Межзонный двухфотонный линейно-циркулярный дихроизм в полупроводниках в приближении Кейна

© *В.Р. Расулов, Р.Я. Расулов*¶*, Б.Б. Ахмедов, И.А. Муминов*

Ферганский государственный университет,
150100 Фергана, Узбекистан

¶ E-mail: r_rasulov51@mail.ru

Поступила в Редакцию 21 июля 2021 г.
В окончательной редакции 23 августа 2021 г.
Принята к публикации 9 сентября 2021 г.

Классифицированы межзонные двухфотонные оптические переходы и получены выражнения для матричных элементов в узкозонном полупроводнике в зависимости от зонных параметров, степени поляризации и частоты света. Показано, что основной вклад в двухфотонный линейно-циркулярный дихроизм в узкозонных полупроводниках вносят оптические переходы, протекающие из подзоны легких дырок в зону проводимости. Проанализированы зависимости парциальных коэффициентов межзонного двухфотонного поглощения света, отличающиеся друг от друга типами оптических переходов, в зависимости от степени поляризации света, и проведен количественный анализ коэффициента линейно-циркулярного дихроизма двухфотонного поглощения света. Получены выражения для спектральной зависимости коэффициента межзонного двухфотонного поглощения света в узкозонных полупроводниках в модели Кейна.

Ключевые слова: начальное, виртуальное и конечное состояния, межзонное двухфотонное поглощения света, приближение Кейна.

DOI: 10.21883/FTP.2022.01.51813.9719

1. Введение

Первые работы по двухфотонным межзонным переходам в кристаллах были выполнены в начале 60-х годов прошлого века вскоре после появления лазеров [1–3]. При вычислении матричных элементов двухфотонных переходов в кристаллах были использованы теории возмущений по полю неполяризованной электромагнитной волны [2,3], где применялась двухзонная модель Кейна.

В работах [4–7] как теоретически, так и экспериментально исследован линейно-циркулярный дихроизм (ЛЦД)[1] двух- и трехфотонного поглощения света в кристаллах кубической симметрии.

Многофотонное поглощение света в полупроводнике со сложной валентной зоной, обусловленное прямыми оптическими переходами между подзонами тяжелых и легких дырок и зависящее от степени поляризации света, было исследовано в работах [8–17]. Нелинейное межзонное однофотонное поглощение поляризованного света в полуметаллах Вейля исследовано в статье [18]. В этих работах считается, что нелинейность в зависимости коэффициента однофотонного поглощения от интенсивности света возникает за счет резонансного насыщения поглощения [19]. Это насыщение как в межзонном [18], так и во внутризонном [9,10,16,17] поглощении света обусловлено фотоиндуцированным изменением функций распределения носителей тока в области импульсного пространства вблизи поверхности, определяемой законом сохранения энергии и временем релаксации, обратное значение которого равно обратным значениям времен релаксаций по энергии и импульса.

В работах [8,11,14] был исследован многофотонный линейно-циркулярный дихроизм (ЛЦД) в p-Ge в режиме развитой нелинейности, когда в поглощение вносят сопоставимый вклад n-фотонные процессы с $n = (1-5)$. В работах [16,17] были исследованы четырехфотонные процессы в полупроводниках, обусловленные оптическими переходами между подзонами валентной зоны, с учетом эффекта когерентного насыщения.

Отметим, что в работе [7] построена теория линейно-циркулярного дихроизма многофотонного межзонного поглощения различной частоты и поляризации света в полупроводниках вблизи центра зоны Бриллюэна в трехзонном приближении, когда удовлетворяется условие $\frac{2\pi e^2 I|\mathbf{e}\mathbf{p}_{cv}|^2}{cn_\omega \omega^2 m_0^2 (\hbar\omega)^2} \ll 1$, где $\mathbf{e}$ и I — вектор поляризации и интенсивность света, $p_{cv} = p_{c\mathbf{k},v\mathbf{k}} = \mathbf{e}\mathbf{p}_{c\mathbf{k},v\mathbf{k}}$ — межзонный матричный элемент оператора импульса, n_ω — показатель преломления света среды на частоте ω, m_0 — масса свободного электрона.

В настоящей работе, в отличие от работы [7], мы проводим расчеты ЛЦД межзонного двухфотонного поглощения света (ДФПС), а также спектральной зависимости коэффициента ДФПС в полупроводниках типа InSb в модели Кейна, где учтем вклады в многоквантовый процесс промежуточных состояний в подзонах легкой и тяжелой дырок и в отщепленной за счет спин-орбитального взаимодействия валентной зоны, а также в зоне проводимости с учетом эффекта когерентного насыщения. Заметим, что в полупроводниках типа InSb энергетическое расстояние между близлежащими нижней и верхней зонами проводимости $(\tilde{\Delta})$ существенно

[1] Двухфотонный линейно-циркулярный дихроизм, обусловленный межзонными оптическими переходами электронов, был предсказан Е.Л. Ивченко в работе [4]

больше, чем ширина запрещенной или спин-отщепленной зоны [20,21], что позволяет провести дальнейшие исследования в двухзонном приближении.

