05,11

Магнитные и магнитокалорические эффекты в системах с реверсивными переходами первого рода

© В.И. Вальков¹, В.И. Каменев¹, А.В. Головчан¹, И.Ф. Грибанов¹, В.В. Коледов², В.Г. Шавров², В.И. Митюк³, П. Дуда⁴

Донецк, Украина

Москва, Россия

Минск, Беларусь

00-662 Варшава, Польша

E-mail: valkov09@gmail.com

Поступила в Редакцию 25 декабря 2020 г. В окончательной редакции 25 декабря 2020 г. Принята к публикации 26 декабря 2020 г.

> В рамках модели взаимодействующих параметров магнитного и структурного порядков проведен теоретический анализ реверсивных магнитоструктурных фазовых переходов первого рода. Характерной особенностью последних является скачкообразное возникновение магнитного порядка при охлаждении, как в случае фазового перехода первого рода, и плавное исчезновение магнитного порядка при нагреве, как и в традиционном фазовом переходе второго рода. Такие переходы наблюдаются в некоторых сплавах магнитокалорической системы $Mn_{1-x}Cr_xNiGe$ под давлением (x=0.11) и без него (x=0.18) и сопровождаются специфическими магнитными и магнитокалорическими особенностями. Феноменологическое описание этих особенностей проводится в рамках концепции мягкой моды для структурной подсистемы, претерпевающей структурный фазовый переход первого рода (Р63/mmc-Рпта), и модели Гейзенберга для спиновой подсистемы. Для систем с магнитоструктурной неустойчивостью в рамках приближения молекулярного поля для спиновой подсистемы и приближения смещенного гармонического осциллятора для решеточной подсистемы показано, что реверсивные фазовые переходы возникают, когда температура магнитного разупорядочения находится в области температурного гистерезиса структурного фазового перехода первого рода $P6_3/mmc-Pnma$. Также показано, что двухпиковая форма изотермической энтропии, характерная для реверсивных переходов, обусловлена разделением вкладов структурной и магнитной энтропии.

Ключевые слова: магнитоструктурный переход, гелимагнетизм, реверсивные переходы первого рода.

DOI: 10.21883/FTT.2021.05.50813.271

1. Введение

Фазовые переходы в системах с магнитной и кристаллоструктурной неустойчивостью при определенных условиях могут протекать как реверсивные магнитоструктурные переходы первого рода. Для таких переходов при понижении температуры возникновение магнитного порядка реализуется скачком, характерным для переходов первого рода, а при обратном повышении температуры плавное исчезновение магнитного порядка происходит как традиционный переход второго рода. Подобные переходы сопровождаются рядом магнитных и магнитокалорических особенностей. Настоящая работа является теоретическим анализом цикла экспериментальных исследований барических и магнитокалорических особенностей, характерных для реверсивных переходов. Для спиновой подсистемы в работе дано более подробное обоснование подхода, развитого в нашей

предыдущей публикации в ФТТ, посвященной магнитоструктурным особенностям системы $Mn_{1-x}Cr_x$ NiGe.

2. Экспериментальные результаты

Как следует из результатов экспериментальных исследований, особенности магнитных и магнитокалорических свойств сплавов системы $\mathrm{Mn}_{1-x}\mathrm{Cr}_x\mathrm{NiGe}$ определяются относительной близостью температур $T_{t2}(x)$ и $T_{t1}(x)$ структурного парамагнитного (PM) перехода первого рода $PM(P6_3/mmc) \leftrightarrow PM(Pnma)$ и температур $T_{\mathrm{N}}(x)$, $T_{\mathrm{C}}(x)$ магнитных фазовых переходов парамагнетизм—гелимагнетизм HM) $PM(Pnma) \leftrightarrow HM(Pnma)$, парамагнетизм—ферромагнетизм (FM) $PM(Pnma) \leftrightarrow FM(Pnma)$ [1,2]. При этом структурные переходы могут фиксироваться по аномальному изменению магнитных характеристик в

¹ Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина,

² Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,

³ НПЦ НАН Беларуси по материаловедению,

⁴ Варшавский политехнический университет,

окрестности температур структурного перехода $T_{t2}(x)$, $T_{t1}(x)$, например, намагниченности σ и обратной магнитной восприимчивости χ^{-1} [3]. Отчетливая корреляция между высокотемпературными аномалиями зависимостей $\chi^{-1}(T)$, $\sigma(T)$ и температурной зависимостью содержания орторомбической фазы в образце X-int(T), обнаруженная в [1–3], позволили зафиксировать в магнитном поле конечной напряженности скачкообразное поведение высокотемпературного участка намагниченности. Эти скачкообразные изменения намагниченности, сопровождающиеся температурным гистерезисом, являются периферийными магнитоструктурными фазовыми переходами первого рода и, согласно результатам работы [3], обусловлены смещением температуры $T_{t2}(x)$ структурного перехода $orth(P_{nma}) \rightarrow hex(P6_3/mmc)$ под действием магнитного поля.

На основании результатов [3] и данных [4] можно констатировать, что сближение структурного и магнитного переходов, возникающее при увеличении x, приводит к изменению типа магнитоупорядоченных фаз и характера магнитных фазовых переходов от изоструктурного безгистерезисного перехода второго рода $PM(orth) \leftrightarrow HM(orth)$ в окрестности $T_{
m N} \geq heta_{orth}$ из подмагниченного парамагнитного ромбического состояния в подмагниченное ромбическое геликоидальное состояние при x = 0.11 к реверсивному магнитоструктурному переходу первого рода $PM(hex) \leftrightarrow FM(orth)$ при x = 0.18. Реверсивный переход является суперпозицией двух фазовых переходов. При понижении температуры до $T_{\rm C1} = T_{t1} < \theta_{orth}$ происходит магнитоструктурный переход первого рода $PM(hex) \rightarrow FM(orth)$. Последующее нагревание до $T_{\rm C2} = \theta_{orth} < T_{t2}$ приводит к плавному магнитному разупорядочению с сохранением ромбической фазы. Это изоструктурное разупорядочение может интерпретироваться как изоструктурный магнитный фазовый переход второго рода $FM(orth) \rightarrow PM(orth)$.

3. Теория реверсивных переходов в системе $Mn_{1-x}Cr_xNiGe$

Теоретический анализ структурных переходов типа "смещения" опирается на результаты работы [3], в которой парамагнитные структурные переходы $PM(P6_3/mmc) \leftrightarrow PM(Pnma)$ рассматриваются в рамках теории мягкой моды как следствие замораживания коррелированных локальных оптических колебаний ионов Ni. Термодинамика спиновой подсистемы и ее взаимосвязь со структурными параметрами порядка описывалась в [3] гамильтонианом Гейзенберга, что позволило описать наблюдаемое расщепление $\chi^{-1}(T)$ для случая, когда исходные гексагональное и ромбическое магнитоупорядоченные состояния являются геликоидальными и предсказать изменение характера магнитных фазовых переходов из парамагнитного в магнитоупорядоченное состояние при наложении гидростатического давления.

