

## Предельно короткие оптические импульсы в фотонном кристалле из углеродных нанотрубок под действием внешнего поля накачки

© И.С. Двужилов, Ю.В. Двужилова, М.Б. Белоненко

Волгоградский государственный университет,  
400062 Волгоград, Россия  
e-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru

Поступила в редакцию 27.01.2020 г.  
В окончательной редакции 28.09.2020 г.  
Принята к публикации 02.10.2020 г.

Рассмотрена эволюция предельно коротких оптических импульсов в фотонном кристалле из полупроводниковых углеродных нанотрубок, помещенном во внешнее поле накачки. Показана возможность устойчивого распространения электромагнитных импульсов в условиях поля накачки и затухания за счет баланса диссипативных сил и внешнего поля. Продемонстрирована стабильность формы предельно короткого оптического импульса на больших временах при изменении различных параметров среды, таких как период неоднородности углеродных нанотрубок в фотонном кристалле и глубина модуляции показателя преломления.

**Ключевые слова:** фотонный кристалл, предельно короткие оптические импульсы, нелинейная среда, световые пули, углеродные нанотрубки.

DOI: 10.21883/OS.2021.01.50445.14-20

### Введение

Одной из основных задач современной нелинейной оптики является создание приборов для обработки, хранения и передачи информации, которые могут быть использованы в качестве элементной базы устройств нанофотоники, а также опто- и наноэлектроники. В основе таких оптических приборов могут лежать разнообразные эффекты, основанные на исследованиях взаимодействия электромагнитного излучения с веществом. Одними из таких веществ с заданными свойствами являются фотонные кристаллы, под которыми понимается среда с пространственно периодическим показателем преломления, в которой существует фотонная запрещенная зона. Таким образом, фотонный кристалл можно рассматривать как оптический фильтр, который способен пропускать фотоны с определенной частотой. [1,2]. Наличие неоднородности в фотонном кристалле обеспечивает идеальную нелинейную среду для распространения и исследования электромагнитных солитонов, предельно коротких оптических импульсов или световых пули [3].

Также не утихает интерес к исследованию новых типов локализованных в пространстве фемтосекундных импульсов электрического поля длительностью, соответствующей нескольким периодам колебания поля, вся энергия которых остается сосредоточенной в конечной ограниченной области пространства [4,5]. Интерес к изучению распространения предельно коротких импульсов обусловлен, в частности, высокой направленностью их излучения, стабильностью формы и устойчивостью к возмущениям параметров, а также достижимыми на практике значениями пиковой интенсивности поля, при

которых не происходит разрушения материала волновода, но уже в полной мере проявляются его нелинейные свойства [6–9].

Для устойчивого распространения необходим баланс между дисперсией и нелинейностью среды. Таким образом, углеродные нанотрубки [10–12], обладающие уникальными нелинейными свойствами вследствие непараболичности закона дисперсии для электронов (зависимость энергии от квазиимпульса), обуславливают нелинейность отклика нанотрубок на воздействие электромагнитных полей умеренных напряженностей, начиная со значений  $10^3 - 10^4$  V/cm, и являются подходящей средой для распространения электромагнитных импульсов [13]. В то же время остаются без внимания задачи с диссипацией, вносимой углеродными нанотрубками, а также „подкачкой“ энергии, необходимой для ее компенсации. Благодаря учету диссипации и внешнего поля накачки, отпадет необходимость выполнения условия,

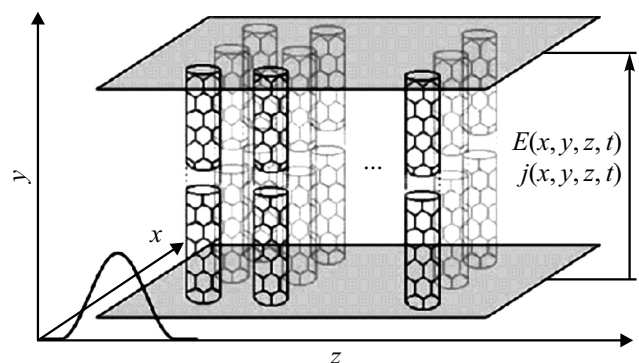
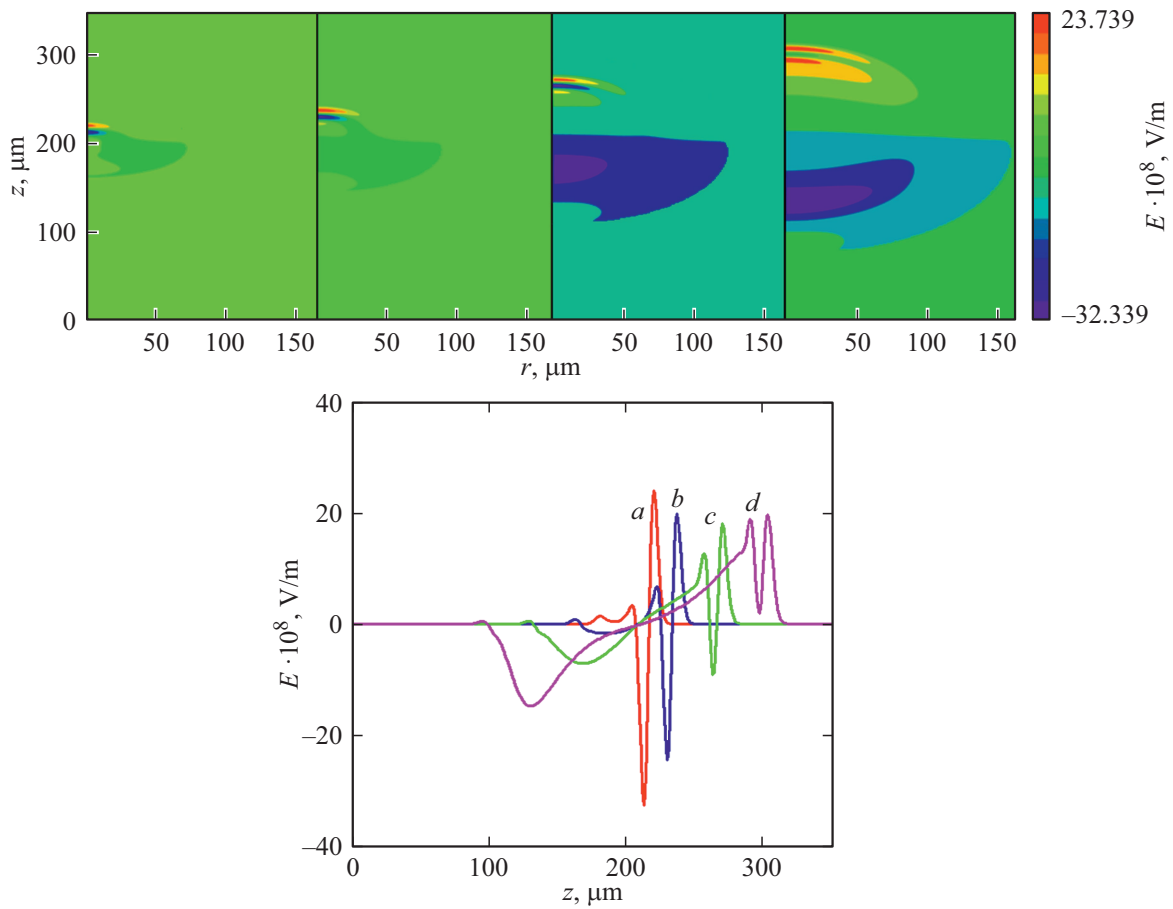


