

09
Селективное возбуждение и создание инверсной населенности в квантовых системах с помощью униполярных аттосекундных и терагерцовых импульсов

© Р.М. Архипов¹⁻³, М.В. Архипов^{1,2}, А.В. Пахомов², М.О. Жукова², А.Н. Цыпкин², Н.Н. Розанов^{2,3}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 Санкт-Петербург, Россия

² Университет ИТМО, 197101 Санкт-Петербург, Россия

³ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arhipovrostislav@gmail.com

Поступила в редакцию 22.07.2020 г.

В окончательной редакции 22.07.2020 г.

Принята к публикации 10.08.2020 г.

Изучена возможность селективного заселения энергетических уровней квантовых систем с помощью одиночного униполярного субциклового импульса и пары импульсов. Возможность селективного заселения квантовых уровней наглядно проиллюстрирована на основании численного решения системы уравнений для матрицы плотности трехуровневой среды, взаимодействующей с парой субциклового аттосекундных и терагерцовых импульсов. Показана возможность создания инверсной населенности в трехуровневой среде с помощью пары таких импульсов. Изучена динамика решеток населенностей в трехуровневой среде при воздействии на систему пары гауссовых импульсов большой амплитуды. Если в слабом поле форма решеток является гармонической, согласно аналитическим расчетам, выполненным по теории возмущений, в случае сильного поля пространственный профиль решеток может отличаться от синусоидального и имеет сложную пиковую структуру.

Ключевые слова: аттосекундные импульсы, субцикловые импульсы, терагерцовые импульсы, униполярные импульсы.

DOI: 10.21883/OS.2020.12.50328.197-20

Введение

К настоящему моменту уже получены субцикловые импульсы аттосекундной длительности, спектр которых лежит в оптическом диапазоне [1–3] и пикосекундные импульсы в терагерцовом диапазоне [4–6]. Предельно короткие импульсы с такой малой длительностью порядка периода колебаний поля находят массу применений в изучении и контроле динамики движений волновых пакетов в атомах, молекулах и твердых телах [7,8]. Временное поведение напряженности электрического поля в подобных импульсах представляет собой половину периода колебаний поля и длинный слабый затухающий хвост с противоположной по знаку амплитудой. Для субциклового импульсов вводится понятие электрической площади, определяемой как

$$S_E = \int_{t=-\infty}^{+\infty} E(t)dt, \tag{1}$$

где E — напряженность электрического поля и t — время [9]. Такие полупериодные импульсы близки по своей форме к униполярным импульсам, содержащим всплеск поля одной полярности и обладающим нену-

левой электрической площадью. Униполярные импульсы являются предметом активного изучения на сегодняшний день [10–12]. Они интересны тем, что благодаря своей полупериодной форме способны оказывать однонаправленное воздействие на электрические заряды и могут быть использованы для эффективного управления квантовыми системами. Данная возможность хорошо изучена экспериментально в ТГц диапазоне частот [13–15]. По-видимому, это связано с тем, что полупериодные терагерцовые импульсы проще получить экспериментально, чем оптические. Действительно, экспериментально показана возможность эффективной ионизации и управления динамикой ридберговских атомов [13–15] и полупроводниковых наноструктур [16]. Субцикловые ТГц импульсы было также предложено использовать для эффективного управления динамикой полярных молекул [17]. В оптическом диапазоне более высокая эффективность управления квантовыми системами с помощью униполярных импульсов [18–21] по сравнению с обычными биполярными импульсами и возможность ускорения зарядов [22] изучена в основном теоретически. Экспериментально продемонстрировано более эффективное возбуждение атомных систем с помощью импульсов полупериодной формы по сравнению с одноцикловыми импульсами [2].

