

05

Расчет остаточных напряжений при коноскопических измерениях в профилированных монокристаллах сапфира

© С.И. Бахолдин, В.М. Крымов,[†] Ю.Г. Носов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: v.krymov@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 28 июля 2020 г.

В окончательной редакции 19 октября 2020 г.

Принято к публикации 20 октября 2020 г.

Рассмотрены вопросы измерения остаточных напряжений, которые образуются в профилированных монокристаллах сапфира при их выращивании из расплава. Разработан алгоритм расчета нормальных компонент тензора остаточных напряжений по данным оптических измерений остаточных напряжений методом коноскопии для оптически одноосных кристаллов в форме пластин. Приведены примеры измерения остаточных напряжений и расчета нормальных компонент для квадратного стержня и базисноограниченной ленты сапфира. Показано, что нормальные напряжения сконцентрированы в основном по периферии пластин и достигают 25 МПа в стержне и 70 МПа в ленте.

Ключевые слова: кристаллы сапфира, остаточные напряжения, разделение компонент тензора напряжений.

DOI: 10.21883/JTF.2021.04.50622.236-20

Введение

Остаточные напряжения — это напряжения, которые существуют и уравниваются внутри твердого тела после устранения причин их вызвавших. Это явление часто встречается в различных металлических, железобетонных и других конструкциях и деталях. Образованию остаточных напряжений, теории и методам их изучения посвящено много работ и монографий [1–3]. Развитие электроники вызвало возникновение новой отрасли: выращивание полупроводниковых, диэлектрических и других монокристаллов различных веществ. Оказалось, что при выращивании монокристаллов из расплава в них также образуются остаточные напряжения, физическая природа и механизмы образования аналогичны напряжениям в металлах [4,5]. Остаточные напряжения в кристаллах относятся к 1 роду (по классификации Н.Н. Давиденкова), поскольку они „уравниваются в пределах областей, размеры которых одного порядка с размерами тела“ [1]. Механизм образования остаточных напряжений при выращивании монокристаллов из расплава близок к механизму образования остаточных напряжений в литых деталях при охлаждении отливок [1].

Для кристаллов, выращиваемых со свободной поверхности расплава и не соприкасающихся со стенками тигля, механизм образования остаточных напряжений заключается в следующем. Сложный радиационно-кондуктивный характер теплообмена в растущем кристалле приводит к значительным нелинейностям температурных полей. Они, в свою очередь, вызывают несовместность температурных деформаций и появление термоупругих напряжений. Если эти напряжения превосходят критические напряжения сдвига, то происходит пластическая деформация, и образуются дефекты структуры

(дислокации), поля напряжений которых компенсируют термоупругие напряжения. После остывания кристалла термоупругие напряжения исчезают, но остаются дефекты структуры. Связанные с ними поля напряжений и есть остаточные напряжения [4–9].

Особенно актуальна проблема образования повышенных остаточных напряжений при выращивании тонкостенных изделий из расплава способом Степанова (EFG). Это относится к таким технически важным кристаллам, как сапфир [10–20], кремний [21–24], оксид галлия [25,26]. Профилированные монокристаллы сапфира (трубки, стержни, пластины) широко используются как конструкционные и оптические элементы приборов (окна, световоды, оболочки ламп и т.д.). Снижение уровня остаточных напряжений, остающихся в кристаллах после выращивания, очень важно для получения качественных кристаллов. При высоком уровне остаточных напряжений возможно растрескивание кристаллов при остывании или при их разрезке. Показано, что, целенаправленно изменяя конфигурацию тепловых экранов в ростовой зоне выращивания сапфировых лент, можно понижать уровень термопластических, а значит и остаточных напряжений в кристаллах [27–30].

Для разработки эффективных методов снижения остаточных напряжений очень важны способы их измерения в кристаллах различной симметрии. Наиболее часто для измерений остаточных напряжений в кристаллах некубических сингоний применяется метод коноскопии — измерение в сходящемся поляризованном свете [6,31,32], позволяющий экспериментально определить в каждой точке сечения кристалла разность главных напряжений и угол изоклины, по которым можно рассчитать разность нормальных напряжений и касательное напряжение.

В большинстве работ этими данными и ограничиваются. Но для более полной оценки распределения остаточных напряжений желательнее знать распределение отдельных компонент тензора напряжений. Разделение компонент может быть выполнено несколькими способами: экспериментально — методом дополнительного наклонного просвечивания — и расчетным путем с использованием дифференциальных уравнений механики сплошной среды [33]. Первый метод неприменим для кристаллов средних сингоний, к которым относится сапфир, поскольку в них есть естественное двулучепреломление в направлениях, непараллельных оптической оси. Поэтому наиболее эффективным подходом является разделение напряжений путем численного интегрирования с использованием уравнений равновесия.

В настоящей работе разработан алгоритм такого расчета и приведены примеры измерения остаточных напряжений и последующего разделения тензора остаточных напряжений. Объектами исследования были базисноограненная лента (плоскость ленты перпендикулярна оптической оси) и пластина, вырезанная из стержня сапфира, выращенного в направлении оптической оси.

