

07

Высокоэффективная генерация сжатых состояний света на основе мод Лагерра-Гаусса в резонаторе

© Е.Н. Башмакова, Е.А. Вашукевич, Т.Ю. Голубева, Ю.М. Голубев

Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: bashmakova.elizaveta@mail.com

Поступила в редакцию 28.06.2021 г.

В окончательной редакции 01.07.2021 г.

Принята к публикации 24.07.2021 г.

Эффективная генерация сжатых состояний света представляется важной практической проблемой для различных квантово-оптических и информационных приложений. В данной работе исследована возможность повышения эффективности генерации состояний на основе мод Лагерра-Гаусса в процессе параметрического преобразования света за счет оптимального выбора резонаторной конфигурации. Пользуясь аппаратом уравнений Гейзенберга-Ланжевена для собственных мод системы, мы проанализировали влияние геометрических параметров пучка накачки, а также холостого и сигнального пучков на генерацию сжатых состояний. Расчет для конечного числа мод показал, что наибольший теоретически возможный уровень сжатия в рассматриваемой системе составляет 15.85 dB.

Ключевые слова: сжатый свет, орбитальный угловой момент, спонтанное параметрическое рассеяние.

DOI: 10.21883/OS.2021.11.51641.2484-21

1. Введение

Сжатые квантовые состояния [1] на сегодняшний день зарекомендовали себя в качестве важного ресурса для многих областей квантовой оптики и квантовой информатики [2,3], значимость этих состояний для метрологии и квантовых вычислений сложно переоценить [4,5]. Особый интерес представляет использование сжатых квантовых состояний при построении многочастичных перепутанных (кластерных) систем для проведения однонаправленных вычислений в непрерывных переменных [6,7]. Для построения непрерывных кластерных квантовых систем используют физические объекты различной природы. Например, исследованы кластерные состояния на спиновых волнах внутри ансамбля атомов [8,9], в оптомеханических системах [10] и др. В то же время особенный интерес представляют световые кластерные состояния, например, состояния, основанные на последовательностях световых импульсов от оптического параметрического генератора [11], или полученные в ходе генерации оптического частотного комба [12]. Световые квантовые системы привлекательны прежде всего тем, что обладают высокой устойчивостью к декогеренции. Существенным фактором также является наличие разработанной элементной базы управления такими состояниями для реализации логических преобразований.

Имея в качестве ресурса сжатые квантовые состояния, можно построить кластерное состояние и соответственно провести произвольное гауссово преобразование в непрерывных переменных, используя только средства линейной оптики [13]. Однако требования на уровень

сжатия при этом достаточно высоки: в работе [14] показано, что для построения устойчивых к ошибкам схем квантовых вычислений сжатие исходных осцилляторов, используемых для построения кластеров, должно достигать 20.5 dB. К сожалению, данный уровень сжатия на сегодня экспериментально не достижим. Без использования процедуры постселекции результатов (превращающих преобразования из детерминированных в вероятностные) к настоящему времени экспериментально удается достичь сжатия в 15 dB [15]. Поэтому исследование свойств генерации сжатых состояний света на предмет возможности получения высоких степеней сжатия остается актуальным вызовом квантовой оптики.

Одним из многообещающих способов получения набора сжатых состояний является использование мод Лагерра-Гаусса, обладающих орбитальным угловым моментом (ОУМ) [16,17]. Пары фотонов, образованные в результате спонтанного параметрического преобразования с понижением частоты (SPDC), перепутаны по их проекции ОУМ [18,19], что определяется законом сохранения ОУМ. Проекция ОУМ может принимать любые целочисленные значения, что дает возможность работать в гильбертовом пространстве высокой размерности. Все эти характерные свойства многочастичных состояний света на основе мод Лагерра-Гаусса делают их привлекательным базисом для использования в информационных и компьютерных приложениях.

В нашей работе мы основываемся на результатах, полученных в работе [20], где рассматривалась задача генерации многочастичных квантовых состояний света при двухкомпонентной накачке параметрического

кристалла в резонаторе. Как и в предыдущей работе, мы исследуем схему генерации многочастичного перепутанного состояния в схеме спонтанного параметрического преобразования с понижением частоты. Весь анализ проводится на языке супермод, предложенном в [21]. Однако наш подход отличается от работы [20] тем, что мы исследуем особенности квантовых свойств многомодового света в зависимости от изменения конфигурации резонатора. Мы анализируем, как влияет управление соотношением между шириной перетяжек генерируемой сигнальной моды и моды накачки на эффективность генерации многочастичного перепутанного состояния, а также получим оптимальные параметры резонаторной конфигурации для генерации сжатых состояний.

