Журнал технической физики, 2021, том 91, вып. 6

05

Неупругое растяжение медного однопроволочного проводника при неограниченных местных деформациях и положительной температуре

© А.И. Недобитков, Б.М. Абдеев

Восточно-Казахстанский технический университет им. Д. Серикбаева,
070014 Усть-Каменогорск, Казахстан
e-mail: a.nedobitkov@mail.ru

Поступило в Редакцию 30 сентября 2020 г.
В окончательной редакции 3 декабря 2020 г.
Принято к публикации 23 декабря 2020 г.

Представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований деформации однопроволочного медного проводника под действием токовой перегрузки. Проводник исследовался с помощью растрового электронного микроскопа JSM-6390L. На основе классической нелинейной задачи строительной механики получена математическая модель напряженно-деформированного состояния растянутого медного стержня при температуре до 700°C. Определены механические усилия в однопроволочном медном проводнике, вызывающие образование шейки при протекании сверхтока. Математическая модель доведена до простых аналитических зависимостей, что позволяет использовать их при проведении судебной пожарно-технической экспертизы.

Ключевые слова: сила, напряжение, несущая способность, деформация, пластичность, диаграмма, медный проводник, токовая перегрузка.

DOI: 10.21883/JTF.2021.06.50864.282-20

Введение

В работах [1,2] отмечается, что при установлении причины пожара исследованию электропроводки на предмет наличия следов протекания аварийных процессов традиционно уделяется особое внимание. Авторами [2] показано, что потенциальная пожарная опасность электропроводки обусловлена сочетанием в ней горючей среды (электроизоляция, оболочки кабелей и т.п.) и источников зажигания (искры, дуги, нагретые электрическим током детали и т.п.), появляющихся при работе электрооборудования в аварийных режимах.

Так же в работах [1,2] указывается, что при определенных значениях кратности перегрузки может произойти фрагментация (разделение на части медного проводника), а также появление на его поверхности характерных следов — утолщений, утончений (шеек) и вздутий. При этом в работе [2] приводятся экспериментальные данные при токе перегрузки 120–600 A с напряжением 220 V, и констатируется, что при кратности токовой перегрузки от 4 до 16 разрыв проводника происходит в результате плавления проводника, а также под действием сил поверхностного натяжения на медном проводнике образуются утолщения и утончения — шейки. А при кратности токовой перегрузки от 12 и выше разрыв проводника происходит в результате пинч-эффекта [2]. Некоторые аспекты поведения медных проводников под действием токовой перегрузки приведены в работе [3], наглядно подтверждающей наличие деформации в виде шеек.

С другой стороны, в работе [4] приводятся данные, согласно которым на поверхности медных образцов диаметром 1 mm. при токе 50–2500 A возникают напряжения $(0.5-7)\cdot 10^4$ Pa. Указанная величина может влиять на пластическую деформацию металлических кристаллов, но не определяет всей величины эффекта действия тока [4]. Авторами [4] показано, что расчетная максимальная осевая сила меньше в 25–30 раз наблюдаемых экспериментально скачков деформирующего усилия. Таким образом, „эффект пасты“, связанный с пинч-действием импульсного тока в опытах не имел места [4].

В свою очередь, в работе [5] исследовалась зона разрушения образца ультрамелкодисперсной меди при одноосном растяжении. Авторы [5] пришли к выводу, что работа тока во внешнем электрическом поле определяет производство энтропии, которое стабилизирует развитие локализованных полос сдвига с образованием в зонах пластических ротаций концентраторов напряжений. Фрагментация материала в зонах пластических ротаций вызывает рост величины деформирующих напряжений. Трансляционные сдвиги создают новые пластические ротации, и электропластический эффект обусловливает модуляцию внешних деформирующих напряжений подобно эффекту Портевена–Ле Шателье [5]. Несомненно, работа [5] имеет глубокое теоретическое значение, но в практике расследования причины пожаров мало применима.

В свете изложенного целью настоящей работы является определение механических усилий в однопроволочном медном проводнике, вызывающих образование

