

## Вырожденное четырехволновое взаимодействие на пропускающих голографических решетках в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ среза (110)

© В.Н. Навныко,<sup>1</sup> С.Ф. Ничипорко,<sup>1</sup> А.В. Макаревич,<sup>1</sup> С.М. Шандаров<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина, 247760 Мозырь, Беларусь

<sup>2</sup> Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 634050 Томск, Россия  
e-mail: valnav@inbox.ru

Поступило в Редакцию 18 ноября 2020 г.

В окончательной редакции 8 декабря 2020 г.

Принято к публикации 8 декабря 2020 г.

Проанализированы закономерности стационарного вырожденного четырехволнового взаимодействия на пропускающих голографических решетках, сформированных в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  среза (110). Получена система дифференциальных уравнений, которая может быть использована для нахождения компонент векторных амплитуд линейно поляризованных световых волн при четырехволновом взаимодействии на фазовых и фазово-амплитудных голографических решетках. В теоретической модели учитывались линейный электрооптический, фотоупругий и обратный пьезоэлектрический эффекты, а также естественная оптическая активность, циркулярный дихроизм и поглощение кристалла. Установлены значения ориентационного угла и толщины кристалла, при которых коэффициент отражения может достигать максимальных значений. Экспериментально обнаружено, что в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  среза (110) толщиной 7.7 мм коэффициент отражения может достигать величины 2.4 при оптимальном выборе ориентационного угла. Показано, что наилучшее согласование теоретических и экспериментальных данных достигается, если в математической модели дифракции учтена фазово-амплитудная структура формируемых в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  пропускающих голографических решеток.

**Ключевые слова:** четырехволновое взаимодействие, фоторефрактивный кристалл, голографическая решетка, коэффициент отражения.

DOI: 10.21883/JTF.2021.05.50697.322-20

### Введение

Закономерности обращения волнового фронта при дифракции световых волн на динамических голографических решетках впервые были изучены в [1,2]. В этих работах в качестве регистрирующих сред использовались растворы органических красителей [1] и полупроводники [2]. В работе [3] экспериментально обнаружено обращение волнового фронта при рассеянии светового пучка на возмущениях диэлектрической проницаемости, обусловленной волнами гиперзвука. Возможность компенсации фазовых искажений и усиления светового пучка при вынужденном рассеянии Мандельштама–Бриллюэна продемонстрирована в [4].

Метод обращения волнового фронта при вырожденном по частоте четырехволновом взаимодействии в среде с кубической нелинейностью описан в [5]. Показано, что обращенный волновой фронт монохроматического пучка может генерироваться с высокой эффективностью при использовании лазерной накачки. В работе [6] предсказана возможность усиления светового пучка при вырожденном четырехволновом взаимодействии и генерации в резонаторе, образованном обращающей волновой фронт средой и обычным зеркалом. Результаты экспериментальных исследований обращения волнового

фронта при четырехволновом взаимодействии практически одновременно представлены в [7,8].

В настоящее время фоторефрактивные кристаллы являются перспективными регистрирующими средами для записи и считывания динамических голографических решеток. Такие кристаллы используются для микроструктурного анализа объектов в цифровой голографической микроскопии [9], для измерения высокочастотных вибраций в голографической интерферометрии [10], в устройствах позитронно-эмиссионной томографии [11], при обработке оптического излучения [12], в системах объемного голографического шифрования и дешифрования [13]. Развернутые обзоры практического использования фоторефрактивных кристаллов приведены, например, в работах [14,15].

Кубические оптически активные фоторефрактивные пьезокристаллы  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO),  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO),  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  (BGO) представляют класс регистрирующих сред, которым свойственны высокая светочувствительность и относительно малое время фоторефрактивного отклика [16]. Использование таких кристаллов для обращения волнового фронта при вырожденном четырехволновом взаимодействии продемонстрировано в ранней работе на примере кристалла BSO [17]. Возможность самовозбуждения взаимно обращенных волн в кристалле

ВТО экспериментально показана в работе [18]. Способы увеличения эффективности вырожденного четырехволнового взаимодействия в кристаллах BSO и BGO изучены в [19]. Система уравнений связанных волн, пригодная для описания вырожденного четырехволнового взаимодействия в анизотропном фоторефрактивном кристалле с учетом оптической активности, представлена в [20].

При решении задачи о дифракции и взаимодействии световых волн на фазовых голографических решетках в фоторефрактивном кристалле следует учитывать, что, наряду с линейным электрооптическим эффектом, на оптических частотах вклад в модуляцию диэлектрической проницаемости среды может дополнительно внести совместное действие фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов [21]. Выражения для нахождения возмущения обратного тензора диэлектрической проницаемости кубического кристалла с учетом фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов представлены в [22]. Задача об обращении волнового фронта при четырехволновом взаимодействии на отражательных решетках в кристалле титаната висмута с учетом указанных эффектов рассмотрена в [23]. Здесь обнаружена возможность эффективного обращения волнового фронта за счет диффузионного механизма разделения зарядов без приложения к кристаллу ВТО:Fe, Cu внешнего электрического поля. Пороговые условия генерации сопряженных по фазе световых волн в кристаллах BSO и ВТО с приложенным меандровым электрическим полем при ориентации вектора голографической решетки вдоль кристаллографического направления  $[110]$  исследованы в [24]. В данной работе были получены аналитические выражения для нахождения коэффициентов прохождения и отражения при обращении волнового фронта в кубических фоторефрактивных кристаллах класса симметрии 23 произвольного среза с учетом оптической активности и наведенной электрическим полем оптической анизотропии.

Голографическая решетка, формируемая в кристалле ВТО, может иметь фазово-амплитудную структуру [25], представляя собой совокупность фазовой и амплитудной (абсорбционной) голографических решеток. Существование амплитудной голографической решетки обусловлено модуляцией коэффициента поглощения под действием наведенной в кристалле интерференционной картины. В работе [25] показано, что для кристалла ВТО наилучшее согласование теоретических и экспериментальных данных достигается при учете фазово-амплитудной структуры пропускающей голограммы. Кроме того, как показывают результаты экспериментальных исследований [26], в легированных кубических кристаллах ВТО вследствие наличия вакансий по титану наряду с фотопроводимостью фиксируется наличие заметного циркулярного дихроизма.