Согласно модели [3], гамильтониан можно представить в виде

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H}(Q_n) + \mathbf{H}(e_1, e_2) + \hat{\mathbf{H}}(s).$$
 (1)

Тут $\mathbf{H}(Q_n)$ — эффективный гамильтониан, который описывает кооперативные локальные смещения атомов Ni в n-й гексагональной ячейке Q_n в результате структурного перехода $PM(P6_3/mmc) \leftrightarrow PM(P_{nma})$. Гамильтониан $\mathbf{H}(Q_n)$ включает гармонические $(V_0Q_n^2)$ и ангармонические $(V_0Q_n^2)$ и ангармонические $(V_0Q_n^2)$ и ангармонические взаимодействия между смещениями различных гексагональных ячеек $v_{nn'}Q_nQ_{n'}$, где V_0 и $v_{n,n'}$ — энергии гармонических смещений атомов Ni в ячейке и между ячейками, γ , Γ — энергии ангармонических смещений атомов Ni внутри элементарной ячейки.

Упругие деформации e_1 и e_2 , которые описывают относительное изменение объема при изменении температуры T и давления P и ромбические искажения гексагональной ячейки [3], учитываются слагаемым $\mathbf{H}(e_1, e_2)$.

Магнитная структура и кооперативные явления в спиновой подсистеме описываются в рамках "гейзенберговского" подхода оператором $\hat{\mathbf{H}}(s)$ в предположении, что эффективные обменные интегралы $J_{nn'}^{ii'}$ между соседними квазилокализованными спинами могут быть определены из первопринципных расчетов через зависимость полной энергии магнетика от ориентации магнитных моментов [7–9].

Магнитные моменты в $Mn_{1-x}Cr_x$ NiGe создаются коллективизированными электронами, и возникновение ромбической структуры, приводящее к удвоению периода элементарной ячейки, проявляется прежде всего в расщеплении плотности состояний d-электронов. Это обеспечивает взаимосвязь между магнитной и структурной подсистемами. При использовании гамильтониана Гейзенберга для описания такой системы вышеуказанная взаимосвязь возникает при введении зависимости величины интегралов обменного взаимодействия от конфигурации атомов кристаллической решетки, которая определяется гексагональной $hex(P6_3/mmc)$ или ромбической $orth(P_{nma})$ симметрией кристаллической структуры.

Используя приближение среднего поля для спинового гамильтониана и приближение смещенного гармонического осциллятора [3,6] для гамильтониана со взаимодействующими мягкими модами, термодинамический потенциал (ТП) магнитоупругой системы можно представить в виде суммы

$$\begin{split} &\Omega(Q_{0}, y, e_{1}, e_{2}) = \Omega_{1}(Q_{0}, \sigma, e_{1}, e_{2}) + \Omega_{2}(y) + \Omega_{3}(e_{1}, e_{2}), \\ &\Omega_{1}(Q_{0}, \sigma, e_{1}, e_{2}) = \frac{N_{0}}{2} V_{0}(Q_{0}^{2} + \sigma) + \frac{N_{0}}{4} \left(\gamma Q_{0}^{4} + 6Q_{0}^{2} \sigma + 3\sigma^{2} \right) \\ &+ \frac{N_{0}}{6} \Gamma(Q_{0}^{6} + 15Q_{0}^{4} \sigma + 45Q_{0}^{2} \sigma^{2} + 15\sigma^{3}) \\ &- \frac{1}{2} N_{0} Q_{0}^{2} \nu_{0} (1 + L_{1}e_{1} + L_{2}e_{2}) - T \frac{k_{B}}{2} N_{0} \ln \sigma, \end{split}$$
(3a)

$$\Omega_3(e_1, e_2) = \frac{1}{2}e_1^2k_0 + \frac{1}{2}k_1(e_2)^2 + Pe_1 - T\alpha k_0e_1, \quad (3b)$$

$$\Omega_2(y) = Ns^2 \left[J(\mathbf{k}) \sin^2 \vartheta + J(0) \cos^2 \vartheta \right] y^2 - Nk_B T \ln z(X),$$
(3c)

$$z(X) = \text{sh}[(1 + (2s)^{-1})X]/\text{sh}[(2s)^{-1}X], \ \mathbf{k} = (0, 0, k_a).$$
 (4a)

$$X = \left[2s^2y\left[J(k_a)\sin^2(\vartheta) + J(0)\cos^2(\vartheta)\right] + 2\mu_0 s H_0 \cos\vartheta\right]/k_B T, \tag{4b}$$

$$egin{aligned} J(\mathbf{k}) &= J(k_a) \ &= J_0(Q_0,e_1) + J_1(Q_0,e_1) \cos \Psi + J_2(Q_0,e_1) \cos 2\Psi, \ &= J_0(Q_0,e_1) + J_1(Q_0,e_1) \cos \Psi + J_2(Q_0,e_1) \cos 2\Psi, \end{aligned}$$

$$J(0) = J_0(Q_0, e_1) + J_1(Q_0, e_1) + J_2(Q_0, e_1)$$
 (4d)

Здесь $\mathbf{k} = (0, 0, k_a)$ —волновой вектор геликоидальной структуры; k_0 , k_1 и α — соответствующие упругие модули и коэффициент объемного температурного расширения; $\nu_0 = \sum \nu_{nn'}; \ L_1 = (\partial \nu_0/\partial e_1)/\nu_0,$ $L_2=(\partial \nu_0/\partial e_2)/\nu_0, \quad k_B$ — постоянная Больцмана, $\sum\limits_n=N_0, \; \sum\limits_{n,k}=N=2N_0(1-x)$ — число элементарных ячеек и число магнитоактивных атомов (Мп) в единице объема. В приложении показан вывод ТП спиновой подсистемы $\Omega(y)$.

Среднее значение $Q_0=\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[\frac{-(Q_n-Q_0)^2}{2\sigma} \right] Q_n dQ_n,$ отождествляемое с параметром структурного порядка, и дисперсия $\sigma = \langle [Q_n - Q_0]^2 \rangle$ рассматриваются как независимые вариационные параметры и определяются из минимизации термодинамического потенциала магнитоупругой системы $\Omega(Q_0, \sigma, e_1, e_2, y)$; s — собственное значение оператора спина, $y = |\langle \hat{\mathbf{s}}_n^i \rangle|/s$ — относительное значение магнитного момента *i*-го атома Mn, соответствующее параметру магнитного порядка в геликоидальном состоянии; ϑ — угол между направлением локальной оси квантования и внешним магнитным полем H_0 ; $\Psi = k_a \pi$ и 2Ψ — углы между направлением средних значений спинов атомов $\langle \hat{\mathbf{s}}_n^k \rangle$, которые расположены на расстояниях $c_h/2$ и c_h (c_h — параметр гексагональной ячейки вдоль направления волнового вектора к); $J_0(Q_0, e_1), J_1(Q_0, e_1), J_2(Q_0, e_1)$ — межатомные обменные интегралы внутри ферромагнитного слоя и между ближайшими слоями на расстояниях $c_h/2$ и c_h .