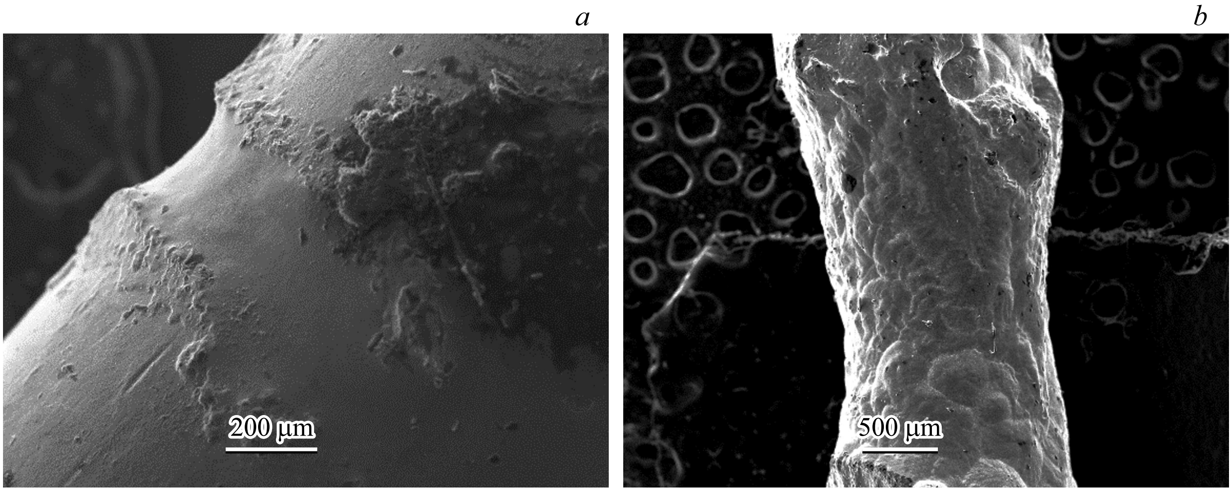

Рис. 1. Образование шейки медного проводника под действием токовой перегрузки: *a* — начальный момент образования шейки, *b* — момент перед фрагментацией, когда шейка истончена и близка к разрушению.

шейки при протекании сверхтока. Исходя из этого были поставлены следующие задачи исследования:

— вывести усовершенствованное решение классической нелинейной задачи строительной механики по математическому моделированию напряженно-деформированного состояния растянутого медного стержня в условиях положительного температурного градиента и теоретически неограниченных перемещений;

— показать, что не применяемая ранее степенная функциональная зависимость между условным напряжением σ и деформацией ε, базирующаяся на четырех известных физико-механических константах E, σ_{pp}, σ_{02}, δ, дает возможность с достаточной точностью как в количественном, так и качественном отношениях аппроксимировать весь процесс неупругого статического растяжения, где для меди [6–8] E — модуль упругости, σ_{pp} — предел прочности, σ_{02} — условный предел текучести, δ — остаточное относительное удлинение;

— довести алгоритм решения специальной задачи сопротивления материалов до простых конечных аналитических зависимостей, проиллюстрированных характерным примером расчета медного стержня круглого поперечного сечения при $t = 20$ и $700°$C;

— продемонстрировать, что полученные результаты возможно непосредственно использовать при проведении судебных пожарно-технических экспертиз.

1. Материалы и методика экспериментов

Исследования выполнены в Центре превосходства „Veritas" Восточно-Казахстанского технического университета им. Д. Серикбаева на растровом электронном микроскопе JSM-6390LV. Объектом исследования являлся однопроволочный медный проводник без изоляционного покрытия диаметром 1 mm и сечением 0.785 mm^2. Согласно справочным данным, максимально допустимая сила тока для медного проводника такого сечения составляет порядка 15–19 A. Эксперимент проводился по аналогии с работами [1,2]. Отличием от работ [1,2] являлось то, что через проводник пропускали ток кратностью 4–6 не до его разрушения (фрагментации) [1,2], а до момента образования шейки и ее развития (рис. 1). На рис. 1 показаны различные стадии процесса образования шейки медного проводника под действием токовой перегрузки.

2. Теоретические основы

Для разработки математической модели напряженного состояния неупругого растяжения [6–9] медного стержня круглого поперечного сечения нагруженного силой P в области наибольшего местного сужения (образования шейки) до момента предшествующего разрыву [8,10] использовалась расчетная схема, приведенная на рис. 2. На расчетных схемах рис. 2 использованы следующие обозначения: dx_0 — бесконечно малый начальный слой материала стержня диаметром d_0; dx — продольный размер шейки, имеющей минимальное сечение d при $x = 0$, в процессе ее возникновения под действием нагрузки P.

Рассмотрим монотонное увеличение отрезка dx_0 до заметно большего значения $dx \gg dx_0$, когда $P \neq 0$. В геометрическом аспекте это свойство растянутого бруса характеризуется мерой, предложенной Коши [8,11]:

$$\varepsilon = \frac{dx - dx_0}{dx_0} = \frac{dx}{dx_0} - 1 = \frac{\Delta dx_0}{dx_0}, \tag{1}$$

где $\Delta dx_0 = dx - dx_0$ — абсолютное удлинение участка dx_0.

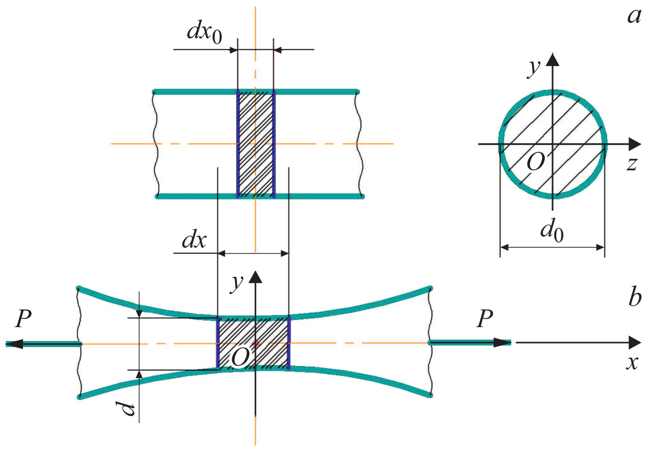

Рис. 2. Расчетная схема: a — исходное состояние ($P = 0$), b — после приложения силы P.