2. Оптическое параметрическое преобразование мод Лагерра-Гаусса ниже порога генерации

2.1. Теоретическая модель

Кратко сформулируем постановку рассматриваемой задачи. Тонкий кристалл с квадратичной восприимчивостью $\chi^{(2)}$, обеспечивающий синхронизм I типа, помещен в резонатор со сферическими зеркалами (рис. 1). Собственными модами сферического резонатора является набор мод Лагерра-Гаусса (ЛГ) [22]. Напомним, что выбор пространственных мод ЛГ продиктован наличием ОУМ таких мод, что позволяет выделить бесконечное число квантовых степеней свободы, соответствующих различным номерам орбитального момента. Система накачивается двумя пучками ЛГ U_1^{LG} и U_{-1}^{LG} с проекциями ОУМ, равными $+1$ и -1 соответственно, которые распространяются в направлении z на частоте ω_p . Пространственный профиль таких мод определяется равенством:

$$U_l^{LG} \propto \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w(z)}\right)^{|l|} \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2(z)}\right) \times \exp(i(k_p z - \omega_p t)) \exp(il\varphi), \quad l = \pm 1, \quad (1)$$

где ρ, φ, z — цилиндрические координаты, целочисленный индекс $l = \pm 1$ отвечает за проекцию орбитального углового момента на ось распространения волны, $w(z) = w(0)\sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ — ширина перетяжки поперечного распределения поля внутри резонатора, $w(0)$ — ширина перетяжки пучка в плоскости $z = 0$, z_R — радиус Рэлея.

В рамках данной задачи будем рассматривать случай коллинеарного вырожденного по частоте, но невырожденного по ОУМ процесса в условиях идеального фазового синхронизма.

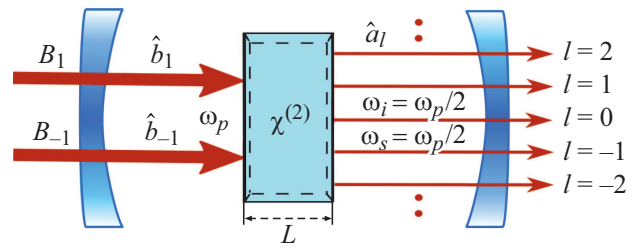


Рис. 1. Кристалл с квадратичной нелинейностью, обеспечивающий фазовый синхронизм I типа, помещен в резонатор со сферическими зеркалами. Накачка резонатора представляет собой две пространственные моды ЛГ с ОУМ, равным $+1$ и -1 . В резонаторе генерируется поле с богатой модовой структурой по значениям проекций ОУМ, но на одной частоте ω_p .

В данной работе нас будет интересовать подпороговый режим работы оптического параметрического генератора. Такой режим позволяет при теоретическом описании спонтанного параметрического рассеяния пренебречь процессом истощения накачки. Тогда гамильтониан взаимодействия, описывающий процесс параметрической генерации, имеет следующий вид:

$$\hat{H}_I = i\hbar \sum_l (\chi_{l,1-l} B_1 \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_{1-l}^\dagger + \chi_{l,-1-l} B_{-1} \hat{a}_l^\dagger \hat{a}_{-1-l}^\dagger) + H.c., \quad (2)$$

где $B_{\pm 1}$ — с-числовые амплитуды классической волны накачки и \hat{a}_l^\dagger ($l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) — операторы рождения фотонов в холостой и сигнальной модах ЛГ, пронумерованных индексом l , которые подчиняются каноническим коммутационным соотношениям:

$$[\hat{a}_l, \hat{a}_{l'}^\dagger] = \delta_{l,l'}. \quad (3)$$

Эффективные константы связи $\chi_{l,\pm 1-l}$ пропорциональны интегралу перекрытия между пространственными профилями трех мод: моды накачки (с индексом $+1$ и -1), сигнальной моды (с индексом l) и холостой моды (с индексом $\pm 1 - l$). Мы будем подробно обсуждать свойства констант связи $\chi_{l,\pm 1-l}$ и исследовать их влияние на оптимальный выбор конфигурации системы в разделах 2.2 и 2.4.

Для построения уравнений Гейзенберга и исследования степени сжатия различных мод будем пользоваться подходом, предложенным в работе [21] для описания оптического частотного комба в синхроннонакачиваемом оптическом параметрическом генераторе (SPOPO). Запишем гамильтониан взаимодействия в матричном виде:

$$\hat{H}_I = i\hbar \sum_{i,s} M_{i,s} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_s^\dagger + H.c., \quad i + s = \pm 1, \quad (4)$$

где матрица связи M имеет следующий вид:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 2\chi_{0,1}B_1 & 2\chi_{0,1}B_{-1} & 0 & \dots \\ 2\chi_{0,1}B_1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 2\chi_{0,1}B_{-1} & 0 & 0 & 2\chi_{1,-2}B_1 & \dots \\ 0 & 0 & 2\chi_{1,-2}B_1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Матричные элементы $M_{i,s}$ содержат в себе как информацию о корреляции между двумя модами \hat{a}_i и \hat{a}_s , так и информацию о геометрии мод, выраженную в константах связи $\chi_{l,\pm 1-l}$, а также несут в себе зависимость от амплитуды классической накачки $B_{\pm 1}$.