2. Классификация двухфотонных межзонных оптических переходов

Известно, что вероятности одно- или многофотонных оптических переходов (ОП) и соответствующие им коэффициенты ЛЦД поглощения света определяются с использованием составных матричных элементов рассматриваемых ОП [4–17]. Поэтому в дальнейшем мы проведем анализ матричных элементов, связанных с двухфотонными ОП, характеризуемыми диаграммами Фейнмана + -типа, которые отличаются друг от друга выбором начальных состояний носителей тока:

а) пусть начальные состояния носителей тока расположены в подзоне тяжелых дырок ($|V, \pm 3/2\rangle$) с энергией E_{hh}, а виртуальные состояния — в подзоне тяжелых и легких дырок ($|V, \pm 3/2\rangle$) валентной зоны полупроводника (рис. 1, *a, b*). В этом случае в модели Кейна матричные элементы межзонных ОП типа $|V, \pm 3/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \pm 1/2\rangle$, $|V, \pm 3/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \mp 1/2\rangle$ определяются матрицей в порядке $(c, +1/2), (c, -1/2)$ и $(V, +3/2), (V, -3/2)$

$$\|M^{(2)}_{m',m}\| = \left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 P_{cV} k$$
$$\times \left\| \begin{matrix} \frac{2(A-B)e'_+ e_{z'}}{-\hbar\omega} + \frac{e'^2_- B}{E_{lh}-E_{hh}-\hbar\omega} & \frac{\sqrt{2} B e'_z e'_-}{E_{lh}-E_{hh}-\hbar\omega} \\ \frac{i\sqrt{2} e'_z e'_+ B}{E_{lh}-E_{hh}-\hbar\omega} & -i\left(\frac{2(A-B)e'_- e_{z'}}{-\hbar\omega} + \frac{e'^2_+ B}{E_{lh}-E_{hh}-\hbar\omega}\right) \end{matrix} \right\|, \tag{1}$$

где P_{cV} — параметр Кейна [22,23], $E_{lh}(E_{hh})$ — энергия легких(тяжелых) дырок, A, B — зонные параметры кристалла, $|c, \pm 1/2\rangle$ соответствует состояниям электронов с энергией E_c в зоне проводимости, k — волновой вектор носителей тока в конечном состоянии, $e'_\pm = e'_x \pm i e'_y$, $e'_\alpha (\alpha = x, y, z)$ — проекции вектора поляризации света $\mathbf{e}$ на оси x', y', перпендикулярные волновому вектору $\mathbf{k}$. Закон сохранения энергии, определяемый для указанных ОП, выражается с помощью функции $\delta(E_c - E_{hh} - 2\hbar\omega)$, E_{hh} — энергия тяжелых дырок;

б) пусть начальные состояния носителей тока расположены в подзоне легких дырок валентной зоны, а виртуальные состояния — в подзонах тяжелых и легких дырок валентной зоны (рис. 2, *a, b*). В этом случае в модели Кейна матричные элементы межзонных ОП типа $|V, \pm 1/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \pm 1/2\rangle$, $|V, \pm 1/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \mp 1/2\rangle$ определяются матрицей в порядке $(c, +1/2), (c, -1/2)$ и $(V, +1/2), (V, -1/2)$ соответственно и записываются следующим образом:

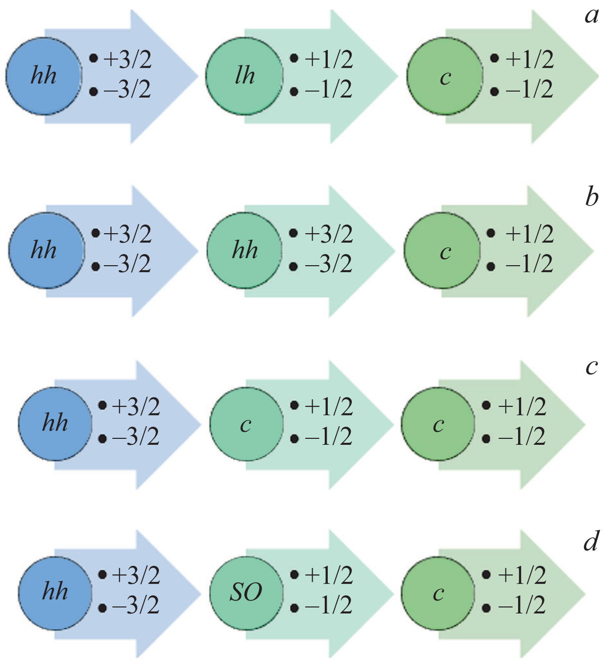

Рис. 1. Схемы двухфотонных ОП, происходящих между подзонами тяжелых дырок валентной зоны и зоны проводимости, где *hh* (*lh*) — подзона тяжелых (легких) дырок, *SO* — зона спин-орбитального расщепления.