Рис. 1. Геометрия задачи.



**Рис. 2.** Динамика трехмерного предельно короткого оптического импульса в различные моменты времени: (a) 2, (b) 4, (c) 8, (d) 12 ps. При следующих параметрах среды: глубина модуляции показателя преломления  $\alpha = 0.05$ , период модуляции  $\chi = 2.5 \mu\text{m}$ . На верхнем рисунке — распределение поля в цилиндрической системе координат, на нижнем — сечения по оси  $r = 0$ .

налагаемого на соотношение длительности импульса, времени релаксации в электронной подсистеме, а также интервала времени, в течение которого результаты моделирования могут считаться справедливыми. Выполнение данного критерия предполагало, что время релаксации существенно превышает длительность импульса, но при этом все еще меньше времени наблюдения за системой [14]. Таким образом, становится актуальным рассмотрение диссипативных эффектов, без которых не обходятся реальные устройства. Следовательно, задача с рассмотрением всех параметров, стабилизирующих и разрушающих предельно короткий импульс на больших временах, является весьма нетривиальной.

Следует отметить имеющиеся предпосылки для данной работы, а именно в работах [15–20] уже была установлена возможность устойчивого распространения двумерных и трехмерных предельно коротких оптических импульсов в средах ориентированных углеродных нанотрубок с пространственно переменным показателем преломления. Также были выявлены закономерности динамики данных импульсов в средах с меняющимся показателем преломления под действием внешних полей [21,22] и показаны зависимости эволюции оптиче-

ских импульсов от параметров среды (период и глубина модуляции показателя преломления).

Все вышеизложенные обстоятельства и послужили стимулом к проведению данного исследования.