При $J_1(Q_0, e_1) > 0$, $J_2(Q_0, e_1) < 0$ конкурирующими состояниями будут только геликоидальное $(\cos \Psi = J_1(Q_0, e_1)/4|J_2(Q_0, e_1)| = \delta < 1)$ высоким значением величины J(k) $(J(k) = J_0(Q_0, e_1)$ $+(2\delta^2+1)|J_2(Q_0,e_1)|$) и ферромагнитное ($\Psi=0$) с более низким значением величины J(0). Величины J(k), J(0) можно представить в виде разложения по линейным комбинациям деформаций и четным степеням параметров структурного порядка:

$$\begin{split} J(k_a) &= J_{00} \Big(1 + \lambda_{0e} e_1 + Q_0^2 \big(\lambda_{0Q} + \lambda_{0eQ} e_1 \big) + \lambda_4 Q_0^4 \Big) \\ &+ |J_{20}| \Big(1 + Q_0^2 (\lambda_{2Q} + \lambda_{2eQ} e_1) + \lambda_{2e} e_1 \Big) (2\delta^2 + 1), \\ (5a) \\ J(0) &= J_{00} \Big(1 + \lambda_{0e} e_1 + Q_0^2 \big(\lambda_{0Q} + \lambda_{0eQ} e_1 \big) + \lambda_4 Q_0^4 \Big) \\ &+ |J_{20}| \left(1 + Q_0^2 (\lambda_{2Q} + \lambda_{2eQ} e_1) + \lambda_{2e} e_1 \right) (4\delta - 1), \\ (5b) \end{split}$$

В (5) J_{00} , J_{20} — соответствующие межатомные обменные интегралы в недеформированной ($e_1 = 0$) гексагональной ($Q_0 = 0$) системе. Величина

$$egin{split} \delta &= \cos \Psi = J_{10} \Big(1 + Q_0^2 ig(\lambda_{1Q} + \lambda_{1eQ} e_1 ig) + \lambda_{1e} e_1 \Big) / 4 |J_{20}| \ & imes \Big(1 + Q_0^2 ig(\lambda_{2Q} + \lambda_{2eQ} e_1 ig) + \lambda_{2e} e_1 \Big) \end{split}$$

приближенно определяется постоянная $(\delta = J_{10}/4|J_{20}|)$. Согласно данным нейтронографических исследований [4], такое допущение приемлемо для исследуемых в настоящей работе образцов с x = 0.18 $(\delta \approx 1)$ и x = 0.11 $(\delta \approx 0.87 - 0.93)$. Температурные зависимости магнитных, структурных и упругих характеристик можно получить из уравнений экстремума термодинамического потенциала: $\partial \Omega/\partial \vartheta = 0$, $\partial \Omega/\partial y = 0$, $\partial \Omega/\partial Q_0 = 0$, $\partial \Omega/\partial \sigma = 0$, $\partial \Omega/\partial e_1 = 0$, $\partial \Omega/\partial e_2 = 0$.

Численное решение уравнений $\partial \Omega / \partial Q_0 = 0$, $\partial \Omega / \partial y = 0$ наряду с аналитическими решениями остальных уравнений показывают, что при достаточно сильном взаимодействии между фононной подсистемой и упругими деформациями $(L_1 \ge L_{1k} > 0, L_2 \ge L_{2k})$ Зависимость $Q_0(T)$ будет описывать переход первого рода; для температур лабильности при этом, согласно экспериментальным данным, должны выполняться неравенства $\partial T_{t1,2}/\partial P < 0$, $\partial (T_{t2} - T_{t1})/\partial P < 0$. Если к тому же обеспечить выполнение неравенств $T_{t1} > T_{\mathrm North} \geq heta_{orth} \dots$ (здесь $T_{\mathrm North}$ и $heta_{orth}$ температура Нееля и парамагнитная температура Кюри в ромбической фазе) путем подгонки наборов коэффициентов $\lambda_{je},~\lambda_{jQ},~\lambda_{jeQ}~(j=0,1,2),$ то можно перейти к анализу нетривиальных особенностей поведения магнитоструктурных характеристик в исследуемой системе. Отметим, что в дальнейшем мы полагаем $\lambda_{0e}=\lambda_{2e}=0$. Тогда для безразмерной восприимчивости $\chi^{-1}(T,Q_0) = 2\mu_0(s+1)H_0/k_BT_0y\cos\vartheta$ при $H_0 o 0$ из уравнения $\partial \Omega / \partial y = 0$ можно получить выражение

$$\chi^{-1}(T, Q_0) = \frac{T}{T_0} - \left[rF(\delta) + Q_0^2 \right]$$

$$\times \left[\lambda_F + \left(\alpha T - P\kappa + \frac{\nu_0 L_1 Q_0^2 \kappa}{2} \right) \lambda_{1F} \right] + \lambda_4 Q_0^4 \right],$$

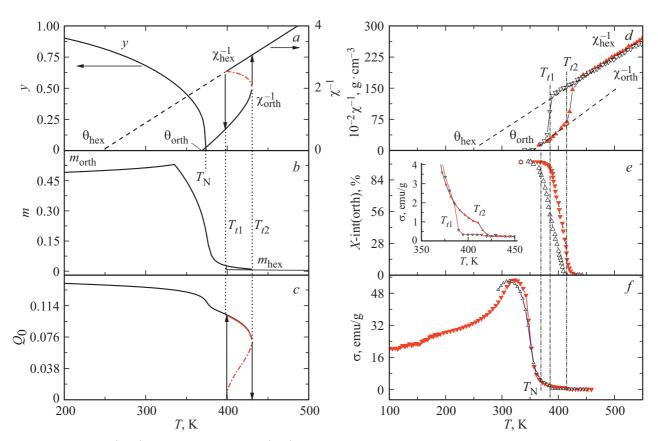


Рис. 1. Теоретические (a-c) и экспериментальные (d-f) зависимости магнитных и рентгеноструктурных характеристик сплава $Mn_{0.82}Cr_{0.18}NiGe$. Теоретические зависимости в безразмерных единицах получены при $\delta=0.925,\ H=0\ (a)$ и $H=8.6\ kOe\ (b,c)$. Экспериментальные зависимости из [1,3] получены при $H=8.6\ kOe\ (d,f)$ и $H=0\ (e)$. На вставке фрагмент рис. 1,f в области магнитоструктурного периферийного перехода первого рода $PM(orth) \leftrightarrow PM(hex)$ при $T=400\ K$.