Спектр таких субцикловых импульсов чрезвычайно широк и может покрывать одновременно несколько резонансных переходов в среде. Поэтому их взаимодействие со средой является нерезонансным. Для возбуждения тех или иных переходов в квантовых системах, на первый взгляд, необходимо использовать длинный резонансный квазимонохроматический импульс. В случае же субцикловых импульсов, ввиду нерезонансности взаимодействия, казалось бы, максимально заселить тот или иной уровень среды практически невозможно (при условии, что населенности остальных уровней практически будут равняться нулю). Несмотря на кажущееся противоречие, в работе [20] на основе решения уравнения Шредингера в приближении слабого поля была показана возможность селективного управления населенностями в квантовой системе с помощью пары униполярных импульсов при изменении задержки между импульсами. Дальнейшее развитие эта идея получила в работе [23], в которой также в приближении слабого поля показана возможность селективного управления населенностями системы не только при изменении задержки между импульсами, но и при изменении формы импульсов и их длительности. Известно, что в протяженной среде, в которой когерентно распространяется пара длинных [24] или предельно коротких импульсов навстречу друг другу без перекрытия в среде, могут возникать решетки населенностей [25–29]. В традиционном подходе они создаются в резонансной среде при интерференции двух монохроматических лазерных пучков, перекрывающихся в среде [30,31]. Эти решетки имеют множество применений в оптике и спектроскопии [31]. Однако при когерентном взаимодействии импульсов со средой (когда длительность импульсов и задержка между ними меньше времен релаксации в среде) создание решеток возможно и с помощью импульсов предельно короткой длительности без перекрытия последних в среде [25–29]. Физический механизм формирования решеток связан с тем, что первый импульс оставляет после себя систему в суперпозиционном состоянии, и недиагональные элементы матрицы плотности (когерентность среды) осциллируют с частотой перехода. Второй импульс, приходящий с некоторой задержкой в среду, взаимодействует с осциллирующей когерентностью, и результат взаимодействия зависит от задержки между импульсами. Поэтому в среде возможно возникновение светоиндуцированных решеток населенностей. Динамика таких решеток под действием аттосекундных импульсов хорошо изучена в двухуровневой среде [25–29] и пока еще недостаточно исследована в случае многоуровневых сред (см., например, [20,23,28,29]). В [29] с помощью теории возмущений показана возможность наведения решеток при использовании пары субцикловых импульсов малой амплитуды. Также в [29] на основании численных расчетов показано, что результаты аналитического рассмотрения, выполненного по теории возмущений, хорошо согласуются с результатами численных расчетов для трехуровневой схемы типа рубидия при малых амплитудах

возбуждающих полей. Но в сильных полях приближенные формулы, полученные по теории возмущений, становятся неприменимыми. Некоторые предварительные результаты численных расчетов, приведенные в [23,26], показывают данную возможность и в сильных полях. Но подробный анализ динамики системы в сильных полях требует отдельного исследования.

В данной работе, которая является продолжением предыдущих исследований авторов, изучается возможность максимального заселения тех или иных уровней среды и создания инверсной населенности как с помощью одиночного импульса, так и с помощью пары субцикловых аттосекундных импульсов с большой и малой амплитудой. На основании численного моделирования изучается динамика решеток инверсии и возможность создания инверсии населенностей в трехуровневой среде, взаимодействующей с парой мощных субцикловых аттосекундных импульсов.

Селективное возбуждение уровней в квантовой системе с помощью одиночного субциклового импульса

В данном разделе обсуждается вопрос, можно ли сделать так, что после окончания действия импульса населенность какого-то возбужденного уровня окажется больше, чем населенность остальных уровней? На первый взгляд, это невозможно, так как спектр субциклового импульса является широким и покрывает все переходы среды. И для получения максимальной населенности какого-либо перехода среды надо пользоваться сильным резонансным монохроматическим излучением или длинным многоцикловым импульсом, центральная частота которого совпадает с частотой перехода. Если резонансное поле сильное (частота Раби больше обратного времени релаксации поляризации T_2), то в результате осцилляций Раби атомной инверсии можно добиться полного заселения верхнего уровня резонансным полем (π -импульс) [32]. Однако в случае субцикловых импульсов с широким спектром данная возможность, на первый взгляд, кажется неосуществимой. Приведем аналогию. В классической механике частицу массой m , движущуюся в однородном поле Земли с ускорением g , можно забросить на определенную высоту h над поверхностью Земли. Для этого на частицу нужно подействовать кратковременной силой $F(t)$, сообщаящей частице некоторую начальную скорость V_0 . Высота подъема $h = \frac{S_F}{m\sqrt{2g}}$ и потенциальная энергия частицы в конечной точке $U = \sqrt{\frac{g}{2}} S_F$ будут определяться импульсом силы $S_F \equiv \int_0^{\tau} F(t) dt$. Данные простые классические соображения заставили авторов задуматься о возможности максимального заселения того или иного квантового уровня среды после окончания воздействия субциклового импульса.

Действительно, вероятность перехода частицы из основного состояния в некоторое возбужденное k -е состояние под действием короткого импульса может быть найдена из приближенного решения уравнения Шредингера в первом порядке теории возмущений [33]:

$$w_{0k} = \frac{d_{0k}^2}{\hbar^2} \left| \int E(t) e^{i\omega_{0k}t} dt \right|^2, \quad (2)$$

где d_{0k} — дипольный момент перехода, ω_{0k} — частота резонансного перехода.

