\infty \exp[-\tau_i^-(0)]. \quad (12)$$

При актуальных значениях параметров экспонента в правой части равенства (12) очень велика, поэтому оно может быть выполнено только при $v(E^-) \gg v_\infty$ и, значит, при $v_{e,h}^s \gg v_{e,h}(E^-) \approx v_{e,h}^s E^-/E_{e,h}^s$. Отсюда следует, что при $v_e = v_h$ в области Ω^-

$$E^- \approx E_s \frac{u^2}{u^2 - v_s^2} \exp[\tau_i^-(0)], \quad \sigma^- = N \frac{u E_s}{v_s E^-}, \quad (13)$$

где $\sigma = (n + p)$. Второе из этих равенств является прямым следствием условия (4) постоянства полного тока вдоль структуры.

Из определения z_ρ и (9) следует, что при $E < E_\rho = E(z_\rho)$ должно быть $\exp[-\tau_i^+(E_\rho)] \ll 1$ (далее для определенности будем считать, что $\tau_i^+(E_\rho) = \ln 10$).

Тогда при $E \lesssim E_\rho$ в левой части (10) можно пренебречь экспонентой и первая из формул (9) принимает вид

$$\rho[E(z)] \approx N \exp[-1 - \eta(E, E_M)]. \quad (14)$$

С другой стороны, для области $z > z_\rho$ перед фронтом, где $E < E_\rho$, в формуле (7) можно произвести замену переменной с помощью (8), в результате чего при $\nu = \nu_\infty$ получается

$$\rho[E(z)] = \frac{w}{\nu_\infty} \int_0^E g_t \exp[\eta(F, E_M)] \frac{dF}{E_M}. \quad (15)$$

Предположим еще, что выполнены два эквивалентных неравенства:

$$z_g > z_\rho, \quad E_g < E_\rho. \quad (16)$$

Тогда области применимости решений (14) и (15) перекрываются, так что их можно „сшить“ между собой при любом значении E из интервала $E_g \leq E \leq E_\rho$, например, при $E = E_g$. В результате получается соотношение

$$\ln \frac{N\nu_\infty}{wG} = 1 + \eta(\hat{E}, E_M), \quad (17)$$

где \hat{E} — корень уравнения

$$\frac{q}{\epsilon} N \tilde{E}_t \nu_\infty = \hat{E}^2 \omega(\hat{E}), \quad (18)$$

а эффективная скорость ионизации

$$\begin{aligned} G &= \tilde{g}_t \int_0^{E_g} \left(\frac{E}{\tilde{E}_t} \right)^k \exp \left[-\frac{\tilde{E}_t}{E} - \eta(0, E) \right] \frac{dE}{E_M} \\ &= \frac{g_t(\hat{E})}{E_M} \sqrt{\frac{2\pi q N \nu_\infty \hat{E}}{\epsilon [2\omega(\hat{E}) + \hat{E}\omega'(\hat{E})]}}, \end{aligned} \quad (19)$$

$\omega' = d\omega/dE$. Последнее равенство в (19) получено методом перевала, который применим, если основной вклад в интеграл дает область полей $E < E_g$. Полагая, что это условие выполняется, если при $E = E_g$ подынтегральная функция в 10 раз меньше своего максимума, расположенного при $E = \hat{E}$, нетрудно получить оценку²

$$E_g = \hat{E} + \sqrt{\frac{2qN\nu_\infty \hat{E} \ln 10}{\epsilon [2\omega(\hat{E}) + \hat{E}\omega'(\hat{E})]}}. \quad (20)$$

Как и следовало ожидать, в этом приближении G не зависит от E_g , поэтому фактически формула (17) является уравнением, связывающим u с E_M и таким

² Расчеты показывают, что при такой оценке E_g отношение $\omega(E_g)\rho(E_g)/g_t(E_g) \geq 30$ при всех актуальных значениях параметров, так что данное в начале этого раздела определение границы z_g эквивалентно (20).