где

$$T_0 = rac{2}{3k_B}J_{00}s(s+1); \quad rF(\delta) = 1 + \tilde{z}(4\delta - 1);$$
 $\tilde{z} = |J_{20}|/J_{00}; \quad \lambda_F = \lambda_{00} + \tilde{z}(4\delta - 1)\lambda_{20};$ $\lambda_{1F} = \lambda_{01} + \tilde{z}(4\delta - 1)\lambda_{21}.$

Согласно экспериментальным данным [3], для парамагнитных температур Кюри θ_{orth} и θ_{hex} ромбической и гексагональной фаз, которые в ПМП совпадают с соответствующими температурами Кюри ($\theta_{orth} = T_{Corth}$, $\theta_{hex} = T_{Chex}$), должно выполняться неравенство $\theta_{hex} \ll \theta_{orth}$. Характерные температуры T_{North} , T_{Chex} , T_{Corth} , согласно экспериментальным данным должны удовлетворять неравенству $T_{t1} > T_{North} \geq \theta_{orth}$. При этом значения этих величин определяются из уравнений (6)

$$\begin{split} T_{Corth} &\equiv T1 = \frac{2}{3k_B} \big\{ J_0[Q_0(T1), e_1(T1)] \\ &+ \big[2(\delta)^2 + 1 \big] \big| J_2[Q_0(T1), e_1(T1)] \big| \big\} s(s+1), \ \delta = 1, \\ & (6a) \\ T_{Chex} &\equiv T2 = \frac{2}{3k_B} \big\{ J_0[Q_0 = 0, e_1(T2)] \\ &+ \big[4(\delta) - 1 \big] \big| J_2[Q_0 = 0, e_1(T2)] \big| \big\} s(s+1), \ \delta = 1, \ (6b) \end{split}$$

$$T_{North} \equiv T3 = \frac{2}{3k_B} \left\{ J_0(Q_0(T3), e_1(T3)) + \left(2(\delta)^2 + 1 \right) \left| J_2(Q_0(T3), e_1(T3)) \right| \right\} s(s+1), \ \delta = 1.$$
(6c)

Здесь равновесные величины $Q_0(T)$, $e_1(T,P)$, $e_2(T,P)$ определяются из уравнений состояния $\partial\Omega/\partial\vartheta=0$, $\partial\Omega/\partial Q_0=0$, $\partial\Omega/\partial e_1=0$, $\partial\Omega/\partial e_2=0$, $\partial\Omega/\partial\sigma=0$ при y=0; для моделирования магнитоструктурного поведения сплавов системы $\mathrm{Mn}_{1-x}\mathrm{Cr}_x\mathrm{NiGe}$ следует иметь в виду, что величина $\delta=\cos\Psi$, как важнейшая характеристика гелимагнитной структуры должна возрастать по мере увеличения x от 0.661 до 1 (вблизи T_N) [4].

Теоретические зависимости $\chi^{-1}[T,Q_0(T)], m(T), y(T), Q_0(T)$, рассчитанные при $\delta=0.925, s=2$ и $\delta=1, s=1$ (рис. 1,a-c, рис. 2,a-c) позволяют объяснить магнитоструктурные особенности экспериментальных зависимостей (рис. 1,d-f, рис. 2,d-f) обратной восприимчивости $\chi^{-1}(T)$ и намагниченности, впервые приведенных в [1,3], для сплавов с x=0.11 и x=0.18.

Расчетные зависимости, моделирующие свойства образцов при x=0.11 и x=0.18, получены с использованием параметров, определенных из нейтронографических и рентгеновских данных при атмосферном давле-

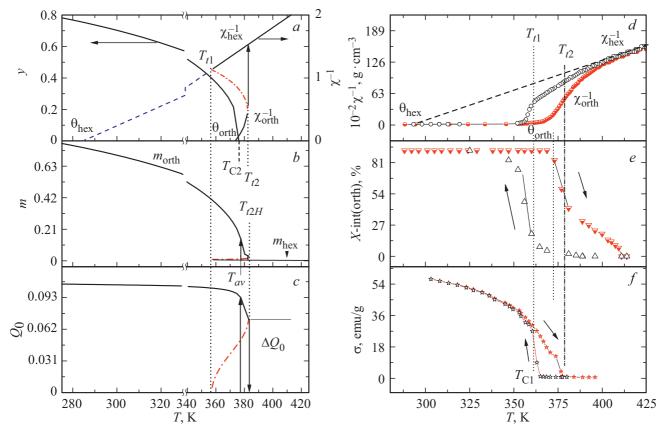


Рис. 2. Теоретические (a-c) и экспериментальные (d-f) зависимости магнитных и рентгеноструктурных характеристик сплава $\operatorname{Mn}_{0.82}\operatorname{Cr}_{0.18}\operatorname{NiGe}$. Теоретические зависимости в безразмерных единицах получены при $\delta=1,\ H=0\ (a)$ и $H=9.7\ \mathrm{kOe}\ (b,c)$. Экспериментальные зависимости из [1,3] получены при $H=8.6\ \mathrm{kOe}\ (d),\ H=0\ (e)$ и $H=9.7\ \mathrm{kOe}\ (f)$.

нии, а также из магнитных измерений под давлением и термодинамических свойств исследуемой и родственных магнитоструктурных систем.

Согласно рис. 1, c,рис. 2, *c*, характерной безразмерных зависимостей особенностью описывающих парамагнитные структурные переходы $hex(P6_3/mmc) \rightarrow orth(Pnma)$, является наличие температурного гистерезиса $\Delta T_t = T_{t2} - T_{t1}$, внутри которого зависимости $Q_0(T)$, обозначенные штрих-пунктирными линиями, соответствуют метастабильным состояниям, т. е. максимумам термодинамического потенциала, и разделяют стабильные ромбическое $(Q_0(T \le T_{t1}) \ne 0))$ и гексагональное $(Q_0(T \ge T_{t2}) = 0)$ состояния. Ясно, что температуры скачкообразного расщепления зависимости $\chi^{-1}(T, Q_0)$, на две ветви совпадают с температурами лабильности парамагнитных ромбической $T_{t2}(Q_0 \neq 0)$ и гексагональной $T_{t1}(Q=0)$ фаз.

Принципиальное различие расчетных зависимостей на рис. 1 и рис. 2 состоит в следующем. Для $\delta=0.925$ при температурах $T\leq T_{\rm N}(\delta) < T_{t1}$ появляется отличное от нуля значение параметра магнитного порядка геликоидального состояния y. Зависимость y(T) при $H_{0z}=0$ описывает изоструктурный переход второго рода в гелимагнитную (HM) фазу $(PM(orth) \leftrightarrow HM(orth))$. Температурная зависимость относительной намагниченности

m(T), которая связана с температурно-зависящим параметром гелимагнитного порядка y(T) соотношением $m(T) = y(T)\cos\vartheta(T)$, имеет характерный пик (рис. 1, b) и качественно совпадает с экспериментальными зависимостями $\sigma(T)$, рис. 1, f[3]. Для $\delta = 1$ и соответствующего набора постоянных возникает совершенно иная ситуация. Здесь значения температуры лабильности T_{t1} гексагонального парамагнитного состояния PM(hex)ниже температуры T_{av} , которая соответствует равенству конкурирующих термодинамических потенциалов состояний PM(hex) и FM(orth) и находится из условия $\Omega(Q_0 = 0, \sigma, e_1, e_2 = 0, y = 0) = \Omega(Q_0, \sigma, e_1, e_2, y)$. Hoпонижении температуры $PM(hex) \rightarrow FM(orth)$ из гексагонального парамагнитного в ромбическое ферромагнитное состояние может произойти только при температуре $T_{\rm Cl}$, которая должна удовлетворять неравенству $T_{t1} \le T_{Cl} \le T_{av} \le T_{C2}$. Это означает, что скачкообразное возникновение параметра структурного порядка Q_0 при $T=T_{\mathrm{Cl}}$ влечет за собой скачкообразное возникновение параметра магнитного порядка у (рис. 2, a) и намагниченности m (рис. 2, b), таким образом магнитоструктурный PM(hex) o FM(orth) при $T = T_{\text{Cl}}$ является переходом первого рода. При этом значение $T_{\rm Cl}$ зависит от конкретного физико-механического состояния образца,