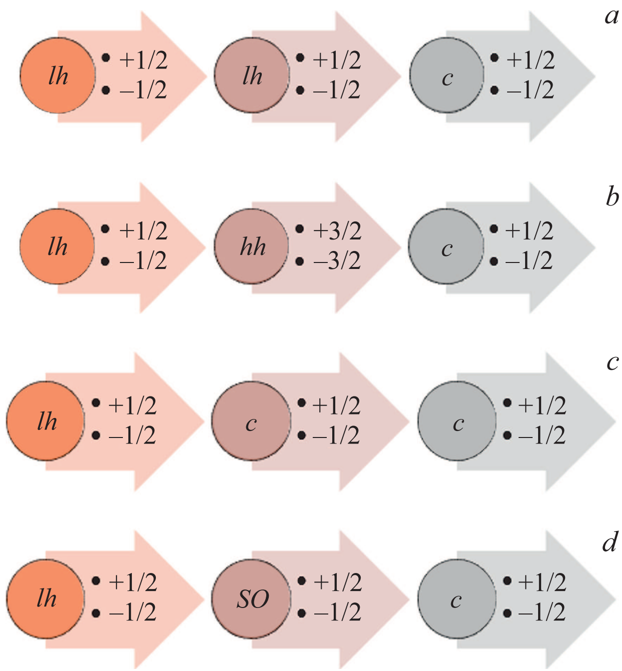

Рис. 2. Схемы двухфотонных ОП, происходящих между подзонами легких дырок валентной зоны и зоны проводимости.

$$\|M^{(2)}_{m',m}\| = \left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 P_{cV} k \left\| \begin{matrix} \left(\frac{\sqrt{3} B e'^2_+}{E_{hh}-E_{lh}-\hbar\omega} - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{(A+B)e'_- e_{z'}}{\hbar\omega}\right) & 2\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{(A+B)e'_- e'^2_z}{(-\hbar\omega)} \\ -i2\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{(A+B)e'^2_z}{\hbar\omega} & -i\left(\frac{\sqrt{3} B e'^2_-}{E_{hh}-E_{lh}-\hbar\omega} - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{(A+B)e'_+ e_{z'}}{\hbar\omega}\right) \end{matrix} \right\|, \tag{2}$$

Закон сохранения энергии для этих ОП выражается с помощью функции $\delta(E_c - E_{lh} - 2\hbar\omega)$, E_{lh} — энергия легких дырок;

в) пусть начальные состояния носителей тока расположены в подзоне легких дырок валентной зоны, а виртуальные состояния — в зоне проводимости (рис. 2, *c*). В этом случае в модели Кейна матричные элементы межзонных ОП типа $|V, \pm 1/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \pm 1/2\rangle$, $|V, \pm 1/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \mp 1/2\rangle$ определяются матрицей в порядке $(c, +1/2), (c, -1/2)$ и $(V, +1/2), (V, -1/2)$ соответственно, записываются следующим образом:

$$\|M^{(2)}_{m',m}\| = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{1}{\hbar\omega} \frac{\hbar^2 k}{m_c} P_{cV} k \begin{Vmatrix} e'_+ & \sqrt{2} e'_z \\ -i\sqrt{2} e'_z & i e'_- \end{Vmatrix}, \tag{3}$$

где $|m\rangle$ — $|c, \pm 1/2\rangle$, E_g — ширина запрещенной зоны, а закон сохранения энергии для указанных ОП выражается с помощью функции $\delta(E_c - E_{lh} - 2\hbar\omega)$;

г) пусть начальные состояния носителей тока расположены в подзоне легких дырок валентной зоны, а виртуальные состояния — в зоне спин-орбитального расщепления (рис. 2, *d*). В этом случае в модели Кейна матричные элементы межзонных ОП типа $|V, \pm 1/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \pm 1/2\rangle$, $|V, \pm 1/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \mp 1/2\rangle$ определяются матрицей в порядке $(c, +1/2), (c, -1/2)$ и $(V, +1/2), (V, -1/2)$ соответственно, записываются следующим образом:

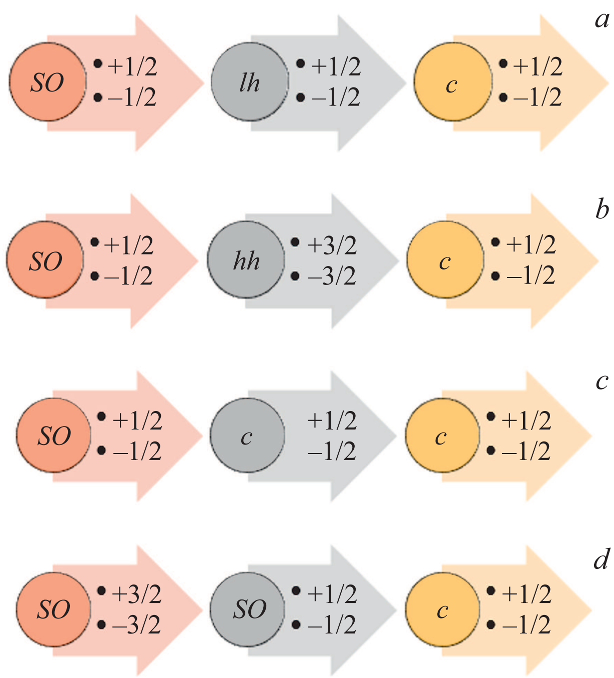

Рис. 3. Схемы двухфотонных ОП, происходящих между зоной спин-орбитального расщепления и зоной проводимости.

$$(\widehat{M})_{c,lh} = \left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{P_{cV} B k}{2\sqrt{3}(E_{hh} - E_{lh} - \hbar\omega)} \begin{bmatrix} 6e'_z e'^2_- + (E_{lh} + \hbar\omega) \frac{e'_+(4e'^2_z + e'^2_\perp)}{\hbar\omega} & -2\sqrt{2}(E_{lh} + \hbar\omega) \frac{e'_z(4e'^2_z + e'^2_\perp)}{\hbar\omega} + i3e'^3_+ \\ 3e'^3_- - i2\sqrt{2}(E_{lh} + \hbar\omega) \frac{e'_+(4e'^2_z + e'^2_\perp)}{\hbar\omega} & 6ie'_z e'^2_+ + i(E_{lh} + \hbar\omega) \frac{e'_+(4e'^2_z + e'^2_\perp)}{\hbar\omega} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