Как было показано в работе [21], анализ многочастичного перепутанного квантового состояния в резонаторе удобно проводить на языке собственных мод системы, называемых авторами супермодами. Квантовые состояния этих мод оказываются некоррелированными сжатыми состояниями.

Представим гамильтониан (4) в диагональном виде, т.е. в терминах некоррелированных сжатых собственных мод гамильтониана \hat{s}_n :

$$\hat{H}_I = i\hbar \sum_n \Lambda_n (\hat{s}_n^\dagger)^2 + H.c., \quad (6)$$

$$\hat{s}_n^\dagger = \sum_i m_{n,i} \hat{a}_i^\dagger, \quad (7)$$

где Λ_n — собственные числа, а $m_{n,i}$ — n -й элемент i -го собственного вектора матрицы связи M . Спектр Λ_n определяет количество некоррелированных степеней свободы и дает информацию о степени сжатия в модах \hat{s}_n .

В работе [21] авторы рассматривали многомодовую систему, основанную на частотном комбе, состоящем из 10^6 мод, т.е. анализировали квазинепрерывный спектр. При этом численный анализ и результаты эксперимента показали, что из всего континуума мод излучения SPOPO эффективное сжатие детектировалось только в шести первых их них [23]. В своей задаче мы хотим исследовать свойства квантовых мод аналитически. Поэтому мы ограничимся рассмотрением только пяти старших мод \hat{s}_i ($i = 1, \dots, 5$). С точки зрения теоретического описания это означает, что нам необходимо оборвать бесконечную матрицу связи M , ограничившись только пятью первыми строками и столбцами. Теоретическое обоснование такого подхода приведено в [20]. С экспериментальной точки зрения это возможно реализовать с помощью применения специальных голограмм, позволяющих производить селекционный отбор моды с определенным ОУМ [24,25].

В дальнейшем в разделе 2.3 мы проанализируем особенности системы уравнений Гейзенберга-Ланжевена для супермод \hat{s}_n .

2.2. Эффективные константы взаимодействия между модами

Перекрытие поперечных профилей естественным образом зависит как от ширины перетяжек $w(z)$ данных профилей, так и от значений l проекций ОУМ трех волн: пучка накачки, сигнального и холостого пучков. Закон сохранения ОУМ накладывает соотношение на величины проекций l . Таким образом, остаются только две степени свободы для варьирования. Нам будет интересно рассмотреть возможность управления эффективными константами связи путем изменения геометрии полей. Мы проследим, каким образом изменение соотношения перетяжки пучков повлияет на эффективность генерации многочастичного запутанного состояния. В [26] было показано, что выбором схемы резонатора возможно обеспечить равенство перетяжек холостой и сигнальной мод $w_i(0) = w_s(0)$. Для простоты выберем именно такую конфигурацию резонатора.

Определим эффективные константы связи $\chi_{l,\pm 1-l}$ в виде

$$\begin{aligned} \chi_{l,\pm 1-l} &= \int d^3\mathbf{r} U_{\pm 1}^{LG}(\mathbf{r}) U_l^{LG*}(\mathbf{r}) U_{\pm 1-l}^{LG*}(\mathbf{r}) \\ &= g_l \lambda^2 \left(\frac{1}{2 + \lambda^2} \right)^{\frac{2+|l|\pm 1-l}{2}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где управляющий параметр $\lambda = w_i(0)/w_p(0)$ определяется отношением ширины перетяжки детектируемой холостой моды $w_i(0)$ к ширине перетяжки моды накачки $w_p(0)$ в плоскости $z = 0$. В коэффициенты g_l мы включили все остальные константы, не зависящие от управляющего параметра λ .

Эффективное детектирование сигнала при спонтанном параметрическом рассеянии напрямую связано с геометрическим соотношением моды накачки и генерируемой моды. Для любого заданного набора параметров генерации детектирующее устройство готовится таким образом, что ширина перетяжки детектируемой моды не может превышать ширину перетяжки моды накачки, следовательно, параметр $\lambda \geq 1$.

Необходимо отметить, что константы связи определяют эффективность спонтанного параметрического процесса. Поэтому при построении многочастичного перепутанного состояния коэффициенты $\chi_{l,\pm 1-l}$ будут определять эффективность генерации сжатых состояний и корреляционные свойства системы. В дальнейшем мы исследуем влияние коэффициентов $\chi_{l,\pm 1-l}$ при варьировании параметра λ на предельную степень сжатия для рассматриваемой системы.