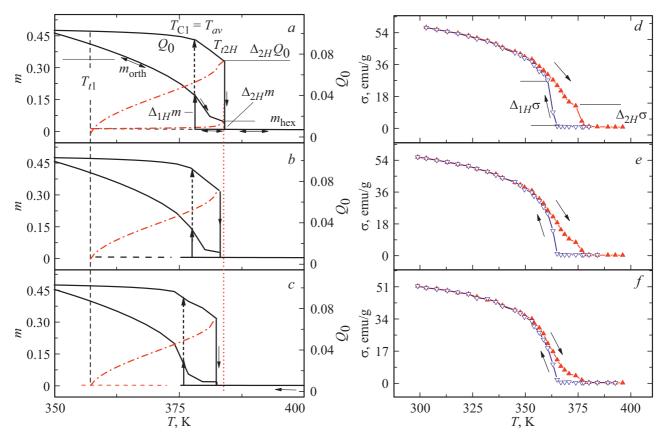


Рис. 3. Особенности температурных зависимостей магнитных и структурных характеристик $Mn_{0.82}Cr_{0.18}NiGe$ при возрастании напряженности магнитного поля; a-c — теоретические безразмерные зависимости m(T); d-f — экспериментальные зависимости $\sigma(T)$; $a,d-H=9.7\,\mathrm{kOe}$; $b,e-H=6.3\,\mathrm{kOe}$; $c,f-H=9.7\,\mathrm{kOe}$; скачок намагниченности $\Delta_{2H}m$ периферийного участка зависимости m(T) синхронизируется со скачком параметра структурного порядка $\Delta_{2H}Q_0$ при температуре лабильности T_{12H} .

которое обусловливает кинетику процесса реализацию перехода (дислокационная структура, степень блокировки зародышеобразования, размытость перехода и иное). На рис. 2, a-c предполагается, что $T_{\rm Cl} = T_{av}$. Поэтому понижение температуры ниже $T_{\rm Cl} = T_{av}$ не приводит к изменению магнитоструктурного состояния. Обратное повышение температуры при отсутствии магнитного поля приводит к плавному изоструктурному исчезновению магнитного порядка, реализующемуся как изоструктурный переход второго рода $FM(orth) \rightarrow PM(orth)$, поскольку $T_{\rm C2} < T_{t2}$. В присутствии магнитного поля подмагниченное полем ромбическое состояние не полностью исчезает при $T = T_{\rm C2}$ (рис. 2, b) и затягивается к температурам T_{t2H} , превосходящим температуры спонтанного исчезновения ромбического состояния Поэтому скачкообразное исчезновение $T_{t2H} \geq T_{t2}$. параметра структурного порядка $\Delta_{2H}Q_0 = Q_0(T_{t2H})$ (рис. 2, c) влечет за собой скачкообразное уменьшение намагниченности на периферийном участке зависимости $m_{orth}(T)$ при T_{t2H} до ее значения в гексагональном состоянии m_{hex} . При этом скачок намагниченности $\Delta_{2H}m = m_{orth} - m_{hex}$ и скачок параметра структурного порядка $\Delta_{2H}Q_0=Q_0(T_{t2H})$ при $T=T_{t2H}$ увеличиваются при возрастании магнитного поля (рис. 3). Поскольку

 $T_{t2H} > T_{t2}$, то можно говорить об увеличении температурного гистерезиса инверсионного перехода $FM(orth) \rightarrow PM(hex)$ при возрастании напряженности магнитного поля. Более подробно это иллюстрируется экспериментальной зависимостью $\sigma(T)$ и теоретическими зависимостями m(T), $Q_0(T)$, приведенными на рис. 3. Таким образом, аномальное затягивание остаточной намагниченности m(T) (рис. 2, b) в область высоких температур и ее скачкообразное снижение на периферийном участке связано со смещением температуры лабильности ромбической фазы (рис. 2, c) в магнитном поле от T_{t2} при H=0 до T_{t2H} при $H=8.6\,\mathrm{kOe}$. В работе [3] эти высокотемпературные скачки намагниченности на периферийных участках экспериментальных (теоретических) зависимостей $\sigma(T)$, (m(T)), которые являются причиной аномалий обратной восприимчивости, определяются как "периферийные" магнитоструктурные переходы первого рода. В отсутствие магнитного поля "периферийные" магнитоструктурные переходы первого рода трансформируются в структурные переходы первого рода $PM(Pnma) \rightarrow PM(P6_3/mmc)$, которые сопровождаются только скачкообразными изменениями параметра структурного порядка $Q_0(T)$.

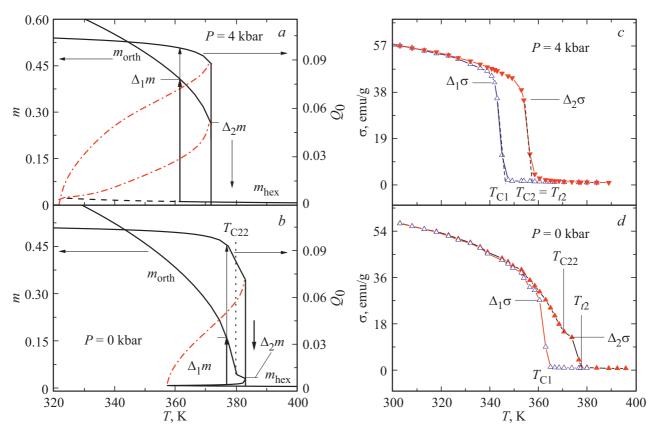


Рис. 4. Трансформация реверсивного перехода под действием давления в поле $H=9.7\,\mathrm{kOe}$: a,b — теоретическая зависимость (безразмерные единицы); c,d — эксперимент. T_{C22} — температура максимального спада намагниченности образца в области ромбической фазы при нагревании, которая при H=0 соответствует температуре Кюри T_{C2} (рис. 2,a) изоструктурного перехода второго рода $FM(orth) \to PM(orth)$.