где $|m\rangle = |SO, \pm 1/2\rangle$. Закон сохранения энергии для этого случая описывается функцией $\delta(E_c - E_{lh} - 2\hbar\omega)$;

д) пусть начальные состояния носителей тока расположены в подзоне тяжелых дырок валентной зоны, а виртуальные состояния — в зоне спин-орбитального расщепления (рис. 1, *c*). В этом случае в модели Кейна матричные элементы межзонных ОП типа $|V, \pm 3/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \pm 1/2\rangle$, $|V, \pm 3/2\rangle \to |m\rangle \to |c, \mp 1/2\rangle$ определяются матрицей в порядке $(c, +1/2), (c, -1/2)$ и $(V, +3/2), (V, -3/2)$ соответственно, записываются следующим образом:

$$\|M^{(2)}_{m',m}\| = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{P_{cV}}{E_\Delta - E_{hh} - \hbar\omega} \times \begin{Vmatrix} -\sqrt{3} e'_+ H^{*\prime} - ie'_z(G' - F') & -ie'_-(G' - F') + e'_z H^{*\prime} \\ ie'_z H' - e'_+(G' - F') & e'_z(G' - F') + i\sqrt{3} e' H' \end{Vmatrix}, \tag{5}$$

где E_Δ — энергетический спектр носителей тока в зоне спин-орбитального расщепления, G', F', H' — первая производная по волновому вектору носителей тока от величин G, F, H, которые определяются формулой (24.20) из работы [22], $(*)$ — знак комплексного сопряжения. Закон сохранения энергии выражается с помощью функции $\delta(E_c - E_{hh} - 2\hbar\omega)$.

Аналогичным образом можно привести выражения для оптических переходов, где начальные состояния носителей тока расположены в подзоне тяжелых дырок, а виртуальные состояния — в зоне проводимости и спин-орбитального расщепления (рис. 1, *c, d*), а также выражения для оптических переходов, где начальные состояния носителей тока расположены в зоне спин-орбитального расщепления, а виртуальные состояния — в подзоне легких и тяжелых дырок, а также в зоне проводимости и спин-орбитального расщепления (рис. 3, *a–d*), которые не приведены из-за краткости, но они учтены при расчетах спектральной зависимости коэффициента поглощения света и его линейно-циркулярного дихроизма.

Отметим, что волновой вектор в конечном состоянии электронов, участвующих в межзонных ОП, определяется с помощью выражения $k^{(2\omega)}_{c,L} = \sqrt{\frac{2\mu^{(c,L)}_+}{\hbar^2}(2\hbar\omega - E_g)}$, где m_c — эффективная масса электронов в зоне проводимости, m_L — эффективная масса дырок в подзоне L, $L = lh$ $(L = hh)$ — для легких (тяжелых) дырок, $\mu^{(c,L)}_\perp = \frac{m_c m_L}{m_c + m_L}$ — приведенная эффективная масса носителей тока. Тогда для энергий легких и тяжелых дырок справедливы следующие соотношения:

а) если ОП происходит из подзоны тяжелых дырок, тогда

$$E_{L=hh}(k^{(2\omega)}_{c,L=hh}) = \frac{m_c}{m_c + m_{hh}} (2\hbar\omega - E_g),$$

$$E_{lh}(k^{(2\omega)}_{c,L=hh}) = \frac{m_c\, m_{hh}}{m_{lh}(m_c + m_{hh})} (2\hbar\omega - E_g);$$

б) если ОП происходит из подзоны легких дырок, тогда

$$E_{L=hh}(k^{(2\omega)}_{c,L=lh}) = \frac{m_c\, m_{lh}}{m_{hh}(m_c + m_{lh})} (2\hbar\omega - E_g),$$

$$E_{lh}(k^{(2\omega)}_{c,L=lh}) = \frac{m_c}{m_c + m_{lh}} (2\hbar\omega - E_g).$$

Матричные элементы двухфотонных переходов, происходящих из спин-отщепленной зоны в зону проводимости, где виртуальные состояния носителей тока расположены в подзонах валентной зоны, в зоне проводимости, а также в зоне спин-орбитального расщепления полупроводника, которые представлены на рис. 3 и определяются аналогичным образом как в вышеприведенных случаях.

Таким образом, в узкозонном кристалле были классифицированы межзонные двухфотонные ОП и получены выражнения для матричных элементов в зависимости от зонных параметров, степени поляризации и частоты света.

3. Межзонное двухфотонное поглощение поляризованного света и его линейно-циркулярный дихроизм

В этом разделе получим выражение для спектральной зависимости коэффициента межзонного ДФПС света в узкозонных полупроводниках в модели Кейна. В дальнейших расчетах используем метод расчета, предложенный в работах [4,7,10,18]).

Отметим, что коэффициент многофотонного поглощения света состоит из парциальных составляющих, которые по своей природе зависят от того, в какой зоне находятся носители тока как в исходном, так и в виртуальном состоянии.