На рис. 2 представлены зависимости нормированных констант связи от параметра λ для индексов волны накачки $l = \pm 1$. Как видно из рис. 2, для разных проекций l максимумы констант связи $\chi_{l,\pm 1-l}$ не совпадают, но и не превышают значение 1. Например, можно заметить, что константа связи $\chi_{0,1}$ достигает своего максимума при $\lambda = \sqrt{2}$, а константа $\chi_{1,-2}$ — при $\lambda = 1$. Исследования

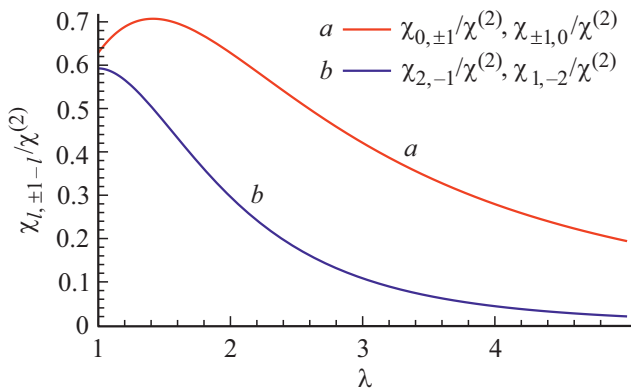


Рис. 2. Зависимость нормированных констант связи $\chi_{l, \pm 1 - l}$ от параметра λ . На графике: коэффициент $\chi^{(2)}$ — нелинейная восприимчивость.

параметров системы для двух значений $\lambda = \sqrt{2}$ и $\lambda = 1$ были проделаны в работе [20].

2.3. Уравнения Гейзенберга-Ланжевена для супермод в подпороговом режиме

Гамильтониан (6) позволяет построить бесконечную систему независимых дифференциальных уравнений Гейзенберга-Ланжевена для мод \hat{s}_n :

$$\dot{\hat{s}}_n = -\gamma \hat{s}_n - 2\Lambda_n \hat{s}_n^\dagger + \hat{f}_{\hat{s}_n}. \tag{9}$$

Здесь γ — скорость релаксации полевых мод в резонаторе, которая выбрана для всех рассматриваемых мод одинаковой, $\hat{f}_{\hat{s}_j}$ — ланжевенские стохастические источники, определяемые нулевыми средними значениями и ненулевыми корреляционными функциями второго порядка следующего вид:

$$\langle \hat{f}_{\hat{s}_n}(t) \hat{f}_{\hat{s}_n}(t') \rangle = 2\Lambda_n \delta(t - t'). \tag{10}$$

Для пяти рассматриваемых супермод \hat{s}_i ($i = 1, \dots, 5$) система уравнений решается аналитически и собственные числа Λ_i имеют вид

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= 0, \quad \Lambda_2 = -\frac{\gamma \xi}{2} = -\Lambda_3, \\ \Lambda_4 &= -\frac{\gamma \sqrt{2\mu^2 + \xi^2}}{2} = -\Lambda_5. \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь были введены параметры μ и ξ , отвечающие за порог генерации мод с разными индексами:

$$\mu = \alpha \cdot \frac{\chi_{0,1}}{\chi_{0,1}(\lambda_1)}, \quad \alpha = \frac{2\chi_{0,1}(\lambda_1)B_1}{\gamma}, \tag{12}$$

$$\xi = \beta \cdot \frac{\chi_{1,-2}}{\chi_{1,-2}(\lambda_2)}, \quad \beta = \frac{2\chi_{1,-2}(\lambda_2)B_1}{\gamma}, \tag{13}$$

где $\lambda_1 = \sqrt{2}$ и $\lambda_2 = 1$ — значения, при которых константы связи $\chi_{0,1}(\lambda_1)$ и $\chi_{1,-2}(\lambda_2)$ достигают своего максимума. Такая форма записи пороговых параметров μ и ξ

позволяет разделить различные факторы, влияющие на эффективность генерации мод. Для простоты будем полагать, что амплитуды волн накачки B_1 и B_{-1} являются вещественными и равными друг другу, $B_{-1} = B_1$.

Вводя пороговые параметры μ и ξ в виде двух множителей, мы хотели подчеркнуть влияние двух различных факторов на эффективность генерации многочастичного состояния: порога генерации и величины флуктуаций супермод. Коэффициенты α и β характеризуют пороговые значения резонаторной системы. Множители, записанные в виде дробей, можно рассматривать как геометрические факторы резонаторной системы, влияющие на эффективность параметрического взаимодействия и, как следствие, величину флуктуаций квадратур супермод. Заметим (рис. 2), что параметры α и β связаны между собой числовым множителем: $\beta = 16/(9\sqrt{3})\alpha$.