В сплавах с x < 0.18, когда температурные границы устойчивости структурного и магнитного параметров порядка значительно разнесены, стабилизация структурного параметра порядка приводит только к смещению магнитного упорядочения из области более низких в область более высоких температур $(\theta_{hex} < \theta_{orth} < T_N < T_{t1})$ и поэтому возникновение и исчезновение параметра магнитного порядка происходит при одной и той же температуре и может быть охарактеризовано как изоструктурный переход второго рода $HM(orth) \leftrightarrow PM(orth)$ (рис. 1, a). Возникновение реверсивного перехода первого рода в этом случае (x = 0.11) возможно при сближении характеристических температур магнитного и структурного переходов. Такое сближение может происходить при воздействии гидростатического давления, что приводит к трансформации изоструктурного перехода второго рода $HM(orth) \leftrightarrow PM(orth)$ к реверсивному магнитоструктурному переходу 1-го рода $PM(hex) \rightarrow HM(orth)$ [3]. Для образцов с x = 0.18 барическое сближение характеристических температур магнитного и структурного переходов, напротив, приводит к исчезновению реверсивных переходов и возникновению полноценных магнитоструктурных переходов первого рода $FM(orth) \leftrightarrow PM(hex)$.

Теоретически это было предсказано в [1] при рассмотрении обобщенной P-T-диаграммы системы с сильным взаимодействием параметров магнитного и структурного порядков. В настоящей работе трансформация реверсивного магнитоструктурного перехода первого рода в полноценный магнитоструктурный переход первого рода при увеличении давления иллюстрируется теоретическими зависимостями m(T), $Q_0(T)$ при P = 0 и P = 4 kbar (рис. 4, a, b) при значениях параметров, соответствующих $\delta = 1$. Экспериментальные зависимости намагниченности от температуры при этих давлениях для $Mn_{0.82}Cr_{0.18}NiGe$ (рис. 4, c, d) полностью подтверждают теорию. Как видно из графиков на рис. 4, трансформация реверсивных переходов связана с возрастанием скачков намагниченности от $\Delta_1 m(T_{\rm Cl}) < 1, \ \Delta_2 m(T_{t2}) \ll 1$ при атмосферном давлении (P=0, рис. 4,b) до $\Delta_2 m(T_{t2}) < \Delta_1 m(T_{t1}) < 1$ при $P = 4 \, \text{kbar}$, рис. 4, b. Сближение и совмещение характерных температур под действием давления при магнитоструктурных переходах отслеживается на экспериментальной и теоретической Р-Т-диаграммах исследуемого сплава (рис. 5).

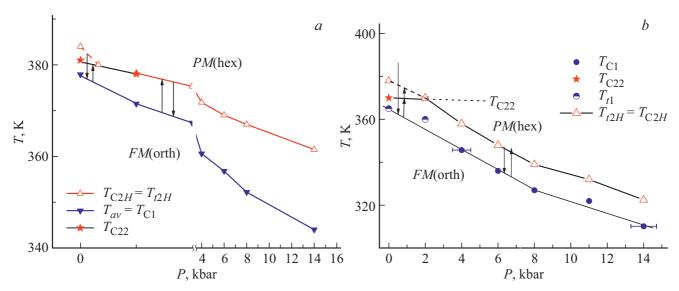


Рис. 5. Теоретическая (a) и экспериментальная (b) P-T-диаграммы сплава $Mn_{0.82}Cr_{0.18}NiGe$ в поле $H=9.7\,\mathrm{kOe}$.

4. Магнитокалорические особенности реверсивных переходов

Выражение для энтропии системы $S\equiv S[Q_0(T,H),\,y(t,H),\,T]$ можно получить из определения $S=-\partial\Omega/\partial T$ и привести к виду

$$S[Q_{0}(T, H), y(T, H), T]$$

$$= Nk_{B} \ln\{z[X(Q_{0}(T, H), y(T, H), T)]\}$$

$$- Nk_{B}y(T, H)X(Q_{0}(T, H), y(t, H), T)$$

$$+ \alpha k_{0}e_{1}(Q_{0}(T), y(T, H), T) + \frac{1}{2}N_{0}k_{B} \ln(Q_{0}(T, H), T).$$
(7)

В (7) первые два слагаемых соответствуют энтропии магнитоупорядоченной системы спинов в ромбической $(Q_0 \neq 0)$ или гексагональной $(Q_0 = 0)$ кристаллических решетках при заданной температуре. Третье слагаемое — энтропия объемно-деформированного магнитоупорядоченного кристалла в ромбическом (гексагональном) состояниях. Последнее слагаемое описывает понижение энтропии кристалла, обусловленное изменением величины параметра структурного порядка Q_0 . Зависимости $S[Q_0(T,H),y(T,H),T]$ от температуры в магнитном поле $(H=9.7\,\mathrm{kOe})$ и без поля (H=0) представлены на рис. 6.

Можно ожидать, что эта зависимость будет проявлять реверсивные свойства и существенные ее изменения зависят от последовательности изменения температуры (повышения, понижения температуры). Это наиболее отчетливо проявляется на изотермической зависимости $\Delta S(T,H) = S[Q_0(T,H),y(T,H),T] - [Q_0(T,0),y(T,0),T]$ (рис. 7), которая используется для оценки магнитокалорического эффекта в практи-

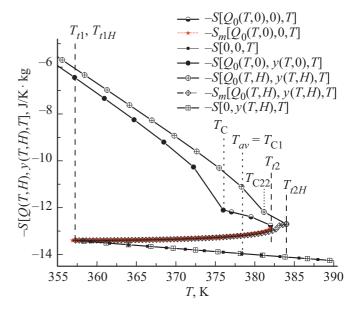


Рис. 6. Теоретическая температурная зависимость энтропии системы в процессе реализации инверсионного магнитоструктурного перехода первого рода в магнитном поле $H=9.7\,\mathrm{kOe}$ и без поля. Вертикальные штриховые линии отмечают температуры лабильности ромбической и гексагональной фаз в поле $H=9.7\,\mathrm{kOe}$ и без поля; зависимости с индексом $m(S_m)$ соответствуют максимумам термодинамического потенциала; T_{C22}, T_{C} — температуры изоструктурных переходов $FM(orth) \to PM(orth)$ в поле и без поля при нагревании.

ческих приложениях. На рис. 7 сопоставлены теоретическая и экспериментальная (полученная методом Максвелла [10]) зависимости $\Delta S(T, H)$.

При понижении температуры от состояния PM(hex) в области $T_{t1} \leq T_{Cl} < T$ величины $\Delta S(T, H)$ на рис. 7, b определяются выражением. При $T = T_{Cl}$ величина

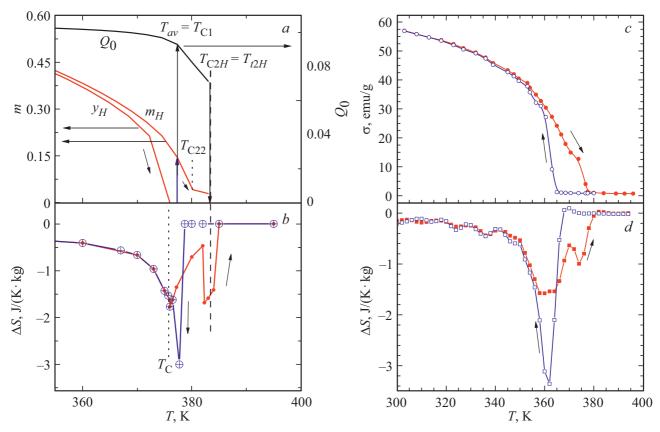


Рис. 7. Магнитоструктурные характеристики $Mn_{0.82}Cr_{0.18}NiGe\ (a,c)$, совмещенные с теоретической (b) и экспериментальной (d) температурными зависимостями изменения магнитной энтропии $\Delta S(T) = S(T,H=9.7\,\mathrm{kOe}) - S(T,H=0)$; a — теоретические температурные зависимости безразмерной намагниченности $m_H = y_H \cos\left(\vartheta(H)\right)$, параметра структурного порядка Q_0 в поле $H=9.7\,\mathrm{kOe}$ и параметра магнитного порядка y_H при H=0; c — экспериментальная температурная зависимость намагниченности σ в поле $H=9.7\,\mathrm{kOe}$. Экспериментальные зависимости $\Delta S(T)$ получены по данным магнитных измерений с использованием соотношений Максвелла.