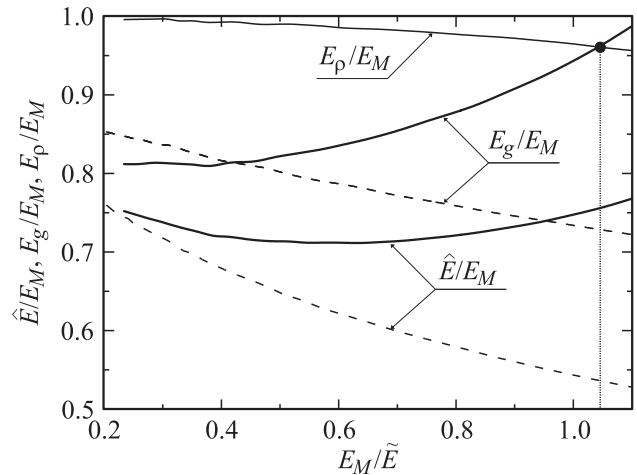


Рис. 3. Зависимости \hat{E}, E_g и E_ρ от E_M , рассчитанные по формулам (9), (18), (20) для межзонного туннелирования (сплошные линии) и туннелирования через глубокие уровни (штриховые линии) при $N = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и $N_t = 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Вертикальной линией отмечена граница области применимости метода перевала для вычисления G , положение которой не зависит от N .

образом „закрывающим“ решение задачи о ВГУИ. Условия применимости метода перевала для вычисления G по формуле (19) проиллюстрированы на рис. 3. Как видно, в случае туннелирования через глубокие уровни неравенства (16) выполняются при всех значениях E_M , а в случае межзонного туннелирования этот метод применим только при $E_M < 1.04\tilde{E}_t$.

При выводе формул этого раздела мы использовали граничные условия (3), тем самым считая расстояние L достаточно большим для того, чтобы ионизацией в полях $E < E(L)$ можно было пренебречь. Однако они применимы почти во всем n -слое и после „столкновения“ фронта с $n-n^+$ -переходом. Для того чтобы убедиться в этом, воспользуемся альтернативным набором граничных условий системы уравнений (5), (6):

$$\rho(-L^-) = N, \quad E(-L^-) = E^-, \quad E(z_0) = E_0, \quad (21)$$

где $L^- = ut$ — расстояние от плоскости $z = 0$ до $p^+ - n$ -перехода, E_0 — произвольная напряженность поля из интервала $E^- < E_0 < E_M$, а z_0 определяет выбор начала новой системы координат z' . В результате получается решение, которое для полей $E < E_M$ имеет вид

$$\begin{aligned} \rho &= N \frac{\nu(E^-)}{\nu} \exp(-\theta), \\ z' &= z_0 + \frac{w}{E_M} \int_{E_0}^E \frac{\nu dF}{\nu(E^-) \exp(-\theta) - \nu}, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\theta = \theta[E(z)]$ — положительный корень уравнения

$$\frac{\nu(E^-)}{\nu_\infty} (1 - e^{-\theta}) - \theta = \eta(E_0, E). \quad (23)$$

Решения (22) и (9) сдвинуты относительно друг друга, но, как нетрудно показать, полностью совпадают при

$$z_0 = \frac{w}{E_M} \int_{E_0}^{E_M} \frac{v dF}{v(E^-) \exp(-\theta) - v}.$$

Важной особенностью формул (22) является то, что они содержат единственный параметр E^- , на который в принципе могут влиять процессы, происходящие на самом фронте или перед ним. С другой стороны, последствия „столкновения“ фронта с $n-n^+$ -переходом могут проявиться лишь на расстоянии $\delta_D \sim \sqrt{Dl_i/u}$ за счет диффузии или $\delta_v \approx v_s l_i/u$ за счет дрейфа, где l_i/u — время пролета фронтом своей толщины. При типичных параметрах $\delta_D \ll \delta_v$, а $\delta_v \ll l_i$, так как мы изначально полагали ВТУИ быстрой (т.е. $u \gg v_s$). Поэтому „столкновение“ никак не может повлиять на величину E^- , которая определилась задолго до этого события. Выбирая E_0 из интервала $E^- < E_0 < E_s$, мы получим решение, пригодное до тех пор, пока фронт не „поглотится“ n^+ -слоем. После этого почти весь n -слой³ окажется занят квазинейтральной плазменной областью Ω^- , в которой однородное поле E^- обеспечивает протекание постоянного тока j .