Если длительность импульса короче обратной частоты резонансного перехода, то в грубом приближении осциллирующая экспонента под интегралом (2) не успеет заметно измениться за время действия импульса, и при вычислении интеграла в показателе экспоненты можно положить $t = 0$. Тогда для вероятности перехода приближенно имеем [20,23]

$$w_{0k} = \frac{d_{0k}^2}{\hbar^2} S_E^2. \quad (3)$$

Она пропорциональна квадрату электрической площади импульса и дипольного момента перехода. Согласно (3), можно ожидать получения максимального значения населенности того перехода среды, который обладает максимальным дипольным моментом при большой площади импульса. Поэтому получение максимальной населенности того или иного уровня среды кажется возможным при условии, что длительность импульса короче периода резонансного перехода среды, несмотря на широкий спектр импульса. Ситуация имеет аналогию с приведенным выше примером из классической механики. Общность заключается в том, что как в классическом, так и квантовом случае конечное состояние частицы зависит от интеграла внешней силы по времени — импульса силы и электрической площади. Возможность получения максимальной инверсии на каком-либо переходе среды может быть использована для создания инверсной населенности, например, на вращательных переходах в полярных молекулах [21].

Селективное возбуждение, создаваемое парой импульсов, и инверсная населенность в трехуровневой среде

Рассмотрим теперь воздействие пары гауссовых униполярных импульсов аттосекундной длительности

$$E(t) = E_0 \exp\left[-\frac{t^2}{\tau^2}\right] + E_0 \exp\left[-\frac{(t-\Delta)^2}{\tau^2}\right]$$

на квантовую систему (Δ — задержка между импульсами). Наличием длинного хвоста противоположной полярности пренебрегаем, так как его влияние несущественно при малой амплитуде и длительности, большей

длительности основной полуволны [20,23]. Известно выражение для вероятности переходов под действием пары гауссовых импульсов, полученное по теории возмущений с помощью (2) в приближении слабого поля [20,23]:

$$w_{1k} = 2 \frac{d_{1k}^2}{\hbar^2} S_E^2 \exp\left[-\frac{\omega_{1k}^2}{2}\right] (1 + \cos(\omega_{1k}\Delta)). \quad (4)$$

Из (4) видно, что населенность периодически зависит от задержки, что иллюстрирует возможность селективного возбуждения/девозбуждения квантовых переходов при изменении задержки между импульсами [20,23]. А в случае протяженной среды с малой концентрацией частиц в системе возможно создание периодической решетки населенностей [25–29]. Но формула (4) получена по теории возмущений и хорошо описывает поведение системы для слабых полей. Результаты, полученные по формуле (4), хорошо согласуются с результатами численных расчетов, проведенных в [29] при слабых полях. Но в сильных полях динамика системы может отличаться от простой гармонической зависимости, предсказанной формулой (4), о чем говорят результаты предварительных численных расчетов для водородоподобного атома [23]. В численных расчетах [23] нам не удалось найти явно выраженной селективности возбуждения, и вопрос о создании инверсии населенностей не рассматривался. Ниже проводится детальное исследование динамики среды в сильном поле субцикловых импульсов. И селективный характер возбуждения, и возможность создания инверсии населенностей показывается явно.

Для выяснения динамики системы в сильных полях проводились численные расчеты с помощью системы уравнений для матрицы плотности модельной трехуровневой среды, взаимодействующей с парой гауссовых импульсов аттосекундной длительности. Данная система уравнений имеет вид [34]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{21} = & -i\omega_{21}\rho_{21} - i\frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{22} - \rho_{11}) \\ & - i\frac{d_{13}}{\hbar} E\rho_{23} + i\frac{d_{23}}{\hbar} E\rho_{31}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{32} = & -i\omega_{32}\rho_{32} - i\frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{33} - \rho_{22}) \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar} E\rho_{31} + i\frac{d_{13}}{\hbar} E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{31} = & -i\omega_{31}\rho_{31} - i\frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{33} - \rho_{11}) \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar} E\rho_{32} + i\frac{d_{23}}{\hbar} E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} = i\frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) - i\frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{13} - \rho_{13}^*), \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} = -i\frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) - i\frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{33} = i\frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{13} - \rho_{13}^*) + i\frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{23} - \rho_{23}^*). \quad (10)$$

Таблица 1. Параметры модели, используемые в расчетах

Амплитуда импульсов возбуждения	$E_0 = 6 \cdot 10^7$ V/cm
Длительность импульсов	$\tau = 150$ as
Частота перехода 1–2	$\omega_{21} = 2.69 \cdot 10^{15}$ rad/s ($\lambda_{21} = 700$ nm)
Дипольный момент перехода 1–2	$d_{12} = 7$ D
Частота перехода 1–3 (длина волны перехода)	$\omega_{31} = 3.77 \cdot 10^{15}$ rad/s ($\lambda_{31} = 500$ nm)
Дипольный момент перехода 1–3	$d_{13} = 12$ D
Частота перехода 2–3	$\omega_{32} = 1.07 \cdot 10^{15}$ rad/s
Дипольный момент перехода 2–3	$d_{23} = 0$ D