Собственные числа $\Lambda_1, \dots, \Lambda_5$ собственных мод $\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_5$ однозначно характеризуют квантовые свойства гауссовых мод. Из того факта, что собственное число $\Lambda_1 = 0$, можно утверждать, что мода \hat{s}_1 в отличие от остальных в течение эволюции системы остается в вакуумном состоянии. Наряду с этим собственные числа пары супермод \hat{s}_2 и \hat{s}_3 и пары \hat{s}_4 и \hat{s}_5 равны по модулю и противоположны по знаку: $\Lambda_2 = -\Lambda_3, \Lambda_4 = -\Lambda_5$. Следовательно, квадратуры мод \hat{s}_2 и \hat{s}_3 , а также мод \hat{s}_4 и \hat{s}_5 соответственно будут одинаково сжаты или растянуты. Поэтому в дальнейшем мы подробно остановимся именно на анализе одной супермоды из каждой пары (\hat{s}_2 и \hat{s}_4).

Из вида уравнений Гейзенберга-Ланжевена (9) можно предварительно получить информацию о пороге генерации. Порог генерации для данной моды характеризуется отношением эффективной накачки данной моды к релаксации поля из резонатора (одинаковой для всех мод). Интересуясь околопороговой областью генерации резонатора, отметим, что собственные числа Λ_2 и Λ_4 оказываются разными, т.е. мы можем утверждать, что моды \hat{s}_2 и \hat{s}_4 будут достигать порога генерации при разных интенсивностях эффективной накачки.

Перейдем к квадратурным компонентам супермод $\hat{s} = \hat{x} + i\hat{y}$, а также к квадратурным компонентам ланжевенских шумов $\hat{f}_{\hat{s}_j} = \hat{f}'_{\hat{s}_j} + i\hat{f}''_{\hat{s}_j}$ при $j = 1, \dots, 5$. Уравнения Гейзенберга-Ланжевена для квадратурных компонент супермод представляют собой дифференциальные уравнения первого порядка. Используя преобразования Фурье, перейдем от системы дифференциальных уравнений к системе линейных алгебраических уравнений для фурье-образов.

Измеряемыми величинами при исследовании сжатия являются спектры мощности квадратурных флуктуаций, которые могут быть найдены из решений указанных уравнений. Ограничимся случаем анализа решений на нулевой частоте, что соответствует стационарной генерации лазера. Поскольку данная задача рассматривается в подпороговом режиме, средние значения полевых операторов внутри резонатора равны нулю. Обозначим

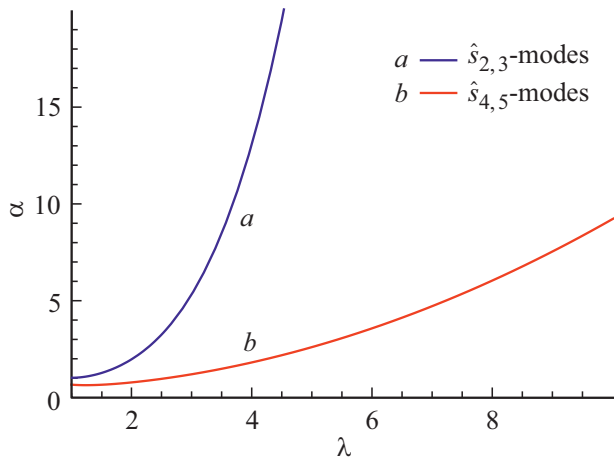


Рис. 3. Зависимость порога генерации от параметра λ для мод $\hat{s}_{2,3}$ (a) и $\hat{s}_{4,5}$ (b). Показано, что для супермод $\hat{s}_{2,3}$ (a) и $\hat{s}_{4,5}$ (b) данная зависимость монотонная.

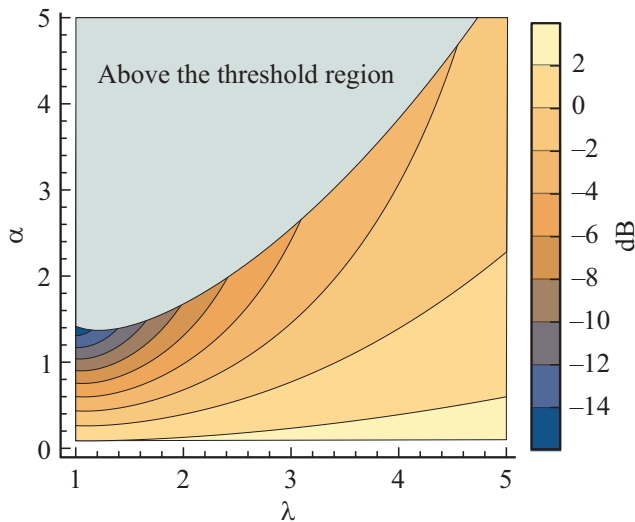


Рис. 4. Зависимость суммы спектра мощностей квадратур $\langle |\delta\hat{X}_2^0|^2 \rangle + \langle |\delta\hat{X}_4^0|^2 \rangle$ при приближении к порогу генерации от параметра λ и от порогового параметра α . Показана граница порога генерации. Получено, что спектр мощностей квадратур монотонно зависит от параметра λ и от порогового параметра α .