Безразмерный параметр ε возможно применять тогда, когда $\varepsilon \le 0.005$. В случае $\varepsilon \gg 0.005$, который охватывает весь процесс растяжения вплоть до образования шейки (рис. 2) и разрушения материала, необходимо переходить к так называемой истинной ε_i или логарифмической деформации Генки [8,11]:

$$\varepsilon_i = \ln\left(\frac{dx}{dx_0}\right) = \ln\left(\frac{dx_0 + \Delta dx_0}{dx_0}\right) = \ln(1+\varepsilon) < \varepsilon. \quad (2)$$

При малых $\varepsilon \le 0.005$ формулы (1) и (2) практически совпадают. Если же $\varepsilon > 0.01$, то расхождение между ε_i и ε может быть заметным, а при $\varepsilon > 0.1$ — существенным [8].

Погрешность Δ приближенного соотношения (1) определяется неравенством [8]

$$\Delta = \left|\frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\varepsilon}\right| < \frac{1}{2}|\varepsilon|, \quad (3)$$

которое справедливо как при растяжении (ε, $\varepsilon_i > 0$), так и в условиях сжатия (ε, $\varepsilon_i < 0$).

Актуальность поставленной задачи заключается, прежде всего, в возможности количественно оценивать несущую способность (прочность, жесткость, устойчивость [8,11]) растянутых стержневых элементов конструкций, обладающих физической и геометрической нелинейностью [6,9,11,12]. При этом следует подчеркнуть, что знание о величинах характеристик прочности, жесткости и пластичности конкретного материала в условиях нормальной (комнатной) температуры $t_n = 20^\circ$C является уже далеко недостаточным для расчетов несущих конструкций, работающих с положительными и большими тепловыми перепадами (градиентами) [7,11–16].

$$T = t - t_n = t - 20^\circ\mathrm{C} \ge 0. \quad (4)$$

Следует отметить, что с повышением температуры t начальный модуль упругости $E = E(t)$, предел прочности $\sigma_{pp} = pp(t)$ и условный предел текучести $\sigma_{02} = \sigma_{02}(t)$ непрерывно и сильно понижаются у цветных металлов (медь, алюминий, свинец, цинк, никель) их сплавов [7,11,14–17].

В основу физико-математической модели одноосного неупругого растяжения (рис. 2) положим классические предпосылки прикладной механики изотропного однородного твердого тела [7,8], и введем с учетом больших относительных линейных деформаций (2):

— в пределах размеров dx, dx_0 диаметры $d_0 = \mathrm{const}$, $d = \mathrm{const}$, т. е. предполагаем, что в самом узком месте сужения сохраняется цилиндрическая форма [7–10,14];

— соблюдается гипотеза плоских сечений [8,11,14];

— объем участков стержня длиной dx, dx_0 остается неизменным, что — характерно для пластичных материалов (в том числе меди) и равносильно коэффициенту Пуассона [6,8,10,18] $\mu = 0.5$, что экспериментально-теоретически подтверждено при испытаниях и расчетах лабораторных образцов, при условии $\varepsilon > 0.02$ [8];

— вследствие малости коэффициента линейного теплового расширения меди $\alpha \ll 1$ [11,12,14]:

а) не меняются исходный d_0 и текущий (конечный) d диаметры стержня при воздействии $t > 20^\circ$C;

б) соотношение между температурной деформацией $\varepsilon_t = \alpha T$ и нормальным напряжением σ_t является линейным [6,11]

$$\sigma_t = \sigma_t(t) = -E(t)\varepsilon_t(t) = -E(t)\alpha T \quad (5)$$

и, принимая во внимание статическую определенность решаемой задачи при условии отсутствия кинематических связей, стесняющих свободное перемещение границ стержня, можно считать, что $\sigma_t = 0$ и в этом случае напряженно-деформированное состояние будет характеризоваться только внутренними силовыми σ, σ_i и геометрической ε составляющими (рис. 3) [7,8,11,14].

На графиках рис. 3 использованы следующие обозначения: σ, ε — условное нормальное напряжение σ и соответствующая ему относительная растягивающая деформация ε; β — угол между касательной в точке „0“ и осью ε; σ_i — истинное напряжение; $\sigma_{pp}, \sigma_{ipp}$ — соответственно условный σ_{pp} и фактический (истинный) σ_{ipp} пределы прочности упруго-пластичного материала (меди); B, BI — точки, соответствующие моменту действия наибольшей растягивающей силы $P_{\max}$, а также напряжениям $\sigma_{pp}, \sigma_{ipp}$ и началу возникновения шейки; ε_{pp} — суммарная относительная деформация, соответствующая напряжениям $\sigma_{pp}, \sigma_{ipp}$; δ — экспериментально определяемая величина остаточного относительного удлинения; C, CI, σ_c, σ_{cI} — точки и напряжения (σ_c, σ_{cI}), соответствующие деформации δ; ε_b — пластическая (остаточная) часть полной деформации ε_{pp}.