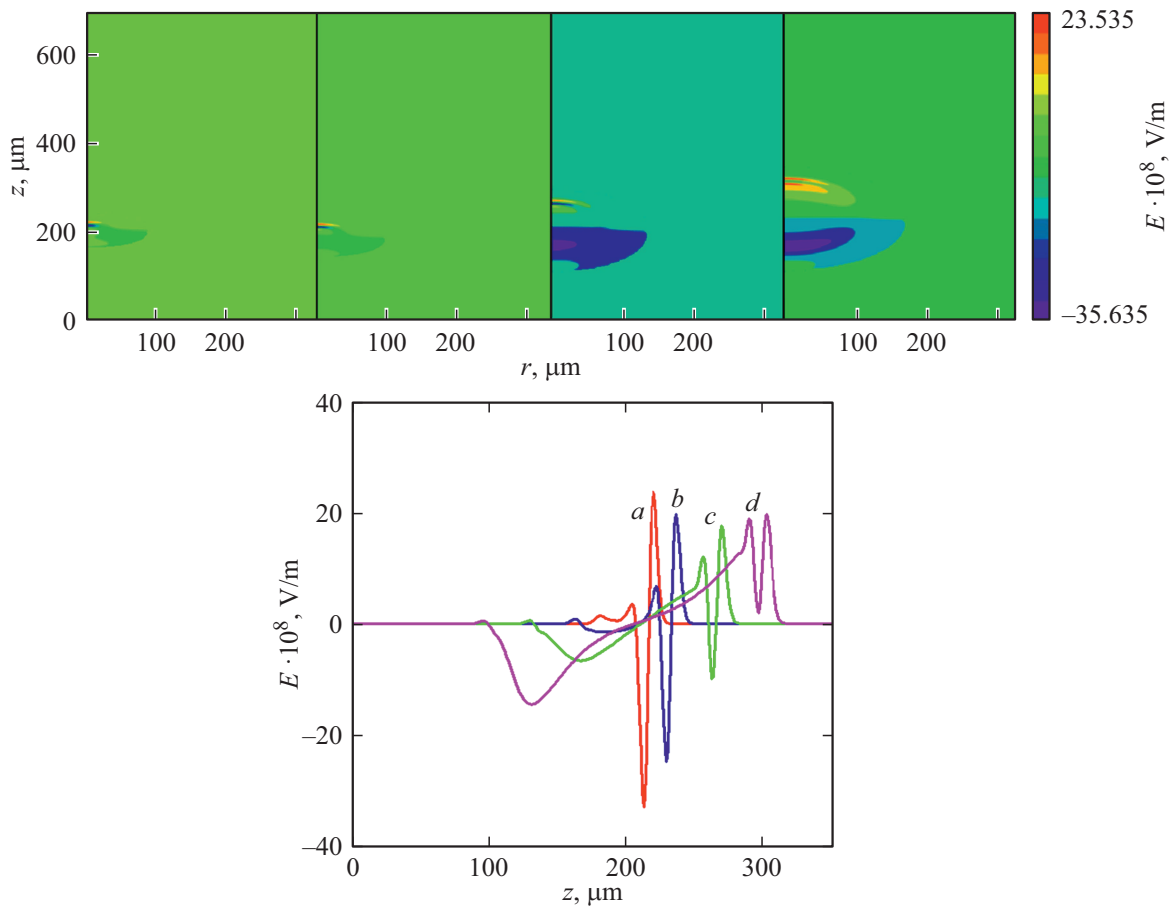
### Основные уравнения

Исследование электронной структуры углеродных нанотрубок (УНТ), как правило, проводится в приближении сильной связи в рамках анализа динамики  $\pi$ -электронов. Общее дисперсионное соотношение для структуры нанотрубок полупроводникового типа имеет следующий вид [23,24]:

$$\epsilon_s(p) = \pm \gamma_0 \sqrt{1 + 4 \cos(ap) \cos\left(\frac{\pi s}{m}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{\pi s}{m}\right)}, \quad (1)$$

где  $\gamma_0 \approx 2.7 \text{ eV}$ ,  $s = 1, 2, \dots, m$ ,  $a = 3b/2\hbar$ ,  $b = 0.142 \text{ nm}$  — расстояние между соседними атомами углерода. Отметим, что  $m$  имеет смысл числа гексагонов вдоль окружности нанотрубки.

Геометрия задачи (рис. 1) предполагает, что ток, приложенное электрическое поле и электрическое поле



**Рис. 3.** Динамика трехмерного предельно короткого оптического импульса в различные моменты времени: (a) 2, (b) 4, (c) 8, (d) 12 ps. При следующих параметрах среды: глубина модуляции показателя преломления  $\alpha = 0.05$ , период модуляции  $\chi = 5 \mu\text{m}$ . На верхнем рисунке — распределение поля в цилиндрической системе координат, на нижнем — сечения по оси  $r = 0$ .

импульса направлены вдоль оси УНТ, а импульс движется перпендикулярно массиву нанотрубок. Отметим, что поскольку типичный размер УНТ и расстояние между ними много меньше, чем типичный размер пространственной области, в которой локализован предельно короткий импульс, можно использовать приближение сплошной среды и считать ток распределенным по объему. Вектор-потенциал имеет вид  $\mathbf{A} = (0, A(x, y, z, t), 0)$ , плотность электрического тока  $\mathbf{j} = (0, j(x, y, z, t), 0)$ . Поскольку типичное время релаксации для электронов в УНТ можно оценить как  $3 \cdot 10^{-13} \text{ s}$  [25], то ансамбль электронов на временах, типичных для задач динамики предельно короткого оптического импульса (порядка  $10^{-14} \text{ s}$ ), можно описывать при помощи бесстолкновительного кинетического уравнения Больцмана [26]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{q}{c} \frac{\partial A_s}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial p} = 0, \quad (2)$$

где  $f = f(p_s, s, t)$  — функция распределения, неявно зависящая от координаты (в силу зависимости от координаты вектора-потенциала  $\mathbf{A}$ ), причем функция распределения  $f$  в начальный момент времени совпадает

с функцией  $F_0$  — равновесной функцией распределения Ферми:

$$F_0 = \frac{1}{1 + \exp\{E(\mathbf{p})/k_b T\}}, \quad (3)$$

где  $T$  — температура,  $k_b$  — постоянная Больцмана.

Для плотности тока воспользуемся стандартным выражением [13]:

$$\mathbf{j} = 2e \sum_{s=1}^m \int_{ZB} \mathbf{v}_s(p) f(p, s) dp, \quad (4)$$

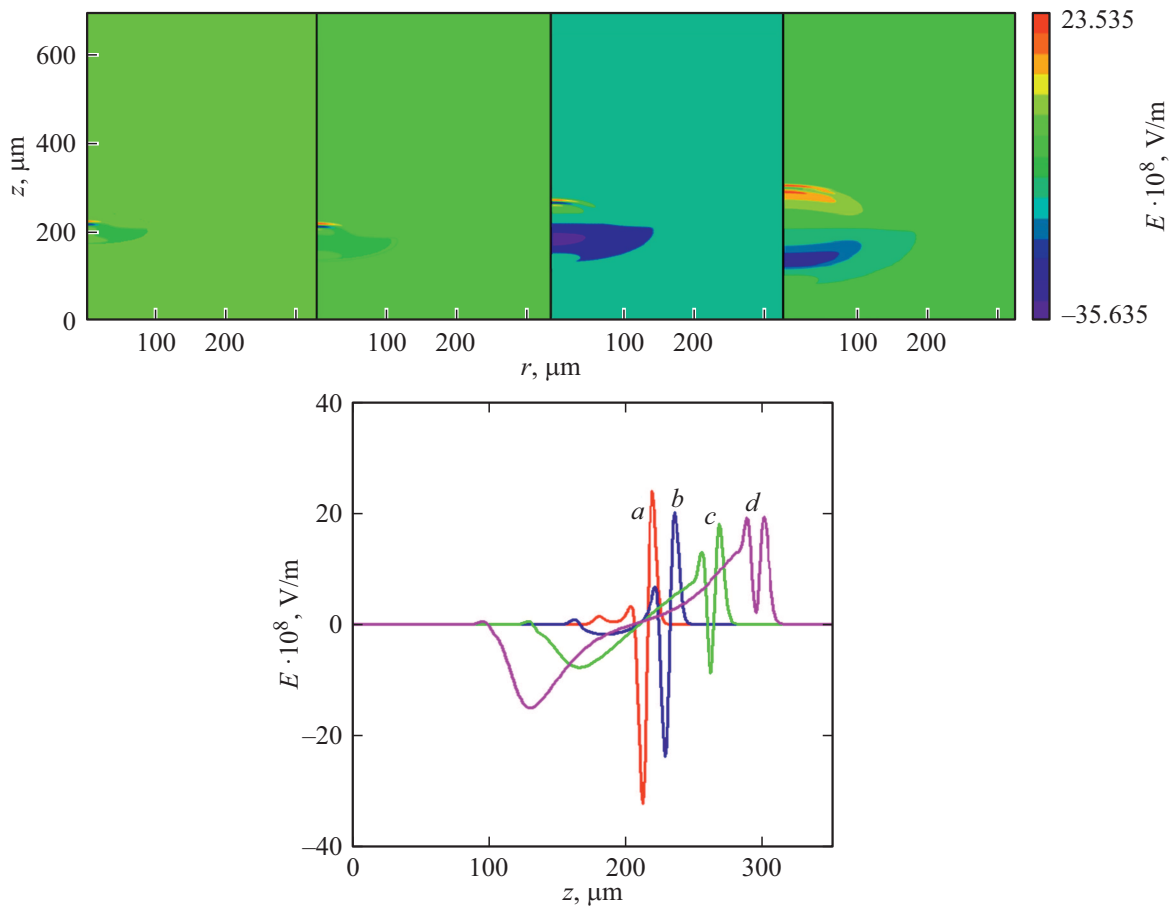
где введена групповая скорость электронов  $\mathbf{v}_s(p) = \frac{\partial \epsilon_s(p)}{\partial p}$ ,  $\epsilon_s(p)$  — закон дисперсии, описывающий электронные свойства УНТ (1),  $e$  — заряд электрона. Интегрирование ведется по первой зоне Бриллюэна.

Групповую скорость с учетом закона дисперсии можно разложить в ряд Фурье:

$$v_z(s, x) \sum_m a_{ms} \sin(mx),$$

где

$$a_{ms} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v_z(s, x) \sin(mx) dx$$



**Рис. 4.** Динамика оптического импульса в различные моменты времени: (a) 2, (b) 4, (c) 8, (d) 12 ps. При следующих параметрах среды: глубина модуляции показателя преломления  $\alpha = 0.05$ , период модуляции  $\chi = 7.5 \mu\text{m}$ . На верхнем рисунке — распределение поля в цилиндрической системе координат, на нижнем — сечения по оси  $r = 0$ .

— коэффициенты разложения, убывающие с ростом  $m$ . Здесь можно ограничиться первыми 15 не исчезающими слагаемыми [28] и получить широко применяемое в приложениях, но не интегрируемое методом обратной задачи рассеяния обобщенное уравнение sine–Gordon.

Уравнение на вектор-потенциал электромагнитного поля трехмерного предельно короткого оптического импульса, записанное в калибровке Кулона ( $E = -\partial A/c \partial t$ ), будет иметь вид

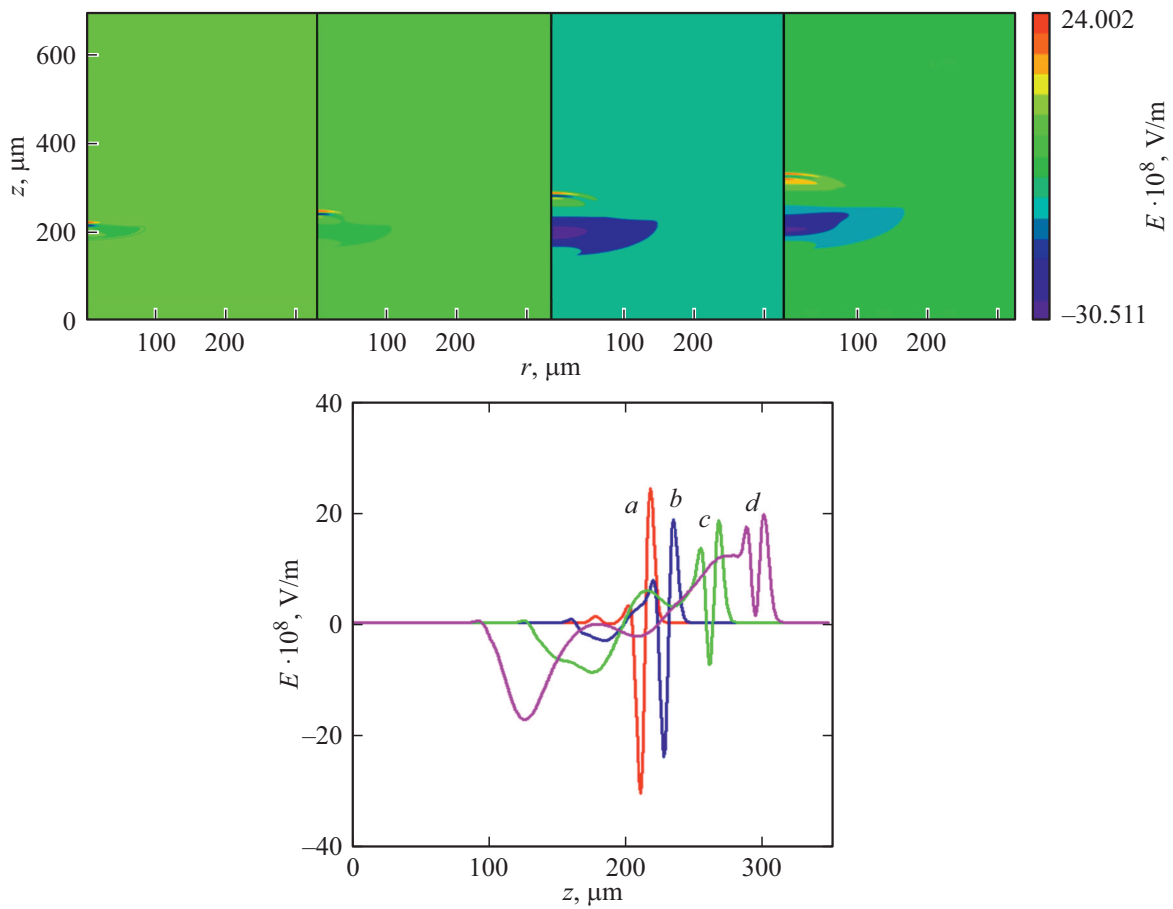
$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2} - \frac{n^2(x, y, z)}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \Gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}^* \phi(t) = 0, \quad (5)$$

