12

Кулоновские плазмон-экситоны в планарных наноструктурах металл—полупроводник

© В.А. Кособукин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Vladimir.Kosobukin@mail.ioffe.ru

Поступила в Редакцию 26 ноября 2020 г.
В окончательной редакции 26 ноября 2020 г.
Принята к публикации 27 ноября 2020 г.

Представлена теория кулоновских (нерадиационных) плазмон-экситонов в полупроводнике с близко расположенными квантовой ямой и ультратонкой металлической пленкой. Сформулированы уравнения движения для волн поляризации поверхностных плазмонов и квазидвумерных экситонов с учетом их кулоновского взаимодействия. В рамках модели связанных гармонических осцилляторов решены задачи о вынужденных кулоновских плазмонных, экситонных и плазмон-экситонных возбуждениях при наличии дипольной вынуждающей силы. Для плазмон-экситонов вычислена константа связи, исследованы оптические спектры плазмон-экситонов и определены относительные вклады плазмонной и экситонной компонент в нормальные моды. Показано, что вблизи резонанса между плазмонами и экситонами спектр плазмон-экситонных возбуждений состоит из двух пиков, поведение которых при похождении резонанса имеет характер антипересечения (расталкивания их частот).

Ключевые слова: плазмоны, экситоны, кулоновская связь, плазмон-экситоны, волны поляризации, антипересечение.

DOI: 10.21883/FTT.2021.04.50720.248

1. Введение

Плазмоны в металлах и экситоны в полупроводниках представляют собой коллективные электронные возбуждения со спектром в видимом диапазоне [1,2]. В наноструктурах металл—полупроводник и метаматериалах плазмоны и экситоны могут сосуществовать и взаимодействовать друг с другом [3,4]. Сравнительно давно был поставлен вопрос о гашении экситонов плазмонами вблизи поверхности металла [5,6]. В дальнейшем выяснилось, что эффекты резонансного взаимодействия плазмонов и экситонов разнообразны: плазмоны могут как гасить излучение экситонов [6–8], так и усиливать его [7–12]. По этой причине оптические плазмон-экситонные возбуждения представляют значительный научный и практический интерес. Весьма важно установить характер связи между плазмонами и экситонами, если согласно общим представлениям под связью понимать влияние одного возбуждения на другое и наоборот [13].

К настоящему времени опубликовано много работ, посвященных взаимодействию молекулярных экситонов с поверхностными плазмонами и плазмонными поляритонами. Изучалось расщепление спектра поверхностных плазмонных поляритонов при резонансе с оптическими переходами в тонких переходных слоях [14–16]. Интерес к молекулярным системам, в том числе к органическим полупроводникам, обусловлен сильной связью их экситонов с плазмонами, которая выражается в наблюдаемом большом расщеплении Раби оптических спектров [17–20]. Было установлено, что взаимодействие молекулярных экситонов и плазмонов приводит к образованию их связанных состояний [7,17–20], существенно ускоряет спонтанное излучение экситонов [8,9], способствует электромагнитному энергопереносу в отсутствие электронного переноса [12,21] и т. п. Для молекулярных экситонов Френкеля следует также особо отметить работы, в которых изучались их гибридные моды с экситонами большого радиуса (экситонами Ванье) [22,23].

Взаимодействие экситонов большого радиуса с плазмонами исследовалось экспериментально в некоторых наноструктурах металл–полупроводник. Преимущественно обсуждалась связь оптически активных плазмонов с экситонами квантовых точек [7,8] или квантовых ям [24,25]. Для структур с квантовыми ямами теоретически предсказывается двухпиковая структура плазмон-экситонных оптических спектров. Это относится к рассеянию света наночастицей благородного металла вблизи квантовой ямы [26,27], к отражению света от ямы и слоя частиц [28], к распространению поляритонов в сверхрешетке квантовых ям и слоев металлических наночастиц [29]. Поведение пиков при сближении частот плазмона и экситона имеет признаки антипересечения (расталкивания частот) вблизи резонанса [30].

Кроме излучательных плазмонов и экситонов, значительный физический интерес представляют их нерадиационные аналоги. В системах пониженной размерности нерадиационные (кулоновские) парциальные возбуждения и их смешанные моды имеют характер волн поляризации. Эти волны распространяются в направлениях трансляционной симметрии структуры и локализованы в направлениях ограничения движения. Кулоновские возбуждения могут играть важную роль в люминесценции, в рассеянии света, в ближнеполевой оптике, в безызлучательном переносе электронных возбуждений и т. п., но их систематическому изучению не уделялось достаточного внимания.

Цель настоящей работы — построение теории взаимодействия нерадиационных экситонов большого радиуса и поверхностных плазмонов в наноструктурах с близко расположенными квантовой ямой и слоем металла. Сформулированы уравнения динамики для поляризации квазидвумерных экситонов и плазмонов при их кулоновском взаимодействии и наличии вынуждающей силы. Исследованы спектроскопические эффекты, обусловленные связью нерадиационных („темных") экситонов с поверхностными плазмонами. Содержание работы заключается в следующем. Постановка задачи дана в разд. 2, математическая модель сформулирована в разд. 3. На этой основе динамические уравнения для поляризации построены в разд. 4 без учета плазмон-экситонного взаимодействия и в разд. 5 — с учетом взаимодействия. Спектры плазмон-экситонов проанализированы в разд. 6 в пренебрежении их диссипативным затуханием, а в разд. 7 — с учетом затухания.

2. Постановка задачи

Для изучения плазмон-экситонов в наноструктурах металл–полупроводник используем модель, показанную на рис. 1. Рассматривается полупроводник с близко расположенными квантовой ямой и металлической пленкой, причем ширина ямы l, толщина пленки L и расстояние h между их центральными плоскостями имеют нанометровый масштаб. Предметом изучения служат нерадиационные плазмон-экситоны, образованные при взаимодействии поверхностных плазмонов пленки с квазидвумерными (квази-2D)-экситонами ямы. В пренебрежении электромагнитным запаздыванием эти возбуждения являются кулоновскими по терминологии [15].

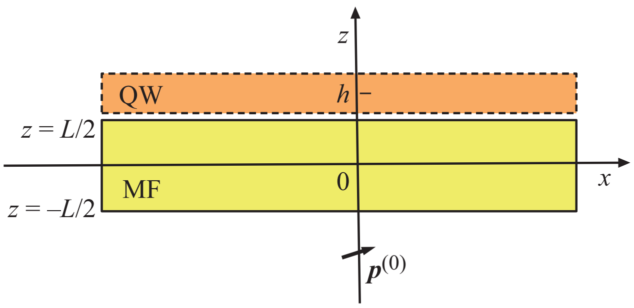

Рис. 1. Геометрия задачи: металлическая пленка (MF) толщиной L ($|z| < L/2$), квантовая яма (QW) со средней плоскостью $z = h > L/2$ и дипольный осциллятор при $z = z_0 < -L/2$. Фоновая диэлектрическая проницаемость равна $\varepsilon_1 = \varepsilon_b$ при $|z| > L/2$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon_\infty$ при $|z| < L/2$, формула (1).

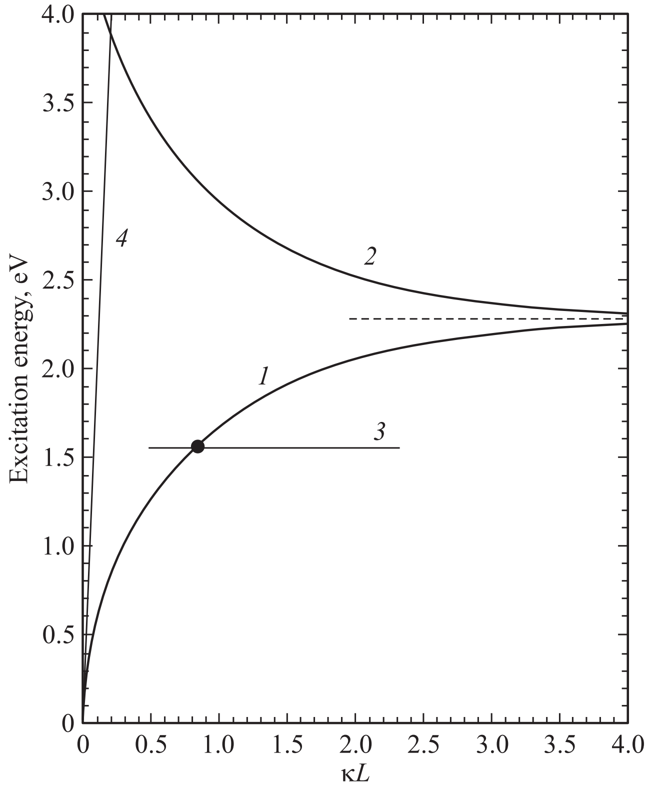

Рис. 2. Зависимость от κL энергий $\hbar\omega_-$ (*1*) и $\hbar\omega_+$ (*2*) поверхностных плазмонов в пленке Ag толщиной L и квази-2D-экситонов $\hbar\omega_0$ (*3*) в квантовой яме GaAs/AlGaAs. В точке пересечения плазмонной $\omega_-(\kappa)$ и экситонной ω_0 ветвей выполняется условие $\omega_-(\kappa) = \omega_0$ плазмон-экситонного резонанса. Прямая *4* показывает при $L = 3$ nm границу светового конуса $\omega = \kappa c/\sqrt{\varepsilon_b}$, вне которого находятся нерадиационные возбуждения с $\kappa > \sqrt{\varepsilon_b}\omega/c$. Вычислено при $\hbar\omega_p = 9.45$ eV, $\varepsilon_\infty = 4.3$ для Ag [32] и $\hbar\omega_0 = 1.55$ eV, $\varepsilon_b = 12.5$ для GaAs.