Здесь $\rho_{21}, \rho_{32}, \rho_{31}$ — недиагональные элементы матрицы плотности, определяющие динамику поляризации среды; $\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{33}$ — населенности 1-го, 2-го и 3-го состояний среды соответственно; d_{12}, d_{13}, d_{23} — дипольные моменты переходов; $\omega_{21}, \omega_{32}, \omega_{31}$ — частоты переходов; \hbar — приведенная постоянная Планка. Релаксационными членами пренебрегаем из-за малой длительности импульсов. Параметры расчетов указаны в табл. 1.

Рисунок 1 показывает поведение населенностей 1-го, 2-го и 3-го уровней $\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{33}$ после окончания действия импульсов как функцию задержки между импульсами Δ . Видно, что динамика населенностей имеет довольно сложную картину, отличающуюся от гармонического закона, предсказываемого теорией возмущений (4).

Видна возможность селективного возбуждения уровней. Так, например, при $\Delta = 2.5$ fs населенность 2-го уровня имеет максимум, а населенность третьего уровня $\rho_{33} = 0$. И при $\Delta = 8.1$ fs, $\rho_{22} = 0$, а ρ_{33} имеет максимум. Из рис. 1 также видна возможность создания инверсии населенностей на переходе 1–3 при некоторых значениях задержки между импульсами, например, при $\Delta = 8.5; 13.5; 15$ fs.

Динамика решеток населенностей в трехуровневой среде под действием пары мощных субцикловых аттосекундных импульсов

Для пояснения сказанного выше рассмотрим динамику разности населенностей $\rho_{11} - \rho_{22}$ и $\rho_{11} - \rho_{33}$ после окончания действия импульсов, как функцию задержки. Данные зависимости изображены на рис. 2.

В простейшем случае такие решетки имеют гармоническую форму, согласно выражению (4) в слабых полях. Однако, в сильных полях, которые рассматриваются в данной работе, форма решеток может отличаться от гармонической и иметь пики с различной амплитудой, см. рис. 2. Отметим, что решетки, имеющие несколько

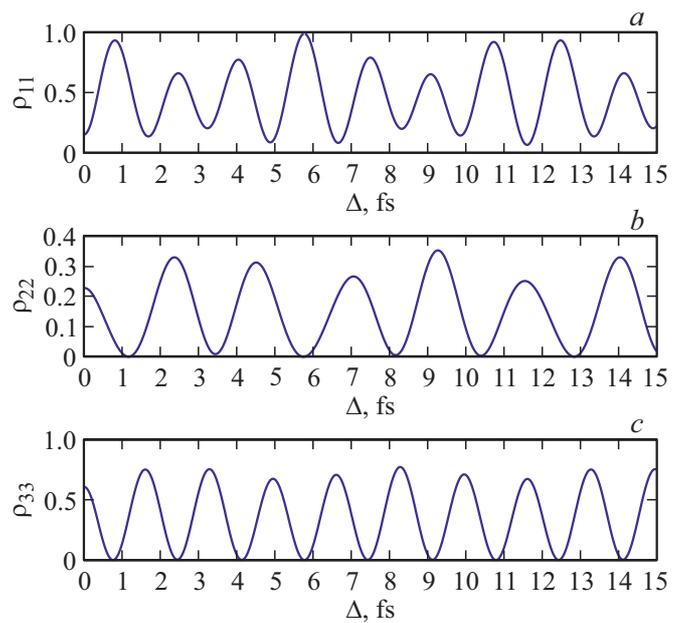


Рис. 1. Поведение населенностей 1-го ρ_{11} (a), 2-го ρ_{22} (b) и 3-го ρ_{33} (c) уровней после окончания действия импульсов, как функция задержки между импульсами Δ . Параметры расчета указаны в табл. 1.