В дальнейших (промежуточных) расчетах вместо $\sum_{\mathbf{k}}(f_L - f_{\text{cond}})\delta(E_{\text{cond}} - E_L - 2\hbar\omega)F(k)$ используем выражение $\frac{1}{(2\pi)^3} F(k_{c,L})k^2_{c,L}$, где $k_{c,L}$ — волновой вектор, определяемый из закона сохранения энергии: $E_c - E_L - 2\hbar\omega = 0$. В частности, в сферическом приближении в энергетическом спектре носителей тока, т. е. в случае $E_L = E^{(0)}_L + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_L}$, волновой вектор носителей тока, участвующих в межзонных ОП, определяется как $k^2_{c,L} = \frac{2\mu^{(c,L)}_+}{\hbar^2}(2\hbar\omega - E_g)$, где $\mu^{(c,lh)}_+ = \frac{m_c m_L}{m_c + m_L}$ — приведенная эффективная масса, m_L — эффективная масса носителей тока в зоне (или подзоне) с номером L. В частности, $L = c$ для зоны проводимости, тогда $E^{(0)}_L = E_g$, а $L = lh(hh)$ для подзоны легких (тяжелых) дырок валентной зоны, тогда $E^{(0)}_L = 0$.

Отметим, что частотная зависимость знаменателей в матричных элементах опредеяется законом сохранения энергии, типом рассматриваемых ОП и виртуальных состояний. Например, если виртуальные состояния находятся в валентной зоне, а исходное — в подзоне тяжелых дырок, тогда знаменатель в матричном элементе данного перехода определяется выражением

$$E_{hh} - E_{lh} - \hbar\omega = \frac{m_c}{m_{hh}} \frac{m_{hh} - m_{lh}}{m_c + m_{lh}} (2\hbar\omega - E_g) + \hbar\omega,$$

если этот переход происходит из подзоны легких дырок, тогда знаменатель в матричном элементе данного перехода определяется как

$$E_{lh} - E_{hh} - \hbar\omega = \frac{m_c}{m_{lh}} \frac{m_{hh} - m_{lh}}{m_{hh} + m_c} (2\hbar\omega - E_g),$$

где учтены соотношения:

$$A - B = \frac{\hbar^2}{2m_{hh}}, \quad A + B = \frac{\hbar^2}{2m_{lh}}.$$

В дальнейшем рассчитаем парциальные коэффициенты двухфотонного поглощения (см., например, формулу (1) из работы [16]), отличающиеся друг от друга типом ОП, т. е. от начального, промежуточного и виртуального состояний:

а) если исходное состояние находится в подзоне тяжелых дырок валентной зоны, тогда, следуя [16,18,19], коэффициент межзонного двухфотонного поглощения света можно определить выражением[2]

$$K^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 3/2} = \frac{2\pi}{\hbar}\, 2\hbar\omega\, \frac{1}{I}\, \Xi^{(2)}_{C,hh} \left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 P^2_{cV} k^2$$
$$\times \left(\left\langle \frac{\left| \frac{2(A-B)e'_+ e_{z'}}{-\hbar\omega} + \frac{e'^2_- B}{(E_{lh} - E_{hh} - \hbar\omega)} \right|^2}{\sqrt{1 + 4\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 P_{cV} k\right]^2 \left| \frac{2(A-B)e'_+ e_{z'}}{-\hbar\omega} + \frac{e'^2_- B}{(E_{lh} - E_{hh} - \hbar\omega)} \right|^2}} \right\rangle \right.$$
$$\left. + \left\langle \frac{\left| \sqrt{2}B\, \frac{e'_z e'_-}{(E_{lh} - E_{hh} - \hbar\omega)} \right|^2}{\sqrt{1 + 4\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 P_{cV} k\right]^2 \left| \sqrt{2}B\, \frac{e'_z e'_-}{(E_{lh} - E_{hh} - \hbar\omega)} \right|^2}} \right\rangle \right), \tag{6}$$

откуда после проведения усреднения по телесным углам волнового вектора носителей тока ($\langle \ldots \rangle$) и без учета

[2] Как здесь, так и в дальнейшем рассмотрим область малых интенсивностей света, когда применима теория возмущения.

когерентного насыщения имеем

$$K_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = \frac{8\pi^2}{\hbar}\,\hbar\omega\,\frac{1}{I}\,\frac{(\mu_+^{c,hh})^{3/2}}{(2\pi)^3\hbar^3}\sqrt{2}\sqrt{2\hbar\omega - E_g}\,f_{hh}$$

$$\times\left[\frac{m_c}{m_c + m_{hh}}\,(2\hbar\omega - E_g)\right]\left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 P_{cV}k\right]^2 \Re^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2}. \tag{7}$$

Здесь $\Xi^{(2)}_{C,L} = \sum_{\mathbf{k}}(f_L - f_{\text{cond}})\delta(E_{\text{cond}} - E_L - 2\hbar\omega)$,

$$\Re^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = \frac{1}{4\pi}$$

$$\times\left\langle\left|\frac{2(A-B)e'_+e_{z'}}{(-\hbar\omega)} + \frac{e'^2_-B}{(E_{lh} - E_{hh} - \hbar\omega)}\right|^2\right\rangle$$

$$+\left\langle\left|\sqrt{2}B\,\frac{e'_ze'_-}{(E_{lh} - E_{hh} - \hbar\omega)}\right|^2\right\rangle$$

$$= \frac{B^2}{15(\hbar\omega)^2}\left[\left(2\,\frac{A-B}{B}\right)^2 a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2}\right.$$

$$\left. + \left(\frac{\hbar\omega}{E_{lh} - E_{hh} - \hbar\omega}\right)^2 b^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2}\right], \tag{8}$$