4. Решение для ВТИ

Если, как это сделали авторы работы [6], пренебречь ударной ионизацией, то в формулах (5)–(7) можно положить $\omega = 0 = \tau_i$. Тогда из (7) следует, что

$$\rho = N \frac{v_\infty}{v} (1 - \tau_i), \tag{24}$$

а первый интеграл уравнения (6) принимает вид

$$\frac{w}{E_M} \frac{dE}{dz} = \frac{v_\infty}{v} (1 - \tau_i) - 1, \tag{25}$$

где $\tau_i[E(z)] = \int_0^z g_t dz' / v_\infty N$. Используя эту новую переменную, легко получить уравнение, эквивалентное (25):

$$\frac{w g_t}{E_M N v_\infty} \frac{dE}{d\tau_i} = -\tau_i + \left(\frac{v_\infty}{v} - 1 \right) (1 - \tau_i). \tag{26}$$

В областях Ω_i, Ω_{si} , где скорость туннельной ионизации g_t заметно отлична от нуля, напряженность поля $E \gg E_s$ и поэтому различием между v и v_∞ (а значит, и последним слагаемым в (26)) можно пренебречь. Тогда

³ Кроме области толщиной δ_v вблизи $n-n^+$ -перехода существует еще и тонкая ОПЗ вблизи p^+-n -перехода, возникающая из-за экстракции электронов и расширяющаяся со скоростью, не превышающей $v_e(E^-)$, в которой решения (22) и (9) тоже неприменимы.

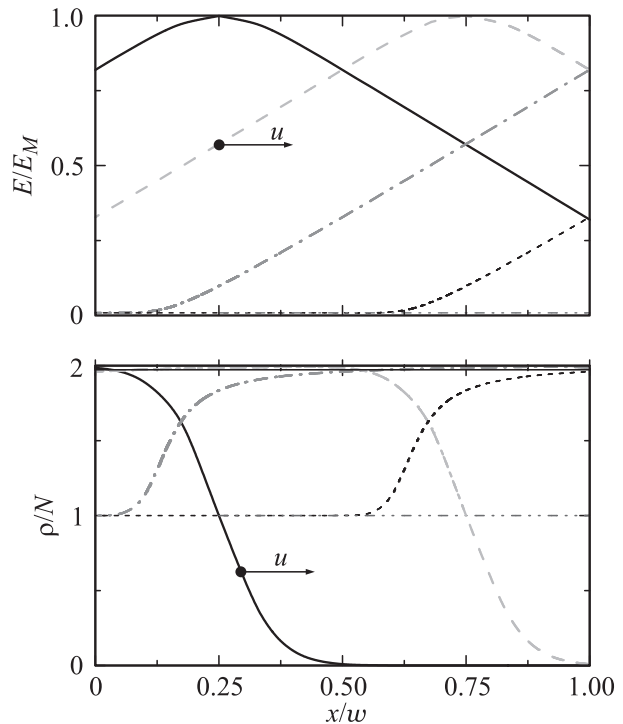


Рис. 4. Распределения напряженности поля $E(x)$ и плотности объемного заряда электронов и дырок $q\rho(x)$ в n -слое при распространении ВТИ в различные моменты времени, рассчитанные по формулам (24), (27) при $N = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $E_M = \bar{E}$, $u = 75v_s$.

интегрирование (25) и (26) приводит к формулам

$$z = \frac{w}{E_M} \int_E^{E_M} \frac{v dF}{v - v_\infty (1 - \tau_i)},$$

$$\tau_i^\pm(E) = \pm \left(\frac{2w}{N v_\infty} \int_E^{E_M} g_t \frac{dF}{E_M} \right)^{1/2}. \tag{27}$$

Так как $\rho(L) = 0$ при достаточно малых $E(L)$, то (см. (24)) должно выполняться равенство $\tau_i^+[E(L)] \approx \tau_i^+(0) = 1$, которое фактически является уравнением, связывающим скорость фронта u с максимальной напряженностью поля E_M . Подставляя в него (27) и решая относительно u , получим

$$u = v_e - v_h + \left[v_e^2 - v_e v_h + v_h^2 + \frac{2w}{N} (v_e + v_h) \int_0^{E_M} g_t \frac{dE}{E_M} \right]^{1/2}, \tag{28}$$

где следует использовать значения $v_{e,h} = v_{e,h}(E_M) \approx v_{e,h}^s$.