внутрирезонаторные нормально упорядоченные средние квадратов флуктуаций квадратурных компонент на нулевых частотах как $\langle :|\delta\hat{x}_j^0|^2: \rangle$, $\langle :|\delta\hat{y}_j^0|^2: \rangle$. Тогда с помощью известного соотношения вход-выход они легко могут быть связаны с соответствующими средними снаружи резонатора $\langle |\delta\hat{X}_j^0|^2 \rangle$, $\langle |\delta\hat{Y}_j^0|^2 \rangle$:

$$\left(\begin{array}{c} \langle |\delta\hat{X}_j^0|^2 \rangle \\ \langle |\delta\hat{Y}_j^0|^2 \rangle \end{array} \right) = \frac{1}{4} + 2\gamma \left(\begin{array}{c} \langle :|\delta\hat{x}_j^0|^2: \rangle \\ \langle :|\delta\hat{y}_j^0|^2: \rangle \end{array} \right), \quad j = 1, \dots, 5. \tag{14}$$

Полученные выше формулы позволяют записать аналитические выражения для спектральных мощностей квадратурных флуктуаций супермод снаружи резона-

тора:

$$\langle |\delta\hat{X}_1^0|^2 \rangle = \langle |\delta\hat{Y}_1^0|^2 \rangle = \frac{1}{4}, \tag{15}$$

$$\langle |\delta\hat{X}_2^0|^2 \rangle = \frac{(\xi - 1)^2}{4(\xi + 1)^2} = \langle |\delta\hat{Y}_3^0|^2 \rangle, \tag{16}$$

$$\langle |\delta\hat{X}_4^0|^2 \rangle = \frac{(\sqrt{2\mu^2 + \xi^2} - 1)^2}{4(\sqrt{2\mu^2 + \xi^2} + 1)^2} = \langle |\delta\hat{Y}_5^0|^2 \rangle. \tag{17}$$

Выражение (15) подтверждает сделанный ранее вывод, что первая мода находится в вакуумном состоянии вне зависимости от параметров системы. При построении многомодовых состояний света из мод с ОУМ первую собственную моду следует исключать, чтобы не ухудшать сжатие в системе. Как видно, третья и пятая моды сжаты по Y -квадратуре, а вторая и четвертая — по X -квадратуре.

Для генерации пятимодового поля порог генерации резонатора будет определяться соотношением $2\mu^2 + \xi^2 = 1$ [20]. Анализируя выражение (17), можно увидеть, что числитель соответствующего спектра мощности стремится к нулю при приближении к порогу генерации. То есть при приближении к порогу вакуумные флуктуации в четвертой и пятой модах максимально скомпенсированы, а сами осцилляторы стремятся к идеально сжатому состоянию. С другой стороны, вторая и третья моды не достигают идеального сжатия на пороге. Как следует из выражения (16), для идеального сжатия второй и третьей мод необходимо выполнение условия $\xi = 1$. Но уже при $\xi^2 > 1 - 2\mu^2$ система не может быть описана подпороговыми уравнениями Гейзенберга-Ланжевена (9), необходимо учитывать истощение накачки и описывать задачу в терминах надпорогового режима. Таким образом, при приближении к порогу часть мод многомодовой системы всегда будет оставаться конечно-сжатыми, и этот факт необходимо учитывать, выбирая параметры работы в многомодовой конфигурации.

2.4. Анализ мощности квадратурных флуктуаций супермод

Для анализа квантовых свойств системы необходимо определить границы применимости наших решений и исследовать наиболее интересную — околупороговую область.

Целью анализа является поиск геометрических параметров резонаторной системы (а именно управляющего параметра λ), обеспечивающих максимально возможное сжатие всех рассматриваемых мод. Как мы убедились выше, величина флуктуаций квадратур определяется близостью каждой из независимых супермод многомодового состояния к общему порогу генерации этого состояния. Сама же величина порога генерации, в свою очередь, определяется параметром λ .

Ввиду того, что пороговые ограничения для супермод $\hat{s}_{2,3}$ и $\hat{s}_{4,5}$ разные, степень сжатия у данных мод тоже

разная. Мы хотим получить максимально возможный уровень сжатия в наибольшем количестве мод. Поэтому наибольший интерес представляет ситуация, когда пороги генерации для двух мод сближаются. Поведение порога генерации в зависимости от параметра λ для мод $\hat{s}_{2,3}$ (a) и $\hat{s}_{4,5}$ (b) представлено на рис. 3. Из рисунка видно, что при уменьшении значений λ кривые сближаются, т.е. пороговые значения для разных мод становятся близки друг к другу. В то же время при увеличении λ значения пороговых параметров возрастают, но с различной скоростью. Соответственно работать в области больших λ неэффективно.