Целью настоящего исследования является теоретический анализ и экспериментальное изучение закономерностей взаимодействия световых волн при стационарном вырожденном четырехволновом взаимодействии на

фазовых и фазово-амплитудных голографических решетках, сформированных в кристалле ВТО. Теоретическое рассмотрение проведено для зависимости коэффициента усиления от ориентационного угла и толщины кристалла ВТО среза (110). Для подтверждения результатов теоретического анализа выполнены экспериментальные исследования зависимости коэффициента отражения обращенной волны от ориентационного угла для образца ВТО среза (110) с толщиной 7.7 mm.

## 1. Теоретическая модель

Пусть на кубический фоторефрактивный кристалл класса симметрии 23 среза (110) (рис. 1) падают три плоские монохроматические линейно поляризованные волны, у которых волновые нормали волн накачки (волны 1 и 2) совпадают по направлениям с единичными векторами  $\mathbf{e}_{13}$  и  $\mathbf{e}_{23}$ , а волновая нормаль сигнальной волны (волна 3) — с единичным вектором  $\mathbf{e}_{33}$ . Волна накачки 1 и сигнальная волна 3 формируют в кристалле пропускающую голографическую решетку с волновым вектором  $\mathbf{K}_{13}$  (решетка 13). Четвертая световая волна (волна 4) с волновой нормалью, совпадающей по направлению с единичным вектором  $\mathbf{e}_{43}$ , образуется в объеме кристалла в результате дифракции волны накачки 2 на голографической решетке с волновым вектором  $\mathbf{K}_{13}$ . Интерференция волн 2 и 4 приводит к формированию в кристалле вторичной пропускающей голографической решетки с волновым вектором  $\mathbf{K}_{24}$  (решетка 24) [16,27]. При дифракции волны накачки 1 на голографической решетке 24 может достигаться усиление сигнальной волны 3. Такой режим „положительной обратной связи“ реализуется в случае, когда пропускающие голографические решетки 13 и 24 в объеме кристалла совпадают [24].

Плоскость I на рис. 1 является плоскостью падения (содержит единичные векторы  $\mathbf{e}_{13}$ ,  $\mathbf{e}_{23}$ ,  $\mathbf{e}_{33}$ ,  $\mathbf{e}_{43}$ ) и параллельна поверхности лабораторного стола. Плоскость II

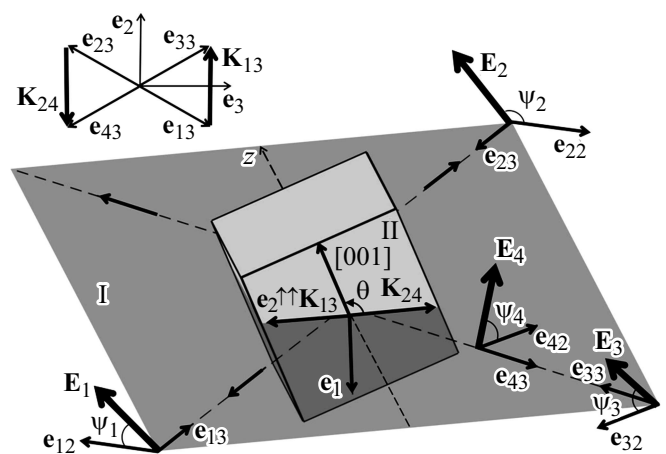


Рис. 1. Схема четырехволнового взаимодействия на пропускающих голографических решетках в кубическом фоторефрактивном кристалле.

параллельна поверхности среза кристаллического образца и образует с плоскостью падения двугранный угол, равный  $90^\circ$ . Единичные векторы  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  являются ортами рабочей системы координат ( $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ ), где  $\mathbf{e}_3 = [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2]$  (единичный вектор  $\mathbf{e}_3$  направлен внутрь кристалла и на рис. 1 не показан), которая используется для задания ориентации кристаллического образца относительно лабораторного стола. Плоскости I и II пересекаются вдоль прямой, проходящей через единичный вектор  $\mathbf{e}_2$ , причем плоскости I принадлежат единичные векторы  $\mathbf{e}_2$  и  $\mathbf{e}_3$ , а плоскости II — единичные векторы  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$ . Координата  $z$  отсчитывается вдоль положительного направления оси  $Oz$ , совпадающей по направлению с единичным вектором  $\mathbf{e}_3$ . За начало отсчета оси  $Oz$  принимается точка пересечения этой оси и плоскости II ( $z = 0$ ). Волновой вектор  $\mathbf{K}_{13}$  совпадает по направлению с единичным вектором  $\mathbf{e}_2$ , волновой вектор  $\mathbf{K}_{24}$  направлен в противоположную сторону относительно единичного вектора  $\mathbf{e}_2$ . Ориентационный угол  $\theta$  используется для задания поворота кристалла относительно кристаллографического направления  $[\bar{1}\bar{1}0]$  и отсчитывается в плоскости II от волнового вектора  $\mathbf{K}_{24}$  к кристаллографической оси  $[001]$ .

На рис. 1 через  $\mathbf{E}_j$ , где  $j = 1, 2, 3, 4$ , обозначены векторы напряженности электрических полей, которые используются для задания векторных амплитуд световых волн. Тройки единичных векторов ( $\mathbf{e}_{j1}, \mathbf{e}_{j2}, \mathbf{e}_{j3}$ ), где  $\mathbf{e}_{j1} = [\mathbf{e}_{j2} \times \mathbf{e}_{j3}]$  (векторы  $\mathbf{e}_{j1}$  не показаны на рис. 1) определяют ортонормированные базисы, используемые для задания направлений распространения световых волн и описания их поляризаций. Угловые расстояния между парами векторов ( $\mathbf{e}_{13}, \mathbf{e}_{33}$ ) и ( $\mathbf{e}_{23}, \mathbf{e}_{43}$ ) равны  $2\varphi_B$ , где  $\varphi_B$  — угол Брэгга в кристалле [16]. Угол  $\psi_j$  используется для задания азимута линейной поляризации световой волны  $j$ , который равен углу между единичным вектором  $\mathbf{e}_{j2}$  и векторной амплитудой  $\mathbf{E}_j$  и отсчитываются по часовой стрелке, если смотреть в направлении единичного вектора  $\mathbf{e}_{j3}$ .