где  $n(x, y, z)$  — пространственно модулированный показатель преломления,  $\Gamma$  — феноменологически введенный показатель накачки электрического поля (за счет различных механизмов). Отметим, что решение уравнения Больцмана со столкновительным членом в приближении времени релаксации приводит также к экспоненциальному уменьшению тока в зависимости от

времени:

$$\phi(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0(z), \\ \exp(-t/t_{\text{rel}}), & t \geq t_0(z). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $t_0(z) \cong (z - z_0)/v$  — момент времени, в который интенсивность импульса на его переднем фронте, измеренная в точке с координатой  $z$ , в  $e$  раз меньше пиковой интенсивности импульса,  $z_0$  — начальная координата „центра масс“ импульса в начальный момент времени  $t = 0$ ,  $v \cong c/\sqrt{k_0}$  — аппроксимация скорости импульса по порядку величины,  $k_0$  — усредненная относительная диэлектрическая проницаемость среды (массива нанотрубок),  $t_{\text{rel}}$  — время релаксации электронной подсистемы УНТ. Отметим, что  $\phi(t)$  представляет собой поправочный коэффициент к выражению для плотности тока в бесстолкновительном приближении, который записан эмпирически на основе обобщения и анализа результатов численного моделирования и представляет собой грубую аппроксимацию для плотности тока в приближении времени релаксации. Таким образом, мы хотели показать, что импульс тока, индуцируемый предельно коротким оптическим импульсом, затухает по



**Рис. 5.** Динамика трехмерного предельно короткого оптического импульса в различные моменты времени: (a) 2, (b) 4, (c) 8, (d) 12 ps. При следующих параметрах среды: глубина модуляции показателя преломления  $\alpha = 0.5$ , период модуляции  $\chi = 2.5 \mu\text{m}$ . На верхнем рисунке — распределение поля в цилиндрической системе координат, на нижнем — сечения по оси  $r = 0$ .

экспоненциальному закону при учете релаксационных процессов. Слагаемое, описывающее экспоненциальное затухание импульса, подробно описано в работе [29].

Для компенсации диссипативных эффектов и дифракционного расплывания импульса (т.е. импульс, вышедший (в перпендикулярном направлении к оси распространения) за пределы усиливающей области, затухнет) отвечает параметр  $\Gamma$  накачки внешним электрическим полем, форма которого выбрана супергауссовой [30]:

$$\Gamma(\vec{r}) = Q_{\Gamma} \exp\left(-\frac{\vec{r}^6}{\tilde{l}_{\Gamma}}\right). \quad (7)$$

Здесь параметр  $\tilde{l}_{\Gamma}$  определяет ширину усиливающей среды в направлении, перпендикулярном направлению распространения импульса электрического поля,  $Q_{\Gamma}$  — коэффициент усиления, вводимый феноменологически и зависящий от свойств усиливающей среды ( $Q_{\Gamma} = 0.0000001$ ).

С учетом сказанного выше окончательное уравнение на вектор-потенциал в цилиндрической системе координат примет вид

нат примет вид

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) - \frac{n^2(z, r)}{c^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} + \Gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{q}{\pi h} \phi(t) \sum_m c_m \sin\left(\frac{m a q}{c} A_z(t)\right) = 0, \quad (8)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