Модельная структура (рис. 1) трансляционно инвариантна по $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ и изотропна в плоскостях $z = \text{const}$. Невзаимодействующие (парциальные) поверхностные плазмоны в пленке и квази-2D-экситоны в яме представляют собой двумерные волны диэлектрической поляризации $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}(z, \boldsymbol{\kappa}, \omega)e^{i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}-i\omega t}$. Их законы дисперсии изотропны по направлениям волнового вектора $\boldsymbol{\kappa} = (\kappa_x, \kappa_y)$ в плоскости xy, причем для кулоновских (квазистатических) мод $|\boldsymbol{\kappa}| \gg k_0 = \omega/c$, где ω — частота, c — скорость света. Электрическое поле, связанное с волной поляризации $\mathbf{P}(z, \boldsymbol{\kappa}, \omega)$, затухает по закону $E(z, \boldsymbol{\kappa}) \sim e^{-\kappa|z|}$ при увеличении расстояния $|z|$ от планарной наноструктуры. Поле $\mathbf{E}(z, \boldsymbol{\kappa})$ поляризационной моды с $\boldsymbol{\kappa} = \kappa\mathbf{e}_x$ имеет продольную x и поперечную z компоненты, а y-компонента, имеющая малость $\sim (k_0/\kappa)^2 \ll 1$ в квазистатике, пренебрежимо мала.

В металлической пленке ($|z| < L/2$), заключенной между диэлектрическими средами, поверхностные плазмоны имеют две дисперсионные ветви в зависимости от $\boldsymbol{\kappa}$. В случае одинаковых сред ветви $\omega_\mp(\boldsymbol{\kappa})$ показаны как *1* и *2* на рис. 2, где индексы $\mp$ соответствуют модам плазмонов, симметричной и антисимметричной относительно плоскости $z = 0$. Сказанное о квазистатических модах плазмонов с $\kappa \gg k_0$ справедливо, если L превышает толщину нескольких атомных слоев [31]. При учете электромагнитного запаздывания спектры $\omega_{\mp}(\boldsymbol{\kappa})$ перестраиваются только в области $\kappa \gtrsim k_0$ вблизи фотонной прямой *4*, где плазмоны трансформируются в нерадиационные плазмон-поляритоны [2].

В квантовой яме шириной $l \ll a_B$, где a_B — боровский радиус экситона в материале ямы, квази-2D-экситоны с $\kappa \gg k_0$ не взаимодействуют со светом. В нерадиационной области ($\kappa \gg k_0$) экситоны характеризуются теми же микроскопическими зонными параметрами, что вычислялись для радиационных квази-2D-экситонов [33–35].

Для взаимодействия экситона и плазмона их законы дисперсии должны удовлетворять условию $\omega_{\text{plasmon}}(\boldsymbol{\kappa}) = \omega_{\text{exciton}}(\boldsymbol{\kappa})$ (см. пересечение ветвей *1* и *3* на рис. 2). В случае кулоновских парциальных мод смешанная плазмон-экситонных мода не может возбуждаться световыми волнами, имеющими волновые числа $\sim k_0$. Для возбуждения „темных“ мод необходимы источники излучения с широким пространственным спектром $\kappa \gg k_0$ в плоскости xy наноструктуры, такие как квазиточечные ближнеполевые зонды, наночастицы, атомные агрегаты и т. д.

3. Основные уравнения

В модели, схематически представленной на рис. 1, фоновая (при отсутствии плазмонной и экситонной поляризации) диэлектрическая проницаемость равна

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_1[1 - \nu(z)] + \varepsilon_2\nu(z),$$

$$\nu(z) = \theta\left(z + \frac{L}{2}\right) - \theta\left(z - \frac{L}{2}\right). \qquad (1)$$

Здесь ε_1 и ε_2 — положительные постоянные, а функция $\theta(z)$ равна нулю при $z < 0$ и единице при $z > 0$. Далее считаем, что область $|z| > L/2$ занята полупроводником с фоновой проницаемостью $\varepsilon_1 = \varepsilon_b$, а область $|z| < L/2$ занята металлом с $\varepsilon_2 = \varepsilon_\infty$.

На фоне статической проницаемости (1) возбуждаются плазмонная $\mathbf{P}^{(1)}$ и экситонная $\mathbf{P}^{(2)}$ поляризации, которым далее соответствуют верхние индексы 1 и 2. Поляризационные бозе-возбуждения обоих типов можно описывать как квантовые [1] или классические (при больших числах заполнения состояний) [2,15]. В данной работе в приближении классической электродинамики решается задача о колебаниях гармонических осцилляторов с кулоновской связью, роль которых выполняют поляризации $\mathbf{P}^{(1)}$ и $\mathbf{P}^{(2)}$.

Плазмоны возбуждаются в пленке металла толщиной L, содержащей электронный газ с однородной плотностью $n_0\nu(z) = \text{const}$. Для волны плазмонной поляризации с вектором $\boldsymbol{\kappa}$ в пленке локальное уравнение линейного отклика имеет вид

$$-(\omega^2 + i\omega\gamma)\mathbf{P}^{(1)}(z, \boldsymbol{\kappa}, \omega) = \frac{\omega_p^2}{4\pi}\,\nu(z)\mathbf{E}(z, \boldsymbol{\kappa}, \omega). \qquad (2)$$

Здесь $\omega_p = (4\pi n_0 e^2/m)^{1/2}$ — плазменная частота, e, m и γ — заряд, эффективная масса и обратное время релаксации электронов в металле, $\nu(z)$ дается формулой (1) и $\mathbf{E}$ — полное электрическое поле.

Для поляризации основного $1s$-состояния квази-2D-экситона квантовой ямы, следуя теории [35] в приближении эффективной массы, находим нелокальное материальное соотношение

$$\left(\omega_0^2(\kappa) - \omega^2 - i\omega\Gamma\right)P_\alpha^{(2)}(z, \boldsymbol{\kappa}, \omega) = \Omega_{(\alpha)}^2\psi(z - h)$$

$$\times \int dz'\psi(z' - h)E_\alpha(z', \boldsymbol{\kappa}, \omega). \qquad (3)$$

Здесь $\omega_0(\kappa) = \omega_0 + \hbar\kappa^2/(2M)$ — закон дисперсии экситона с частотой ω_0, учитывающей размерное квантование носителей, с трансляционной массой M и параметром диссипативного затухания Γ. Свойства огибающей $\psi(z-h)$ волновой функции основного состояния квази-2D-экситона при совпадающих координатах электрона и дырки в яме со средней плоскостью $z = h$ обсуждаются в Приложении A.

Поляризационный отклик (3) квази-2D-экситона на электрическое поле определяется константой $\Omega_{(\alpha)}^2 = \omega_0\Gamma_{e,(\alpha)}$, где индекс (α) обозначает ось поляризации экситона. С учетом теории [35] полагаем $\Gamma_{e,(\alpha)} = p_{(\alpha)}\varepsilon_b\omega_{LT}/(2\pi)$, где $p_{(\alpha)} > 0$ для оси α, в направлении которой экситон оптически активен, а частота ω_{LT} выражается через межзонный матричный элемент оператора импульса [35,36]. В случае простой (изотропной) зоны $\Omega_{(\alpha)} = \Omega$. Для прямозонных полупроводников со структурой ZnS основные состояния экситонов $e1{-}hh1$ тяжелой и $e1{-}lh1$ легкой дырок оптически активны в плоскости xy квантовой ямы, а экситон $e1{-}lh1$ имеет также ненулевую силу осциллятора по нормали z к яме [35,36].

Для дальнейшего важно, что в согласии с [33–36] для всех перечисленных экситонов $\Gamma_{e,(x)} = \Gamma_{e,(y)}$, при этом $\Gamma_{e,(z)} = 0$ для экситона $e1{-}hh1$ и $\Gamma_{e,(z)} > \Gamma_{e,(x)}$ для экситона $e1{-}lh1$. Величины $\Gamma_{e,(\alpha)} = \Gamma_e$ для касательных ($\alpha = x, y$) компонент поляризации связаны с параметром радиационного затухания квази-2D-экситона

$$\Gamma_0 = \Gamma_e\,\frac{2\pi\omega_0}{c\sqrt{\varepsilon_b}}\left[\int dz\psi(z)\cos\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_b}\omega_0 z}{c}\right)\right]^2$$

$$\approx \omega_{LT}\,\frac{\omega_0\sqrt{\varepsilon_b}}{c}\left(\int dz\psi(z)\right)^2, \qquad (4)$$

который вводится при нормальном падении света на квантовую яму шириной $l \ll c/(\sqrt{\varepsilon_b}\omega_0)$ [34,35]. Согласно формуле (A2) из Приложения A квадрат интеграла в (4) определяет эффективную ширину $l_{eff} \sim a_B > l$

в противоположность „физической“ ширине квантовой ямы l. В рамках микроскопической теории параметр Γ_0 численно исследовался для квантовых ям GaAs/AlGaAs в работе [37]. Этот параметр определяет коэффициент нормального отражения света

$$R(\omega) = \frac{\Gamma_0^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\Gamma + \Gamma_0)^2},$$

который вычисляется на основе представления (3) и определяется из оптического эксперимента [37]. Найденный таким образом параметр Γ_0 может служить для экспериментальной оценки величин Γ_e и $\Omega_{(\alpha)}$, входящих в (3), (4).