Общее стационарное решение для светового поля в объеме кристаллического образца будем искать в виде четырех волн — двух волн накачки 1 и 2, сигнальной волны 3 и продифрагировавшей волны 4:

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^4 (E_{j1}\mathbf{e}_{j1} + E_{j2}\mathbf{e}_{j2})e^{i\vartheta_j}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}$  — вектор электрической напряженности результирующего светового поля в кристалле, изменяющийся вдоль оси  $Oz$ ;  $E_{j1}, E_{j2}$  — скалярные составляющие векторной амплитуды  $\mathbf{E}_j$ , являющиеся функциями координаты  $z$ ;  $\vartheta_j$  — начальная фаза волны  $j$ .

Формирование пропускающих голографических решеток 13 и 24 обусловлено образованием в фоторефрактивном кристалле интерференционных картин 13 и 24 в результате попарного взаимодействия световых волн 1, 3 и 2, 4 соответственно. В этом случае глубина модуляции интенсивности в интерференционных картинах 13 и 24

внутри кристалла может быть найдена на основании следующих выражений:

$$m^{13} = (E_{11}E_{31} + E_{12}E_{32} \cos(2\varphi_B))/I_0, \quad (2)$$

$$m^{24} = (E_{21}E_{41} + E_{22}E_{42} \cos(2\varphi_B))/I_0, \quad (3)$$

где  $m^{13,24}$  — глубина модуляции. Здесь и далее верхние индексы 13 и 24 означают, что параметры находятся применительно к голографическим решеткам 13 и 24 соответственно. Результирующая интенсивность светового поля внутри кристалла  $I_0$  находится по формуле  $I_0 = E_{11}^2 + E_{12}^2 + E_{21}^2 + E_{22}^2 + E_{31}^2 + E_{32}^2 + E_{41}^2 + E_{42}^2$ .

В случае малой глубины модуляции ( $m^{13}, m^{24} \ll 1$ ) на основании одноуровневой зонной модели фотовозбуждения и перераспределения носителей электрического заряда амплитуда первой гармоники напряженности электрического поля пространственного заряда фоторефрактивного кристалла для голографических решеток 13 и 24 может быть найдена с использованием следующих выражений [28]:

$$E_{sc}^{13} = -im^{13} \frac{E_D^{13}}{1 + E_D^{13}/E_q^{13}}, \quad (4)$$

$$E_{sc}^{24} = -im^{24} \frac{E_D^{24}}{1 + E_D^{24}/E_q^{24}}, \quad (5)$$

где  $E_D^{13,24} = (k_b T/e)K^{13,24}$ ,  $E_q^{13,24} = eN_A/(\varepsilon K^{13,24})$ ,  $K^{13,24} = 2\pi/\Lambda^{13,24}$ . В выражениях (4) и (5) приняты следующие обозначения:  $E_{sc}^{13,24}$  — напряженности электрических полей пространственного заряда голографических решеток в кристалле,  $E_D^{13,24}$  — напряженности электрических диффузионных полей,  $E_q^{13,24}$  — напряженности электрических полей насыщения ловушек,  $K^{13,24}$  — длина волновых векторов голографических решеток,  $\Lambda^{13,24}$  — пространственные периоды голографических решеток,  $k_b$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура,  $e$  — элементарный электрический заряд,  $N_A$  — концентрация компенсирующих акцепторов,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость кристалла,  $i$  — мнимая единица.

При подстановке выражений (1)–(5) в волновое уравнение для оптически активных сред в приближении медленно изменяющихся амплитуд и малости угла  $\varphi_B$  можно получить уравнения связанных волн, которые описывают встречное четырехволновое взаимодействие на пропускающих голографических решетках 13 и 24, сформированных в кубическом оптически активном фоторефрактивном поглощающем пьезокристалле среза (110). В общем случае уравнения связанных волн могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dE_{11}}{dz} &= (ie^{i\delta^{13}} \kappa_{1131}^{13} - e^{i\phi^{13}} \sigma_{1131}^{13})E_{31} \\ &+ (ie^{i\delta^{13}} \kappa_{1132}^{13} - e^{i\phi^{13}} \sigma_{1132}^{13})E_{32} + (\rho_1 + i\chi_1)E_{12} - \alpha_1 E_{11}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dE_{12}}{dz} &= (ie^{i\delta^{13}} \kappa_{1231}^{13} - e^{i\phi^{13}} \sigma_{1231}^{13})E_{31} \\ &+ (ie^{i\delta^{13}} \kappa_{1232}^{13} - e^{i\phi^{13}} \sigma_{1232}^{13})E_{32} - (\rho_1 + i\chi_1)E_{11} - \alpha_1 E_{12}, \\ \frac{dE_{21}}{dz} &= (ie^{i\delta^{24}} \kappa_{2141}^{24} - e^{i\phi^{24}} \sigma_{2141}^{24})E_{41} \\ &+ (ie^{i\delta^{24}} \kappa_{2142}^{24} - e^{i\phi^{24}} \sigma_{2142}^{24})E_{42} + (\rho_2 + i\chi_2)E_{22} - \alpha_2 E_{21}, \\ \frac{dE_{22}}{dz} &= (ie^{i\delta^{24}} \kappa_{2241}^{24} - e^{i\phi^{24}} \sigma_{2241}^{24})E_{41} \\ &+ (ie^{i\delta^{24}} \kappa_{2242}^{24} - e^{i\phi^{24}} \sigma_{2242}^{24})E_{42} - (\rho_2 + i\chi_2)E_{21} - \alpha_2 E_{22}, \\ \frac{dE_{31}}{dz} &= (ie^{-i\delta^{13}} \kappa_{3111}^{13} - e^{-i\phi^{13}} \sigma_{3111}^{13})E_{11} \\ &+ (ie^{-i\delta^{13}} \kappa_{3112}^{13} - e^{-i\phi^{13}} \sigma_{3112}^{13})E_{12} + (\rho_3 + i\chi_3)E_{32} - \alpha_3 E_{31}, \\ \frac{dE_{32}}{dz} &= (ie^{-i\delta^{13}} \kappa_{3211}^{13} - e^{-i\phi^{13}} \sigma_{3211}^{13})E_{11} \\ &+ (ie^{-i\delta^{13}} \kappa_{3212}^{13} - e^{-i\phi^{13}} \sigma_{3212}^{13})E_{12} - (\rho_3 + i\chi_3)E_{31} - \alpha_3 E_{32}, \\ \frac{dE_{41}}{dz} &= (ie^{-i\delta^{24}} \kappa_{4121}^{24} - e^{-i\phi^{24}} \sigma_{4121}^{24})E_{21} \\ &+ (ie^{-i\delta^{24}} \kappa_{4122}^{24} - e^{-i\phi^{24}} \sigma_{4122}^{24})E_{22} + (\rho_4 + i\chi_4)E_{42} - \alpha_4 E_{41}, \\ \frac{dE_{42}}{dz} &= (ie^{-i\delta^{24}} \kappa_{4221}^{24} - e^{-i\phi^{24}} \sigma_{4221}^{24})E_{21} \\ &+ (ie^{-i\delta^{24}} \kappa_{4222}^{24} - e^{-i\phi^{24}} \sigma_{4222}^{24})E_{22} - (\rho_4 + i\chi_4)E_{41} - \alpha_4 E_{42}. \end{aligned}$$