которое в сферическом приближении в энергетическом спектре носителей тока принимает вид

$$\Re^{(2,sfer)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = \frac{B^2}{15(\hbar\omega)^2}\left[\frac{16m_{lh}^2}{(m_{hh} - m_{lh})^2}\,a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2}\right.$$

$$\left. + \left(\frac{\hbar\omega(m_{hh} + m_c)m_{lh}}{m_c(m_{hh} - m_{lh})(2\hbar\omega - E_g)}\right)^2 b^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2}\right], \tag{9}$$

где для линейно (циркулярно)-поляризованного света $a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = 2\,(a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = 9)$, $a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = 3$ $(b^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = 13)$, $b^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = 3\,(b^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = 13)$. В этом случае коэффициент ЛЦД для этих ОП зависит от частоты света и зонных параметров;

б) если исходное состояние находится в подзоне легких дырок, тогда получим

$$K^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = \frac{2\pi}{\hbar}\,2\hbar\omega\,\frac{1}{I}\,\Xi^{(2)}_{c,lh}\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^4\frac{P_{cV}^2k^2}{3}$$

$$\times\left(\left\langle\frac{\left|\frac{3Be'^2_+}{(E_{hh}-E_{lh}-\hbar\omega)} + 2\,\frac{(A+B)e'_-e_{z'}}{(-\hbar\omega)}\right|^2}{\sqrt{1+4\,\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2\frac{P_{cV}k}{\sqrt{3}}\right]^2\left|\frac{3Be'^2_+}{(E_{hh}-E_{lh}-\hbar\omega)}+2\,\frac{(A+B)e'_-e_{z'}}{(-\hbar\omega)}\right|^2}}\right\rangle\right.$$

$$\left. + \left\langle\frac{\left|2\sqrt{2}(A+B)\,\frac{e'^2_z}{(-\hbar\omega)}\right|^2}{\sqrt{1 + 4\,\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2\frac{pk}{\sqrt{3}}\right]^2\left|2\sqrt{2}(A+B)\,\frac{e'^2_z}{(-\hbar\omega)}\right|^2}}\right\rangle\right), \tag{10}$$

или

$$K^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = \frac{32\pi}{\hbar}\,\hbar\omega\,\frac{1}{I}\,\Xi_{c,lh}\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2\frac{P_{cV}^2k^2}{3}$$

$$\times\Re^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm1/2}. \tag{11}$$

Здесь

$$\Re^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm1/2} = \frac{1}{4\pi}$$

$$\times\left(\left\langle\left|\frac{3Be'^2_+}{(E_{hh} - E_{lh} - \hbar\omega)} + 2\,\frac{(A+B)e'_-e_{z'}}{(-\hbar\omega)}\right|^2\right\rangle\right.$$

$$\left. + \left\langle\left|2\sqrt{2}(A+B)\,\frac{e'^2_z}{(-\hbar\omega)}\right|^2\right\rangle\right) = \frac{B^2}{15(\hbar\omega)^2}$$

$$\times\left[4\left(\frac{A+B}{B}\right)^2 + \left(\frac{3\hbar\omega}{E_{hh} - E_{lh} - \hbar\omega}\right)^2\right]a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm1/2}, \tag{12}$$

которое в сферическом приближении энергетического спектра носителей тока принимает вид

$$\Re^{(2,sfer)}_{C,\pm1/2;V,\pm1/2} = \frac{\hbar^4(m_{hh} - m_{lh})^2}{15(4\hbar\omega m_{hh}m_{lh})^2}\left[4\left(\frac{2m_{hh}}{m_{hh} - m_{lh}}\right)^2\right.$$

$$\left. + \left(\frac{3\hbar\omega}{\frac{m_c}{m_{hh}}\,\frac{m_{hh}-m_{lh}}{m_c+m_{lh}}\,(2\hbar\omega - E_g) + \hbar\omega}\right)^2\right]a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm1/2}, \tag{13}$$

где для линейно (циркулярно)-поляризованного света $a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm1/2} = 8$ $(a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm1/2} = 7)$, коэффициент ЛЦД для этих ОП не зависит от частоты света и равен 8/7.