Заметим, что соотношение (3) для $\mathbf{P}^{(2)}$ получено на основе результатов квантовой теории применительно к модели классического осциллятора, поэтому в (3) входят квадраты частот, как и в выражение (2) для $\mathbf{P}^{(1)}$. Как следствие, параметры затухания, которые мы используем для экситонов, вдвое больше, чем в квантовой задаче. Чтобы получить для полей поляризации уравнения движения, зависящие от времени t, следует сделать в (2), (3) и далее замены

$$-(\omega^2 + i\omega\gamma) \to \frac{d^2}{dt^2} + \gamma\,\frac{d}{dt},$$

$$-\omega^2 - i\omega\Gamma + \omega_\alpha^2 \to \frac{d^2}{dt^2} + \Gamma\,\frac{d}{dt} + \omega_\alpha^2$$

в соответствии с преобразованием Фурье $P_\alpha^{(n)}(z, \kappa, \omega) \to P_\alpha^{(n)}(z, \kappa, t)$.

В общем случае будем рассматривать поляризацию

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}^{(0)} + \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(2)}, \tag{5}$$

которая кроме $\mathbf{P}^{(1)}$ и $\mathbf{P}^{(2)}$ включает вклад $\mathbf{P}^{(0)}$ внешнего источника. Для последнего принимаем $\mathbf{P}^{(0)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{p}^0(t)\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z - z_0)$, где $\mathbf{p}^0(t)$ — дипольный момент осциллятора, расположенного в точке $\mathbf{r} = (0, 0, z_0)$, $z_0 = -|z_0| < -L/2$ (рис. 1). При любом $\boldsymbol{\kappa}$ имеем

$$\mathbf{P}^{(0)}(z, \boldsymbol{\kappa}, \omega) = \mathbf{p}^0(\omega)\delta(z - z_0). \tag{6}$$

Пусть для поляризации с $n = 0, 1$ или 2 из выражения (5) условие $\mathbf{P}^{(n)}(z', \boldsymbol{\kappa}) \neq 0$ выполняется в области $z' \in v_n'$. Поляризация $\mathbf{P}^{(n)}$ с $\boldsymbol{\kappa} = \kappa\mathbf{e}_x$ порождает в точке z слоистой среды компоненты

$$E_\alpha^{(n)}(z, \kappa, t) = \sum_\beta \int\limits_{v_n'} dz' g_{\alpha\beta}(z, z', \kappa) P_\beta^{(n)}(z', \kappa, t) \tag{7}$$

полного электрического поля, которое входит в правые части выражений (2) и (3). В формуле (7) $g_{\alpha\beta}(z, z', \kappa)$ — тензорные компоненты функции Грина, вычисленные в квазистатическом приближении для среды с фоновой проницаемостью (1) в отсутствие поляризации (5). Необходимый для решения нашей задачи набор функций $g_{\alpha\beta}(z, z', \kappa)$ с индексами α и β, равными x и z, приведен в Приложении B.

С учетом формул (5) и (7) из уравнения (2) для поляризации плазмонов с заданными κ, ω получаем

$$-(\omega^2 + i\omega\gamma)P_\alpha^{(1)}(z) = \frac{\omega_p^2}{4\pi}\,\nu(z) \times \sum_{n=0,1,2} \sum_\beta \int\limits_{v_n'} dz' g_{\alpha\beta}(z, z') P_\beta^{(n)}(z'), \tag{8}$$

В правой части выражения (8) член с $n = 1$ учитывает собственное электрическое поле (7) плазмонов, а члены с $n = 0$ и 2 выражают поля внешнего источника и экситонов.

Аналогично из соотношения (3) с учетом (5), (7) находим

$$\big(\omega_0^2(\kappa) - \omega^2 - i\omega\Gamma\big)P_\alpha^{(2)}(z) = \Omega_{(\alpha)}^2 \psi(z - h) \times \int\limits_{v_2'} dz' \psi(z' - h) \sum_{n=0,1,2} \sum_\beta \int\limits_{v_n''} dz'' g_{\alpha\beta}(z', z'') P_\beta^{(n)}(z''). \tag{9}$$

В уравнениях (8) и (9) члены, связанные с поляризациями плазмонов $\mathbf{P}^{(1)}$ и экситонов $\mathbf{P}^{(2)}$, перенесем в левые части, а в правых частях оставим члены с полем $\mathbf{E}^{(0)}$ вида (7), которое создается поляризацией (6) внешнего диполя. Это дает систему четырех неоднородных интегральных уравнений для поляризации взаимодействующих кулоновских плазмонов и экситонов с $\alpha = x, z$ во внешнем поле.

4. Поверхностные плазмоны и квазидвумерные экситоны

Вначале обсудим по-отдельности задачи о плазмонах и экситонах при наличии внешнего источника (6). Эти возбуждения, парциальные по отношению к плазмон-экситонам, могут проявляться самостоятельно в ближнеполевой оптике и в процессах рассеяния света.

4.1. Поверхностные плазмоны. Уравнения дисперсии для поверхностных плазмонных поляритонов с волновым вектром $\boldsymbol{\kappa} = \kappa\mathbf{e}_x$ в пленке металла толщиной L (рис. 1) с проницаемостью ε имеют вид

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} + \sqrt{\frac{1 - \varepsilon(k_0/\kappa)^2}{1 - \varepsilon_1(k_0/\kappa)^2}}\,\mathrm{th}^{\mp 1}\left(\frac{\kappa L}{2}\sqrt{1 - \varepsilon\left(\frac{k_0}{\kappa}\right)^2}\right) = 0. \tag{10}$$

Примем $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \omega_p^2/(\omega^2 + i\omega\gamma)$ для металла и пренебрежем электромагнитным запаздыванием ($k_0 \ll \kappa$). Тогда для поверхностных плазмонов в пленке из уравнений (10) находим две дисперсионные ветви ($\gamma = 0$):

$$\omega_{\mp}(\kappa) = \frac{\omega_p}{\sqrt{\Delta_{\mp}(\kappa)}}, \quad \Delta_{\mp}(\kappa) = \varepsilon_\infty + \varepsilon_b \,\mathrm{th}^{\mp 1}\left(\frac{\kappa L}{2}\right). \tag{11}$$

Ветви $\omega_{\mp}(\kappa)$, рассчитанные по формулам (11) с фоновыми проницаемостями $\varepsilon_1 = \varepsilon_b$ в GaAs и $\varepsilon_2 = \varepsilon_\infty$ в тонкой пленке Ag ($L \ll 1/k_0$) показаны кривыми *1* и *2* на рис. 2 в зависимости от κL.

Собственные векторы для мод плазмонной поляризации с частотами $\omega_{\mp}(\kappa)$ равны

$$\boldsymbol{\pi}^-(z,\kappa) = \mathbf{e}_x \,\mathrm{ch}\,\kappa z - i\mathbf{e}_z \,\mathrm{sh}\,\kappa z,$$

$$\boldsymbol{\pi}^+(z,\kappa) = \mathbf{e}_x \,\mathrm{sh}\,\kappa z - i\mathbf{e}_z \,\mathrm{ch}\,\kappa z \tag{12}$$

в пленке ($|z| < L/2$). Следует заметить, что в модах $\boldsymbol{\pi}^{\mp}(z,\kappa)$ электронная плотность $\rho_{\mp}(z,\kappa)\exp(i\kappa x)$ с

$$\rho_{\mp}(z,\kappa) \sim \delta(z + L/2) \pm \delta(z - L/2)$$

локализована на поверхностях $z = \mp L/2$. В моде $\boldsymbol{\pi}^-$ распределение плотности заряда симметрично по z, а в моде $\boldsymbol{\pi}^+$ антисимметрично. Такую же симметрию по z в модах (12) имеет касательная x-компонента электрического поля $\mathbf{E}$, которое соответственно квазипродольно и квазипоперечно по отношению к волновому вектору $\boldsymbol{\kappa} = \kappa\mathbf{e}_x$.