В приведенных уравнениях связи приняты следующие обозначения:

$$\kappa_{sbht}^{13,24} = (\kappa_0(\mathbf{e}_{sb}\Delta\hat{\eta}^{13,24}\mathbf{e}_{ht}))/\cos\varphi_s,$$

$$\sigma_{sbht}^{13,24} = (\sigma_0(\mathbf{e}_{sb}\Delta\hat{\sigma}^{13,24}\mathbf{e}_{ht}))/\cos\varphi_s,$$

$$\rho_s = \rho/\cos\varphi_s, \quad \chi_s = \chi/\cos\varphi_s, \quad \alpha_s = \alpha/\cos\varphi_s,$$

где  $\kappa_0 = -\pi n^3/(2\lambda)$  — постоянная связи фазовой решетки,  $\sigma_0 = \pi/(nc)$  — постоянная связи амплитудной решетки,  $\Delta\hat{\eta}^{13,24}$  — возмущения обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла,  $\Delta\hat{\sigma}^{13,24}$  — возмущения тензора проводимости кристалла,  $n$  — показатель преломления невозмущенного кристалла,  $\rho$  — удельное вращение кристалла,  $\alpha$  — коэффициент естественного поглощения кристалла,  $\chi$  — параметр циркулярного дихроизма,  $\lambda$  — длина волны,  $c$  — скорость света в вакууме;  $s, h = 1, 2, 3, 4$ ;  $b, t = 1, 2$ . Тензорные свертки  $(\mathbf{e}_{sb}\Delta\hat{\eta}^{13,24}\mathbf{e}_{ht})$  и  $(\mathbf{e}_{sb}\Delta\hat{\sigma}^{13,24}\mathbf{e}_{ht})$  используются для определения вклада в дифракционный процесс взаимной связи между составляющими, на которые распадаются световые волны при четырехволновом взаимодействии на голографических решетках 13 и 24 в кристалле. Выражения для нахождения возмущений обратного тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta\hat{\eta}^{13,24}$  кубического кристалла с учетом совместного действия фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов приведены

в [22]. Возмущения тензора проводимости кубического кристалла в линейном по контрасту приближении будем рассчитывать на основании следующего выражения:  $\Delta\hat{\sigma}^{13,24} = m^{13,24}\sigma^{13,24}\delta_{kn}$ , где  $\sigma^{13,24}$  — коэффициенты проводимости,  $\delta_{kn}$  — единичный симметричный тензор второго ранга. Углы  $\varphi_j$  (на рис. 1 не показаны) отсчитываются в плоскости падения между осью  $Oz$  и единичными векторами  $\mathbf{e}_{j3}$  соответственно.

В уравнениях связанных волн параметрами  $\delta^{13,24}$  заданы сдвиги фаз между фазовыми голографическими решетками 13, 24 и соответствующими интерференционными картинками. В фоторефрактивных кристаллах за счет диффузионного механизма формирования пространственного заряда сдвиги фаз  $\delta^{13,24}$  могут достигать четверти периода голографической решетки [16,28]. Аналогично параметры  $\phi^{13,24}$  используются для задания сдвигов между амплитудными голографическими решетками 13, 24 и соответствующими интерференционными картинками. Параметры  $\phi^{13,24}$  в общем случае могут иметь отличные от нуля значения. Наличие параметров  $\delta^{13,24}$  и  $\phi^{13,24}$  в уравнениях связанных волн позволяет теоретически проанализировать различные типы четырехволнового взаимодействия на смещенных и несмещенных голографических решетках в фоторефрактивном кристалле. Далее в настоящей работе использовались следующие значения сдвигов фаз:  $\delta^{13,24} = \pi/2$ ,  $\phi^{13,24} = 0$ .

При численных расчетах рассматривался кристалл ВТО. Параметры кристаллического образца на длине волны  $\lambda = 633 \cdot 10^{-9}$  м заимствовались из [29]: показатель преломления невозмущенного кристалла  $n_0 = 2.58$ ; электрооптический коэффициент  $r_{41} = -4.75 \cdot 10^{-12}$  м/В; коэффициенты упругости  $c_1 = 13.7 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>,  $c_2 = 2.8 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>,  $c_3 = 2.6 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>; коэффициенты фотоупругости  $p_1 = 0.173$ ,  $p_2 + p_3 = -0.003$ ,  $p_4 = -0.005$ ; пьезоэлектрический коэффициент  $e_{14} = 1.1$  С/м<sup>2</sup>. Здесь приняты следующие обозначения для ненулевых компонент тензоров линейного электрооптического ( $\hat{r}^S$ ), фотоупругого ( $\hat{p}^E$ ) и обратного пьезоэлектрического ( $\hat{e}$ ) эффектов, а также компонент тензора упругости ( $\hat{c}^E$ ):

$$r_{123}^S = r_{132}^S = r_{213}^S = r_{231}^S = r_{312}^S = r_{321}^S \equiv r_{41},$$