Руководствуясь прогнозируемым очертанием условной диаграммы $\sigma-\varepsilon$ (рис. 3), в качестве аппроксимирующей функции $\sigma(\varepsilon)$ принимаем, учитывая (2), оригинальную экспоненциально-логарифмическую степенную

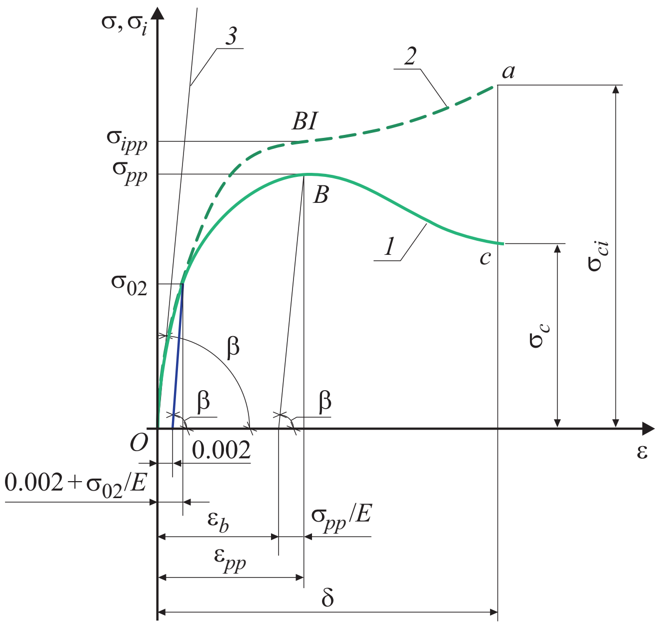

Рис. 3. Характер изменения основной моделирующей функции (6): *1* — условная диаграмма $\sigma(\varepsilon)$, *2* — истинная зависимость $\sigma_i(\varepsilon)$, *3* — касательная в точке „*OI*“ с тангенсом угла наклона $\mathrm{tg}\beta = E$.

зависимость [18,19]

$$\sigma=\sigma(\varepsilon_i)=Ae^{-k\varepsilon_{\text{и}}^n}\varepsilon_i=\sigma(\varepsilon)=Ae^{-k\ln^n(1+\varepsilon)}\ln(1+\varepsilon), \qquad (6)$$

$$0 \le \varepsilon \le \delta, \qquad (7)$$

имеющую нисходящий участок, характерный для пластичных материалов [6–8], и экстремум, равный известному нормативному пределу прочности σ_{pp}, соответствующему искомой деформации

$$\varepsilon_{pp} = \varepsilon_t + \frac{\sigma_{pp}}{E}, \qquad (8)$$

где $A > 0$, $k > 0$, $0 < n < 1$ — параметры, подлежащие вычислению; $\delta = \delta(t^\circ\mathrm{C})$ — средняя величина условного остаточного относительного удлинения [7,8,11,13] после разрушения стандартного лабораторного образца материала; $E = E(t)$ — начальный модуль упругости меди в зависимости от температуры t [6,8,15]; ε_t — остаточная деформация, адекватная временному сопротивлению σ_{pp}; $e = 2.71828$ — основание натурального логарифма [19].

Моменты действия максимального усилия $P_{\max}$ (рис. 2) соответствуют точкам B и BI на обычной кривой деформирования *1* и истинной диаграмме *2* (рис. 3). При этом в граничной точке B на основании принятых допущений происходит потеря устойчивости по длине dx, равномерной пластической деформации, и начало возникновения шейки [8,11].

Растягивающая сила [11] (рис. 2)

$$P = \sigma_i F, \qquad (9)$$

где F — фактическая площадь поперечного сечения:

$$F = \frac{\pi d^2}{4}, \qquad (10)$$

которая меньше начальной

$$F_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}, \qquad (11)$$

ввиду поперечных истинных деформаций ε_{pi}, связанных с ε_i логарифмической зависимостью Пуассона [8,10,11]

$$\varepsilon_{pi} = -\mu\varepsilon_i, \qquad (12)$$

или, учитывая (2) и условие не сжимаемости материала (5) [10],

$$\ln\frac{d}{d_0} = -0.5\ln\left(\frac{dx}{dx_0}\right) = \ln\left(\frac{dx}{dx_0}\right)^{-1/2}, \qquad (13)$$

откуда получаем

$$\frac{d}{d_0} = \frac{1}{(\frac{dx}{dx_0})^{1/2}} = \frac{1}{(1+\varepsilon)^{1/2}}. \qquad (14)$$

При любой форме сечения

$$\frac{F}{F_0} = \frac{4\pi d^2}{4\pi d_0^2} = \frac{1}{1+\varepsilon}, \quad F = \frac{F_0}{1+\varepsilon} \qquad (15)$$

на основании (10), (11) и (14).

Очевидно, что при критической нагрузке $P_{\max}$, согласно (10), и на основании [8,10,19] получаем равенства (рис. 2)

$$dP = d\sigma_i F + \sigma_i dF = 0, \quad \left[\frac{dP}{d\varepsilon}\right]_{\varepsilon=\varepsilon_{pp}} = 0. \qquad (16)$$

Для определения четырех констант A, k, n, ε_{pp}, входящих в формулы (6), (8), составляем 4 условия [6,8].