1. Измерение остаточных напряжений

Остаточные напряжения изучались методом коноскопии. Методика измерения, подробно описанная в [34], основана на том, что под действием напряжений оптически одноосный кристалл сапфира приобретает аномальную двуосность, которая проявляется в расхождении ветвей изогир коноскопической фигуры.

Коноскопические картины наблюдались с помощью поляризационного микроскопа с окуляром $10\times$ (шкала с делениями ценой 0.1 mm) и объективом $20\times$. Поле зрения при этом составляло 0.7 mm. Измерения проводили в декартовых координатах для прямоугольных образцов (рис. 1). В каждой точке сетки измеряли величину максимального расхождения изогир $2V$ и угол γ наклона плоскости оптических осей к оси X . Точность определения напряжений таким методом составляла примерно 5 МПа.

В декартовых координатах формулы для разности нормальных напряжений $(\sigma_x - \sigma_y)$ и сдвигового напряжения τ_{xy} имеют вид [34]:

$$\sigma_x - \sigma_y = C \cdot \text{tg}^2 V \cdot \cos 2\gamma, \tag{1}$$

$$\tau_{xy} = \frac{C}{2} \cdot \text{tg}^2 V \cdot \sin 2\gamma, \tag{2}$$

где $C = \frac{n_0^{-2} - n_e^{-2}}{\pi_{11} - \pi_{12}}$.

Здесь π_{11} и π_{12} — пьезооптические коэффициенты, n_0 и n_e — коэффициенты преломления сапфира.

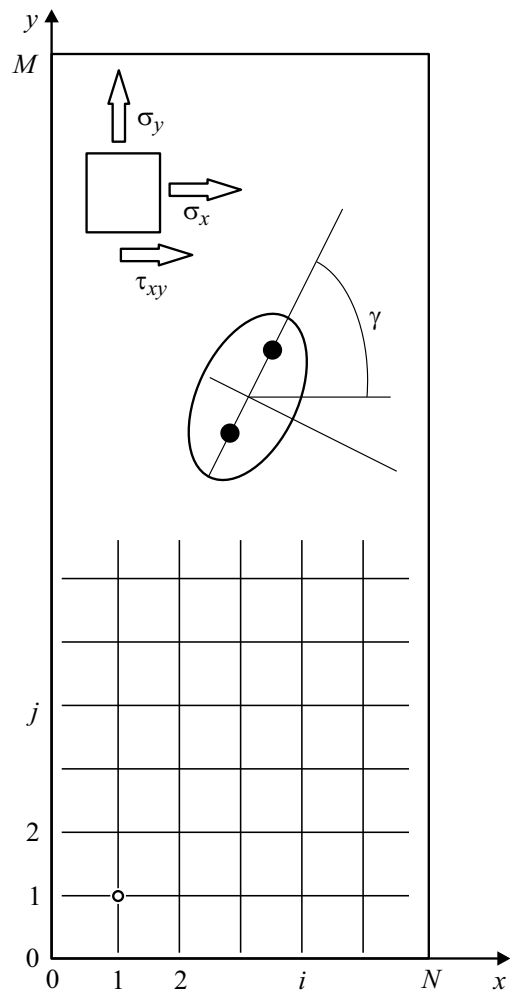


Рис. 1. Схема расчетной модели разделения напряжений в пластине. Показано сечение оптического эллипсоида плоскостью ленты. γ — угол плоскости оптических осей с осью x . В нижней части пластины показана сетка для расчета напряжений методом численного интегрирования уравнений равновесия.

2. Разделение напряжений

Таким образом, измерение напряжений поляризационно-оптическим методом в кристалле в форме пластины дает два массива результатов: $(\sigma_x - \sigma_y)$ и τ_{xy} . Разделение напряжений осуществлялось путем численного интегрирования уравнений равновесия:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Граничные условия: $\sigma_x = 0$ при $x = 0, x = B, \sigma_y = 0$ при $y = 0, y = L, \tau_{xy} = 0$ при $x = 0, x = B, y = 0, y = L$, где L и B — длина и ширина пластины. Введем сетку (рис. 1): по x : $i = 0, 1 \dots N$, с шагом Δx ; по y : $j = 0, 1 \dots M$, с шагом Δy .

2.1. Аппроксимация нормальных напряжений оператором первого порядка

Заменяем частные производные от нормальных напряжений конечными разностями (частные производные от касательной компоненты пока трогать не будем):

$$\begin{cases} \left. \frac{\sigma_{x,i,j} - \sigma_{x,i-1,j}}{\Delta x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right|_{i,j} = 0 \\ \left. \frac{\sigma_{y,i,j} - \sigma_{y,i,j-1}}{\Delta y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right|_{i,j} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{x,i,j} = \sigma_{x,i-1,j} - \Delta x \left. \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right|_{i,j} \\ \sigma_{y,i,j} = \sigma_{y,i,j-1} - \Delta y \left. \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right|_{i,j} \end{cases} \quad (4)$$

Граничные условия: $\sigma_{x,i,j} = 0$ при $i = 0$, $i = N$, $\sigma_{y,i,j} = 0$ при $j = 0$, $j = M$, $\tau_{xy,i,j} = 0$ при $i = 0$, $i = N$, $j = 0$, $j = M$.