$$c_{11}^E = c_{22}^E = c_{33}^E \equiv c_1,$$

$$c_{12}^E = c_{13}^E = c_{23}^E = c_{21}^E = c_{31}^E = c_{32}^E \equiv c_2,$$

$$c_{44}^E = c_{55}^E = c_{66}^E \equiv c_3,$$

$$p_{11}^E = p_{22}^E = p_{33}^E \equiv p_1,$$

$$p_{12}^E = p_{23}^E = p_{31}^E \equiv p_2,$$

$$p_{13}^E = p_{21}^E = p_{32}^E \equiv p_3,$$

$$p_{44}^E = p_{55}^E = p_{66}^E \equiv p_4,$$

$$e_{123} = e_{132} = e_{213} = e_{231} = e_{312} = e_{321} \equiv e_{14}.$$

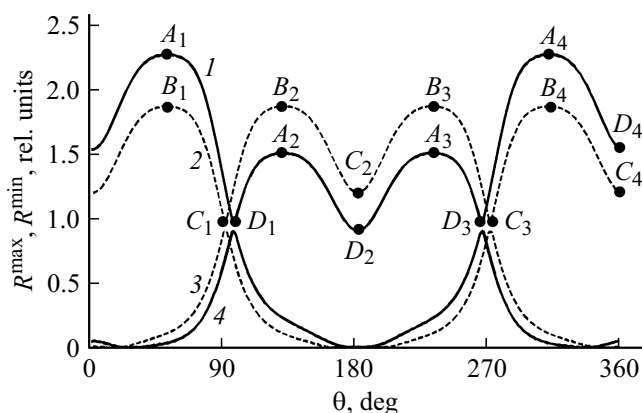
Индекс  $S$  для тензора линейного электрооптического эффекта  $\hat{r}^S$  означает, что компонента  $r_{41}$  этого тензора измерялась для зажатого кристалла; компоненты тензоров упругости  $\hat{c}^E$  и фотоупругого эффекта  $\hat{p}^E$  измерялись при постоянном электрическом поле. Удельное вращение кристалла  $\rho$  принималось равным 112 рад/м,

что согласуется с данными, приведенными в [16]. Коэффициент естественного поглощения кристалла  $\alpha$  равнялся  $37 \text{ м}^{-1}$ , что соответствует его типичным значениям [16]. При вычислениях напряженность электрического поля считалась фиксированной ( $E^{13} = E^{24} = 1 \text{ кВ/см}$ ) и не зависящей от ориентационного угла  $\theta$  [29]. Интенсивности световых волн накачки 1 и 2 полагались равными, а отношение интенсивностей волн накачки и сигнальной волны составляло 10:1. При таком отношении интенсивностей наилучшее совпадение экспериментальных данных и результатов численных расчетов достигалось при следующих значениях параметра циркулярного дихроизма и коэффициента проводимости кристалла:  $\chi = 5 \text{ м}^{-1}$ ,  $\sigma^{13} = \sigma^{24} = 2.5 \text{ м}^{-1}$ . Угловые расстояния  $\varphi_j$  в кристалле принимались равными  $\pm 7^\circ$ .

Для характеристики четырехволнового взаимодействия используем коэффициент отражения, пригодный для определения величины интенсивности продифрагировавшей волны 4 относительно входной интенсивности сигнальной волны 3:  $R = I_4(0)/I_3(0)$ , где  $I_3(0)$  — интенсивность сигнальной волны 3 на входе в кристалл,  $I_4(0)$  — интенсивность продифрагировавшей волны 4 на выходе из кристалла. Полагаем, что грани кристалла, на которые падают волны, просветлены, и отраженные волны в кристалле отсутствуют.

## 2. Результаты и их обсуждение

На рис. 2 представлены графики зависимостей максимальных  $R_{\max}$  (кривые 1 и 2) и минимальных  $R_{\min}$  (кривые 3 и 4) значений коэффициента отражения, рассчитанных для различных величин  $\psi_j$  в интервале от 0 до  $180^\circ$ , от ориентационного угла  $\theta$ . Кривые 1 и 4 рассчитаны в предположении, что голографические решетки имеют фазово-амплитудную структуру (сплошные линии), кривые 2 и 3 — фазовую структуру (штриховые линии). Как следует из построения, дополнитель-



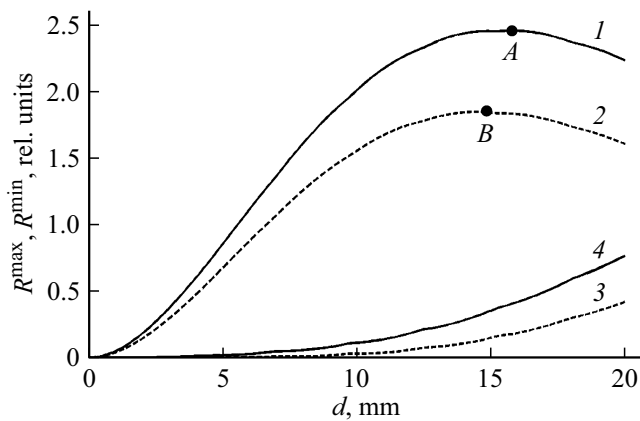
**Рис. 2.** Графики зависимостей максимальных  $R_{\max}$  (кривые 1, 2) и минимальных  $R_{\min}$  (кривые 3, 4) значений коэффициента отражения от ориентационного угла  $\theta$ , рассчитанные для фазово-амплитудных (кривые 1, 4) и фазовых (кривые 2, 3) решеток.

ный вклад амплитудной составляющей голографических решеток обуславливает изменение условий достижения максимальных значений коэффициента отражения. При дифракции на фазовой решетке значения коэффициента отражения в точках локальных максимумов ( $B_1, B_2, B_3$  и  $B_4$ ) примерно равны и достигаются при следующих значениях ориентационных углов:  $52^\circ$  (точка  $B_1$ ),  $128^\circ$  (точка  $B_2$ ),  $232^\circ$  (точка  $B_3$ ) и  $308^\circ$  (точка  $B_4$ ). Эти данные согласуются со значениями ориентационных углов, при которых достигаются максимальные значения дифракционной эффективности при двухволновом взаимодействии на пропускающей решетке в кристалле BSO среза  $(\bar{1}\bar{1}0)$  [30]. Локальные минимумы кривой 2 достигаются в точках  $90^\circ$  (точка  $C_1$ ),  $180^\circ$  (точка  $C_2$ ),  $270^\circ$  (точка  $C_3$ ) и  $360^\circ$  (точка  $C_4$ ). Следует отметить, что если при двухволновом взаимодействии точки  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$  соответствуют приблизительно одинаковым значениям максимальной дифракционной эффективности [30], то при четырехволновом взаимодействии на фазовой решетке значение  $R^{\max}$  при  $180^\circ$  и  $360^\circ$  (точки  $C_2$  и  $C_4$ ) заметно больше, чем при  $90^\circ$  и  $270^\circ$  (точки  $C_1$  и  $C_3$ ).