На пороге генерации спектры мощности квадратурных флуктуаций достигают соответствующих минимумов, что характеризует предельную степень сжатия мод. Для исследования сближения порогов генерации супермод $\hat{s}_{2,3}$ и $\hat{s}_{4,5}$ необходимо анализировать минимум соответствующей суммы спектра мощности квадратур $\langle |\delta\hat{X}_2^0|^2 \rangle + \langle |\delta\hat{X}_4^0|^2 \rangle$, рассмотренной с одинаковыми весами. Как было продемонстрировано выше, на сжатие многомодовой системы влияют два фактора: значение порога (определяемого параметром α (12)) и управляющий геометрический параметр λ . На рис. 4 продемонстрировано поведение минимума суммы спектра мощности генерации $\langle |\delta\hat{X}_2^0|^2 \rangle + \langle |\delta\hat{X}_4^0|^2 \rangle$ (на пороге генерации) в зависимости от параметров α и λ . Показано, что минимальные значения суммы спектров мощности флуктуаций достигаются в пределе $\lambda \rightarrow 1$. Именно в этой области пороги генерации мод $\hat{s}_{2,3}$ и $\hat{s}_{4,5}$ сближаются, а следовательно, это область с максимально эффективной степенью сжатия квадратур супермод. Нами получено, что предельное сжатие при $\lambda \rightarrow 1$ равно 15.85 dB.

В работе [20] было построено и исследовано кластерное состояние на основе мод Лагерра-Гаусса при $\lambda = 1$. Результаты нашей работы дают возможность утверждать, что именно такая конфигурация линейного кластерного состояния, состоящего из четырех узлов, является оптимальной с точки зрения однонаправленных квантовых вычислений.

3. Заключение

В работе проанализированы квантовые особенности многомодового поля с орбитальным угловым моментом, генерируемого в процессе спонтанного параметрического преобразования с понижением частоты при сложной двухкомпонентной накачке и варьировании геометрии полей.

Наша цель состояла в построении рецепта генерации максимально сжатого многомодового состояния на основе мод Лагерра-Гаусса. В данной статье не обсуждается вопрос устойчивости пучков с ОУМ, поскольку он подробно рассмотрен в работах [27,28]. Однако следует отметить, что наличие в пространственном профиле

пучков с l , превышающим по модулю 2, точки фазовой сингулярности могут приводить к неустойчивости таких вихревых систем. Эту неустойчивость можно компенсировать введением селективных по l потерь [29]. В таком случае выбором достаточно больших поперечных размеров резонатора удастся обеспечить стационарную генерацию пучков со сколь угодно большим значением ОУМ. Отметим также, что наличие в рассматриваемой нами резонаторной системе нелинейного кристалла может само по себе быть стабилизирующим фактором. В работе [30] показано, что стабильность структур с высокими значениями топологического заряда может обеспечиваться наличием нелинейной среды.

Было показано, что для построения протокола генерации максимально сжатого состояния необходимо использовать базис супермод, поскольку именно эти моды будут обладать предельными квантовыми свойствами. Из построенных уравнений Гейзенберга-Ланжевена для собственных мод получены спектры мощности квадратурных флуктуаций супермод. Показано, что для супермод $\hat{s}_{2,3}$ и $\hat{s}_{4,5}$ пороговые ограничения разные. Кроме того, из пяти рассмотренных мод только четыре оказались сжаты, старшая мода находится в вакуумном состоянии. Таким образом, рассмотренная система обладает четырьмя истинными квантовыми степенями свободы.

Получено, что порог генерации и величина флуктуаций квадратур супермод зависят как от управляющего геометрического параметра λ , так и от порогового параметра α . Показано, что минимальные значения спектра мощности флуктуаций достигаются в пределе $\lambda \rightarrow 1$, в этой области теоретически возможный уровень сжатия составляет 15.85 dB. Таким образом, мы можем утверждать, что максимально эффективная область генерации сжатых состояний — это конфигурация с одинаковыми значениями перетяжек моды накачки и генерируемых резонаторных мод.