Позади ВТИ тоже существует область Ω_s , где ионизацией уже можно пренебречь, но еще $E \gg E_s$. В этой области $\tau_i^- \approx \tau_i^-(0) = -1$, $v \approx v_\infty$, $\rho \approx 2N$, напряжен-

ность поля, также уменьшаясь по линейному закону, достигает величины порядка E_s при

$$z \approx -l_t = \frac{w}{E_M} \int_0^{E_M} \frac{dE}{\tau_t^-}. \quad (29)$$

После этого ρ и E приближаются в области Ω^- к постоянным значениям $\rho^- = N$ и E^- , где E^- — корень уравнения

$$v(E^-) = 2v_\infty. \quad (30)$$

Отметим две особенности ВТИ, отличающие ее от ВТУИ. Во-первых, функция $E(z)$, определяемая формулами (27), является четной при $E \gg E_s$, т.е. напряженность поля за фронтом уменьшается с такой же скоростью, с какой нарастает перед ним (см. рис. 4). Поэтому $l_t > w$ и квазинейтральная область Ω^- может появиться только после „столкновения“ фронта ВТИ с n^+ -слоем; как и случае ВТУИ, это событие не нарушает применимости решения (24), (27) почти во всем n -слое. Во-вторых, из (30) следует, что за фронтом ВТИ напряженность поля E^- относительно очень велика, а концентрация σ^- очень мала. Нетрудно убедиться, что при $v_e = v_h$

$$E^- = E_s \frac{f(u/v_s)}{1 - f(u/v_s)},$$

$$\sigma^- = N \frac{u}{v_s f(u/v_s)}, \quad (31)$$

где $f(x) = 1 - x^2 + \sqrt{1 - x^2 + x^4}$, так что $E^- \geq E_s$ и $\sigma^- \leq 2Nu/v_s$, причем равенства выполняются в пределе $u \gg v_s$, когда $E^- \sigma^- = 2E_s Nu/v_s$. Эта особенность ВТИ обусловлена тем, что в правой части уравнения для E^- очень большой множитель $\exp[-\tau_t^-(0)]$ оказался замененным на 2 из-за пренебрежения ударной ионизацией.

5. Сравнение скоростей волн ионизации различных типов

Для того чтобы определить, какой из четырех изученных типов волн преобладает в реальных структурах при различных условиях, можно, например, сравнить скорости фронта при заданном значении максимальной напряженности поля E_M на фронте: самый быстрый тип волн окажется преобладающим. Мы проведем такое сравнение, полагая равными все кинетические коэффициенты электронов и дырок и используя для них аппроксимации, указанные в разделе 2 настоящей статьи.

Для случая, когда выполняются оба равенства $g = 0 = \sigma_b$ и необходимо учитывать диффузию, мы ис-

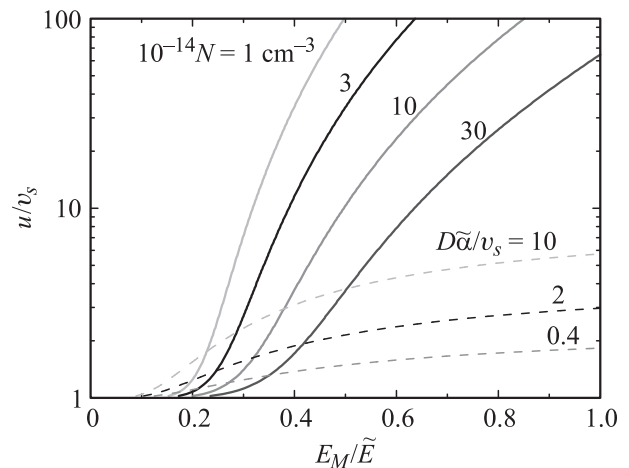


Рис. 5. Зависимости нормированной скорости фронта ВТУИ при межзонном туннелировании (сплошные линии, расчет по формуле (17) для различных значений N) и ВУИ (штриховые линии, расчет по формуле (32) для различных значений D при $\sigma_b = 0 = g_t$) от максимальной напряженности поля E_M .