Пусть теперь виртуальные состояния носителей тока находятся в зоне проводимости. В этом случае:

а) если исходное состояние находится в подзоне тяжелых дырок валентной зоны, то

$$K^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = \frac{2\pi}{\hbar}\,2\hbar\omega\,\frac{1}{I}\,\Xi_{c,hh}\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^4\left(\frac{P_{cV}k}{\hbar\omega}\,\frac{\hbar^2}{m_c}\right)^2$$

$$\times\left\langle\frac{|e'_ze'_-|^2}{\sqrt{1 + 4\,\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2\frac{P_{cV}k}{\hbar\omega}\,\frac{\hbar^2}{m_c}\right]^2|e'_ze'_-|^2}}\right\rangle, \tag{14}$$

из которого без учета вклада эффекта когерентного насыщения в $K^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2}$ имеем

$$K^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = \frac{2\pi}{\hbar}\,2\hbar\omega\,\frac{1}{I}\,\Xi_{c,hh}\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^4$$

$$\times\left(\frac{P_{cV}k}{\hbar\omega}\,\frac{\hbar^2}{m_c}\right)^2\frac{1}{15}\,a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2}, \tag{15}$$

где для линейно (циркулярно)-поляризованного света $a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = 2$ $(a^{(2)}_{C,\pm1/2;V,\pm3/2} = 3)$, коэффициент ЛЦД для этих ОП постоянен и равен 2/3;

б) если исходное состояние находится в подзоне легких дырок валентной зоны, то

$$K^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 1/2} = \frac{2\pi}{\hbar}\, 2\hbar\omega\, \frac{1}{I}\, \Xi_{c,lh} \left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^4 \left(\frac{P_{cV}k}{\hbar\omega}\,\frac{\hbar^2}{m_c}\right)^2 \times \Im^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 1/2}, \tag{16}$$

$$\Im^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 1/2} = \left\langle \frac{|e'_z e'_+|^2}{\sqrt{1+4\,\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{1}{\hbar\omega}\,\frac{\hbar^2}{m_c}\,P_{cV}k\right]^2 |e'_z e'_+|^2}} \right\rangle + \left\langle \frac{|\sqrt{2}e'^2_z|^2}{\sqrt{1+4\,\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{1}{\hbar\omega}\,\frac{\hbar^2}{m_c}\,P_{cV}k\right]^2 |\sqrt{2}e'^2_z|^2}} \right\rangle, \tag{17}$$

из которого без учета вклада эффекта когерентного насыщения в $K^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 1/2}$ получим, что для света с линейной (круговой) поляризацией $\Im^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 1/2} = 8/15$ ($\Im^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 1/2} = 7/15$), а коэффициент ЛЦД равен 7/8.

Пусть теперь виртуальные состояния носителей тока находятся в спин-орбитальной протяженной зоне. В этом случае:

а) если исходное состояние находится в подзоне тяжелых дырок валентной зоны, то получим, что

$$K^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 3/2} = \frac{2\pi}{\hbar}\, 2\hbar\omega\, \frac{1}{I}\, \Xi_{c,hh} \times \left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{BkP_{cV}}{(E_\Delta - E_{hh} - \hbar\omega)}\right]^2 \Phi^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 3/2}. \tag{18}$$

Здесь

$$\Phi^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 3/2} = \left\langle \frac{|e'_z e'_-|^2}{\sqrt{1+4\,\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{BkP_{cV}}{(E_\Delta-E_{hh}-\hbar\omega)}\right]^2 |e'_z e'_-|^2}} \right\rangle + \left\langle \frac{|e'^2_\perp|^2}{\sqrt{1+4\,\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{BkP_{cV}}{(E_\Delta-E_{hh}-\hbar\omega)}\right]^2 |e'^2_\perp|^2}} \right\rangle, \tag{19}$$

из которого без учета вклада эффекта когерентного насыщения в $K^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 3/2}$ получим, что для света с линейной (круговой) поляризацией коэффициент ЛЦД равен 2/3;

б) если исходное состояние находится в подзоне легких дырок валентной зоны, то коэффициент двухфотонного поглощения поляризованного света определяется как

$$K^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 1/2} = \frac{2\pi}{\hbar}\, 2\hbar\omega\, \frac{1}{I}\, \Xi_{c,lh} \times \left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{6}}\,\frac{BkP_{cV}}{(E_\Delta - E_{hh} - \hbar\omega)}\right]^2 \Phi^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 1/2}. \tag{20}$$

$$\Phi^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 1/2} = \left\langle \frac{|3e'^2_\pm + 4e^2_{z'}|^2}{\sqrt{1+4\,\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{6}}\,\frac{BkP_{cV}}{(E_\Delta-E_{hh}-\hbar\omega)}\right]^2 |3e'^2_\pm + 4e^2_{z'}|^2}} \right\rangle + \left\langle \frac{|e'_z e'_+|^2}{\sqrt{1+4\,\frac{\alpha_\omega}{\hbar^2\omega^2}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{eA_0}{c\hbar}\right)^2 \frac{1}{\hbar\omega}\,\frac{\hbar^2}{m_c}\,P_{cV}k\right]^2 |e'_z e'_+|^2}} \right\rangle, \tag{21}$$

из которого без учета вклада эффекта когерентного насыщения в $K^{(2)}_{C,\pm 1/2;V,\pm 3/2}$ получим, что коэффициент ЛЦД равен 3/2.

Отметим, что суммарный коэффициент ДФПС ($K^{(2)}_{c,V}$) определяется суммой вышеперечисленных парциальных коэффициентов ДФПС. Таким образом, основной вклад в ЛЦД ДФПС вносят ОП, протекающие из подзоны легких дырок в зону проводимости.