Проведенное построение допускает обобщение на любое заданное количество мод в многомодовом состоянии. Однако можно предположить, что увеличение числа мод ухудшит квадратурное сжатие супермод, поскольку различные моды будут подчиняться различным пороговым ограничениям.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 19-02-00204 и грант № 19-32-90059).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Loudon R., Knight P. // J. Mod. Opt. 1987. V. 34. P. 709. doi 10.1080/09500348714550721
- [2] Andersen U.L., Gehring T., Marquardt C., Leuchs G. // Physica Scripta. 2016. V. 91. P. 053001. doi 10.1088/0031-8949/91/5/053001
- [3] Braunstein S.L., van Loock P. // Rev. Mod. Phys. 2005. V. 77. P. 513. doi 10.1103/RevModPhys.77.513
- [4] Tóth G., Apellaniz I. // J. of Physics. A: Mathematical and Theoretical. 2014. V. 47. P. 424006. doi 10.1088/1751-8113/47/42/424006
- [5] Armstrong S., Yukawa M., Ukai R., Yoshikawa J-ichi, Yonezawa H., van Loock P., Furusawa A. // International Nano-Optoelectronics Workshop, 2008. P. 225–226. doi 10.1109/INOW.2008.4634519
- [6] Raussendorf R., Briegel H.J. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 5188. doi 10.1103/PhysRevLett.86.5188
- [7] Briegel H., Browne D., Dur W., Raussendorf R., Nest M. // Nat. Phys. 2009. V. 5. P. 19. doi 10.1038/nphys1157
- [8] Milne D.F., Korolkova N.V. // Phys. Rev. A. 2012. V. 85. P. 032310. doi 10.1103/PhysRevA.85.032310
- [9] Hui Sun L., Qin Chen Y., Xiang Li G. // Opt. Express. 2012. V. 20. P. 3176. doi 10.1364/OE.20.003176
- [10] Houhou O., Aissaoui H., Ferraro A. // Phys. Rev. A. 2015. V. 92. P. 063843. doi 10.1103/PhysRevA.92.063843
- [11] Yokoyama S., Ukai R., Armstrong S.C., Sornphiphatphong C., Kaji T., Suzuki S., Yoshikawa J-i, Yonezawa H., Menicucci N.C., Furusawa A. // Nature Photonics. 2013. V. 7. P. 982. doi 10.1038/nphoton.2013.287
- [12] Pinel O., Jian P., de Araújo R.M., Feng J., Chalopin B., Fabre C., Treps N. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 108. P. 083601. doi 10.1103/PhysRevLett.108.083601
- [13] Knill E., Laflamme R., Milburn G. // Nature. 2001. V. 409. P. 46. doi 10.1038/35051009
- [14] Menicucci N.C. // Phys. Rev. Lett. 2014. V. 112. P. 120504. doi 10.1103/PhysRevLett.112.120504
- [15] Mehmet H., Vahlbruch M., Danzmann K., Schnabel R. // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117. P. 110801. doi 10.1103/PhysRevLett.117.110801
- [16] van Enk S.J., Nienhuis G. // EPL. 1994. V. 25. P. 497. doi 10.1209/0295-5075/25/7/004f
- [17] Nienhuis G., Allen L. // Phys. Rev. A. 1993. V. 48. P. 656. doi 10.1103/PhysRevA.48.656
- [18] Franke-Arnold S., Barnett S.M., Padgett M.J., Allen L. // Phys. Rev. A. 2002. V. 65. P. 033823. doi 10.1103/PhysRevA.65.033823
- [19] Torres J.P., Alexandrescu A., Torner L. // Phys. Rev. A. 2003. V. 68. P. 050301. doi 10.1103/PhysRevA.68.050301
- [20] Vashukevich E.A., Losev A.S., Golubeva T.Y., Golubev Y.M. // Phys. Rev. A. 2019. V. 99. P. 023805. doi 10.1103/PhysRevA.99.023805
- [21] Medeiros de Araújo R., Roslund J., Cai Y., Ferrini G., Fabre C., Treps N. // Phys. Rev. A. 2014. V. 89. P. 053828. doi 10.1103/PhysRevA.89.053828
- [22] Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J.C., Woerdman J.P. // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. P. 8185. doi 10.1103/PhysRevA.45.8185
- [23] Roslund J., de Araújo R., Jiang S., Fabre C., Treps N. // Nature Photonics. 2014. V. 8. P. 109. doi 10.1038/nphoton.2013.340
- [24] Huang H., Ren Y., Xie G., Yan Y., Yue Y., Ahmed N., Lavery M.P.J., Padgett M.J., Dolinar S., M. Tur, Willner A.E. // Opt. Lett. 2014. V. 39. P. 1689. doi 10.1364/OL.39.001689
- [25] Ruffato G., Massari M., Romanato F. // Scientific Reports. 2016. V. 6. P. 1. doi 10.1038/srep24760
- [26] Powers P.E. Field Guide to Nonlinear Optics. SPIE Press Field Guide FG29. SPIE Press, 2013.
- [27] Rosanov N.N., Arkhipov M.V., Arkhipov R.M., Veretenov N.A., Pakhomov A.V., Fedorov S.V. // Optics and Spectroscopy. 2019. V. 127. P. 77. doi 10.1134/S0030400X19070221
- [28] Volyar A.V., Bretsko M.V., Akimova Ya.E., Egorov Yu.A. // Computer Optics. 2019. V. 43. P. 14. doi 10.18287/2412-6179-2019-43-1-14-24
- [29] Rosanov N.N. // Optics and Spectroscopy. 2010. V. 109. P. 123. doi 10.1134/S0030400X10070209
- [30] Veretenov N.A., Fedorov S.V., Rosanov N.N. // Phys. Rev. Lett. 2017. V. 119. P. 263901. doi 10.1103/PhysRevLett.119.263901