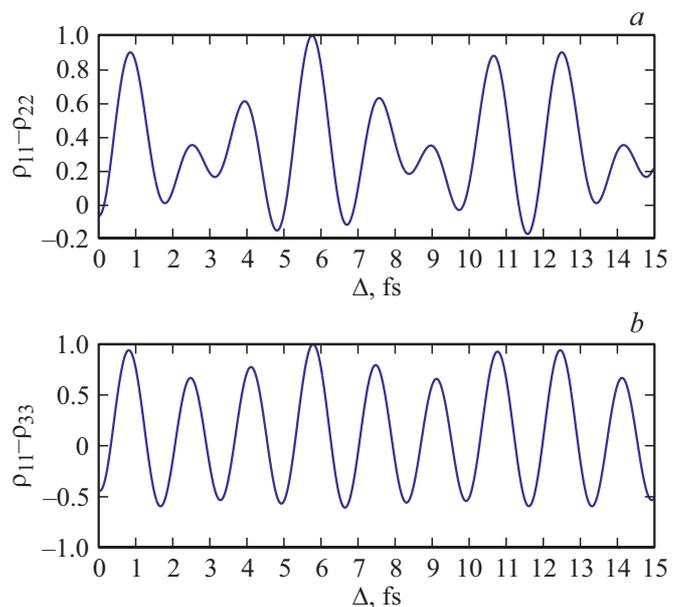


Рис. 2. Поведение разности населенностей $\rho_{11} - \rho_{22}$ и $\rho_{11} - \rho_{33}$ после окончания действия импульсов как функция задержки между ними Δ . Параметры расчета указаны в табл. 1.

пиков, наведенные последовательно униполярных импульсов в двухуровневой среде, изучались в работе [35]. Рисунок 2 иллюстрирует такую возможность в трехуровневой среде.

Из рис. 2, b видно, что разность населенностей $\rho_{11} - \rho_{33}$ становится отрицательной при некоторых зна-

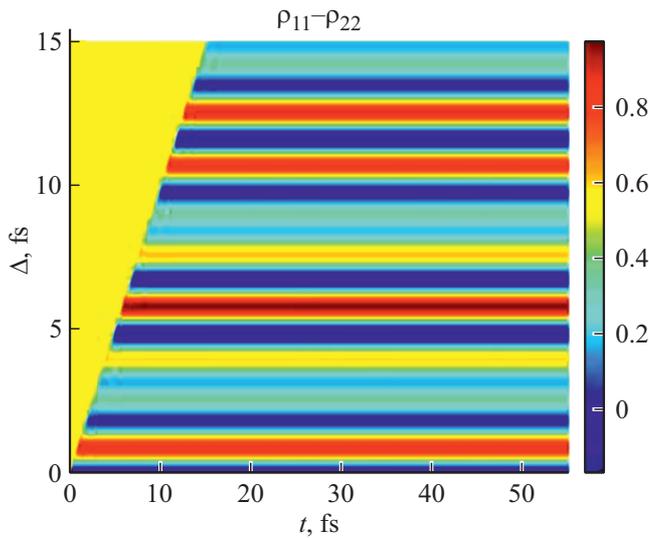


Рис. 3. Разность населенностей $\rho_{11} - \rho_{22}$ как функция времени t и задержки между импульсами Δ . Параметры расчета указаны в табл. 1.

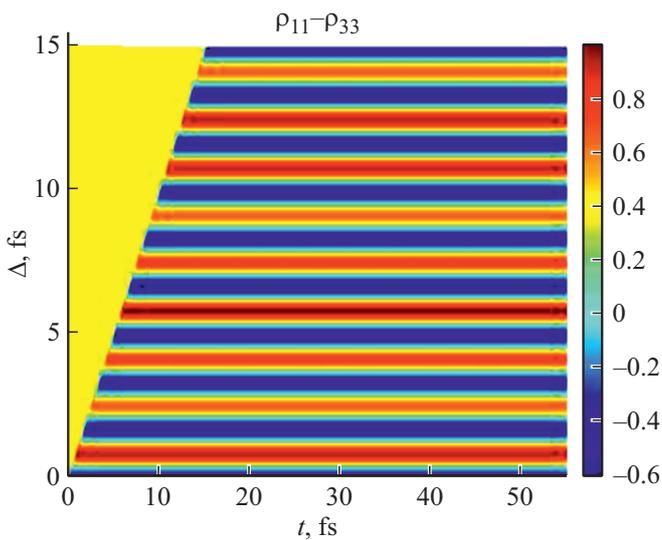


Рис. 4. Разность населенностей $\rho_{11} - \rho_{33}$, как функция времени t и задержки между импульсами Δ . Параметры расчета указаны в табл. 1.

чений задержки, что говорит о возможности создания инверсной населенности на переходе 1–3.

Двумерные диаграммы, приведенные на рис. 3 и 4, иллюстрируют зависимости разности населенностей $\rho_{11} - \rho_{22}$ и $\rho_{11} - \rho_{33}$ от времени t и задержки между возбуждающими импульсами Δ .