Теперь для аппроксимации $\left. \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right|_{i,j}$ и $\left. \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right|_{i,j}$ можно использовать любые разностные дифференциальные операторы.

2.2. Аппроксимация касательных напряжений оператором первого порядка

Простейший из операторов дифференцирования (с остаточным членом):

$$y'_0 = \frac{1}{\Delta x} \left(-y_{-1} + y_0 - \frac{\Delta x}{2} y'' \right). \quad (5)$$

Степень аппроксимации будет такой же, как и для нормальных компонент.

$$\begin{cases} \sigma_{x,i,j} = \sigma_{x,i-1,j} - \frac{\Delta x}{\Delta y} (\tau_{xy,i,j} - \tau_{xy,i,j-1}) \\ \sigma_{y,i,j} = \sigma_{y,i,j-1} - \frac{\Delta y}{\Delta x} (\tau_{xy,i,j} - \tau_{xy,i-1,j}) \end{cases} \quad (6)$$

При $\Delta x = \Delta y$ получаем расчетные соотношения:

$$\begin{cases} \sigma_{x,i,j} = \sigma_{x,i-1,j} + \tau_{xy,i,j-1} - \tau_{xy,i,j} \\ \sigma_{y,i,j} = \sigma_{y,i,j-1} + \tau_{xy,i-1,j} - \tau_{xy,i,j} \end{cases} \quad (7)$$

По формулам (7) нельзя вычислить σ_x при $j = 0$ и σ_y при $i = 0$ (неоткуда взять значения с индексом -1). На краях ленты, при $i = N$ и $j = M$, также получают значения нормальных компонент, не соответствующие граничным условиям. Поэтому следует сразу обнулить матрицы напряжений в соответствии с граничными условиями, и вычислять недостающие значения экстраполяцией:

$$\sigma_{x,i,0} = 2\sigma_{x,i,1} - \sigma_{x,i,2}, \quad (8)$$

$$\sigma_{y,0,j} = 2\sigma_{y,1,j} - \sigma_{y,2,j}. \quad (9)$$

Таким образом, расчет начинается с точки с координатами $i = 1$, $j = 1$: $\sigma_{x,1,1} = \sigma_{x,0,1} + \tau_{xy,1,0} - \tau_{xy,1,1} = 0 + \tau_{xy,1,0} - \tau_{xy,1,1}$, где последние два значения берутся из массива измерений τ_{xy} .

3. Результаты измерения и разделения напряжений

3.1. Тестовый пример

Предложенный алгоритм разделения напряжений был апробирован для случая выращивания квадратного стержня. Рассмотрим упрощенную модель образования остаточных напряжений. Предположим, что в процессе выращивания кристалла максимальные термические напряжения имели место только в относительно узкой зоне вблизи фронта кристаллизации, и именно в этой области и происходила пластическая деформация, образование дефектов структуры и связанных с ними остаточных напряжений. Поскольку весь кристалл в процессе его выращивания проходил через эту область, остаточные напряжения должны быть примерно одинаковы по длине кристалла, а характер их распределения в сечении — противоположен распределению временных термоупругих напряжений. Аналитическое решение задачи расчета термоупругих напряжений в стержне прямоугольного сечения, находящегося в сложном температурном поле, было получено методом асимптотического интегрирования [35]. В качестве параметра малости используется отношение характерного поперечного размера к длине кристалла. Формулы получены для изотропного приближения, поскольку для кристаллов сапфира анизотропия теплопроводности, температурного расширения и упругих свойств невелика:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \alpha E T_Z'' \frac{7}{32} \frac{1}{1+\nu} \frac{1}{k_r^4 + \frac{4}{7} k_r^2 + 1} (x^2 - c^2)^2 (3y^2 - b^2), \\ \sigma_y &= \alpha E T_Z'' \frac{7}{32} \frac{1}{1+\nu} \frac{1}{k_r^4 + \frac{4}{7} k_r^2 + 1} (3x^2 - c^2) (y^2 - b^2)^2, \\ \tau_{xy} &= -\alpha E T_Z'' \frac{7}{8} \frac{1}{1+\nu} \frac{1}{k_r^4 + \frac{4}{7} k_r^2 + 1} xy (x^2 - c^2) (y^2 - b^2), \end{aligned} \quad (10)$$

где α — коэффициент теплового расширения, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, $k_r = c/b$, $2c$ — размер в направлении оси x , $2b$ — в направлении оси y .

Конкретный уровень напряжений определяется кривизной температурного поля (значением второй производной от температуры в направлении выращивания кристалла — T_z''), но для оценки характера распределения можно принять $T_z'' = 1$. Для разделения напряжений достаточно рассмотреть только касательную компоненту τ_{xy} , распределение которой по сечению кристалла в форме квадратного стержня будет иметь вид, показанный на рис. 2, а.