Проанализируем изменение графика зависимости  $R^{\max}(\theta)$  при учете в уравнениях связанных волн амплитудной составляющей голографических решеток. При „включении“ амплитудной решетки значения  $R^{\max}$  в локальных максимумах графика зависимости  $R^{\max}(\theta)$  увеличиваются при ориентационных углах  $52^\circ$  ( $B_1 \rightarrow A_1$ ),  $308^\circ$  ( $B_4 \rightarrow A_4$ ) и уменьшаются при  $128^\circ$  ( $B_2 \rightarrow A_2$ ),  $232^\circ$  ( $B_3 \rightarrow A_3$ ). Для  $\theta = 180^\circ$  значение коэффициента отражения уменьшается ( $C_2 \rightarrow D_2$ ), а для  $\theta = 360^\circ$  — увеличивается ( $C_4 \rightarrow D_4$ ). В точках  $D_1, D_2$  и  $D_3$  значения коэффициента отражения становятся приблизительно одинаковыми. В точках  $C_1$  и  $C_2$  при „включении“ амплитудной решетки значения коэффициента отражения практически не изменяются, имеет место смещение локальных минимумов ( $C_1 \rightarrow D_1, C_3 \rightarrow D_3$ ) графика зависимости  $R^{\max}(\theta)$  относительно значений ориентационного угла на угловое расстояние  $\pm 6^\circ$ .

Графики зависимостей  $R^{\max}(\theta)$  и  $R^{\min}(\theta)$  (кривые 1 и 4 на рис. 2) качественно аналогичны приведенным в [31] графикам зависимости максимальных и минимальных значений дифракционной эффективности фазово-амплитудной пропускающей голографической решетки, сформированной в кристалле ВТО среза  $(\bar{1}\bar{1}0)$ , от ориентационного угла. Отметим, что наибольшие значения коэффициента отражения и дифракционной эффективности достигаются при приблизительно равных значениях ориентационного угла.

На рис. 3 представлены графики зависимостей максимальных  $R^{\max}$  (кривые 1 и 2) и минимальных  $R^{\min}$  (кривые 3 и 4) значений коэффициента отражения, рассчитанных для различных значений  $\psi_j$  в интервале от 0 до  $180^\circ$ , от толщины  $d$  кристалла при  $\theta = 0$  ( $\mathbf{K}_{24} \parallel [001]$ ). Кривые 1 и 4 рассчитаны для фазово-амплитудной решетки (сплошные линии), а кривые 2 и 3 — для фазовой решетки (штриховые линии).



**Рис. 3.** Графики зависимостей максимальных  $R^{\max}$  (кривые 1, 2) и минимальных  $R^{\min}$  (кривые 3, 4) значений коэффициента отражения от толщины  $d$  кристалла ВТО, рассчитанные для фазово-амплитудных (кривые 1, 4) и фазовых (кривые 2, 3) решеток.

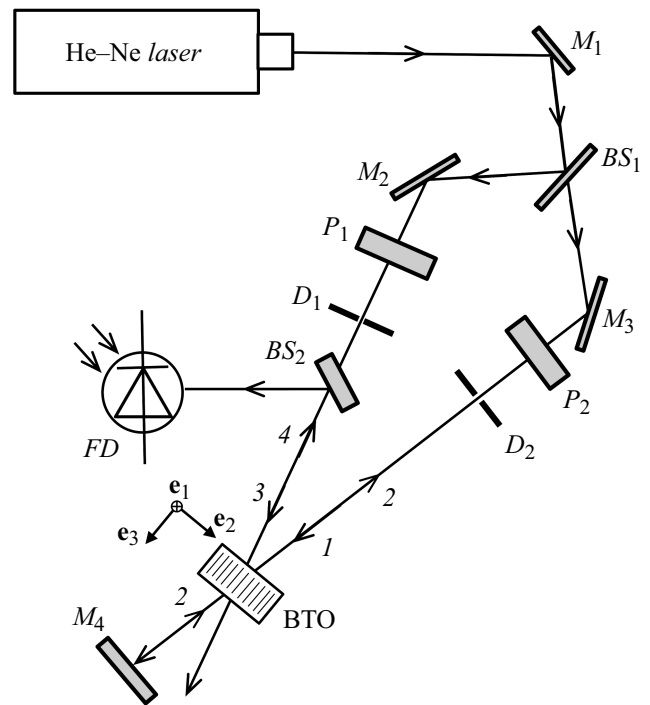
Как видно из рис. 3, в случае фазовой решетки коэффициент отражения растет с увеличением толщины кристалла до 14.3 мм. Это обусловлено тем, что при дифракции волн накачки 1 и 2 на голографических решетках 13 и 24 с увеличением толщины кристалла образуются парциальные волны, которые находятся в фазе и когерентно суммируются, в результате чего интенсивность волны 4 увеличивается. Максимум графика зависимости  $R^{\max}(\theta)$  (точка B) достигается при толщине 14.3 мм и составляет 1.85. При такой толщине кристалла поворот плоскости линейной поляризации световых волн при их распространении в среде приблизительно равен  $90^\circ$ :  $\rho_j d \approx \pi/2$ . В этом случае парциальные волны когерентно суммируются, а интенсивность волны 4 становится максимальной. С дальнейшим увеличением толщины кристалла в интервале от 14.3 до 20 мм коэффициент отражения уменьшается, что обусловлено влиянием оптической активности кристалла: часть парциальных волн начинает приходить в противофазе с парциальными волнами, возникшими при  $z \leq \pi/(2\rho_j)$ . В результате деструктивной интерференции парциальных волн в кристалле интенсивность волны 4 уменьшается.

График зависимости  $R^{\max}(d)$  (кривая 1), рассчитанный для фазово-амплитудных решеток, также имеет один локальный максимум (точка A), в котором коэффициент отражения равен 2.45 и достигается при толщине кристалла 15.8 мм. Как видно из сравнения кривых 1 и 2, „включение“ амплитудной составляющей голографических решеток при любой толщине кристалла приводит к увеличению максимально достижимых значений коэффициента отражения. Это обусловлено когерентным суммированием парциальных волн, возникших при дифракции волн накачки 1 и 2 на фазовой и амплитудной решетках. Смещение максимума графика зависимости  $R^{\max}(d)$  ( $B \rightarrow A$ ) относительно значений толщины кристалла можно объяснить следующим образом. Часть