1) Равенство предела прочности аппроксимирующей кривой (6) справочному экспериментальному значению σ_{pp} при $\varepsilon = \varepsilon_{pp}$:

$$\sigma_{pp} = Ae^{-k\ln^n(1+\varepsilon_{pp})}\ln(1+\varepsilon_{pp}). \qquad (17)$$

2) Требование существования максимума

$$\sigma_{\max} = \sigma_{pp} \qquad (18)$$

в точке B диаграммы „$\sigma-\varepsilon$“ с пока неизвестной абсциссой ε_{pp} (рис. 3):

$$\left[\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right]_{\varepsilon=\varepsilon_{pp}} = [E_{\text{к}}(\varepsilon)]_{\varepsilon=\varepsilon_{pp}} = E_{\text{к}}(\varepsilon_{pp}) = 0, \qquad (19)$$

где $E_{\text{к}}(\varepsilon)$ — касательный модуль [6,8,19].

3) Равенство условного (опытного) предела текучести σ_{02} [7,8,11] и моделирующего функционального соотношения (6), т.е. (рис. 3)

$$\sigma_{02} = Ae^{-k\ln^n(1+\varepsilon_{ost}+\frac{\sigma_{02}}{E})}\left(1+\varepsilon_{ost}+\frac{\sigma_{02}}{E}\right), \tag{20}$$

когда остаточная пластическая деформация $\varepsilon_{ost} = 0.002$.

4) Равенство касательного модуля $E_{\text{к}}$ начальному модулю упругости $E = E(t^\circ\text{C})$ в случае $\varepsilon = 0$

$$E_{\text{к}}^{(0)} = \left[\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right]_{\varepsilon=0} = E = \text{const}, \tag{21}$$

выражающее автоматическую трансформацию функции (6) в классический закон Гука [7,8,11,14] $\sigma = E\varepsilon$.

С целью реализации условий (19), (21) записываем общее выражение первой производной [19]:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \left[-ke^{-k\ln^n(1+\varepsilon)}\frac{1}{1+\varepsilon}\,n\ln^{n-1}(1+\varepsilon)\ln(1+\varepsilon)\right.$$
$$\left.+\,e^{-k\ln^n(1+\varepsilon)}\frac{1}{1+\varepsilon}\right] = \frac{A}{1+\varepsilon}\,e^{-k\ln^n(1+\varepsilon)}[1-kn\ln^n(1+\varepsilon)], \tag{22}$$

где при $\varepsilon = 0$ на основании (21)

$$\left[\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right]_{\varepsilon=0} = A = E, \tag{23}$$

а из равенства (19) находим соотношение

$$k = \frac{1}{n\ln^n(1+\varepsilon_{pp})}. \tag{24}$$

Подставляя (23), (24) в формулу (17) получаем

$$\sigma_{pp} = Ee^{-1/n}\ln(1+\varepsilon_{pp}), \tag{25}$$

откуда следует

$$\varepsilon_{pp} = e^{\frac{\sigma_{pp}}{E}e^{1/n}} - 1. \tag{26}$$

Далее заменяем параметры $A, k, \varepsilon_{pp}, \varepsilon_{ost}$ в аналитическом выражении (20), воспользовавшись условием $\varepsilon_{ost} = 0.002$ и выражениями (23)–(25). В итоге будем иметь трансцедентное уравнение [19] относительно n-вида

$$\frac{1}{n}\left(\frac{0.002+\frac{\sigma_{02}}{E}}{\frac{\sigma_{pp}}{E}}\right)^n = -e\ln\frac{\sigma_{02}}{E(0.002+\frac{\sigma_{02}}{E})} \tag{27}$$

с известной правой частью.

В связи с указанной особенностью расчета показателя степени n записываем условную диаграмму растяжения (6) в численном виде с интервалом (7) изменения деформации ε для характерных тепловых режимов $t = 20^\circ$C, $t = 700^\circ$C на примере стандартной электротехнической меди марки М1 по ГОСТ 859-2014 и ТУ16.К71-087-90, у которой [15,16]:

— при $t = 20^\circ$C,

$$E = 12714\,\text{kg/mm}^2,\ \ \sigma_{pp} = 22.44\,\text{kg/mm}^2,$$

$$\sigma_{02} = 6.12\,\text{kg/mm}^2,\quad \delta = 0.45;$$

— при $t = 700^\circ$C,

$$E = 9883\,\text{kg/mm}^2,\quad \sigma_{pp} = 3.06\,\text{kg/mm}^2,$$

$$\sigma_{02} = 1.02\,\text{kg/mm}^2,\quad \delta = 0.71.$$

Для удобства последующих вычислений преобразуем исходную зависимость (6) с учетом (23), (24)

$$\sigma = \sigma(\varepsilon) = Ee^{-\frac{[\frac{\ln(1+\varepsilon)}{\ln(1+\varepsilon_{pp})}]^n}{n}}\ln(1+\varepsilon) \tag{28}$$

и конкретизируем равенство (27), пользуясь справочными данными [15] и работой [11]:

— при $t = 20^\circ$C $\frac{1.40392^n}{n} = 1.63931e = 4.4561$,

— при $t = 700^\circ$C $\frac{6.78615^n}{n} = 3.0135e = 8.1915$,

откуда находим методом подбора с точностью до пятизначащих цифр после запятой:

— при $t = 20^\circ$C,

$$n = n(20^\circ\text{C}) = 0.24376, \tag{29}$$

— при $t = 700^\circ$C,

$$n = n(700^\circ\text{C}) = 0.16860. \tag{30}$$

Основываясь на результатах расчета (29), (30), справочных данных [15], работе [11] и формулах (26), (28), вычисляем для характерных тепловых режимов $t = 20$, 700°C условной диаграммы растяжения медного стержня (рис. 3):

— при $t = 20^\circ$C:

$$\sigma = \sigma(\varepsilon) = 12714e^{-7.0775[\ln(1+\varepsilon)]^{0.24376}}\ln(1+\varepsilon), \tag{31}$$

$$0 \le \varepsilon \le \delta = 0.45;$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{pp} &= e^{0.001765e^{4.1024}} - 1 = 0.11266, \\ \sigma_{\text{B}} &= \sigma(\varepsilon_{pp}) = \sigma_{pp} = 22.44\,\text{kg/mm}^2, \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

$$\sigma_c = \sigma(\delta) = \sigma(0.45) = 18.18\,\text{kg/mm}^2. \tag{33}$$

— при $t = 700^\circ$C:

$$\sigma = \sigma(\varepsilon) = 9883e^{-8.521126[\ln(1+\varepsilon)]^{0.1686}}\ln(1+\varepsilon), \tag{34}$$

$$0 \le \varepsilon \le \delta = 0.71;$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{pp} &= e^{0.0003096e^{5.931198}} - 1 = 0.12367, \\ \sigma_{\text{B}} &= \sigma(\varepsilon_{pp}) = \sigma_{pp} = 3.06\,\text{kg/mm}^2, \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

$$\sigma_c = \sigma(\delta) = \sigma(0.71) = 2.47\,\text{kg/mm}^2. \tag{36}$$

Расчетные значения напряжений $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ и $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon)$ к построению диаграмм (рис. 4)

ε	0	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
σ (20°C) kg/mm^2	0	20.92	22.40	21.64	20.18	18.80	17.60	–	–	–
σ (700°C) kg/mm^2	0	2.88	3.05	3.01	2.89	2.77	2.66	2.56	2.48	2.40
σ_i (20°C) kg/mm^2	0	21.97	24.64	25.97	26.23	26.32	26.40	–	–	–
σ_i (700°C) kg/mm^2	0	3.02	3.36	3.61	3.76	3.88	3.99	4.10	4.22	4.32

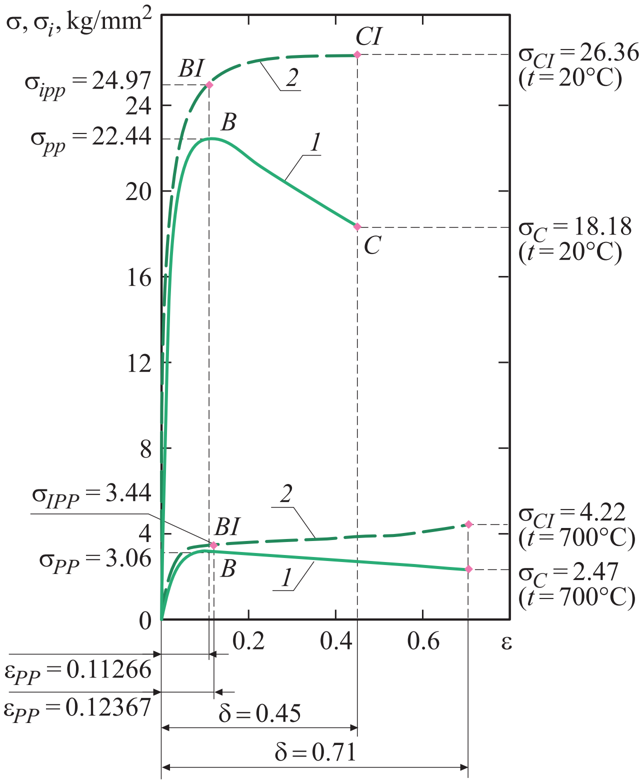

Рис. 4. Диаграммы растяжения „$\sigma-\varepsilon$“ и „$\sigma_i-\varepsilon$“ электротехнической меди: *1* — условные зависимости $\sigma(\varepsilon)$, *2* — истинные функции $\sigma_i(\varepsilon)$.

На рис. 4 показаны функциональные зависимости (31), (34) в виде соответствующих графиков, построенных по данным таблицы с использованием основных численных характеристик (32), (33), (35), (36).