Для плазмонной поляризации $\mathbf{P}^{(1)}$ в пленке используем следующее разложение по собственным модам (12):

$$P_x^{(1)} = V_- \,\mathrm{ch}\,\kappa z + V_+ \,\mathrm{sh}\,\kappa z,$$

$$P_z^{(1)} = -i(V_- \,\mathrm{sh}\,\kappa z + V_+ \,\mathrm{ch}\,\kappa z), \tag{13}$$

где $V_{\mp}(\kappa,\omega)$ — комплексные амплитуды. Эти компоненты поляризации удовлетворяют соотношению $\mathrm{div}\,\mathbf{P}^{(1)} = 0$, или

$$i\kappa P_x^{(1)} + \frac{dP_z^{(1)}}{dz} = 0. \tag{14}$$

Подставим выражения (6), (13) и функции Грина (B1)–(B8) из Приложения B в уравнение (8) с $\mathbf{P}^{(2)} = 0$. Выполнив интегрирование, получаем

$$[\omega_-^2(\kappa) - \tilde{\omega}^2]V_- \,\mathrm{ch}\,\kappa z + [\omega_+^2(\kappa) - \tilde{\omega}^2]V_+ \,\mathrm{sh}\,\kappa z$$

$$= \frac{\kappa}{2}\left(\omega_-^2(\kappa)\,\frac{\mathrm{ch}\,\kappa z}{\mathrm{sh}(\kappa L/2)} - \omega_+^2(\kappa)\,\frac{\mathrm{sh}\,\kappa z}{\mathrm{ch}(\kappa L/2)}\right) e^{-\kappa(|z_0| - L/2)} p_+^0. \tag{15}$$

Здесь $\tilde{\omega}^2 = \omega^2 + i\omega\gamma$, $\omega_{\mp}(\kappa)$ — частоты (11) мод $V_{\mp}(\kappa)$ и

$$p_+^0(\omega) = p_x^0 + i p_z^0. \tag{16}$$

Динамическая матрица в уравнении (15) диагональна для мод (12) с частотами $\omega_{\mp}(\kappa)$.

Умножим выражение (15) на $\mathrm{ch}\,\kappa z$ или $\mathrm{sh}\,\kappa z$ и проинтегрируем по $|z| < L/2$ с учетом ортогональности базисных функций (12). В результате для амплитуд поверхностных плазмонов, возбуждаемых в пленке внешним источником, находим

$$V_{\mp}(\kappa,\omega) = p_+^0\,\frac{\kappa}{2}\,\frac{\omega_{\mp}^2(\kappa)}{\omega_{\mp}^2(\kappa) - \omega^2 - i\omega\gamma}\, f_{\mp}(\kappa) e^{-\kappa(|z_0| - L/2)}, \tag{17}$$

где $f_-(\kappa) = 1/\,\mathrm{sh}(\kappa L/2)$ и $f_+(\kappa) = -1/\,\mathrm{ch}(\kappa L/2)$.

4.2. Квази-2D-экситоны. Рассмотрим теперь задачу о нерадиационных („темных“) экситонах квантовой ямы, которая находится в полупроводнике с $\varepsilon_1 = \varepsilon_b$ вблизи слоя $|z| < L/2$ с фоновой проницаемостью $\varepsilon_2 = \varepsilon_\infty$ (рис. 1). В соответствии с уравнением (3) поляризацию квази-2D-экситона представим в виде

$$P_\alpha^{(2)}(z,\kappa) = \psi(z - h)\sqrt{l_w}\, W_\alpha(\kappa). \tag{18}$$

Здесь W_α — комплексные амплитуды той же размерности, что $V_{\mp}$ в формуле (13), l_w — характерная ширина. Подставим (6), (18) и функции Грина (B11)–(B17) в уравнение (9) с $\mathbf{P}^{(1)} = 0$ и выполним интегрирование. В результате для амплитуд W_α при наличии внешней поляризации (6) получаем систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} &[\omega_0^2(\kappa) - \Delta\omega_{xx}^2(\kappa) - \omega^2 - i\omega\Gamma]W_x - \Delta\omega_{xz}^2(\kappa)W_z = \Omega_{(x)}^2 C p_+^0, \\ &-\Delta\omega_{zx}^2(\kappa)W_x + [\omega_0^2(\kappa) - \Delta\omega_{zz}^2(\kappa) - \omega^2 \\ &\qquad\qquad - i\omega\Gamma]W_z = i\Omega_{(z)}^2 C p_+^0. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Здесь $\omega_0(\kappa)$ — частота экситона квантовой ямы из (3), а поправки

$$\Delta\omega_{\alpha\beta}^2(\kappa) = \Omega_{(\alpha)}^2(\delta_{\alpha\beta}M_{\alpha\alpha}^0 + \Delta M_{\alpha\beta}) \tag{20}$$

обусловлены дейсвием собственного электрического поля экситонной поляризации. Величины $M_{\alpha\alpha}^0$ и $\Delta M_{\alpha\beta}$ связаны с двумя вкладами в функции Грина $g_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}^0 + \Delta g_{\alpha\beta}$ согласно формуле (B20) из Приложения B. Ненулевые матричные элементы

$$M_{xx}^0 = -\frac{2\pi\kappa}{\varepsilon_b}\iint dz\,dz'\,\psi(z)e^{-\kappa|z-z'|}\,\psi(z')$$

$$= -M_{zz}^0 - \frac{4\pi}{\varepsilon_b}\int dz\,\psi^2(z) \tag{21}$$

определяют кулоновские сдвиги $-\Omega_{(\alpha)}^2 M_{\alpha\alpha}^0$ частоты квази-2D-экситона в однородной среде с фоновой проницаемостью ε_b. Элементы

$$\Delta M_{\alpha\beta}(\kappa) = \iint dz\,dz'\,\psi(z - h)\Delta g_{\alpha\beta}(z,z')\psi(z' - h) \tag{22}$$

обусловлены наличием слоя с проницаемостью $\varepsilon_\infty \neq \varepsilon_b$. С учетом функций Грина (B11)–(B15) из Приложения B имеем

$$\left.\begin{aligned} &\Delta M_{xx} = i\Delta M_{xz} = -i\Delta M_{zx} = \Delta M_{zz}, \\ &\Delta M_{xx}(\kappa) = -4\pi \frac{\varepsilon_b^2 - \varepsilon_\infty^2}{\varepsilon_b} \frac{1}{\Delta_-(\kappa)\Delta_+(\kappa)} \frac{e^{-2\kappa h}}{1 - e^{-2\kappa L}} \kappa I_c^2(\kappa). \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

В правой части уравнений (19) стоит p_+^0 из (16) и

$$C(\kappa) = 4\pi\varepsilon_\infty \frac{\kappa I_c}{\sqrt{l_w}} \frac{1}{\Delta_-\Delta_+ \operatorname{sh}(\kappa L)} e^{-\kappa(|z_0|+h-L)}. \quad (24)$$

Значение интеграла

$$I_c(\kappa) = \int dz\, e^{-\kappa z}\, \psi(z) = \int dz\, \operatorname{ch}(\kappa z)\psi(z) \quad (25)$$

от функции $\psi(z) = \psi(-z)$ основного экситонного состояния дается формулой (A3) в Приложении A.

Корни определителя системы уравнений (19) при $\Delta\omega_{\alpha\beta} = 0$ дают компоненты $\omega_L^2 = \omega_0^2 - \Omega_{(x)}^2 M_{xx}^0$ и $\omega_Z^2 = \omega_0^2 - \Omega_{(z)}^2 M_{zz}^0$ кулоновского расщепления частоты ω_0 квази-2D-экситона в среде с однородной фоновой проницаемостью ε_b. В терминах работы [33] ω_L и ω_Z — частоты ортогональных мод L и Z, поляризованных соответственно вдоль вектора $\boldsymbol{\kappa} = \kappa \mathbf{e}_x$ и по нормали к яме. Нарушение однородности диэлектрического фона пленкой металла ($\Delta M_{\alpha\beta} \neq 0$) приводит согласно (19) к взаимодействию между L и Z модами (влияние неоднородного диэлектрического фона на спектр экситонных поляритонов квантовой ямы исследовалось в работе [38]).

5. Уравнения движения для плазмон-экситонов

В уравнениях (8) и (9) перенесем в левую часть члены с плазмонной $\mathbf{P}^{(1)}$ и экситонной $\mathbf{P}^{(2)}$ поляризациями и с учетом выражений (2), (3), (6) и (7) выполним те же преобразования, что в разд. 4.1 и 4.2. Это дает для амплитуд V_-, V_+ плазмонных и W_x, W_z экситонных мод систему четырех алгебраических уравнений, которая представлена в Приложении C. Из этой системы выделим два уравнения, учитывающие резонансное взаимодействие между плазмонной V_- и экситонной W_x модами, которые поляризованы преимущественно вдоль $\boldsymbol{\kappa} = \kappa\mathbf{e}_x$. Плазмоны выбранной квазипродольной моды V_- ортогональны плазмонам квазипоперечной моды V_+, к тому же спектры $\omega_-(\kappa)$ и $\omega_+(\kappa)$ этих мод (ветви *1* и *2* на рис. 2) существенно различаются. Для экситонов полагаем $P_\alpha^{(2)} = \delta_{\alpha x} P_x^{(2)}$, $\omega_{xx}(\kappa) = \omega_0$, $\Omega_{(\alpha)} = \delta_{\alpha x}\Omega$ и $\Omega^2 = \omega_0\Gamma_e$, при этом $W_z = 0$. Резонансу $\omega_-(\kappa) = \omega_0$ между плазмоном и квази-2D-экситоном на рис. 2 соответствует точка пересечения дисперсионных ветвей *1* и *3* в области, где $\kappa \sim 1/L \gg k_0$. В резонансе волна поляризации плазмона, имеющая закон дисперсии $\omega_-(\kappa)$ и амплитуду $Q_1 = V_-$, взаимодействует с квази-2D-экситоном, который имеет спектр $\omega_x(\kappa) = \omega_0$ и амплитуду $Q_2 = W_x$.