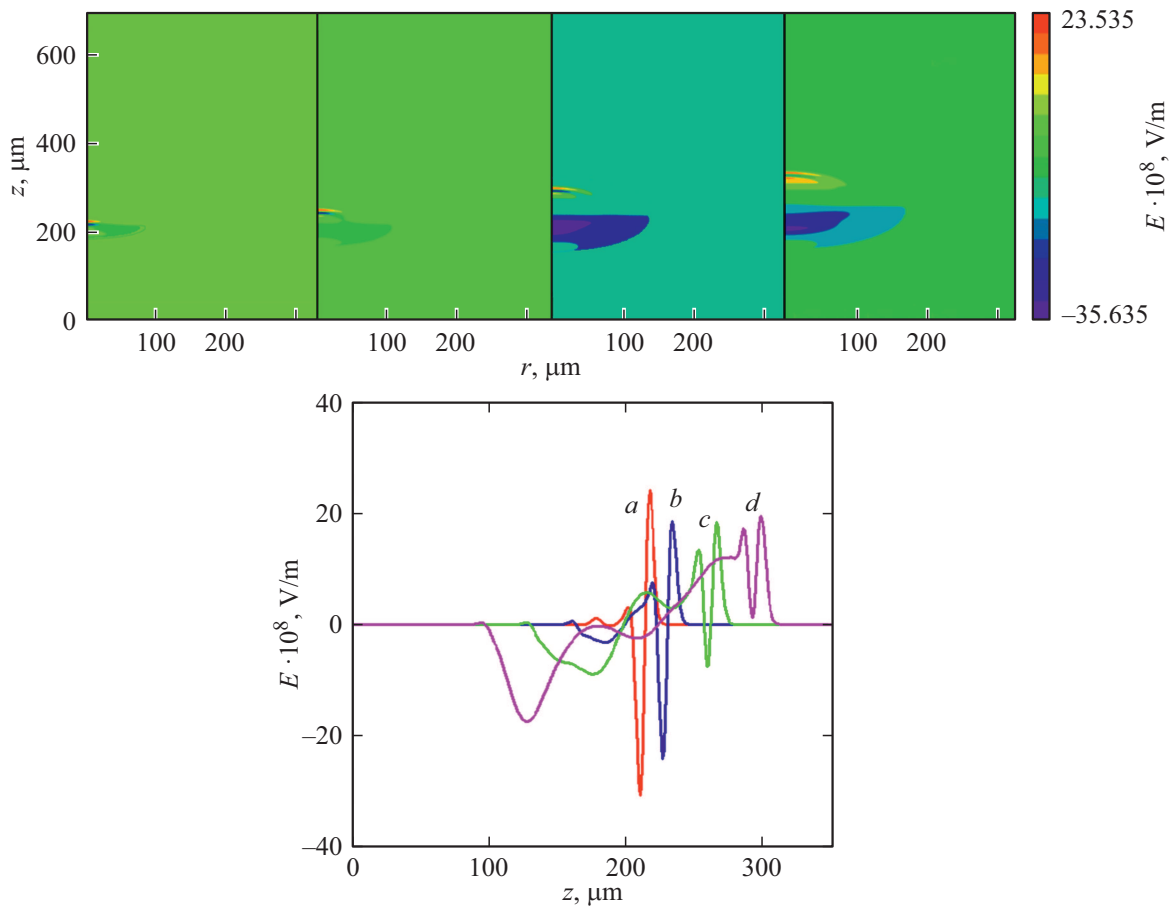
Слагаемым, которое зависит от угла поворота, можно пренебречь [19].

Начальные условия на вектор-потенциал, соответствующие гауссову профилю импульса для одного колебания электрического поля, и показатель преломления среды заданы следующим образом:

$$A_{t=0} = A_0 \exp\left\{-\frac{r^2}{\gamma^2}\right\} \exp\{-(z - z_c)^2/\beta^2\}, \quad (9)$$

$$\left. \frac{dA}{dt} \right|_{t=0} = \frac{2\nu z}{\gamma^2} A_0 \exp\left\{-\frac{r^2}{\gamma^2}\right\} \exp\{-(z - z_c)^2/\beta^2\}, \quad (10)$$

$$n(z, r) = 1 + a \cos(2\pi z/\chi). \quad (11)$$



**Рис. 6.** Динамика трехмерного предельно короткого оптического импульса в различные моменты времени: (a) 2, (b) 4, (c) 8, (d) 12 ps. При следующих параметрах среды: глубина модуляции показателя преломления  $\alpha = 0.25$ , период модуляции  $\chi = 2.5 \mu\text{m}$ . На верхнем рисунке — распределение поля в цилиндрической системе координат, на нижнем — сечения по оси  $r = 0$ .

Здесь  $\beta, \gamma$  — параметры, определяющие ширину импульса по осям  $z$  и  $r$  соответственно,  $t_0$  — начальный момент времени,  $v$  — начальная скорость импульса при входе в среду,  $\alpha$  — глубина модуляции показателя преломления,  $\chi$  — период модуляции показателя преломления. Значения параметров, определяющих ширину импульса, а также начальную скорость импульса при входе в среду, задавались следующим образом:

$$\beta = \gamma = \sqrt{1 - v^2}, \quad v = 0.95c.$$

### Численное моделирование и обсуждение результатов

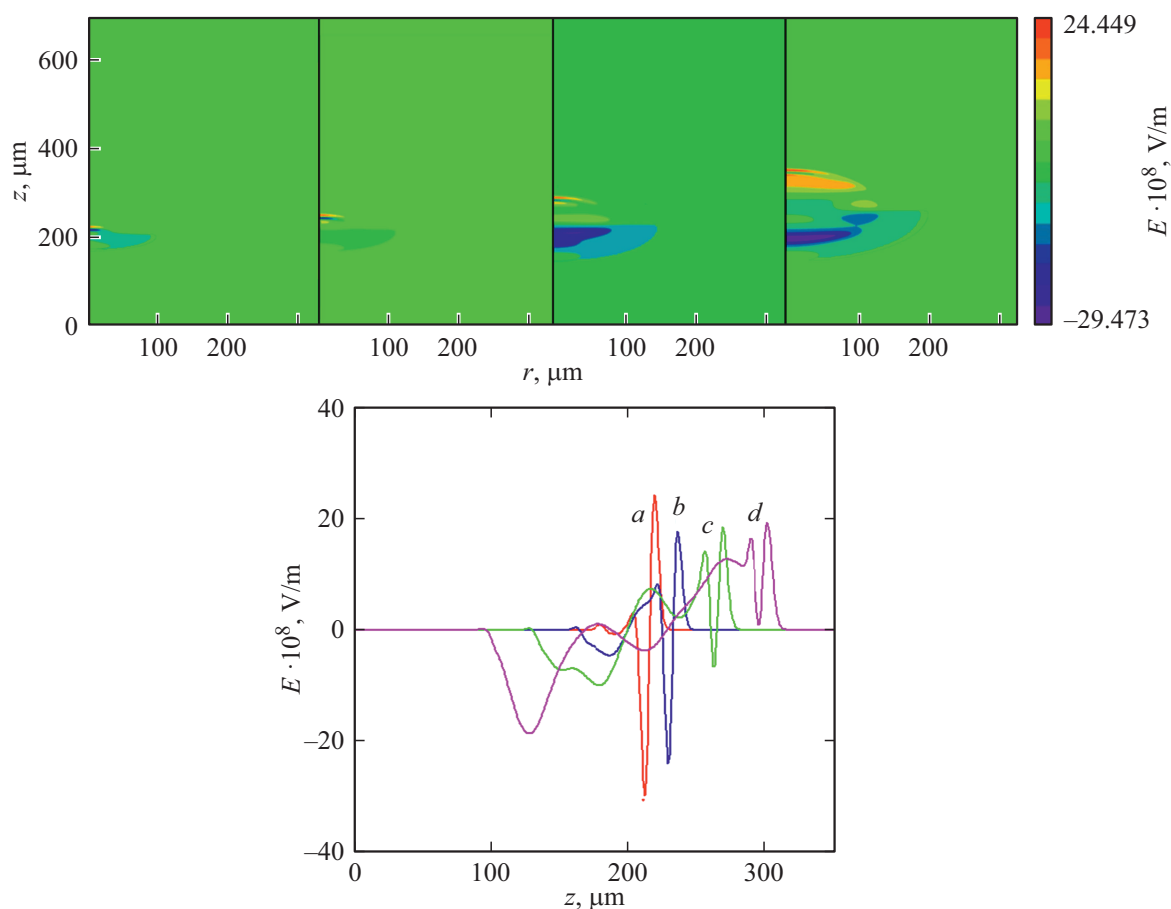
Исследуемое уравнение (8) было решено численно с помощью явной разностной схемы типа „крест“ [31]. В работах [15,19] показаны результаты динамики двумерного и трехмерного предельно коротких оптических импульсов в среде ориентированных углеродных нанотрубок, которая имеет пространственно модулированный показатель преломления. Здесь (рис. 2–7) представлены результаты эволюции импульса электромагнитного поля при его распространении в фотонном

кристалле из УНТ в условиях внешнего электрического поля накачки в случае одного колебания электрического поля. На рис. 2–4 показаны результаты для одинаковой глубины модуляции показателя преломления ( $\alpha$ ) 0.05 и различных периодов модуляции показателя преломления фотонного кристалла ( $\chi$ ): 2.5, 5, 7.5  $\mu\text{m}$  соответственно.

На рис. 5–7 показаны результаты эволюции трехмерных предельно коротких импульсов в среде УНТ с внешним полем накачки и диссипацией. Здесь один и тот же период модуляции показателя преломления ( $\chi$ ) 2.5  $\mu\text{m}$  и различные значения глубины модуляции показателя преломления ( $\alpha$ ): 0.5, 0.25, 0.75 соответственно.

Из рис. 2–7 можно сделать вывод о том, что энергия импульса остается локализованной в ограниченной пространственной области, импульс распространяется устойчиво. Однако вследствие дифракционных эффектов имеет место затухание, а на заднем фронте возникает „хвост“. Из рисунков видно, что форма импульса в целом сохраняется, однако присутствует незначительное искривление на фронте импульса, что в свою очередь связано с дифракцией.

В ходе работы также было выявлено, что незначительное изменение параметра накачки (параметр накачки



**Рис. 7.** Динамика трехмерного предельно короткого оптического импульса в различные моменты времени: (a) 2, (b) 4, (c) 8, (d) 12 ps. При следующих параметрах среды: глубина модуляции показателя преломления  $\alpha = 0.75$ , период модуляции  $\chi = 2.5 \mu\text{m}$ . На верхнем рисунке — распределение поля в цилиндрической системе координат, на нижнем — сечения по оси  $r = 0$ .

менялся в пределах 10%) в целом не изменяет формы, амплитуды и групповой скорости импульса, что в свою очередь еще раз подтверждает устойчивость его распространения.

Из проведенных исследований можно сделать следующий вывод: имеет место возможность устойчивого распространения предельно короткого оптического импульса (электрическое поле остается локализованным в ограниченной пространственной области), обусловленная балансом двух процессов — накачки и затухания, даже в случае небольшого возмущения параметра накачки. Дисперсионное расплывание импульсов в направлении, перпендикулярном оси распространения, в ходе его динамики можно компенсировать вводом накачки, неоднородной вдоль диаметра образца. Импульсы в этом случае перестают уширяться. Дисперсионное расплывание вдоль оси образца компенсируется нелинейностью среды углеродных нанотрубок за счет непараболичности закона дисперсии электронов, находящихся в зоне проводимости. Отметим также, что „закон сохранения площади импульса“ [32] в данном случае не выполняется вследствие наличия усиления.