Применение описанного выше алгоритма разделения напряжений приводит к получению эпюр компонент σ_x

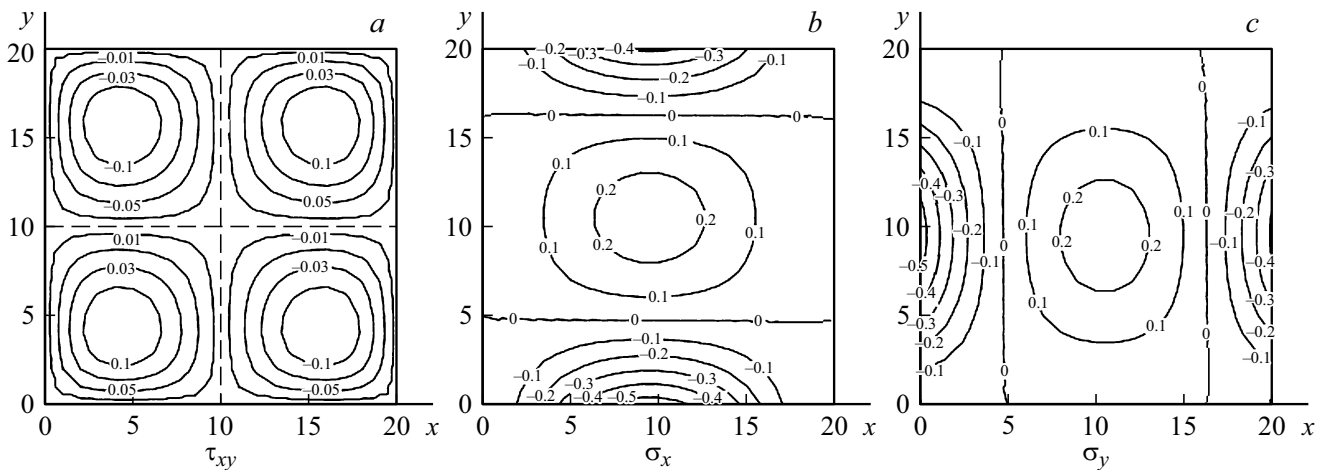


Рис. 2. Эпюры компонент термоупругих напряжений в сечении прямоугольного стержня (тестовый пример): *a* — касательное напряжение τ_{xy} , построенное по формуле (10), *b* и *c* — нормальные напряжения σ_x и σ_y , полученные по алгоритму разделения напряжений (7). Значения напряжений на эпюрах — в условных единицах.

и σ_y , показанных на рис. 2, *b* и *c*. Видно, что напряжения концентрируются в центре и на краях пластины и имеют разный знак. Можно ожидать, что эпюры компонент остаточных напряжений по результатам измерений в прямоугольном стержне будут подобны приведенным.

3.2. Прямоугольная пластина

Измерения были выполнены на полированной пластинке, размером 14×17 mm и толщиной 4 mm, вырезанной перпендикулярно направлению выращивания [0001] из прямоугольного стержня на расстоянии 30 mm от заправки. Распределение аномальной двуосности по пластине измерялось на сетке с шагом 1 mm. На рис. 3, *a* приведены фотографии коноскопических фигур в характерных точках пластины. На рис. 3, *b* — эпюра компоненты τ_{xy} , рассчитанная по формуле (2) по измеренным параметрам коноскопических фигур. На рис. 3, *c* приведена сглаженная эпюра τ_{xy} . Сглаживание экспериментальных данных проводилось по стандартной процедуре программы Mathcad (Loess — interp) с параметром Span = 0.3. После сглаживания на эпюре хорошо видны четыре области максимальных напряжений с чередующимися знаками, что соответствует рассмотренному выше тестовому примеру (рис. 2). Далее проводилось разделение напряжений по вышеописанному алгоритму (рис. 3, *d* и *e*).

Видно, что нормальное напряжение σ_x на краях пластины ($y = 0$ и 15 mm) и в центре пластины имеют противоположные знаки. При $x = 0$ и 16 mm компонента σ_x обращается в нуль в силу граничных условий. Качественно картина напряжений подобна модельному случаю, хотя максимум в центре выражен не столь явно. Аналогично и распределение второй нормальной компоненты σ_y (рис. 3, *e*).

В целом уровень напряжений не превышает 25 МПа. Сопоставление измеренных остаточных напряжений по сечению прямоугольного стержня с расчетными термоупругими показывает, что их знаки противоположны, что соответствует теоретическим представлениям.

Следует отметить, что измеренные уровни напряжений в целом не влияют на оптическое пропускание и механическую прочность таких стержней. Детали, изготовленные из стержней, могут применяться в различных конструкциях, в том числе и оптических. Однако такой уровень остаточных напряжений может быть критическим при изготовлении деталей для поляризационной оптики.

3.3. Базисноограненная сапфировая лента

Исследованы остаточные напряжения в нижней части сапфировой ленты шириной 30 mm (с областью отрыва) и толщиной 1.5 mm. Поскольку поверхности ленты были огранены с обеих сторон базисными гранями таким образом, что поверхности оказывались близки к полированным, измерения проводились без дополнительной обработки поверхностей. Измерения оптических параметров (величина расхождения изогир и ориентация плоскостей оптических осей) были проведены на сетке со сторонами 2×2 mm. По измеренным данным рассчитывались разность нормальных компонент напряжений ($\sigma_x - \sigma_y$) и касательная компонента тензора напряжений τ_{xy} . Так как величины экспериментальных значений компоненты τ_{xy} получается с большой погрешностью, проводилось сглаживание экспериментальных данных по стандартной процедуре программы Mathcad (Loess — interp). Разделение напряжений σ_x и σ_y проводилось численным методом на сетке 31×57 точек по итерационным формулам (7).