Следует отметить, что найденные граничные деформации $\varepsilon_{pp}(20°\mathrm{C}) = 0.11266$ и $\varepsilon_{pp}(700°\mathrm{C}) = 0.12367$ (см. (32) и (35) с учетом (8) вписываются в экспериментально установленный диапазон (рис. 3))

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{pp} - \frac{\sigma_{pp}}{E} \approx (0.1{-}0.4)\delta$$

для пластичных материалов [8] и этот факт является одним из убедительных аргументов, подтверждающих физико-математическую корректность и точность предложенной диаграммы „$\sigma-\varepsilon$“ аппроксимируемой выражениями (26)–(28), где ε_b — остаточная часть общей деформации ε_{pp}. С этой же точки зрения и характер поведения функции (28) в полной мере адекватен требуемому обобщенному виду, изображенному на рис. 3 и проиллюстрированному графиками рис. 4.

Кроме того, при $A = E > 0$, $k > 0$, $0 < n < 1$ кривые (6) и (28) асимптотически приближаются к оси ε (рис. 3), т. е. согласно [19]:

$$\lim_{\varepsilon\to\infty} \sigma(\varepsilon) = 0,$$

что доказано результатами (23), (24), (26)–(36).

Всестороннее и детальное изучение процесса растяжения в условиях больших пластических деформаций ε возможно только при совместном рассмотрении условной $\sigma(\varepsilon)$ и истинной $\sigma_i(\varepsilon)$ диаграмм [7,8,11,13] (рис. 3). Для определения функции $\sigma_i(\varepsilon)$ предварительно записываем аналогичное выражению (10) соотношение [8–11,14]

$$P = \sigma F_0, \tag{37}$$

а из очевидного равенства правых частей выражений (9) и (37), учитывая (15), находим

$$\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon) = \sigma\frac{F_0}{F} = \sigma(1+\varepsilon). \tag{38}$$

Графическая иллюстрация зависимости $\sigma_i(\varepsilon)$ показана штриховыми кривыми на рис. 4 для двух температур $t = 20, 700°\mathrm{C}$ в соответствии с формулами (31), (34), (35) и расчетными данными таблицы. При этом фактические пределы прочности $\sigma_{ipp}(20°\mathrm{C})$, $\sigma_{ipp}(700°\mathrm{C})$ и граничные напряжения $\sigma_{ci}(20°\mathrm{C})$, $\sigma_{ci}(700°\mathrm{C})$, согласно (32), (33), (35), (36), (38), становятся, естественно, больше условных [8] одноименных силовых характеристик $\sigma_{pp}(20°\mathrm{C})$, $\sigma_{pp}(700°\mathrm{C})$, $\sigma_c(20°\mathrm{C})$, $\sigma_c(700°\mathrm{C})$ (рис. 3, 4):

$$\sigma_{ipp} = \sigma_i(\varepsilon_{pp}) = \sigma_{pp}(1+\varepsilon_{pp}),$$

$$\sigma_{ipp}(20°\mathrm{C}) = 22.44(1+0.11266) = 24.97\,\mathrm{kg/mm^2},$$

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{ipp}(700°\mathrm{C}) = 3.06(1+0.12367) = 3.44\,\mathrm{kg/mm^2},\\
&\sigma_{ci} = \sigma(\delta)(1+\delta),\\
&\sigma_{ci}(20°\mathrm{C}) = 18.18(1+0.45) = 26.36\,\mathrm{kg/mm^2},
\end{aligned}\right\}$$

$$\sigma_{ci}(700°\mathrm{C}) = 2.47(1+0.71) = 4.22\,\mathrm{kg/mm^2}.$$

3. Расчеты

В многопроволочных медных проводниках применяются проволочки диаметром 0.2 mm, поэтому в расчетах используется эта величина. При этом диаметр 1 mm взят для сравнения.

В целях реализации возможности выполнения процедуры варьирования и регулирования несущей способности растянутого медного стержня [8,10] необходимые для решения поставленной задачи результаты определяются по формуле

$$P = P(\varepsilon) = \sigma F_0 = \frac{\pi d_0}{4}\,\sigma(\varepsilon).$$

Наибольшее критическое усилие $P_{\max}$, соответствующее точке B на диаграмме рис. 4, выдерживаемое растянутым медным стержнем, согласно вышеприведенному алгоритму расчета, определяется по общей формуле

$$P_{\max} = P(\varepsilon_{pp}) = \frac{\pi d_0}{4}\,\sigma_{pp},$$

откуда находим при $d = 1$ mm $P_{\max}(20^\circ\mathrm{C}) = 17.62$ kg, $P_{\max}(700^\circ\mathrm{C}) = 2.4$ kg, а при $d = 0.2$ mm $P_{\max}(20^\circ\mathrm{C}) = 0.705$ kg, $P_{\max}(700^\circ\mathrm{C}) = 0.0961$ kg.

Когда $\varphi = \delta$, то в соответствии с (35), (37) при $d = 1$ mm $P_c(20^\circ\mathrm{C}) = 14.22$ kg, $P_c(700^\circ\mathrm{C}) = 1.94$ kg, а при $d = 0.2$ mm соответственно, $P_c(20^\circ\mathrm{C}) = 0.57$ kg, $P_c(700^\circ\mathrm{C}) = 0.077$ kg.