Упрощение системы уравнений (C1) из Приложения C применительно к сформулированной модели взаимодействия плазмона и квази-2D-экситона $e1{-}hh1$ дает

$$\left.\begin{aligned} &[\omega_-^2(\kappa) - \omega^2 - i\omega\gamma]Q_1 + \omega_-^2(\kappa)u_1 Q_2 = \omega_-^2(\kappa)u_3 p_+^0(\omega), \\ &\Omega^2 u_2 Q_1 + [\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma]Q_2 = \Omega^2 u_4 p_+^0(\omega). \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

Эта система уравнений описывает возбуждение (вынужденные колебания) связанных плазмонного и экситонного гармонических осцилляторов. В уравнения (26) входят множители

$$u_1 = \frac{\kappa I_c \sqrt{l_w}}{2\operatorname{sh}(\kappa L/2)} e^{-\kappa(h-L/2)},$$

$$u_2 = 4\pi \frac{I_c}{\sqrt{l_w}} \frac{\operatorname{ch}(\kappa L/2)}{\Delta_-} e^{-\kappa(h-L/2)},$$

$$u_3 = -\frac{\kappa}{2\operatorname{sh}(\kappa L/2)} e^{-\kappa(|z_0|-L/2)},$$

$$u_4 = 4\pi \frac{\kappa I_c}{\sqrt{l_w}} \frac{\varepsilon_\infty}{\Delta_-\Delta_+ \operatorname{sh}(\kappa L)} e^{-\kappa(|z_0|+h-L)},$$

p_+^0 из выражения (16) и I_c из (25). При наличии внешнего осциллятора ($p_+^0 \neq 0$) и затухания парциальных возбуждений (выполнено условие $\det D(\omega, \kappa) \neq 0$) система уравнений (26) имеет решение

$$Q_1 = \omega_-^2(\kappa) \frac{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)u_3 - \Omega^2 u_1 u_4}{D(\omega, \kappa)} p_+^0,$$

$$Q_2 = \Omega^2 \frac{\big(\omega_-^2(\kappa) - \omega^2 - i\omega\gamma\big)u_4 - \omega_-^2(\kappa)u_2 u_3}{D(\omega, \kappa)} p_+^0, \quad (27)$$

определяющее плазмонный и экситонный вклады в возбуждаемые плазмон-экситонные моды на частоте внешнего диполя. Здесь

$$\begin{aligned} D(\omega, \kappa) = &[\omega_-^2(\kappa) - \omega^2 - i\omega\gamma] \cdot [\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma] \\ &- \omega_-^2(\kappa)\Omega^2 u_1 u_2 \end{aligned} \quad (28)$$

— определитель матрицы, стоящей в левой части системы уравнений (26). Таким образом, мы получили в нулевом приближении решение задачи о резонансном взаимодействии мод Q_1 плазмонов и Q_2 экситонов во внешнем поле.

6. Нормальные моды плазмон-экситонов

Обычно спектр смешанных мод обсуждают в пренебрежении затуханием парциальных возбуждений, что дает гармонические нормальные моды. В нашем случае это означает, что при взаимодействии парциальных мод

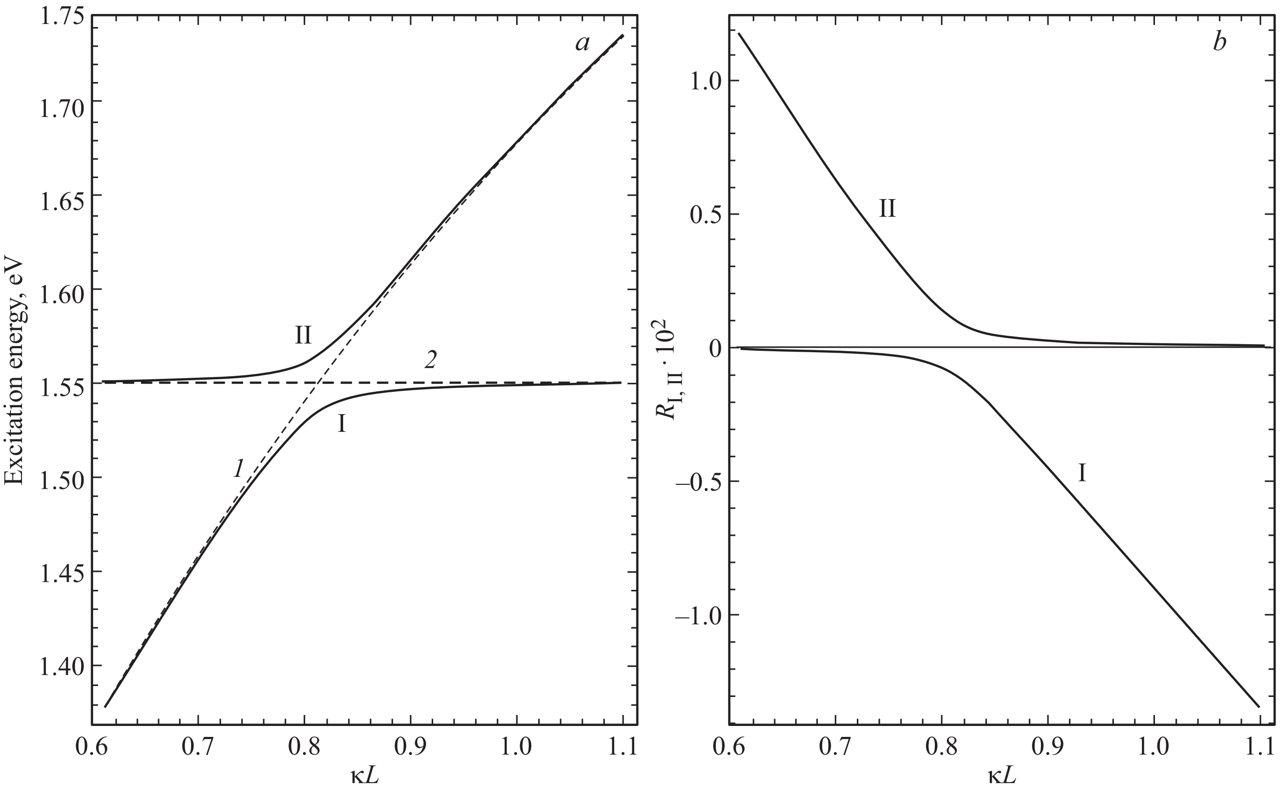

Рис. 3. (a) Собственные энергии $\hbar\omega_{\mathrm{I}}$ (I) и $\hbar\omega_{\mathrm{II}}$ (II) плазмон-экситонов. Пунктиром показаны энергии парциальных плазмонов пленки $\hbar\omega_-(\kappa)$ (*1*) и экситонов квантовой ямы $\hbar\omega_0$ (*2*). (b) Отношение $R_{\mathrm{I,II}}$ амплитуды Q_2 экситонов к амплитуде Q_1 плазмонов в нормальных модах с собственными частотами ω_{I} и ω_{II}, формула (31). Вычислено при $\gamma = \Gamma = 0$ для плазмонов пленки Ag и экситонов квантовой ямы GaAs/AlGaAs с $\hbar\Omega = 15.7$ meV, $l = 5$ nm, $h = 4$ nm и теми же другими параметрами, что на рис. 2.

с амплитудами Q_1 и Q_2 собственные частоты нормальных мод вычисляются при $\gamma = \Gamma = 0$ из уравнения $D(\omega, \kappa)\big|_{\gamma=\Gamma=0} = 0$ с определителем (28). В этой идеализированной ситуации для плазмон-экситонных волн, являющихся линейными комбинациями взаимодействующих мод Q_1 и Q_2 с заданным $\boldsymbol{\kappa} = \kappa\mathbf{e}_x$, находим собственные частоты

$$\omega_{\mathrm{I,II}}^2(\kappa) = \frac{\omega_-^2 + \omega_0^2}{2} \mp \sqrt{\frac{(\omega_-^2 - \omega_0^2)^2}{4} + \Delta\omega^4}, \qquad (29)$$

где

$$\Delta\omega^2 = \omega_-(\kappa)\Omega\sqrt{u_1 u_2}. \qquad (30)$$

Из уравнений (26) с $p_+^0 = 0$ следует, что отношение амплитуды $Q_2^{(\mathrm{I,II})}$ экситонного вклада к амплитуде $Q_1^{(\mathrm{I,II})}$ плазмонного вклада в плазмон-экситон с частотой $\omega_{\mathrm{I,II}}(\kappa)$ равно

$$R_{\mathrm{I,II}}(\kappa) = \frac{Q_2^{(\mathrm{I,II})}}{Q_1^{(\mathrm{I,II})}} = \frac{\omega_{\mathrm{I,II}}^2 - \omega_-^2}{\omega_-^2 u_1} = \frac{\Omega^2 u_2}{\omega_{\mathrm{I,II}}^2 - \omega_0^2}. \qquad (31)$$

Условие $R_{\mathrm{I,II}}(\kappa) \neq 0$ при $\Delta\omega^2 \neq 0$ означает, что нормальные моды поляризации с частотами $\omega_{\mathrm{I,II}}(\kappa)$ содержат вклады и плазмонов, и экситонов, т. е. являются плазмон-экситонами.