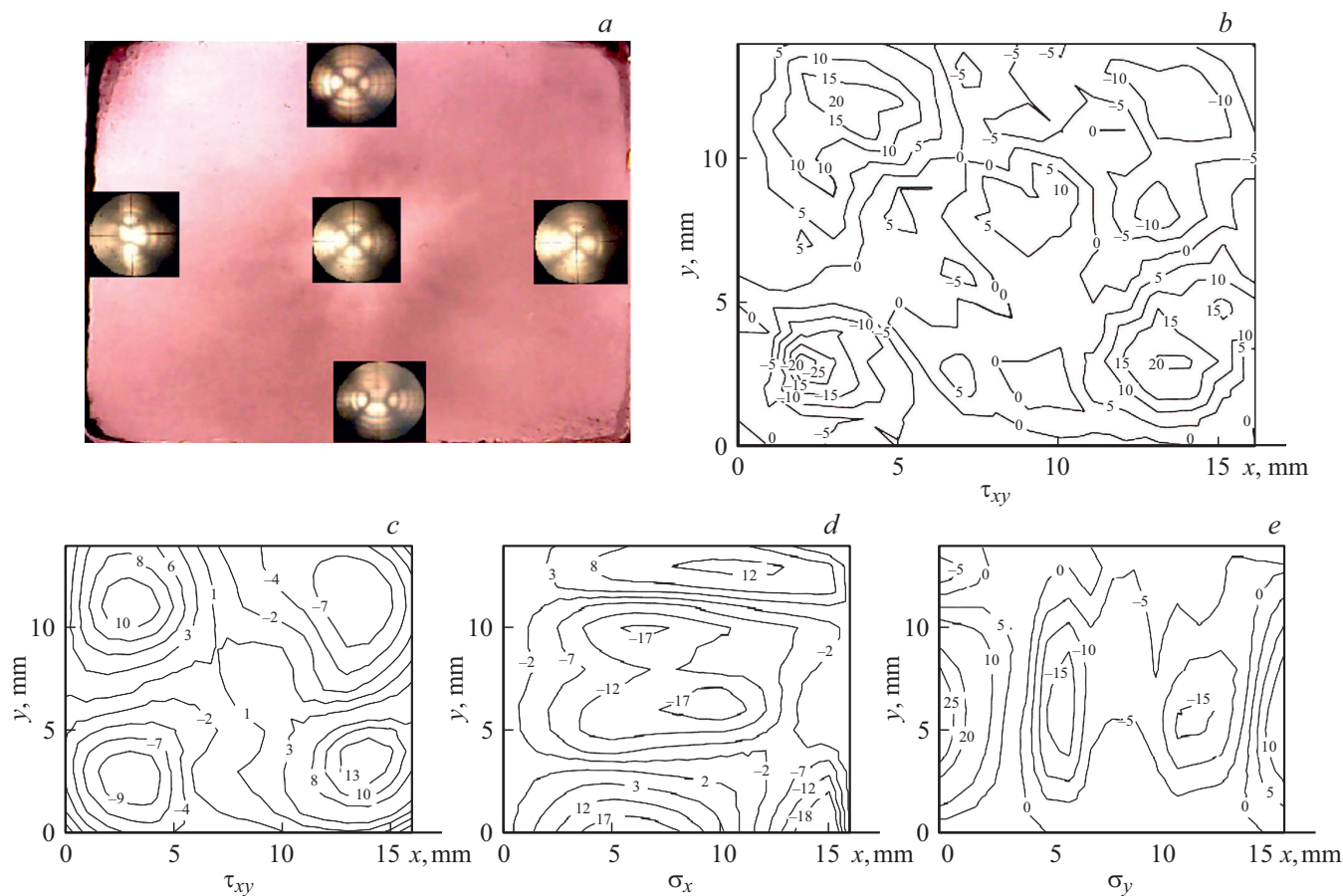


Рис. 3. Эпюры компонент остаточных напряжений в сечении прямоугольного стержня: *a* — фотографии коноскопических фигур в различных частях пластины сапфира; *b* — эпюра экспериментально измеренного касательного напряжения τ_{xy} ; *c* — сглаженная эпюра τ_{xy} ; *d* и *e* — нормальные напряжения σ_x и σ_y , полученные по алгоритму разделения напряжений (7). Значения напряжений на эпюрах — в МПа.

Для определения σ_x интегрирование начинали с одной из продольных сторон ленты, а для σ_y — у фронта отрыва, где эти компоненты равны нулю в силу граничных условий.

На рис. 4, *a, b* приведены эпюры измеренных и сглаженных значений $(\sigma_x - \sigma_y)$ и τ_{xy} , а на рис. 4, *c, d* — эпюры разделенных компонент тензора напряжений σ_x и σ_y соответственно.