Из рис. 3 и 4 видно, что решетки имеют сложную негармоническую форму, имеющую несколько пиков, аналогичную в двухуровневой среде [35]. Также рис. 4 еще раз наглядно иллюстрирует возможность создания значительной инверсной населенности — при некоторых значениях задержки разность населенностей $\rho_{11} - \rho_{33}$ принимает отрицательные значения. Данное обстоятель-

ство указывает на возможность применения последовательности униполярных импульсов для создания инверсной заселенности в резонансных средах для лазерной генерации.

Селективность возбуждения и создание инверсной населенности с помощью терагерцовых импульсов

В предыдущих разделах была изучена динамика населенностей переходов при воздействии на среду полупериодных оптических аттосекундных импульсов. Однако, как упоминалось во введении, такие импульсы сложно получить на практике. Легче всего получаются полупериодные ТГц импульсы, см., например, [4–6] и приведенную литературу. В данном разделе изучается динамика населенностей модельной трехуровневой среды, частоты переходов которой лежат в ТГц диапазоне. Среда также возбуждается парой гауссовых импульсов. Параметры расчетов приведены в табл. 2. Отметим, что частоты колебаний многих молекул лежат в ТГц диапазоне. Также квантово-каскадные лазеры способны генерировать излучение в ТГц диапазоне частот [36]. При моделировании когерентного распространения коротких импульсов в квантово-каскадных лазерах используется модель трехуровневой среды [37].

Из рис. 5 видно, что динамика населенностей также отлична от простой гармонической зависимости, предсказанной формулой (4), и имеет более сложную форму. Видна возможность селективного управления

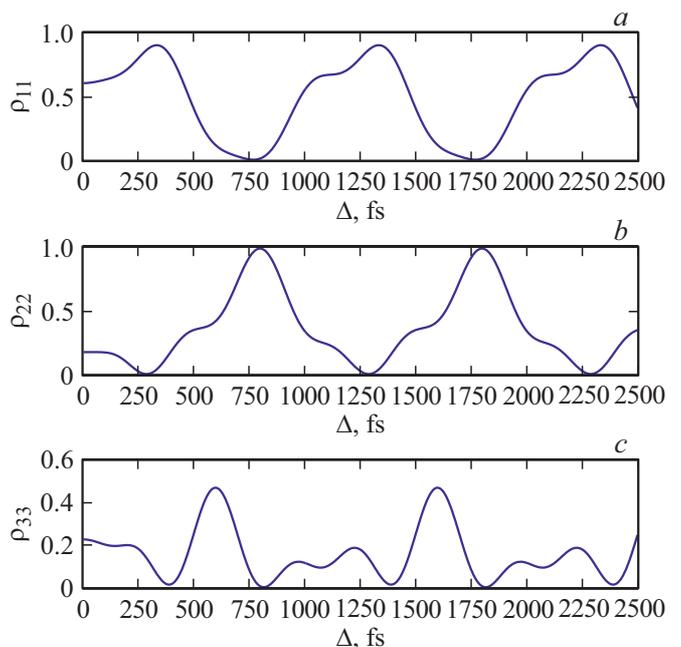


Рис. 5. Населенности 1-го ρ_{11} (a), 2-го ρ_{22} (b) и 3-го ρ_{33} (c) уровней после окончания действия ТГц импульсов в зависимости от задержки между импульсами Δ . Параметры расчета указаны в табл. 2.

Таблица 2. Параметры модели используемые в расчетах

Амплитуда импульсов возбуждения	$E_0 = 3000 \text{ V/cm}$
Длительность импульсов	$\tau = 100 \text{ fs}$
Частота перехода 1–2	$\omega_{21} = 6.28 \cdot 10^{12} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода 1–2	$d_{12} = 70 \text{ D}$
Частота перехода 1–3	$\omega_{31} = 1.88 \cdot 10^{13} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода 1–3	$d_{13} = 80 \text{ D}$
Частота перехода 2–3	$\omega_{32} = 1.25 \cdot 10^{12} \text{ rad/s}$
Дипольный момент перехода 2–3	$d_{23} = 0 \text{ D}$

населенностями и возможность создания инверсной населенности с помощью ТГц импульсов. Например, при $\Delta = 1750 \text{ fs}$ населенность 2-го уровня $\rho_{22} = 1$, а остальные уровни не населены. А при $\Delta = 1250 \text{ fs}$ населенность 2-го уровня $\rho_{22} = 0$, а $\rho_{11} \sim 0.8$, $\rho_{33} \sim 0.2$.