пользуем формулу [4,12]

$$u = \frac{D}{2} \left(3 + \sqrt{1 + \frac{4}{\mathcal{D}_M}} \right) \lambda^*,$$

$$\lambda^* = \alpha(E_M) \sqrt{\frac{1}{\mathcal{D}} - \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{\mathcal{D}_M}}}, \quad (32)$$

где D — коэффициент диффузии электронов и дырок, $\mathcal{D}_M = D\alpha(E_M)/v_s$. Нетрудно убедиться, что при актуальных значениях параметров длина $1/\lambda^*$ экспоненциального затухания концентраций n, p перед фронтом, определяющая толщину области Ω_i , по крайней мере в 100 раз меньше w . Поэтому относительно медленное уменьшение напряженности поля перед фронтом практически не влияет на скорость u , которая в этом случае зависит только от E_M , но не от N . Если $g = 0$, но $\sigma_b \neq 0$, то в дрейфовом приближении скорость u связана с E_M соотношением [3]

$$\ln \frac{uN}{v_s \sigma_b} = 1 + \eta(0, E_M), \quad (33)$$

аналогичным (17).

Зависимости $u(E_M)$, рассчитанные для всех этих типов волн, приведены на рис. 5, 6. Как видно, в достаточно сильных полях межзонное туннелирование обеспечивает гораздо большие значения u , чем диффузия, которой в этом случае можно пренебречь.⁴ В очень сильном поле ВТИ может быть быстрой (рис. 6, а), но при всех

⁴ Согласно [3] для этого достаточно выполнение неравенства $(u/v_s - 1)^2 \gg 2\mathcal{D}_M$, которое фактически означает, что скорость фронта должна быть много больше величины, рассчитанной по формулам (32). При выборе подходящих для этих оценок значений D следует иметь в виду, что в сильном поле коэффициенты продольной диффузии существенно уменьшаются. Например, в Si при $E \gtrsim 50$ кВ/см $D(E)/D(0) \lesssim 0.2$ [13], поэтому безразмерный параметр $D\tilde{\alpha}/v_s$, скорее всего, не превосходит 0.4.

условиях скорость фронта радикально увеличивается за счет ударной ионизации, учет которой является обязательным. Как и следовало ожидать, в относительно слабых полях и при больших N_t туннелирование через глубокие уровни еще больше увеличивает u (рис. 6, *a*). Это ускорение обусловлено рождением затравочных носителей заряда далеко перед фронтом (рис. 3, *a*) и соответствующим расширением области лавинного размножения Ω_i . Сравнение зависимостей $u(E_M)$, приведенных на рис. 6 *a* и *b*, показывает, что в этом случае ВТУИ практически идентична ВУИ при наличии однородного фона электронов и дырок перед фронтом. За фронтом (т.е. при $z < z_{rho}$) структуры всех трех типов быстрых волн ионизации совпадают, если разные механизмы возникновения затравочных носителей заряда обеспечивают равные скорости u при равных значениях E_M . Такие совпадения наступают, когда

$N_t = N_{tc}(E_M)$ при сравнении двух типов туннелирования,

$\sigma_b = \sigma_t(E_M)$ при сравнении межзонного туннелирования и однородного фона,

$\sigma_b = \sigma_{tt}(E_M, N_t)$ при сравнении туннелирования через глубокие уровни и однородного фона.