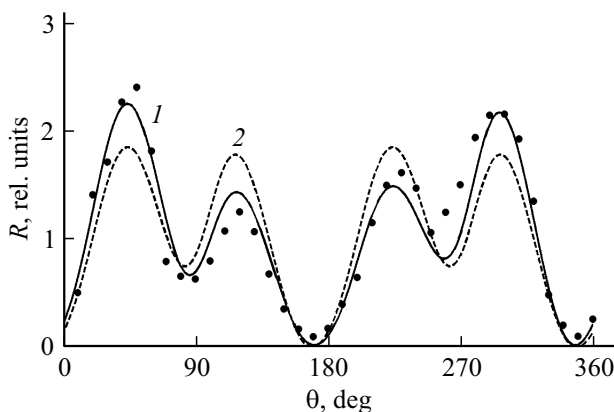
вклада в коэффициент отражения парциальных волн, возникших при дифракции волн накачки 1 и 2 на фазовой решетке и приходящих в противофазе друг с другом, компенсируется парциальными волнами, возникшими при дифракции волн накачки 1 и 2 на амплитудной решетке. В результате этого интенсивность волны 4 продолжает расти при увеличении толщины кристалла в интервале от 14.3 до 15.8 мм.

### 3. Эксперимент

Экспериментальные исследования зависимости коэффициента усиления  $R$  от ориентационного угла  $\theta$  выполнялись по схеме, представленной на рис. 4. Световой пучок He–Ne-лазера ( $\lambda = 633 \cdot 10^{-9}$  м) после отражения от зеркала  $M_1$  делился полупрозрачным зеркалом  $BS_1$  на два пучка — пучок накачки 1 и сигнальный пучок 3. Затем пучки с помощью зеркал  $M_2$  и  $M_3$  после прохождения через поляризаторы  $P_1, P_2$  и диафрагмы  $D_1, D_2$  сводились в объеме кристалла ВТО. В качестве исследуемого образца использовался кристалл ВТО толщиной 7.7 мм среза (110) с отполированными входной и выходной гранями. Пучок накачки 2 формировался при отражении пучка 1 от зеркала  $M_4$ . Световые пучки 1–3 были линейно поляризованными в плоскости падения. Регистрация интенсивности светового пучка 4, отраженного от полупрозрачного зеркала  $BS_2$ , осуществлялась полупроводниковым фотодиодом ФД-7К (на рис. 4 он



**Рис. 4.** Схема экспериментальной установки:  $M_1, M_2, M_3, M_4$  — глухие зеркала,  $BS_1, BS_2$  — полупрозрачные зеркала,  $P_1, P_2$  — поляризаторы,  $D_1, D_2$  — диафрагмы, ВТО — пластина кристалла  $Bi_{12}TiO_{20}$  среза (110),  $FD$  — полупроводниковый фотодиод.



**Рис. 5.** Графики зависимости коэффициента отражения  $R$  от ориентационного угла  $\theta$ , рассчитанные для фазово-амплитудных (кривая 1) и фазовых (кривая 2) решеток; точки — экспериментальные данные.

обозначен как FD) и измерителем его тока. Экспериментальные результаты были получены следующим образом. В течение 30–60 с регистрировалась интенсивность светового пучка 4, и учитывался максимальный результат (наибольшее значение) при выходе на стационар. Затем кристалл поворачивался на  $10^\circ$  и далее процедура повторялась.

На рис. 5 точками обозначен полученный в результате проведения эксперимента график зависимости коэффициента отражения  $R$  от ориентационного угла  $\theta$ . Кривые 1 и 2 соответствуют графикам зависимости  $R(\theta)$ , теоретически рассчитанным для фазово-амплитудных (сплошная линия) и фазовых (штриховая линия) решеток. Как видно из сравнения теоретически рассчитанных графиков зависимости  $R(\theta)$  с экспериментальными данными, наилучшее совпадение достигается при предположении, что формируемые в кристалле ВТО голографические решетки имеют фазово-амплитудную структуру. Аналогичные выводы были сделаны в [25] при изучении зависимости дифракционной эффективности пропускающей решетки, сформированной в кристалле ВТО среза (110) при двухволновом взаимодействии, от толщины кристаллического образца. Как видно из сравнения кривых 1 и 2, дополнительный вклад амплитудной решетки обуславливает качественное и количественное изменение графика зависимости  $R(\theta)$ : кривая становится несимметричной относительно  $\theta = 180^\circ$ , а максимальное значение коэффициента отражения увеличивается и достигается при единственном значении ориентационного угла  $\theta = 47^\circ$ . В случае фазовой решетки график зависимости  $R(\theta)$  является симметричным относительно  $\theta = 180^\circ$ , и максимальное значение коэффициента отражения достигается при четырех значениях ориентационного угла.

В случае использования представленной на рис. 4 схемы четырехволнового взаимодействия при соответствующем выборе ориентационного угла на выходе из

кристалла волна 4 может иметь в максимуме интенсивность, более чем в два раза превышающую интенсивность сигнальной волны на входе в кристалл, когда  $R \approx 2.4$  ( $R > 200\%$ ). Большие значения коэффициента отражения обращенного светового пучка могут быть достигнуты при стационарном четырехволновом взаимодействии на пропускающей решетке в случае, когда к кристаллу ВТО среза (110) приложено внешнее знакопеременное электрическое поле меандровой формы [24].

## Заключение

Получена система уравнений связанных волн, описывающая взаимодействие линейно поляризованных световых волн при стационарном вырожденном четырехволновом взаимодействии на фазово-амплитудных голографических решетках, сформированных в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23 среза (110). Данная теоретическая модель учитывает линейный электрооптический, фотоупругий и обратный пьезоэлектрический эффекты, а также оптическую активность кристалла, естественное поглощение и циркулярный дихроизм.