Обсуждение результатов. Заключение

В данной работе теоретически изучена необычная возможность селективного возбуждения/девозбуждения населенностей в квантовой системе с помощью одиночного субциклового импульса и пары субциклового униполярных импульсов оптического и ТГц диапазонов при изменении задержки между ними. В случае одиночного импульса малой амплитуды с длительностью короче обратной частоты перехода вероятность перехода пропорциональна квадрату дипольного момента перехода и квадрату электрической площади импульса. На основании этих соображений следует ожидать, что можно добиться максимальной вероятности заселения какого-либо уровня среды, имеющего максимальный дипольный момент перехода при большой электрической площади возбуждающего импульса. Данный вывод качественно согласуется с результатами теоретического анализа возбуждения простейших квантовых систем — гармонического осциллятора [19] и ротатора (плоского и пространственного) [21].

Численно изучена динамика населенностей квантовых переходов в трехуровневой среде, возбуждаемой парой гауссовых импульсов аттосекундной длительности (в видимом диапазоне частот) и фемтосекундной длительности (в ТГц диапазоне частот) и большой амплитуды, в зависимости от задержки между ними. Показано, что изменение задержки может приводить к селективному возбуждению/девозбуждению квантовых переходов в среде и даже созданию инверсии населенностей, несмотря на нерезонансный характер взаимодействия импульсов со средой. Данная селективность связана с взаимодействием второго импульса с когерентностью среды, наведенной первым импульсом.

Данный результат согласуется с качественным предсказанием, следующим из теории возмущений при слабых полях [20,23]. Возможность создания инверсной населенности может быть использована для получения лазерной генерации. Причем величина инверсии может регулироваться величиной задержки между импульсами.

На основании численного моделирования изучена динамика решеток населенностей в трехуровневой среде с помощью пары субциклового аттосекундных импульсов. В слабых полях, согласно теории возмущений (формула (4)), в среде формируется гармоническая решетка населенностей. Но, как показано в настоящей работе, в сильных полях форма решетки может отличаться от гармонической. Например, иметь сложный пространственный профиль в виде пиков с различающимися амплитудами. Данное обстоятельство указывает на возможность сверхбыстрого управления состоянием среды с помощью субциклового аттосекундных импульсов. Указанные решетки могут найти различные применения в спектроскопии [24–26,30,31], голографической записи [38] и т.д.

Финансирование работы

Исследование возможности селективного возбуждения квантовой системы одиночным униполярным импульсом, а также возможности создания инверсной населенности в квантовой системе с помощью оптических аттосекундных и терагерцовых импульсов выполнены при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-32-70049. Исследования динамики решеток населенностей выполнены при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта № 19-72-00012.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Wu H.-C., Meyer-ter-Vehn J. // Nature Photon. 2012. V. 6. P. 304.
- [2] Hassan M.T., Luu T.T., Moulet A., Raskazovskaya O. et al. // Nature. 2016. V. 530. P. 66.
- [3] Xu J., Shen B., Zhang X. et al. // Sci. Rep. 2018. V. 8. P. 2669.
- [4] Reiman K. // Rep. Progr. Phys. 2007. V. 70. P. 1597.
- [5] Roskos H.G., Thomson M.D., Kress M., Loeffler T. // Laser Photon. Rev. 2007. V. 1. P. 349.
- [6] Obraztsov P.A., Kaplas T., Garnov S.V., Kuwata-Gonokami M., Obraztsov A.N., Svirko Y.P. // Sci. Reports. 2014. V. 4. P. 4007.
- [7] Ramasesha K., Leone S.R., Neumark D.M. // Annu. Rev. Phys. Chem. 2016. V. 67. P. 41.
- [8] Ulbricht R., Hendry E., Shan J., Heinz T.F., Bonn M. // Rev. Mod. Phys. 2011. V. 83. P. 543.