### Финансирование работы

Авторы выражают благодарность Министерству науки и высшего образования РФ за поддержку в рамках государственного задания численного моделирования (проект № 0633-2020-0003).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] Mekis A., Chen J.C., Kurland I., Fan S., Villeneuve P.R., Joannopoulos J.D. // *Phys. Rev. Lett.* 1996. V. 77. P. 3787. doi 10.1103/PhysRevLett.77.3787
- [2] Tokushima M., Kosaka H., Tomita A., Yamada H. // *Appl. Phys. Lett.* 2000. V. 76. P. 952.
- [3] Sazonov S.V., Ustinov N.V. // *Phys. Rev. A.* 2018. V. 98. P. 063803–1–12. doi 10.1103/PhysRevA.98.063803
- [4] Fibich G., Ilan B. // *Opt. Lett.* 2004. V. 29. P. 887–889. doi https://doi.org/10.1364/OL.29.000887
- [5] Goorjian P.M., Silberberg Y. // *J. Opt. Soc. Am. B.* 1997. V. 14. P. 3253–3260. doi https://doi.org/10.1364/JOSAB.14.003253

- [6] Желтиков А.М. // УФН. 2007. Т. 177. С. 737; Zheltikov A.M. // Phys. Usp. 2007. V. 50. P. 705. doi <https://doi.org/10.3367/UFNr.0177.200707d.0737>
- [7] Mihalache D. // Rom. J. Phys. 2017. V. 69. P. 403.
- [8] Mourou G., Mironov S., Khazanov E., Sergeev A. // Eur. Phys. J. Spec. Top. 2014. V. 223. P. 1181. doi 10.1140/epjst/e2014-02171-5
- [9] Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Babushkin I.V., Arkhipov M.V., Tolmachev Yu.A., Rosanov N.N. // Phys. Rev. A. 2017. V. 95. P. 013804. doi 10.1103/PhysRevA.95.013804
- [10] Рокко М.К., Уильямс Р.С., Аливисатос П. Нанотехнология в ближайшем десятилетии. Прогноз направления исследований. М.: Мир, 2002. 292 с.
- [11] Харрис П. Углеродные нанотрубы и родственные структуры. Новые материалы XX века. М.: Техносфера, 2003. 336 с.
- [12] Maksimenko S.A., Stepanyan G.Ya. Handbook of nanotechnology. Nanometer structure: theory, modeling and simulation. Bellingham: SPIE Press, 2004. 145 p.
- [13] Белоненко М.Б., Демушкина Е.В., Лебедев Н.Г. // ФТТ. 2008. Т. 50. С. 368.; Belonenko M. et al. // J. Rus. Las. Res. 2006. V. 27. P. 457.
- [14] Zhukov A.V., Bouffanais R., Fedorov E.G., Belonenko M.B. // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. P. 143106. doi 10.1063/1.4824370
- [15] Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B., Konobeeva N.N., Nevzorova Y.V., George T.F. // Eur. Phys. J. D. 2015. V. 69. P. 129. doi 10.1140/epjd/e2015-50895-y
- [16] Невзорова Ю.В., Белоненко М.Б., Галкина Е.В. // Изв. РАН Сер. физ. 2016. Т. 80. № 7. С. 916.; Nevzorova J.V., Belonenko M.B., Galkina E.N. // Izvestiya RAN. Seriya Fizicheskaya. 2016. V. 80. P. 837. doi 10.3103/S1062873816070182
- [17] Belonenko M.B., Dvuzhilov I.S., Tuzalina O.Yu. // J. Nano-Electron. Phys. 2015. V. 7. N 4. P. 04013.
- [18] Belonenko M.B., Dvuzhilov I.S., Galkina E.N., Nevzorova Y.V. // Mod. Phys. Lett. B. 2016. V. 30. P. 1650345. doi 10.1142/S0217984916503450
- [19] Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B., Dvuzhilov I.S., Nevzorova Y.V. // Appl. Phys. B. 2017. V. 123. P. 196. doi 10.1007/s00340-017-6767-y
- [20] Nevzorova Yu.V., Dvuzhilov I.S., Boroznin S.V., Zaporotskova I.V., Belonenko M.B. // EPJ Web of Conf. 2017. V. 161. P. 02018. doi 10.1051/epjconf/201716102018
- [21] Dvuzhilova Y.V., Dvuzhilov I.S., Ten A.V., Boroznina E.V., Belonenko M.B. // Mod. Phys. Lett. B. 2019. V. 33. P. 1950275. doi 10.1142/S0217984919502750
- [22] Елецкий А.В. // УФН. 1997. Т. 167. С. 945; Eletsii A.V. // Physics — Uspekhi. 1997. V. 40. P. 899.
- [23] Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Eklund P.C. Science of Fullerenes and Carbon Nanotubes. Academic Press, 1996. 965 p.
- [24] Tans S.J., Devoret M.H., Dai H. et al. // Nature. 1997. V. 386. P. 474.
- [25] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Физическая кинетика. М.: Физматлит, 1979. 275 с.
- [26] Zhukov A.V., Bouffanais R., Fedorov E.G., Belonenko M.B. // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. P. 143106.
- [27] Буллаф Р., Кодри Ф. Солитоны. М.: Мир, 1983. 408 с.
- [28] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
- [29] Konobeeva N.N., Fedorov E.G., Rosanov N.N., Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B. // J. Appl. Phys. 2019. V. 126. P. 203103. doi.org/10.1063/1.5128365
- [30] Svelto O. Principles of Lasers. NY.: Plenum, 1976. P. 620; Звелто О. Принципы лазеров. СПб.: Лань, 2008. С. 720.
- [31] Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1975. 632 с.
- [32] Розанов Н.Н., Архипов Р.М., Архипов М.В. // УФН. 2018. Т. 188. № 12. С. 1347.