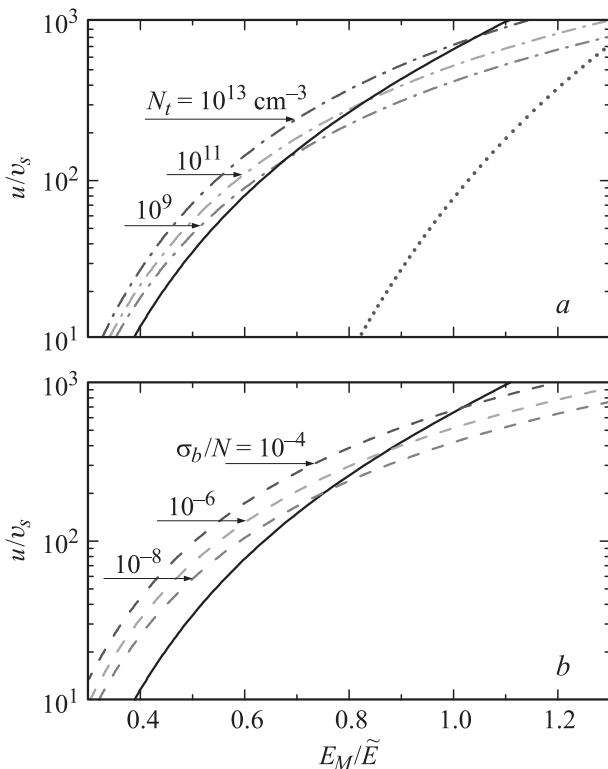


Рис. 6. Зависимости нормированной скорости фронта ВТИ (точки, расчет по формуле (28)), ВТУИ при межзонном туннелировании (сплошные линии, расчет по формуле (17)) и туннелировании через глубокие уровни с концентрациями N_t (штрихпунктир, расчет по формуле (17)) и ВУИ при концентрациях затравочных носителей заряда σ_b (штриховые линии, расчет по формуле (33)) от максимальной напряженности поля E_M при $N = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

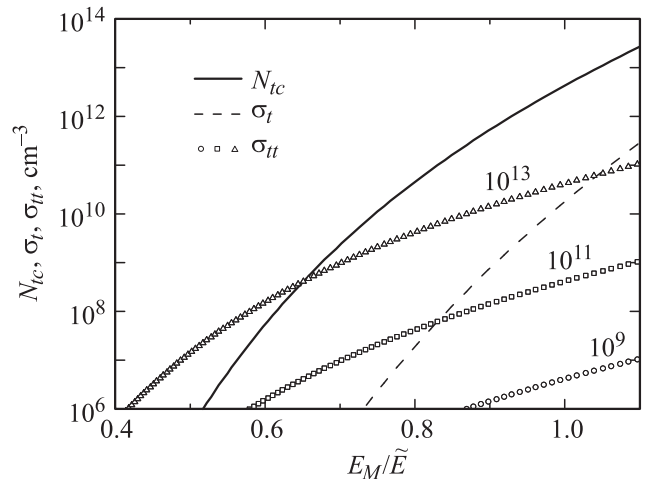


Рис. 7. Зависимости $N_{tc}(E_M)$ (сплошная линия), $\sigma_t(E_M)$ (штриховая линия) и $\sigma_{tt}(E_M)$ для различных значений N_t (символы) при $N = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

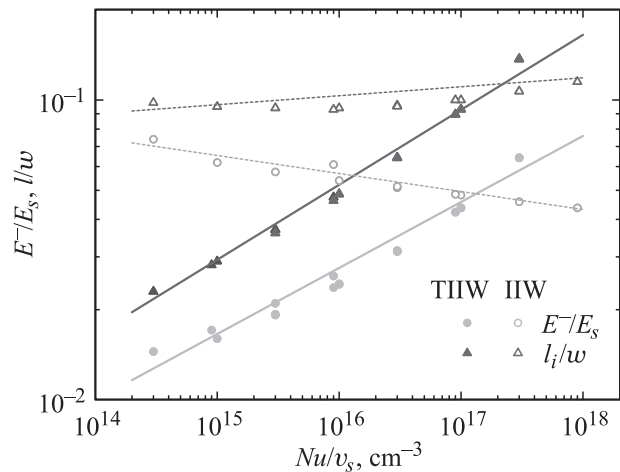


Рис. 8. Зависимости параметров E^-/E_s (кружки) и l_i/w (треугольники) ВТУИ (темные символы) и ВУИ (светлые символы) от произведения uN , рассчитанные при значениях $N = (1 - 30) \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и $u = (3 - 1000)v_s$ для случая межзонного туннелирования и однородного фона с $\sigma_b = 10^9 \text{ см}^{-3}$. Линии — степенные аппроксимации (35).

Графики этих функций изображены на рис. 7. Они разделяют плоскость рисунка на области, в которых преобладает один из механизмов возникновения затравочных носителей заряда. Например, туннелирование через глубокие уровни эффективнее межзонного при $N_t > N_{tc}(E_M)$ и эффективнее однородного фона при $\sigma_b < \sigma_{tt}(E_M, N_t)$.