 $\Delta S(T_{\text{Cl}},H) = S[Q_0,y(T_{\text{Cl}},H),T_{\text{Cl}}] - S[0,y(T_{\text{Cl}},0),T_{\text{Cl}}]$ определяет резкий пик зависимости $\Delta S(T,H)$. Этот пик соответствует магнитоструктурному переходу первого рода $PM(hex) \to FM(orth)$. Дальнейшее понижение температуры формирует плавную спадающую зависимость $\Delta S(T,H)$, определяемую выражением: $\Delta S(T,H) = S[Q_0,y(T,H),T] - S[0,y(T,0),T]$.

Таким образом, понижение температуры характеризуется однопиковой структурой зависимости $\Delta S(T, H)$. Напротив, при повышении температуры можно выделить два заметных пика. Высокотемпературный пик, который определяется разностью $\Delta S(T_{\rm C2},\Delta H)=$ $=S[Q_0(T_{C2}, H), y(T_{C2}, H), T_{C2}] - S[Q_0(T_{C2}, 0), 0, T_{C2}]$ coответствует изоструктурному переходу второго рода $FM(orth) \leftrightarrow PM(orth)$. Низкотемпературный пик определяется разностью $S[Q_0(T, H), y(T, H), T_t] - S[0, 0, T_t]$ окрестности T_{t2H} и соответствует нитному структурному переходу первого $PM(orth) \rightarrow PM(hex)$. Как видно из сопоставления экспериментальных и теоретических графиков на рис. 7, обе зависимости $\Delta S(T, \Delta H)$ находятся в хорошем качественном соответствии.

Заключение

Теоретический анализ, проведенный в настоящей работе, позволил объяснить магнитные и магнитокалорические особенности магнитноструктурных фазовых переходов, которые реализуются в системах с кристаллоструктурной неустойчивостью.

1. При определенных соотношениях между обменными и структурными параметрами, ответственными за возникновение низкосимметричных магнитного и структурного параметров порядка, возможна реализация реверсивных переходов первого рода. При реверсивных переходах охлаждение образца приводит к магнитоструктурному переходу первого рода $PM(hex) \to FM(orth)$; при нагревании образца реализуются два фазовых перехода. Магнитное разупорядочение описывается изоструктурным переходом второго рода $FM(orth) \leftrightarrow PM(orth)$. Затем при более высоких температурах реализуется парамагнитный структурный переход $PM(orth) \to PM(hex)$. В магнитном поле этот переход реализуется как периферийный магнитоструктурный переход первого рода с небольшим конечным скачком

намагниченности. Периферийный переход ответственен за аномальное поведение обратной магнитной восприимчивости.

- 2. Особенностью периферийных магнитоструктурных переходов первого рода является возрастание скачка намагниченности при возрастании напряженности магнитного поля.
- 3. Последовательность скачкообразных изменений намагниченности при реверсивных переходах определяет характерную реверсивную последовательность пиков изотермической зависимости $\Delta S(T, H)$.
- 4. Воздействие давления на реверсивные переходы приводит к трансформации их в полноценные магнитоструктурные переходы первого рода $PM(hex) \leftrightarrow FM(orth)$.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 20-19-00745).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Приложение

Гамильтониан спиновой подсистемы в присутствии внешнего магнитного поля ${\bf H}_0$ можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{H}}_{s} = -\sum_{nk,n'k'} J_{nn'}^{kk'} \hat{\mathbf{s}}_{n}^{k} \hat{\mathbf{s}}_{n'}^{k'} - 2\mu_{0} \mathbf{H}_{0} \sum_{ni} \hat{\mathbf{s}}_{n}^{k}, \qquad (\Pi 1)$$

где $\hat{\mathbf{s}}_n^k$ — оператор спина атома k в элементарной гексагональной ячейке n; $\mathbf{J}_{nn'}^{kk'} \equiv J\left(\left|\Delta\mathbf{R}_{nn'}^{kk'}\right|\right)$ — соответствующие интегралы обменного взаимодействия между магнитоактивными атомам на расстояниях $\left|\Delta\mathbf{R}_{nn'}^{kk'}\right|;$ $\sum_n N_0,$ $\sum_{n,k} = N = 2N_0x$ — число элементарных ячеек и число магнитоактивных атомов (Mn) в единице объема, $\mathbf{H}_0 = (0,0,H_0)$ — вектор внешнего однородного магнитного поля, μ_0 — магнетон Бора.

Для простого гелимагнетика (HM) с волновым вектором $\mathbf{k}=(0,0,k_a)$ угол $\Psi_{nn'}^{kk'}$ между направлениями средних значений спинов атомов, находящихся на расстояниях $|\Delta \mathbf{R}_{nn'}^{kk'}|$, определяется выражением $\Psi_{nn'}^{kk'}=\mathbf{k}(\mathbf{R}_{n'}^{k'}-\mathbf{R}_{n}^{k})\equiv\mathbf{k}\Delta\mathbf{R}_{nn'}^{kk'}=k_ac_{nn}^{kk'}$ ($c_{nn}^{kk'}-$ расстояние между атомамив kn, k'n' вдоль направления волнового вектор \mathbf{k} . Для описания HM-упорядочения в приближении среднего поля используем гамильтониан (П2), в котором направление пространственно-неоднородного среднего поля $\mathbf{h}_{n}^{k}=h\mathbf{U}_{n}^{k}$ для атома в позиции \mathbf{R}_{n}^{k} определяется единичным вектором $\mathbf{U}_{n}^{k}=\left(\cos(\mathbf{k}\mathbf{R}_{n}^{k})\right)\sin(\vartheta)\sin(\mathbf{k}\mathbf{R}_{n}^{k})\sin(\vartheta)$, $\cos(\vartheta)$) и совпадает с направлением локальной оси квантования. Предполагается, что при $H_{0}=0$ локальная ось квантования находится в базовой плоскости, перепендикулярной \mathbf{k} ,