Условие резонанса $\omega_-(\kappa) = \omega_0$ при фиксированной частоте экситона ω_0 достигается в результате сдвига частоты плазмона $\omega_-(\kappa)$ путем изменения его волнового числа κ, см. рис. 2. Собственные частоты $\omega_{\mathrm{I,II}}(\kappa)$ плазмон-экситонов из (29) вблизи резонанса $\omega_-(\kappa) = \omega_0$ представлены на рис. 3, a в зависимости от параметра κL. На рис. 3, b показана зависимость от κL отношения (31) аплитуд парциальных мод, образующих плазмон-экситоны с частотами $\omega_{\mathrm{I,II}}(\kappa)$. Эти зависимости характеризуют влияние константы связи $\Delta\omega$ из (30) на положение собственных частот $\omega_{\mathrm{I,II}}(\kappa)$ и на состав (31) нормальных плазмон-экситонных мод при разных κ. Из выражения (29) следует, что разность собственных частот при $\omega_- = \omega_0$ составляет $\omega_{\mathrm{II}} - \omega_{\mathrm{I}} \approx \Omega(u_1 u_2)^{1/4}$. При этом, как видно из рис. 3, a, при всех κ парциальные частоты экситонов ω_0 и плазмонов $\omega_-(\kappa)$ лежат между собственными частотами плазмон-экситонных мод, т. е. $\omega_{\mathrm{I}} < \omega_0$, $\omega_- < \omega_{\mathrm{II}}$. В согласии с [13] можно утверждать, что при любой константе взаимодействия $\Delta\omega$ в области $|\omega_- - \omega_0| \ll \Delta\omega$, т. е. в непосредственной близости к резонансу $\omega_- = \omega_0$, проявляется сильная связанность парциальных возбуждений. Для незатухающих мод она проявляется в качественной перестройке спектра и появлении при $\omega_- = \omega_0$ биений (периодической перекачки энергии между плазмонами и экситонами за

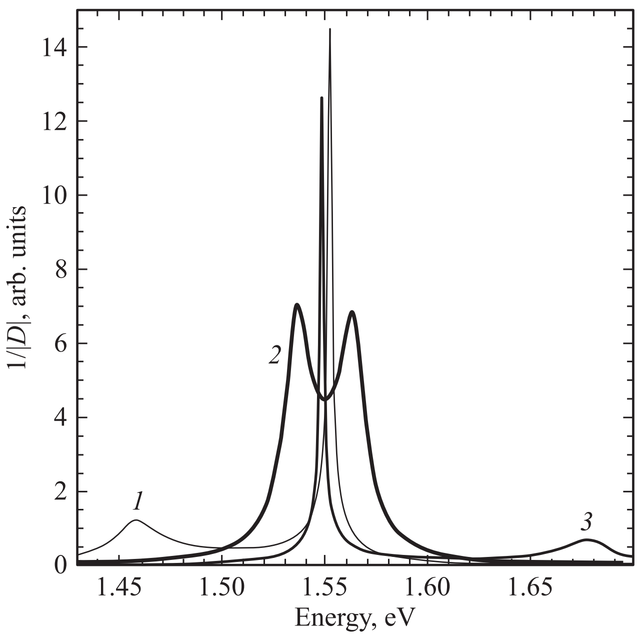

Рис. 4. Зависимость от $\hbar\omega$ спектральной функции плазмон-экситонов $1/|D(\omega,\kappa)|$ из (28) с параметрами затухания $\hbar\gamma = 0.02\,\text{eV}$ плазмонов в пленке Ag и $\hbar\Gamma = 1\,\text{meV}$ квази-2D-экситонов в квантовой яме GaAs/AlGaAs. Вычислено при следующих значениях κL: 0.7 (*1*), 0.812 (*2*), 0.9 (*3*). Другие параметры те же, что на рис. 3.

время $\sim 1/\Delta\omega$), что следует при $\gamma = \Gamma = 0$ из уравнений типа (26), зависящих от времени.

Подобный элементарный анализ спектра имеет смысл в случае резонанса между реальными возбуждениями со слабым затуханием и достаточно большой константой связи. Это относится, например, к резонансному взаимодействию между плазмонами и молекулярными экситонами, для которых характерны достаточно большие силы осцилляторов и высокая добротность резонансных состояний. В альтернативном случае взаимодействия экситонов большого радиуса и плазмонов константа связи (30) может быть сравнительно мала в смысле $\Delta\omega \sim \sqrt{\omega_0\Omega} < \gamma$. В этом случае требуется анализировать наблюдаемый оптический спектр плазмон-экситонов, как это было сделано в [27–29].

7. Численный расчет спектра и обсуждение

Обсудим теперь спектры возбуждения плазмон-экситонов с учетом реальных параметров затухания парциальных возбуждений, которые делают нормальные моды негармоническими (затухающими). Численные оценки сделаем на основе уравнений (26)–(28) применительно к плазмонам в пленке Ag и квази-2D-экситонам $e1-hh1$ тяжелой дырки в квантовой яме GaAs/AlGaAs. В качестве спектральной характеристики волн плазмон-экситонной поляризации возьмем функцию $1/|D(\omega,\kappa)|$ с определителем (28). Результат ее расчета при некоторых значениях волнового вектора κ представлен на рис. 4. Максимумы в спектре $1/|D(\omega,\kappa)|$ плазмон-экситонов соответствуют их собственным частотам, которые на рис. 3, *a* в пренебрежении затуханием демонстрируют антипересечение (расталкивание частот) при приближении к резонансу. Такое же поведение характерно для частот на рис. 4, которые соответствуют двум максимумам функции $1/|D(\omega,\kappa)|$ при каждом значении κ. Высота и ширина пиков в спектре $1/|D(\omega,\kappa)|$ определяются силой осцилляторов и параметрами затухания парциальных мод. Из рис. 4 видно, что спектр $1/|D(\omega,\kappa)|$ вдали

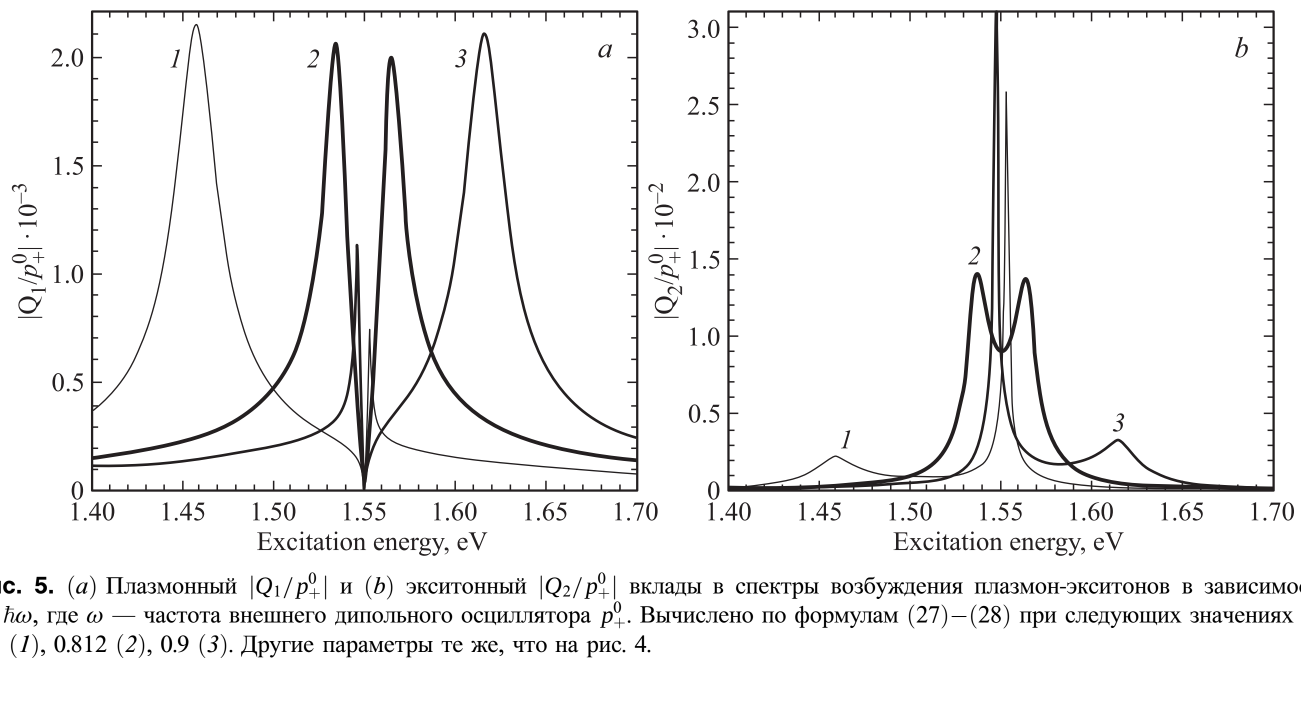

Рис. 5. (*a*) Плазмонный $|Q_1/p_+^0|$ и (*b*) экситонный $|Q_2/p_+^0|$ вклады в спектры возбуждения плазмон-экситонов в зависимости от $\hbar\omega$, где ω — частота внешнего дипольного осциллятора p_+^0. Вычислено по формулам (27)–(28) при следующих значениях κL: 0.7 (*1*), 0.812 (*2*), 0.9 (*3*). Другие параметры те же, что на рис. 4.

от плазмон-экситонного резонанса состоит из узкого экситонного и широкого плазмонного пиков, а при резонансе он трансформируется в два симметричных пика.