Результаты, представленные на рис. 6, 7, были получены для значения $N = 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Для других концентраций они могут быть легко пересчитаны с учетом того, что все приведенные выше формулы для быстрых волн ионизации содержат N и u только в виде произведения uN с точностью порядка v_s^2/u^2 (или с точностью порядка $v_{e,h}^s/u$, если кинетические коэффициенты электронов

и дырок существенно различаются), т.е. выполняются законы подобия

$$E_M = \tilde{E}\Psi_M(uN), \quad E^- = E_s\Psi^-(uN),$$

$$\sigma^- = \frac{uN}{v_s\Psi^-(Nu)}, \quad l_i = w\Psi_i(uN). \quad (34)$$

Причина этого состоит в том, что при прочих равных условиях скорость быстрых волн ионизации пропорциональна толщине области Ω_i , которая в нашем случае⁵ пропорциональна $w \propto N^{-1}$. Для иллюстрации законов (34) на рис. 8 приведены зависимости параметров E^- и l_i/w , рассчитанные для широких диапазонов значений N и u . Как видно, в первом приближении их можно аппроксимировать степенными функциями

$$\Psi_i(Nu) \approx a_i \left(\frac{Nu}{N_0 v_s} \right)^{b_i}, \quad (35)$$

где a_i, b_i и N_0 — подгоночные параметры.

6. Заключение

Изложенные выше результаты дополняют построенную ранее аналитическую теорию волн ионизации в полупроводниках [3,4]. Они получены путем *математического* анализа свойств определенного типа решений системы уравнений непрерывности и Пуассона. Такой анализ необходим в качестве первого этапа решения *физической* проблемы адекватного описания пробоя сильно перенапряженных $p^+ - n - n^+$ -структур, но недостаточен по двум причинам.

Во-первых, плоские ВУИ неустойчивы по отношению к коротковолновым поперечным возмущениям даже в рамках полностью детерминированного континуального приближения; применительно к полупроводникам это было показано в работах [14,15]. Очевидно, ВТУИ также должны быть неустойчивы, но для них закон дисперсии может заметно отличаться. Эволюция нарастающих возмущений может привести к образованию единичных или множественных шнуров тока, свойства которых пока неизвестны.⁶ Однако имеются указания на то, что образование таких шнуров должно радикально изменить процесс пробоя [21].

Во-вторых, применимость самого континуального приближения для описания ВТУИ далеко не очевидна. Причина этого состоит в том, что далеко перед фронтом ВТУИ всегда существует область, где концентрация появившихся за счет туннельной ионизации затравочных носителей заряда σ настолько мала, что среднее расстояние между ними $\sigma^{-1/3}$ превосходит все характерные размеры волны. Порожденные этими носителями заряда лавины могут быть достигнуты фронтом или пере-

крыться между собой до начала лавинно-стримерного перехода (ЛСП) и тогда континуальное приближение (а вместе с ним и полученное выше решение) применимо. В противном случае использование одномерной континуальной модели должно приводить к решениям, не имеющим физического смысла. Для их исключения авторы работ [7,10,16,18,21] „выключали“ ударную ионизацию в областях, где σ меньше некоторого порогового значения σ_c . Однако использование такого искусственно приема не всегда правомерно, так как одновременно с „нефизическими“ одномерными решениями он может исключать и вполне реальные неодномерные решения, описывающие эволюцию удаленных друг от друга лавин и стримеров, порожденных редкими затравочными носителями перед фронтом [22]. Возможно, именно такой сценарий реализуется в условиях, рассмотренных авторами работ [7,10], согласно которым уменьшение σ_c от 10^9 см^{-3} до нуля приводит к сильному количественному и даже качественному изменению характера эволюции плоских ВТУИ. В то же время изменение σ_c от 10^{13} см^{-3} до 10^9 см^{-3} практически не изменяет результаты моделирования стримеров [20], что является косвенным указанием на применимость континуального приближения в этом случае. Эти соображения указывают на актуальность проблемы, но, конечно, не являются доказательными. Для строгого определения условий применимости континуального приближения необходимо знание характеристик ЛСП, который изучался только в постоянном и однородном поле [12], тогда как перед фронтом поле очень сильно изменяется во времени и пространстве.

На основании вышеизложенного можно сформулировать следующие еще нерешенные, но весьма актуальные задачи теории волн ионизации в полупроводниках:

- определение характеристик ЛСП в неоднородном и быстро нарастающем поле;
- определение условий применимости континуального приближения для описания волн ионизации различного типа;
- исследование поперечной неустойчивости стационарных плоских ВТУИ и характера локализации тока в случаях, когда континуальное приближение применимо;
- исследование эволюции взаимодействующих между собой стримеров в случаях, когда континуальное приближение неприменимо.