Видно, что компонента тензора напряжений σ_x имеет сжимающий характер, концентрируется и достигает максимальных значений на нижнем торце (до 70 МПа), т. е. у фронта кристаллизации при выращивании ленты. Эти остаточные напряжения по видимому связаны с дефектами, которые могли образоваться под действием термонапряжений, имевших место при выращивании в наиболее горячей зоне у фронта кристаллизации. Компонента тензора напряжений σ_y , направленная вдоль ленты, равна нулю на нижнем краю ленты ($y = 0$), далее при $y = 15$ mm имеет максимумы разного знака на краях и в центре ленты. На расстоянии примерно равном ширине ленты эти напряжения обращаются в нуль и растут, меняя знак. Напряжения σ_y меньше по

величине, чем σ_x . Заметим также, что в отличие от эпюр напряжений в тестовом примере в эпюрах как измеренных, так и разделенных нормальных напряжений для стержня и ленты не наблюдается полной симметрии. Это может быть связано с тем, что в реальных тепловых условиях выращивания кроме нелинейного распределения температуры вдоль оси выращивания есть и радиальные перекосы температуры. Видно, что уровень остаточных напряжений в ленте в несколько раз выше по сравнению с квадратным стержнем. Это связано с тем, что более тонкая лента в процессе роста охлаждается интенсивнее и находится в более неоднородном температурном поле по сравнению со стержнем. Опыт выращивания кристаллов сапфира показывает, что для тонких лент базисной ориентации эти напряжения могут оказаться критическими и приводить к образованию блочной структуры [11,27,32]. При других кристаллографических ориентациях (чаще всего призматических) уровень остаточных напряжений значительно меньше и изделия из них широко применяются, например, в качестве оптических элементов и часовых стекол.