 $(\vartheta=\pi/2)$. Модельный гамильтониан $\hat{\mathbf{H}}_{hs}$ и модельная свободная энергия $\Omega_h\equiv\Omega(h)$ определяются выражениями

$$\hat{\mathbf{H}}_{hs} = -\sum_{nk} h \mathbf{U}_n^k \hat{\mathbf{s}}_n^k = -\sum_{nk} h \hat{m}_n^k, \tag{\Pi2}$$

$$\Omega_h = \langle \hat{\mathbf{H}}_s - \hat{\mathbf{H}}_{hs} \rangle_h - Nk_B T \ln[z(X)], \tag{\Pi3}$$

 $\hat{m}_n^k = \mathbf{U}_n^k \hat{\mathbf{s}}_n^k$ — оператор проекции спина на ось квантования,

$$\langle \hat{\mathbf{H}}_{s} - \hat{\mathbf{H}}_{hs} \rangle_{h} = -\sum_{n,k} \left[\left[\sum_{n',k'} J(\Delta \mathbf{R}_{nn'}^{kk'}) \langle \hat{\mathbf{s}}_{n}^{k} \rangle_{h} \langle \hat{\mathbf{s}}_{n'}^{k'} \rangle_{h} \right]$$

$$+ 2\mu_{0} \mathbf{H}_{0} \langle \hat{\mathbf{s}}_{n}^{k} \rangle - \langle \hat{m} \rangle_{h} h \right] = -\sum_{n,k} \left[\left[\langle \hat{m} \rangle_{h}^{2} \sum_{n',k'} J(\Delta \mathbf{R}_{nn'}^{kk'}) \mathbf{U}_{n}^{k} \mathbf{U}_{n'}^{k'} \right]$$

$$+ 2\mu_{0} \mathbf{H}_{0} \mathbf{U}_{n}^{k} \langle \hat{m} \rangle_{h} - \langle \hat{m} \rangle_{h} h \right] = -N \langle \hat{m} \rangle_{h}^{2} \left[J(k) \sin^{2}(\vartheta) \right]$$

$$+ J(0) \cos^{2}(\vartheta) - N2\mu_{0} H_{0} \cos(\vartheta) \langle \hat{m} \rangle_{h} + N \langle \hat{m} \rangle_{h} h.$$
(\Pi4a)

В (П4а) учтено, что $\mathbf{H}_0\mathbf{U}_n^k=H_0\cos(\vartheta)$ и вклад в диагональные собственные значения $\hat{\mathbf{s}}_n^k$ будут давать лишь компоненты \hat{m}_n^k , направленные вдоль среднего поля, поэтому связь между средним значением спина $\langle \hat{\mathbf{s}}_n^k \rangle_h$ и $\langle \hat{m}_n^k \rangle_h$ в приближении среднего поля определяется выражением

$$\langle \hat{\mathbf{s}}_{n}^{k} \rangle_{h} = \mathbf{U}_{n}^{k} \langle \hat{m}_{n}^{k} \rangle_{h} = \mathbf{U}_{n}^{k} \langle \hat{m} \rangle_{h} = \mathbf{U}_{n}^{k} \mathbf{v} s. \tag{\Pi4b}$$

Усреднение в рамках ПСП проводится по схеме

$$ys = \langle \hat{m} \rangle_h = \operatorname{Sp} \hat{m} e^{\beta h \hat{m}} / z(x) = \sum_{m=-s}^{s} m e^{\beta h m} / z(X)$$

$$\equiv \beta^{-1} \partial \ln z(X) / \partial h = s B_s(X)$$

$$= s \left[\left(\frac{1}{2s+1} \right) \operatorname{coth} \frac{1}{2s+1} X - \left(\frac{1}{2s} \right) \operatorname{coth} \frac{1}{2s} X \right], \tag{\Pi5}$$

$$z(X) = \operatorname{Sp} e^{\beta h \hat{m}_n^k} = \sum_{m=-s}^{s} e^{\beta h m_n^k}$$

$$= \operatorname{sh} \left[(1 + (2s)^{-1}) X \right] / \operatorname{sh} \left[(2s)^{-1} X \right], \tag{\Pi6a}$$

$$X = \beta s h. \tag{\Pi6b}$$

В приближении ближайших и следующих за ближайшими атомами Мn в плоскостях перпендикулярных волновому вектору $\mathbf{k}\ J(k_a)$ имеет вид

$$J(k_a) = \sum_{\Delta R} J(|\Delta \mathbf{R}|) \cos(\mathbf{k} \Delta \mathbf{R}) \approx J_0 + J_1 \cos(\Psi) + J_2 \cos(2\Psi),$$

$$(\Pi 6c)$$

$$J(0) \equiv J(k_a = 0) \equiv J(\Psi = 0) = J_0 + J_1 + J_2.$$
 ($\Pi 6d$)

С учетом (П4-П6) Ω_h приобретает вид

$$\begin{split} \Omega_h &= -Ns^2y^2\big[J(k_a)\sin^2(\vartheta) + J(0)\cos^2(\vartheta)\big] \\ &- Nsy2\mu_0H_0\cos(\vartheta) + Nsyh - Nk_BT\ln[z(X)]. \end{split} \tag{\Pi7}$$

Выражение для модуля среднего поля h определяется из условия $d\Omega_h/dh=\partial\Omega_h/\partial h+(\partial\Omega_h/\partial y)dy/dh=0$, которое с учетом (П5) приводится к виду

$$(dy/dh)\{-2sy[J(k_a)\sin^2(\vartheta) + J(0)\cos^2(\vartheta)]$$
$$-2\mu_0 H_0\cos(\vartheta)s + h\} = 0. \quad (\Pi8)$$

Отсюда

$$h = 2sy \left[J(k_a) \sin^2(\vartheta) + J(0) \cos^2(\vartheta) \right] + 2\mu_0 H_0 \cos(\vartheta) s.$$
(II9)

После подстановки в (П7) выражения для h $\Omega_h \equiv \Omega(h)$ приобретает вид $\Omega_2(y)$ в (3c).

Список литературы

- [1] В.И. Вальков, В.И. Каменев, В.И. Митюк, И.Ф. Грибанов, А.В. Головчан, Т.Ю. Деликатная. ФТТ **59**, 266 (2017).
- [2] В.И. Вальков, И.Ф. Грибанов, Б.М. Тодрис, А.В. Головчан, В.И. Митюк. ФТТ **60**, 1113 (2018).
- [3] В.И. Вальков, А.В. Головчан, В.В. Коледов, Б.М. Тодрис, В.И. Митюк. ФТТ 62, 710 (2020).
- [4] B. Penc, A. Hoser, S. Baran, A. Szytuła. Phase Transit. **91**, 118 (2018)
- [5] J. Łažewski, P. Piekarz, K. Parlinski. Phys. Rev. B 83, 054108 (2011).
- [6] Р. Блинц, Б. Жекш. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. Динамика решетки. Мир, М. (1975).
- [7] A.I. Liechtenstein, M.I. Katsnelson, V.P. Antropov, V.A. Gubanov. JMMM 67, 65 (1987).
- [8] I. Rungger, S. Sanvito. Phys. Rev. B 74, 024429 (2006).
- [9] L.M. Sandratskii, E. Sasioglu. Phys. Rev. B 74, 214422 (2006).

Редактор Е.Ю. Флегонтова