Показано, что наилучшее согласование результатов теоретических расчетов и экспериментального исследования зависимости коэффициента отражения от ориентационного угла достигается в предположении, что формируемые в кристалле ВТО голографические решетки имеют фазово-амплитудную структуру. Вклад амплитудной решетки обуславливает увеличение максимально достижимого значения коэффициента отражения, а также качественное изменение графика зависимости коэффициента отражения от ориентационного угла. Экспериментально продемонстрировано, что коэффициент отражения при четырехволновом взаимодействии в кристалле ВТО среза (110) с толщиной 7.7 мм может достигать максимального значения 2.4 при выборе оптимального ориентационного угла. Установлено, что при четырехволновом взаимодействии на фазово-амплитудной решетке в кристалле ВТО среза (110) толщиной 7.7 мм наибольшие значения коэффициента отражения могут достигаться при значениях ориентационного угла  $52^\circ$  и  $308^\circ$ , а в случае фазовой решетки — при  $52^\circ$ ,  $128^\circ$ ,  $232^\circ$  и  $308^\circ$ . Максимум зависимости коэффициента отражения от толщины кристалла ВТО среза (110) при  $\theta = 0$  для фазово-амплитудной решетки достигается при толщине кристаллического образца 15.8 мм.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках задания 1.2.01 Государственной программы научных исследований „Фотоника, опто- и микроэлектроника“ на 2016–2020 г. и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Госзадания на 2020–2023 г. (задание FEWM-2020-0038/3).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Б.И. Степанов, Е.В. Ивакин, А.С. Рубанов. ДАН СССР, **196** (3), 567 (1971).
- [2] S.P. Woerdman. Opt. Commun., **2**, 212 (1970).
- [3] Б.Я. Зельдович, В.И. Поповичев, В.В. Рагульский, Ф.С. Файзулло. Письма в ЖЭТФ, **15**, 160 (1972). [B.Y. Zeldovich, V.I. Popovichev, V.V. Ragulskii, F.S. Faisullo. JETP Lett., **15**, 109 (1972).]
- [4] О.Ю. Носач, В.И. Поповичев, В.В. Рагульский, Ф.С. Файзулло. Письма в ЖЭТФ, **16**, 617 (1972). [O.Y. Nosach, V.Y. Zeldovich, V.I. Popovichev, V.V. Ragulskii, F.S. Faisullo. JETP Lett., **16**, 435 (1972).]
- [5] R.W. Hellwarth. J. Opt. Soc. Amer., **67** (1), 1 (1977).
- [6] A. Yariv, D.M. Pepper. Opt. Lett., **1** (1), 16 (1977).
- [7] D.M. Bloom, G.E. Bjorklund. Appl. Phys. Lett., **31** (9), 592 (1977).
- [8] S.L. Jensen, R.W. Hellwarth. Appl. Phys. Lett., **32** (3), 166 (1978).
- [9] I.V. Brito, M.R.R. Gesualdi, J. Ricardo, F. Palácios, M. Muramatsu, J.L. Valin. Opt. Commun., **286**, 103 (2013).
- [10] B. Zhang, Q. Feng, Y. Liang. Opt. Engineer., **55** (9), 091406-1 (2016).
- [11] L. Tao, H.M. Daghighian, C.S. Levin. J. Medical Imag., **4** (1), 011010 (2017).
- [12] X. Yang, M. Wang, C. Lou, P. Zhang. Opt. Express, **26** (6), 7281 (2018).
- [13] C.H. Kwak, G.Y. Kim, B. Javidi. Opt. Commun., **437**, 95 (2019).
- [14] S.I. Stepanov. Rep. Prog. Phys., **57** (1), 39 (1994).
- [15] L. Solymar D.J. Webb A. Grunnet-Jepsen. *The physics and applications of photorefractive materials* (Clarendon Press, Oxford, 1996)
- [16] М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике* (Наука, СПб., 1992)
- [17] J.P. Huignard, J.P. Herriau, P. Aubourg, E. Spitz. Opt. Lett., **4** (1), 21 (1978).
- [18] С.И. Степанов, М.П. Петров, М.В. Красинькова. ЖТФ, **54**, 1223 (1984).
- [19] S.I. Stepanov, M.P. Petrov. Opt. Commun., **53** (1), 64 (1985).
- [20] A. Erdmann, R. Kowarschik. IEEE J. Quant. Electron., **24** (2), 155 (1988).
- [21] А.А. Изванов, А.Е. Мандель, Н.Д. Хатьков, С.М. Шандаров. Автометрия, **2**, 79 (1986).
- [22] С.М. Шандаров, В.В. Шепелевич, Н.Д. Хатьков. Опт. и спектр., **70** (5), 1068 (1991). [S.M. Shandarov, V.V. Shepelevich, N.D. Khatkov. Opt. Spectrosc., **70** (5), 627 (1991).]
- [23] А.В. Гусельникова, С.М. Шандаров, А.М. Плесовских, Р.В. Ромашко, Ю.Н. Кульчин. Оптич. журн., **73** (11), 22 (2006). [A.V. Gusel'nikova, S.M. Shandarov, A.M. Plesovskikh, R.V. Romashko, Yu.N. Kulchin. J. Opt. Technol., **73** (11), 760 (2006).]
- [24] Р.В. Литвинов, С.А. Полковников, С.М. Шандаров. Квант. электрон., **31** (2), 167 (2001). [R.V. Litvinov, S.I. Polkovnikov, S.M. Shandarov. Quant. Electron., **31** (2), 167 (2001).]
- [25] А.В. Макаревич, В.В. Шепелевич, С.М. Шандаров. ЖТФ, **87** (5), 766 (2017). [A.V. Makarevich, V.V. Shepelevich, S.M. Shandarov. Tech. Phys., **62** (5), 785 (2017).]
- [26] В.И. Бурков, Ю.Ф. Каргин, В.А. Кизель, В.И. Ситникова, В.М. Скориков. Письма в ЖЭТФ, **38** (7), 326 (1983). [V.I. Burkov, Yu.F. Kargin, V.A. Kizel', V.I. Sitnikova, V.M. Skorikov. JETP Lett., **38** (7), 390 (1983).]
- [27] С.Г. Одулов, М.С. Соскин, А.И. Хижняк. *Лазеры на динамических решетках: оптические генераторы на четырехволновом смещении* (Наука, М., 1990)
- [28] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, V.L. Vinetskii. Ferroelectrics, **22**, 949 (1979).
- [29] С.И. Степанов, С.М. Шандаров, Н.Д. Хатьков. ФТТ, **29** (10), 3054 (1987).
- [30] В.В. Шепелевич, Н.Н. Егоров, П.И. Ропот, А.А. Фирсов. Квант. электрон., **32** (1), 87 (2002). [V.V. Shepelevich, N.N. Egorov, P.I. Ropot, A.A. Firsov. Quant. Electron., **32** (1), 87 (2002).]
- [31] А.В. Макаревич, В.В. Шепелевич, В.Н. Навныко, М.А. Аманова, С.М. Шандаров. Кристаллография, **64** (5), 769 (2019). [A.V. Makarevich, V.V. Shepelevich, V.N. Naunyka, M.A. Amanova, S.M. Shandarov. Crystallography Reports, **64** (5), 780 (2019).]