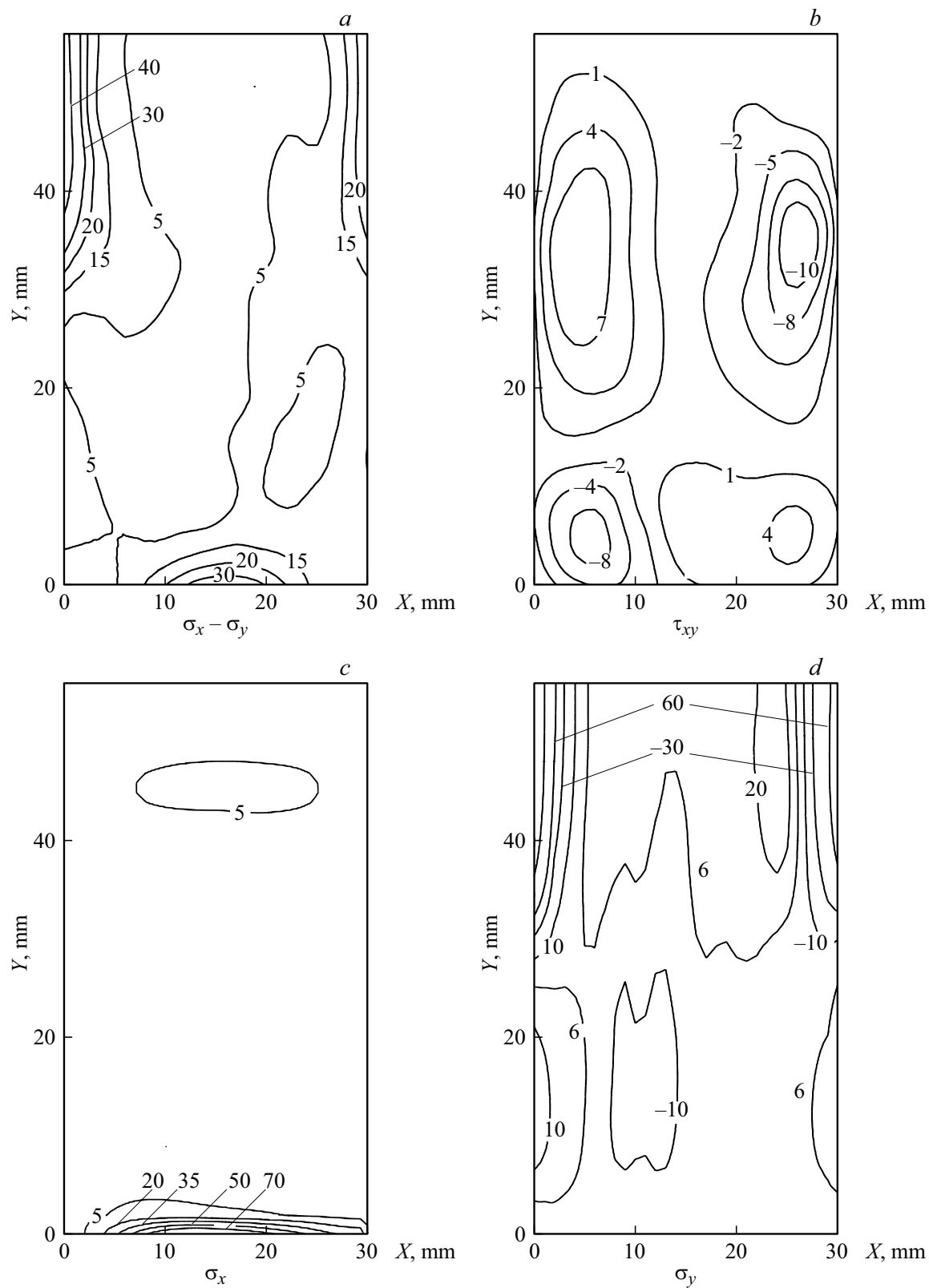


Рис. 4. Эпюры компонент остаточных напряжений в базисноограниченной ленте сапфира: *a* — эпюры разности нормальных напряжений $\sigma_x - \sigma_y$ (экспериментально измеренных и сглаженных); *b* — то же для касательного напряжения τ_{xy} ; *c* и *d* — нормальные напряжения σ_x и σ_y , полученные по алгоритму разделения напряжений (7). Значения напряжений на эпюрах — в МПа.

Выводы

Показано, что по данным оптических измерений коноскопических фигур и с помощью разработанного алгоритма разделения компонент тензора напряжений можно восстановить полную картину остаточных напряжений в профилированных кристаллах сапфира.

Рассмотрение полной картины компонент тензора остаточных напряжений в сечении прямоугольного стержня показывает, что по периметру сечения действуют нормальные растягивающие напряжения σ_x и σ_y , попарно на противоположных сторонах. Максимальные значения этих напряжений достигают 25 МПа. В центре сечения действуют сжимающие σ_x и σ_y , (до 17 МПа). В лентах максимальные сжимающие напряжения σ_x концентрируются на нижнем торце ленты, и они во многом формируют дислокационную и блочную структуру лент.

Полученные результаты в сочетании с расчетами полей термоупругих напряжений, которые можно выполнить на основе измерения температурного поля в выращиваемых кристаллах, позволяют целенаправленно управлять уровнем остаточных напряжений в кристаллах.