Зная усилие, необходимое для образования шейки однопроволочного медного проводника, возможно по данным работы [4] определить диапазон силы тока, что в свою очередь, позволит установить причину как токовой перегрузки, так и пожара в целом. Проблема определения причины токовой перегрузки и ее величины остается актуальной и требует своего решения [20–22]. Приведенные расчеты хорошо согласуются с данными работы [3] и на практике подтверждаются отзывной компанией автомобилей Lada XRay из-за проблем с проводкой. Согласно сообщению пресс-служба Росстандарта, под отзыв попало 1 278 автомобилей, реализованных с сентября 2019 по февраль 2020 г. На указанных автомобилях будет проверена правильность укладки проводки панели приборов.

Заключение

Предложенное решение классической нелинейной задачи строительной механики по математическому моделированию напряженно-деформированного состояния растянутого медного стержня в условиях положительного температурного градиента и теоретически неограниченных перемещений является оригинальным и уточненным по существу.

Подобранная и не применяемая ранее степенная функциональная зависимость между условным напряжением σ и деформацией ε, базирующаяся на четырех известных физико-математических константах $E, \sigma_{pp}, \sigma_{02}, \delta$, дает возможность с достаточной точностью как в количественном, так и качественном отношениях аппроксиммировать весь процесс неупругого статического растяжения.

Найденная кривая $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ легко преобразуется в истинную диаграмму $\sigma_i(\varepsilon)$ и функциональное соотношение $P(\varepsilon)$ между растягивающим усилием и условной деформацией ε, что представляется чрезвычайно важным при теоретической аппроксимации больших пластических деформаций и для расчета несущей способности стержня по нагрузке P и ее экстремуму $P_{\max}$.

Алгоритм решения специальной задачи сопротивления материалов доведен до простых конечных аналитических зависимостей, проиллюстрированных характерным примером расчета медного стержня круглого поперечного сечения при $t = 20, 700^\circ$C.

Полученные результаты возможно непосредственно использовать при проведении пожарно-технической экспертизы.

Благодарности

Микроскопические исследования были выполнены на оборудовании Центра превосходства „Veritas“ Восточно-Казахстанского технического университета им. Д. Серикбаева.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] А.Ю. Мокряк, И.Д. Чешко, В.В. Пеньков. Проблемы управления рисками в техносфере, **4** (32), 41 (2014).
[2] И.Д. Чешко, А.Ю. Мокряк, С.В. Скодтаев. Вестник СПбУ ГПС МЧС России, **1**, 41 (2015).
[3] A.I. Nedobitkov. Fire and Explosion Safety, **28** (4), 42 (2019). (in Russian). DOI: 10.18322/PVB.2019.28.04.42-50
[4] В.И. Спицын, О.А. Троицкий. *Электропластическая деформация металлов* (Наука, М., 1985), 160 с.
[5] В.Е. Егорушкин, В.Е. Панин, А.В. Панин. Физическая мезомеханика, **3** (21), 5 (2018).
[6] П.А. Лукаш. *Основы нелинейной строительной механики* (Стройиздат, М., 1978), 204 с.
[7] А.П. Филин. *Прикладная механика твердого деформируемого тела. Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики* (Наука, М., 1975), т. 1, 832 с.
[8] И.А. Биргер, Р.Р. Мавлютов. *Сопротивление материалов:* учебное пособие (Наука, М., 1986), 560 с.
[9] С.П. Тимошенко, Дж. Гере. *Механика материалов* / пер. с англ. Л.Г. Корнейчука, под ред. Э.И. Григолюка (Мир, М., 1976), 672 с.
[10] Я.Г. Пановко, И.Н. Губанова. *Устойчивость и колебания упругих систем: современные концепции, парадоксы и ошибки* (Наука, М., 1987), 4-е изд., 352 с.
[11] В.И. Феодосьев. *Сопротивление материалов* (Наука, М., 1974), 500 с.

[12] С.В. Серенсен, В.П. Когаев, В.Н. Шнейдерович. *Несущая способность и расчет деталей машин на прочность:* Рук-во и справочное пособие, под ред. Серенсена С.В. (Машиностроение, М., 1975), 488 с.
[13] И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. *Расчет на прочность деталей машин:* справочник (Машиностроение, М., 1979), 702 с.
[14] Н.М. Беляев. *Сопротивление материалов* (Наука, М., 1965), 856 с.
[15] А.К. Николаев, С.А. Костин. *Медь и жаропрочные медные сплавы: энцикл. терминолог. слов:* фундаментальный справ. (ДПК Пресс, М., 2012), 715 с.
[16] В.И. Сакало, Ю.С. Гусева, Т.В. Иншакова. Вестн. Брянского гос. тех. ун-та., **3** (47), 94 (2015).
[17] В. Новацкий. *Вопросы термоупругости* / пер. с польского (Изд-во АН СССР, М., 1962), 364 с.
[18] Л.М. Качанов. *Основы теории пластичности* (Наука, М., 1969), 420 с.
[19] И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. *Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов* (Физматлит, М., 1962), 608 с.
[20] V. Babrauskas. J. Fire Sci., **36**, 438 (2018).
[21] V. Babrauskas. Rev. Fire Safety J., **89**, 7 (2017).
[22] V. Babrauskas. *Electrical Fires, in SFPE Handbook of Fire Protection Engineering, 5th ed.* (Springer, NY., 2016), p. 662.