На рис. 5 представлены рассчитанные по формулам (26)–(28) спектры стационарного возбуждения парциальных вкладов в плазмон-экситонные моды в зависимости от $\hbar\omega$, где ω — частота внешнего диполя. Спектры плазмонной амплитуды $|Q_1(\kappa)|/|p_+^0|$ показаны на рис. 5, *a*, а спектры экситонной амплитуды $|Q_2(\kappa)/p_+^0|$ — на рис. 5, *b*. Плазмонный и экситонный вклады в спектры возбуждения плазмон-экситонных мод имеют при разных κ максимумы на двух частотах, которые испытывают антипересечение вблизи резонанса в согласии с рис. 3, *a*.

8. Заключение

В работе представлена теория нерадиационных плазмон-экситонов, образованных вследствие кулоновского взаимодействия поверхностных плазмонов ультратонкой металлической пленки и низкоразмерных экситонов квантовой ямы. Сформулированы уравнения, описывающие возбуждение плазмон-экситонов в классической модели связанных осцилляторов, роль которых играют поля поляризации квазидвумерных плазмонов и экситонов. Для этих поляризационных возбуждений найдена константа взаимодействия (кулоновской связи), которая обеспечивает возникновение двухпиковой структуры спектра смешанных плазмон-экситонных мод. Поведение частот нормальных мод и спектральных пиков вблизи резонанса между плазмоном и экситоном имеет характерные признаки антипересечения (расталкивания) частот. При учете затухания парциальных мод спектры возбуждения плазмон-экситонов вдали от резонанса состоят из узкого экситонного и широкого плазмонного пиков, которые при резонансе трансформируются в два симметричных пика. Представляется, что полученные результаты несложно обобщить применительно к двумерным плазмонам и экситонам, реализующимся в структурах с атомарно тонкими слоями металла и полупроводника.

Приложение А. Обсудим входящую в соотношение (3) функцию $\psi(z)$ для квантовой ямы шириной $l \ll a_B$, где a_B — боровский радиус 3D-экситона в материале ямы. Следуя [34,35,37], для внутреннего движения в состоянии 1*s* квази-2D-экситона возьмем волновую функцию

$$\Psi_{1s}(\boldsymbol{\rho}, z_e, z_h) = \sqrt{\frac{2}{\pi\tilde{a}^2}}\, e^{-\rho/\tilde{a}}\, \varphi_{e1}(z_e)\varphi_{h1}(z_h), \qquad \text{(A1)}$$

параметр $\tilde{a}$ которой близок к боровскому радиусу $a_B^{2D} = a_B/2$ двумерного экситона. Поляризация (3) экситона определяется значением функции (A1) при совпадающих координатах электрона и дырки $\boldsymbol{\rho} = 0$, $z_e = z_h = z$ при этом $\psi(z) = \sqrt{\pi a_B^3}\,\Psi_{1s}(0, z, z)$.

Для модели квантовой ямы с бесконечно высокими стенками для обоих типов носителей $\varphi_{e1}\varphi_{h1} = (2/l)\cos(\pi z_e/l)\cos(\pi z_h/l)$ в формуле (A1) при $|z_e|, |z_h| < l/2$. При этом в формуле (4) интеграл

$$\int dz\, \psi(z) = \sqrt{l_{eff}} \qquad \text{(A2)}$$

определяет эффективную ширину $l_{eff} = 2a_B^3/\tilde{a}^2 > l$. А интеграл (25) равен

$$I_c \equiv \int\limits_{-l/2}^{l/2} dz\, e^{-\kappa z}\psi(z) = \sqrt{l_{eff}}\, \frac{4\pi^2}{(\kappa l)^2 + 4\pi^2}\, \frac{\text{sh}(\kappa l/2)}{\kappa l/2}, \qquad \text{(A3)}$$

или $I_c \approx \sqrt{l_{eff}}$ при $\kappa l \lesssim 1$. Использование величины $l_{eff} \gg l$ вместо „физической“ ширины квантовой ямы l увеличивает оценки эффектов плазмон-экситонного взаимодействия по сравнению со сделанными в работах [27–29].

Приложение B. Функции Грина. Ниже представлены амплитуды функций Грина $g_{\alpha\beta}(z, z', \kappa)\exp(i\kappa x)$, вычисленные для двухслойной среды с проницаемостью (1) в пренебрежении электромагнитным запаздыванием. Для функций $g_{\alpha\beta}(z, z')$ используются обозначения $g_{\alpha\beta}(m, m')$, где m и m' — номера сред 1 ($z < -L/2$), 2 ($|z| < L/2$) и 3 ($z > L/2$), в которых находятся координаты z и z. Амплитуды $g_{\alpha\beta}(m, m')$ для плазмонной задачи ($m = 2$) имеют вид

$$g_{xx}(2, 2') = -C_{22}\big\{e^{-\kappa|z-z'|} - A\big[\text{ch}\,\kappa(z+z') - b\,\text{ch}\,\kappa(z-z')\big]\big\}, \qquad \text{(B1)}$$

$$g_{zx}(2, 2') = -iC_{22}\big\{e^{-\kappa|z-z'|}\text{sgn}(z-z') + A\big[\text{sh}\,\kappa(z+z') - b\,\text{sh}\,\kappa(z-z')\big]\big\}, \qquad \text{(B2)}$$

$$g_{xz}(2, 2') = -iC_{22}\big\{e^{-\kappa|z-z'|}\text{sgn}(z-z') - A\big[\text{sh}\,\kappa(z+z') + b\,\text{sh}\,\kappa(z-z')\big]\big\}, \qquad \text{(B3)}$$

$$g_{zz}(2, 2') = C_{22}\big\{e^{-\kappa|z-z'|} + A\big[\text{ch}\,\kappa(z+z') + b\,\text{ch}\,\kappa(z-z')\big]\big\} - \frac{4\pi}{\varepsilon_2}\,\delta(z-z'), \qquad \text{(B4)}$$

$$C_{22} = \frac{2\pi\kappa}{\varepsilon_2}, \quad b = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\, e^{-\kappa L},$$

$$A = \frac{2b}{1-b^2} = \frac{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2}{\Delta_-\Delta_+\,\text{sh}\,\kappa L},$$

$$\Delta_\mp(\kappa) = \varepsilon_2 + \varepsilon_1\,\text{th}^{\mp 1}\left(\frac{\kappa L}{2}\right); \qquad \text{(B5)}$$

$$g_{xx}(2, 1') = -C_{21}(e^{-\kappa z} - b e^{\kappa z})e^{\kappa z'} = -i g_{xz}(2, 1'), \qquad \text{(B6)}$$

$$g_{zx}(2, 1') = -iC_{21}(e^{-\kappa z} + b e^{\kappa z})e^{\kappa z'} = -i g_{zz}(2, 1'), \qquad \text{(B7)}$$

$$C_{21}=\frac{4\pi\kappa}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}\,\frac{1}{1-b^2}=2\pi\kappa(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\,\frac{e^{\kappa L}}{\operatorname{sh}\kappa L}\,\frac{1}{\Delta_-\Delta_+}$$

$$=C_{23}=C_{32}; \tag{B8}$$

$$g_{xx}(2,3')=-C_{23}(e^{\kappa z}-be^{-\kappa z})e^{-\kappa z'}=ig_{xz}(2,3'), \tag{B9}$$

$$g_{zx}(2,3')=iC_{23}(e^{\kappa z}+be^{-\kappa z})e^{-\kappa z'}=ig_{zz}(2,3'). \tag{B10}$$

Для экситонной задачи (квантовая яма в среде $m=3$) имеем

$$g_{xx}(3,3')=-C_{33}\left[e^{-\kappa|z-z'|}+Be^{-\kappa(z+z')}\right], \tag{B11}$$

$$g_{zx}(3,3')=-iC_{33}\left[e^{-\kappa|z-z'|}\operatorname{sgn}(z-z')+Be^{-\kappa(z+z')}\right], \tag{B12}$$

$$g_{xz}(3,3')=-iC_{33}\left[e^{-\kappa|z-z'|}\operatorname{sgn}(z-z')-Be^{-\kappa(z+z')}\right], \tag{B13}$$

$$g_{zz}(3,3')=C_{33}\left[e^{-\kappa|z-z'|}-Be^{-\kappa(z+z')}\right]-\frac{4\pi}{\varepsilon_1}\,\delta(z-z'), \tag{B14}$$

$$C_{33}=\frac{2\pi\kappa}{\varepsilon_1},\quad B=\frac{b}{1-b^2}\,(e^{2\kappa L}-1)=\frac{\varepsilon_1^2-\varepsilon_2^2}{\Delta_-\Delta_+}\,\frac{e^{\kappa L}}{\operatorname{sh}\kappa L}; \tag{B15}$$

$$g_{xx}(3,1')=-ig_{xz}(3,1')=-ig_{zx}(3,1')$$

$$=-g_{zz}(3,1')=-C_{31}e^{-\kappa(z-z')}, \tag{B16}$$

$$C_{31}=-2\pi\kappa\,\frac{4\varepsilon_2}{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}\,\frac{1}{1-b^2}; \tag{B17}$$

$$g_{xx}(3,2')=-C_{32}e^{-\kappa z}(e^{\kappa z'}-be^{-\kappa z'})=-ig_{zx}(3,2'), \tag{B18}$$

$$g_{xz}(3,2')=-iC_{32}e^{-\kappa z}(e^{\kappa z'}+be^{-\kappa z'})=-ig_{zz}(3,2'). \tag{B19}$$

Функции $g_{\alpha\beta}(m,m)$ с аргументами z и z' из одной и той же m-й среды представляются в виде

$$g_{\alpha\beta}(z,z')=g^0_{\alpha\beta}(z-z')+\Delta g_{\alpha\beta}(z,z'). \tag{B20}$$

Здесь член $g^0_{\alpha\beta}$ связан с поляризацией однородного диэлектрического фона безграничной m-й среды, а $\Delta g_{\alpha\beta}$ описывает влияние неоднородности фона.