Благодарности

Авторы выражают благодарность А.В. Денисову за измерения остаточных напряжений в сапфировой ленте.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Я.Б. Фридман. *Механические свойства металлов* (Машиностроение, М., 1974)
- [2] И.А. Биргер. *Остаточные напряжения* (Машгиз, М., 1963)
- [3] А.А. Поздеев, Ю.И. Няшин, П.В. Трусов. *Остаточные напряжения: теория и приложения* (Наука, М., 1982)
- [4] А.А. Чернов, Е.И. Гиваргизов, Х.С. Багдасаров, В.А. Кузнецов, Л.Н. Демьянец, А.Н. Лобачев. *Современная кристаллография, Т. 3* (Наука, М., 1980)
- [5] В.Л. Инденбом. *Кристаллография*, **9** (1), 74 (1964).
- [6] А.Г. Штукенберг, Ю.О. Пунин. *Оптические аномалии в кристаллах* (Наука, СПб., 2004)
- [7] E.R. Dobrovinskaya, L.A. Litvinov, V. Pischik. *Sapphire: Material, Manufacturing, Applications* (Springer-Verlag, Berlin, 2009). DOI: 10.1007/978-0-387-85695-7
- [8] P.J. Withers. *Rep. Prog. Phys.*, **70**, 2211 (2007). DOI: 10.1088/0034-4885/70/12/R04
- [9] S.K. Bhihe, P.A. Mataga, J.W. Hutchinson, S. Rajendran, J.P. Kalejs. *J. Cryst. Growth*, **137**(1–2), 86 (1994). DOI: 10.1016/0022-0248(94)91252-1
- [10] V.M. Krymov, Yu.G. Nosov, S.I. Bakholdin, V.N. Maslov, I.L. Shul'pina, V.I. Nikolaev. *J. Cryst. Growth*, **457**, 314 (2017). DOI: org/10.1016/j.jcrysgro.2016.08.017
- [11] E.F. Dolzhenkova, A.V. Voloshin, L.A. Lytvynov, R.I. Safronov. *Cryst. Res. Technol.*, **53** (2), 1700258 (2018). DOI: 10.1002/crat.201700258
- [12] А.Е. Андреев, Е.Ф. Долженкова, П.В. Коневский, Л.А. Литвинов, О.А. Лукиенко. *Неорган. матер.*, **51** (10), 1105 (2015). DOI: 10.7868/S0002337X15100012 [A.E. Andreev, E.F. Dolzhenkova, P.V. Konevskii, L.A. Litvinov, O.A. Lukienko. *Inorganic Mater.*, **51** (10), 1025 (2015). DOI: 10.1134/S0020168515100015]
- [13] F. Theodore, T. Duffar, J.L. Santailier, J. Pesenti, M. Keller, P. Dusserre, F. Louchet, V. Kurlov. *J. Cryst. Growth*, **204**, 317 (1999). DOI: org/10.1016/S0022-0248(99)00157-8
- [14] В.А. Бородин, А.В. Жданов, М.В. Юдин. *Изв. РАН Сер. физ.*, **68** (6), 825 (2004). [V.A. Borodin, A.V. Zhdanov, M.V. Yudin. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.*, **68** (6), 933 (2004).]
- [15] A.V. Borodin, V.A. Borodin, D.N. Frantsev, M.V. Yudin, T.A. Mosharov. *J. Crystal Growth*, **275**, e2105 (2005). DOI: 10.1016/j.jcrysgro.2004.11.295
- [16] А.В. Жданов, А.В. Бородин, М.В. Юдин. *Изв. РАН, Сер. физ.*, **73** (10), 1407 (2009). [A.V. Zhdanov, A.V. Borodin, M.V. Yudin, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.*, **73** (10), 1328 (2009). DOI: 10.3103/S1062873809100050]
- [17] Yu. Qinghua, Liu. Lijun, Geng A'nan, Jiang Biwen, Li Zaoyang, Xu Yangyi, Xue Kangmei. *J. Cryst. Growth*, **385**, 49 (2014). DOI: 10.1016/j.jcrysgro.2013.01.054
- [18] С.В. Гавриш, В.В. Логинов, С.В. Пучнина. *Успехи прикладной физики*, **6** (4), 333 (2018).
- [19] С.В. Гавриш, В.В. Логинов, Д.Ю. Пугачев, С.В. Пучнина. *Успехи прикладной физики*, **7** (5), 480 (2019).
- [20] В.М. Крымов, Ю.Г. Носов, С.И. Бахолдин, В.Н. Маслов, И.Л. Шульпина, М.П. Щеглов. *ФТТ*, **57** (11), 2190 (2015). DOI: org/10.1134/S1063783415110207. [V.M. Krymov, Yu.G. Nosov, S.I. Bakholdin, V.N. Maslov, I.L. Shul'pina, M.P. Shcheglov. *Phys. Solid State*, **57**(11), 2257 (2015). DOI: 10.1134/S1063783415110207]
- [21] M.C. Brito, Alves J. Maia, J.M. Serra, R.M. Gamboa, C. Pinto, A.M. Vallera. *Solar Energy Mater. Solar Cells*, **87**, 311 (2005).
- [22] V. Ganapativ, S. Schoenfelder, S. Castellanos, A. Sampson, T. Buonassisi, R. Koepege, J. Bagdahn, S. Oener, H. Morhenn, G. Hahn, M.A. Marcus, B. Lai. *J. Appl. Phys.*, **108** (6), 063528-13 (2010). DOI: 10.1063/1.3468404
- [23] R.W. Gurtler, A. Baghdadi, R.J. Ellis, I.A. Lesk. *J. Electron. Mater.*, **7** (3), 441 (1978).
- [24] R.W. Gurtler. *J. Cryst. Growth*, **50**, 69 (1980). DOI: 10.1016/0022-0248(80)90229-8
- [25] A. Kuramata, K. Koshi, S. Watanabe, Yu. Yamaoka, T. Masui, S. Yamakoshi. *Jpn. J. Appl. Phys.*, **55**, 1202A2 (1–6) (2016).
- [26] L. Chengcheng, L. Zaoyang, M. Wenxiang, J. Zhitai, L. Lijun. *J. Cryst. Growth*, **506**, 83 (2019). DOI: org/10.1016/j.jcrysgro.2018.10.029
- [27] В.М. Крымов, А.В. Денисов, М.И. Саллум, С.И. Бахолдин, В.М. Мамедов, В.С. Юфереv, А.А. Русанов, П.В. Смирнов. *Изв. РАН. Сер. физ.*, **73** (10), 1436 (2009). [V.M. Krymov, A.V. Denisov, M.I. Sallum, S.I. Bakholdin, V.M. Mamedov, V.S. Yuferev, A.A. Rusanov, P.V. Smirnov. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.*, **73** (10), 1355 (2009). DOI: 10.3103/S1062873809100116]
- [28] A.V. Denisov, A. Molchanov, Yu.O. Punin, V.M. Krymov, G. Muller, J. Friedrich. *J. Cryst. Growth*, **344**, 38 (2012). DOI: 10.1016/j.jcrysgro.2012.02.005
- [29] L. Montalto, N. Paone, L. Scalise, D. Rinaldi. *Rev. Sci. Instrum.*, **86**, 063102 (2015). DOI: org/10.1063/1.4921870]

- [30] L. Montalto, P. Natali, L. Scalise, N. Paone, F. Davi, D. Rinaldi, G. Barucca, P. Mengucci. *Crystals*, **9**, 376 (2019). DOI: 10.3390/cryst9070376
- [31] В.Л. Инденбом, Г.Е. Томиловский. *Кристаллография*, **3**, 594 (1958).
- [32] А.В. Денисов, Ю.О. Пунин, А.Г. Штукенберг, О.С. Грунский. *Вестник СПбГУ, Сер. 7* (1), 106 (2006).
- [33] А.Я. Александров, М.Х. Ахметзянов. *Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела* (Наука, М., 1973).
- [34] А.В. Денисов, В.М. Крымов, Ю.О. Пунин. *ФТТ*, **49** (3), 454 (2007). [A.V. Denisov, V.M. Krymov, Yu.O. Punin. *Phys. Solid State*, **49**, 472 (2007). DOI: 10.1134/S1063783407030146]
- [35] С.И. Бахолдин, Е.В. Галактионов, В.М. Крымов. В сб.: *Вопросы математической физики и прикладной математики*, под ред. Э.А. Троппа (ФТИ им. Иоффе РАН, СПб., 2011), с. 209.