- [9] Розанов Н.Н., Архипов Р.М., Архипов М.В. // УФН. 2018. Т. 188. № 12. С. 1347; Rosanov N.N., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V. // Phys. Usp. 2018. V. 61. N 12. P. 1227.
- [10] Архипов Р.М., Пахомов А.В., Архипов М.В., Бабушкин И., Толмачев Ю.А., Розанов Н.Н. // Письма в ЖЭТФ. 2017. Т. 105. № 6. С. 388–400; Arkhipov R.M., Pakhomov A.V., Babushkin I., Tolmachev Yu.A., Rosanov N.N. // JETP Lett. 2017. V. 105. N 6. P. 408–418.
- [11] Архипов Р.М., Архипов М.В., Шимко А.А., Пахомов А.В., Розанов Н.Н. // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 110. № 10. С. 9–20; Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Shimko A.A., Pakhomov A.V., Rosanov N.N. // JETP Lett. 2019. V. 110. N 1. P. 15–24.
- [12] Архипов Р.М., Архипов М.В., Розанов Н.Н. // Квант. электрон. 2020. Т. 50. № 9. С. 801–815; Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Rosanov N.N. // Quant. Electron. 2020. V. 50. N 9. P. 801–815.
- [13] Bensky T.J., Campbell M.B., Jones R.R. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 3112–3115.
- [14] Wedorp C. et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. N 8. P. 083001.
- [15] Wetzels A., Gjtler A., Noordam L.D., Robicheaux F., Dinu C., Muller H.G., Vrakking M.J.J., van der Zande W.J. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. P. 273003.
- [16] Chai X., Ropagnol X., Raeis-Zadeh S.M., Reid M., Safavi-Naeini S., Ozaki T. // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 121. N 14. P. 143901.
- [17] Dion C., Keller A., Atabek O. // Europ. Phys. J. D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics. 2001. V. 14. P. 249–255.
- [18] Розанов Н.Н. // Опт. и спектр. 2018. Т. 124. № 1. С. 75–77; Rosanov N.N. // Opt. Spectrosc. 2018. V. 124. N 1. P. 72–74.
- [19] Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N. // Opt. Lett. 2019. V. 44. N 5. P. 1202.
- [20] Архипов Р.М., Архипов М.В., Пахомов А.В., Розанов Н.Н. // Опт. и спектр. 2020. Т. 128. С. 106; Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.V., Rosanov N.N. // Opt. Spectrosc. 2020. V. 128. P. 102.
- [21] Arkhipov R.M., Pakhomov A.V., Arkhipov M.V., Rosanov N.N. // Laser Physics Letters. 2020. V. 17. N 10. P. 105301.
- [22] Розанов Н.Н., Высотина Н.В. // ЖЭТФ. 2020. Т. 157. № 1. С. 63–66; Rosanov N.N., Vysotina N.V. // JETP. 2020. V. 130. N 1. P. 52–55.
- [23] Arkhipov R., Pakhomov A., Arkhipov M., Demircan A., Morgner U., Rosanov N., Babushkin I. // Optics Express. 2020. V. 28. N 11. P. 17020–17034.
- [24] Штырков Е.И. // Опт. и спектр. 2013. Т. 114. № 1. С. 105; Shtyrkov E.I. // Opt. Spectrosc. 2013. V. 114. N 1. P. 96.
- [25] Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I.V., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N. // Opt. Lett. 2016. V. 41. P. 4983.
- [26] Arkhipov R.M., Pakhomov A.V., Arkhipov M.V., Babushkin I., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N. // Sci. Rep. 2017. V. 7. N 1. P. 12467.
- [27] Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.V., Babushkin I., Rosanov N.N. // Las. Phys. Lett. 2017. V. 14. N 9. P. 1.
- [28] Архипов Р.М., Архипов М.В., Пахомов А.В., Розанов Н.Н. // Квант. электрон. 2019. Т. 49. С. 958; Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.V., Rosanov N.N. // Quant. Electron. 2019. V. 49. P. 958.
- [29] Архипов Р.М. // Опт. и спектр. 2020. Т. 128. № 11. С. 1732–1736; Arkhipov R.M. // Opt. Spectrosc. 2020. V. 128. N 11.
- [30] Eichler H.J., Günter E., Pohl D.W. Laser-Induced Dynamic Gratings. Berlin, Heidelberg, N.Y., Tokyo: Springer-Verlag, 1981.
- [31] Eichler H.J., Hermerschmidt A. // Photorefractive Materials and their Applications. V. 1. Springer, 2006. P. 7–42.
- [32] Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир, 1978; Allen L., Eberly J.H. Optical resonance and two-level atoms. NY.: Wiley, 1975.
- [33] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1989. 768 с.; Landau L.D., Lifshitz E.M. Quantum mechanics. Pergamon, 1974.
- [34] Розанов Н.Н. Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-. М.: Физматлит, 2011.
- [35] Zhang H., Zhang S., Li S., Ma X. // Optics Communications. 2020. V. 462. P. 125182.
- [36] Scalari G., Walther C., Fischer M., Terazzi R., Beere H., Ritchie D., Faist J. // Laser & Photonics Reviews. 2009. V. 3. N 1–2. P. 45–66.
- [37] Choi H., Gkortsas V.M., Diehl L. et al. // Nature Photonics. 2010. V. 4. N 10. P. 706–710.
- [38] Архипов Р.М., Архипов М.В., Розанов Н.Н. // Письма в ЖЭТФ. 2020. Т. 111. В. 9. С. 586–590; Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Rosanov N.N. // JETP. Lett. 2020. V. 111. N 9. P. 484–488.