Приложение C. Подставим (13) и (18) в уравнения (8) и (9) и используем функции Грина из Приложения B. В результате для взаимодействующих плазмонных и экситонных осцилляторов с амплитудами $Q_1=V_-$, $Q_2=W_x$, $Q_3=V_+$ и $Q_4=W_z$ получаем уравнения

$$(\hat H-\omega^2\hat I)\cdot\mathbf{Q}=\mathbf{F}. \tag{C1}$$

Здесь $\mathbf{Q}$ — вектор с компонентами Q_n, $\hat I$ — единичная матрица. Элементы матрицы $\hat H$ и компоненты вектора $\mathbf{F}$ равны

$$H_{11}=\omega_-^2-i\omega\gamma,\ H_{12}=\frac{\omega_-^2}{\operatorname{sh}(\kappa L/2)}\,A_0=iH_{14},\ H_{13}=0,$$

$$H_{21}=\Omega^2_{(x)}\,\frac{\operatorname{ch}(\kappa L/2)}{\Delta_-}\,A_1,\quad H_{22}=\omega_{xx}^2-i\omega\Gamma,$$

$$H_{23}=\Omega^2_{(x)}\,\frac{\operatorname{sh}(\kappa L/2)}{\Delta_+}\,A_1,\ H_{24}=-\Omega^2_{(x)}\Delta M_{xz}=-\Delta\omega_{xz}^2,$$

$$H_{31}=0,\ H_{32}=\frac{\omega_+^2}{\operatorname{ch}(\kappa L/2)}\,A_0=iH_{34},\ H_{33}=\omega_+^2-i\omega\gamma,$$

$$H_{41}=i\Omega^2_{(z)}\,\frac{\operatorname{ch}(\kappa L/2)}{\Delta_-}\,A_1,\ H_{42}=-\Omega^2_{(z)}\Delta M_{zx}=-\Delta\omega_{zx}^2,$$

$$H_{43}=i\Omega^2_{(z)}\,\frac{\operatorname{sh}(\kappa L/2)}{\Delta_+}\,A_1,\quad H_{44}=\omega_{zz}^2-i\omega\Gamma,$$

$$(F_1,F_3)=p_+^0\,\frac{\kappa}{2}\left(-\frac{\omega_-^2}{\operatorname{sh}(\kappa L/2)},\ \frac{\omega_+^2}{\operatorname{ch}(\kappa L/2)}\right)e^{-\kappa(|z_0|-L/2)},$$

$$(F_2,F_4)=p_+^0\,\kappa(\Omega^2_{(x)},\,i\Omega^2_{(z)})A_2,$$

$$A_0=\frac{\kappa I_c\sqrt{l_w}}{2}\,e^{-\kappa(h-L/2)},\quad A_1=4\pi\,\frac{I_c}{\sqrt{l_w}}\,e^{-\kappa(h-L/2)},$$

$$A_2=4\pi\,\frac{I_c}{\sqrt{l_w}}\,\frac{\varepsilon_2}{\Delta_-\Delta_+\operatorname{sh}(\kappa L)}\,e^{-\kappa(|z_0|+h-L)}.$$

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

[1] I. Egri. Phys. Rep. **119**, *6*, 364 (1985).
[2] Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред. / Под ред. В.М. Аграновича, Д.Л. Миллса. Наука, М. (1985). 525 с.
[3] A.A. Toropov, T.V. Shubina. Plasmonic Effects in Metal-Semiconductor Nanostructures. Oxford Univ. Press (2015). 371 p.
[4] W. Cai, V. Shalaev. Optical Metamaterials. Fundamentals and Applications. Springer (2010). 200 p.
[5] В.М. Агранович, Ю.В. Конобеев, М.А. Мехтиев. ФТТ **10**, *6*, 1754 (1968).
[6] В.М. Агранович, М.Д. Галанин. Перенос энергии электронного возбуждения в конденсированных средах. Наука, М. (1978). 383 с.
[7] M. Achermann. J. Phys. Chem. Lett. **1**, 2837 (2010).
[8] A.O. Govorov, G.W. Bryant, W. Zhang, T. Skeini, J. Lee, N.A. Kotov, J.V. Slocik, R.R. Naik. Nano Lett. **6**, *5*, 984 (2006).
[9] J.-H. Song, T. Atay, S. Shi, H. Urabe, A.V. Nurmikko. Nano Lett. **5**, *8*, 1557 (2005).
[10] A. Neogi, C.-W. Lee, H.O. Everitt, T. Kuroda, A. Tackeuchi, E. Yablonovitch. Phys. Rev. B **66**, *15*, 153305 (2002).
[11] A.A. Toropov, T.V. Shubina, K.G. Belyaev, S.V. Ivanov, P.S. Kop'ev, Y. Ogawa, F. Minami. Phys. Rev. B **84**, *8*, 085323 (2011).
[12] Y. Fedutik, V.V. Temnov, O. Schops, U. Woggon, M.V. Artemyev. Phys. Rev. Lett. **99**, *13*, 136802 (2007).
[13] Л.И. Мандельштам. Лекции по теории колебаний. Наука, М. (1972). 466 с.
[14] M.R. Philpott. J. Chem. Phys. **62**, 1812 (1975).
[15] В.М. Агранович, В.Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. Наука, М. (1979). 432 с.
[16] В.А. Кособукин. ЖТФ **56**, *8*, 1481 (1986).

[17] J. Bellessa, C. Bonnand, J.C. Plenet, J. Mugnier. Phys. Rev. Lett. **93**, *3*, 036404 (2004).
[18] Y. Sugawara, T.A. Kelf, J.J. Baumberg, M.E Abdelsalam, P.N. Bartlett. Phys. Rev. Lett. **97**, *26*, 266808 (2006).
[19] S. Balci. Opt. Lett. **38**, *21*, 4498 (2013).
[20] B.G. DeLacy, O.D. Miller, C.W. Hsu, Z. Zander, S. Lacey, R. Yagloski, A.W. Fountain, E. Valdes, E. Anquillare, M. Soljacic, S.G. Johnson, J.D. Joannopoulos. Nano Lett. **15**, 2588 (2015).
[21] М.Г. Кучеренко, Т.М. Чмерева. Оптика и спектроскопия **125**, *2*, 165 (2018).
[22] V.M. Agranovich, G.C. La Rocca, F. Bassani. Pure Appl. Opt. **7**, 119 (1998).
[23] V.M. Agranovich, Yu.N. Gartstein, M. Litinskaya. Chem. Rev. **111**, 5179 (2011).
[24] P. Vasa, R. Pomraenke, S. Schwieger, Yu.I. Mazur, Vas. Kunets, P. Srinivasan, E. Johnson, J.E. Kihm, D.S. Kim, E. Runge, G. Salamo, C. Lienau. Phys. Rev. Lett. **101**, *11*, 116801 (2008).
[25] B.J. Lawrie, K.-W. Kim, D.P. Norton, R.F. Haglund Jr. Nano Lett. **12**, 6152 (2012).
[26] V.I. Sugakov, G.V. Vertsimakha. Phys. Rev. B **81**, *23*, 235308 (2010).
[27] В.А. Кособукин. ФТТ **57**, *7*, 1413 (2015).
[28] V.A. Kosobukin. Solid State Commun. **228**, 43 (2016).
[29] В.А. Кособукин. ФТТ **59**, *5*, 972 (2017).
[30] Н.С. Аверкиев, А.В. Коротченков, В.А. Кособукин. ФТП **53**, *8*, 1063 (2019).
[31] W.G. Teich, G. Mahler. Phys. Status Solidi B **138**, *2*, 607 (1986).
[32] P.B. Johnson, R.W. Christy. Phys. Rev. B **6**, *11*, 4370 (1972).
[33] L.C. Andreani, F. Bassani. Phys. Rev. B **41**, *11*, 7536 (1990).
[34] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, *8*, 2388 (1991).
[35] E.L. Ivchenko. Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. Alpha Science International Ltd. (2005). 427 p.
[36] E.L. Ivchenko, V.P. Kochereshko, P.S. Kop'ev, V.A. Kosobukin, I.N. Uraltsev, D.R. Yakovlev. Solid State Commun. **70**, *5*, 529 (1989).
[37] E.S. Khramtsov, P.A. Belov, P.S. Grigoryev, I.V. Ignatiev, S.Yu. Verbin, Yu.P. Efimov, S.A. Eliseev, V.A. Lovtcius, V.V. Petrov, S.L. Yakovlev. J. Appl. Phys. **119**, *18*, 184301 (2016).
[38] В.А. Кособукин. ФТТ **45**, *4*, 701 (2003).

Редактор Ю.Э. Китаев