Решение этих задач с использованием результатов данной работы и теории стационарных плоских ВУИ [3,4] позволит, наконец, построить адекватную физическую картину импульсного пробоя сильно перенапряженных $p^+ - n - n^+$ -структур.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 13-08-00474).

Список литературы

- [1] С. Зи. *Физика полупроводниковых приборов* (М., Мир, 1984) т. 2. [Пер. с англ.: S.M. Sze. *Physics of semiconductor devices* (A Wiley-Interscience publication, N.Y., 1981)].

⁵ В случае быстрых стримеров, распространяющихся за счет размножения фоновых носителей заряда [17] или за счет туннельно-ударной ионизации [18,19], толщина области Ω_i пропорциональна радиусу кривизны фронта r_f и поэтому в законах подобия произведение uN следует заменить на отношение u/r_f .

⁶ Первые результаты для медленных ВУИ в газах были недавно получены в работе [20].

- [2] И.В. Грехов, В.М. Тучкевич. *Новые принципы коммутации больших мощностей полупроводниковыми приборами* (Л., Наука, 1988).
- [3] А.С. Кюрегян. ФТП, **41**, 761 (2007).
- [4] А.С. Кюрегян. Письма ЖЭТФ, **86**, 360 (2007).
- [5] Н.Г. Басов, А.Г. Молчанов, А.С. Насибов и др. ЖЭТФ, **70**, 1751 (1976).
- [6] О.В. Константинов, О.А. Мезрин. Письма ЖТФ, **13**, 476 (1987).
- [7] P. Rodin, U. Ebert, W. Hundsdorfer et al. J. Appl. Phys., **92**, 958 (2002).
- [8] P. Rodin, I. Grekhov. Appl. Phys. Lett., **86**, 243 504 (2005).
- [9] P. Rodin, A. Rodina, I. Grekhov. J. Appl. Phys., **98**, 094 506 (2005).
- [10] И.В. Грехов, П.Б. Родин. Письма ЖТФ, **37**, 17 (2011).
- [11] D.J. Bartelink, D.L. Scharfetter. Appl. Phys. Lett., **14**, 320 (1969).
- [12] А.С. Кюрегян. ФТП, **42**, 23 (2008).
- [13] C. Jacoboni, L. Reggiani. Rev. Mod. Phys., **55**, 645 (1983).
- [14] А.С. Кюрегян. Изв. РАН. Сер. Энергетика, № 4, 7 (2011).
- [15] А.С. Кюрегян. ЖЭТФ, **141**, 983 (2012).
- [16] А.С. Кюрегян. ФТП, **44**, 1310 (2010).
- [17] М.И. Дьяконов, В.Ю. Качоровский. ЖЭТФ, **95**, 1850 (1989).
- [18] А.С. Кюрегян. ЖЭТФ, **136**, 962 (2009).
- [19] А.С. Кюрегян. ЖЭТФ, **138**, 721 (2010).
- [20] A. Luque, F. Brau, U. Ebert. Phys. Rev. E, **78**, 016206 (2008).
- [21] П.Б. Родин, А.М. Минарский, И.В. Грехов. Письма ЖТФ, **38**, 78 (2012).
- [22] А.С. Кюрегян. Письма ЖТФ, **34**, 11 (2005).

Редактор Т.А.Полянская

Theory of stationary plane tunnel-impact ionization waves

A.S. Kyuregyan

All-Russian Electrical Engineering Institute,
111250 Moscow, Russia

Abstract The effect of band-to-band and trap-assisted tunneling on the properties of stationary plane ionization waves in $p^+ - n - n^+$ -structures has been theoretically analyzed. It is shown that in qualitative terms, such tunnel-impact ionization waves (TIIW) do not differ from the usual impact ionization waves (IIW), spreading due to the avalanche multiplication of uniformly distributed seed electrons and holes. Quantitative differences of TIIW from IIW are reduced to a somewhat different relationship between the wave velocity u and maximum field strength E_M at the front. It is shown that neglecting the impact ionization does not exclude the possibility of existence of tunneling ionization waves, but their structure is radically changed, and the speed is greatly reduced at the same value E_M . Comparison of the dependences $u(E_M)$ for various types of ionization waves makes it possible to determine conditions under which one of them is predominant. In conclusion, the still unresolved problems in the theory of TIIW are discussed and lines of further investigations are outlined.