Далее вычислим спектральную зависимость суммарного коэффициента ДФПС в модели Кейна и будем использовать следующие выражения для энергетических спектров носителей тока в параболическом приближении:

$$E_c(\mathbf{k}) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{k^2 P^2_{cV}\left(E_g + \frac{2}{3}\Delta\right)}{E_g(E_g+\Delta)},$$
$$E_{hh}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}, \quad E_{lh}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} - \frac{2k^2 P^2_{cV}}{3E_g},$$
$$E_{SO}(\mathbf{k}) = -\Delta + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} - \frac{k^2 P^2_{cV}}{3(\Delta + E_g)}, \tag{22}$$

где $E_g(\Delta)$ — ширина запрещенной (спин-орбитальной) зоны, P_{cV} — параметр Кейна [23]. Тогда спектральная зависимость коэффициента двухфотонного поглощения линейно поляризованного света в области малых значений волнового вектора носителей тока имеет вид

$$K^{(2)}_{c,V}(\omega) = K^{(0)}_{c,V}\,\Im^{(2,l)}_{c,V}\left(\frac{2\hbar\omega}{E_g}\right), \tag{23}$$

где $K^{(0)}_{c,V} = \frac{4\pi e^2 P_{cV}}{\hbar c^2 n^2_\omega E^3_g}$, $E_g \ll E_{SO}$ для случая $l = 1$, $E_g \gg E_{SO}$ для случая $l = 2$,

$$\Im^{(2,1)}_{c,V}(\xi) = \frac{4\xi^{3/2}}{15\sqrt{6}(\xi+1)^3}\left[480\,\frac{(\xi+1)^{1/2}}{(3\xi+1)^2} + \frac{(\xi+2)^{3/2}}{(\xi+1)^5} \times \left(9(\xi+1)^4 + 40(\xi+1)^2 + 96\right)\right], \tag{24}$$

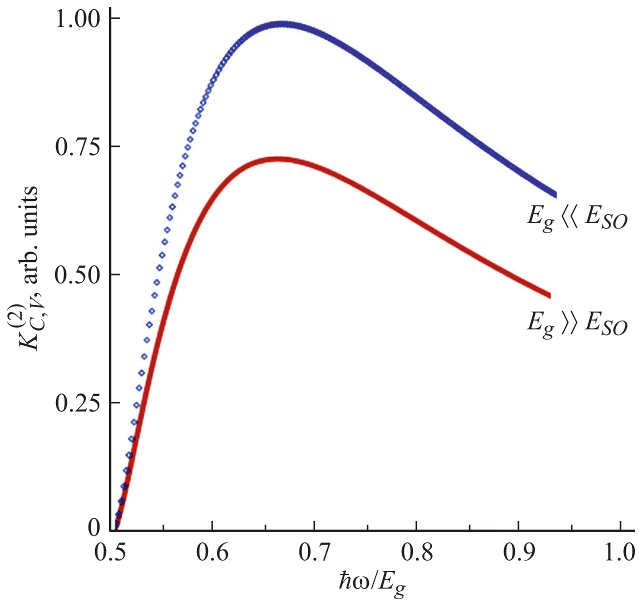

Рис. 4. Спектральная зависимость коэффициента межзонного двухфотонного поглощения линейно поляризованного света в кристалле InSb, соответствующая случаям $E_g \gg E_{SO}$ и $E_g \ll E_{SO}$.

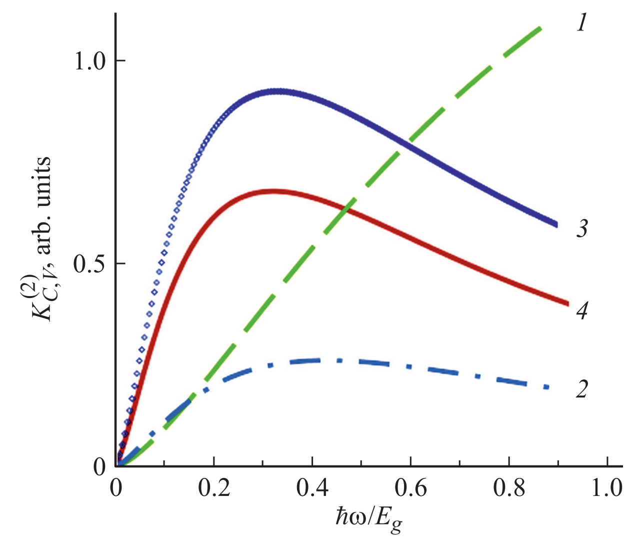

Рис. 5. Спектральная зависимость коэффициента межзонного двухфотонного поглощения линейно поляризованного света в кристалле InSb, соответствующая случаям $E_g \ll E_{SO}$ (кривые *1* и *3*) и $E_g \gg E_{SO}$ (кривые *2* и *4*). Кривые *1* и *2* соответствуют параболическому, а кривые *3* и *4* непараболическому приближению в энергетическом спектре носителей тока.

$$\Im^{(2,2)}_{c,V}(\xi) = \frac{32\xi^{3/2}}{15(\xi+1)^3}\left\{36\,\frac{(\xi+1)^{1/2}}{(3\xi+1)^2} + \frac{(\xi+2)^{3/2}}{(\xi+1)^5}\right.$$
$$\left.\times\left((\xi+1)^4 + 2(\xi+1)^2 + 6\right)\right\}, \qquad (25)$$

$\xi = (2\cdot\hbar\omega - E_g)/E_g$.

На рис. 4 и 5 представлена зависимость $K^{(2)}_{c,V}(\omega)$ для InSb в двух случаях: $E_g \ll E_{SO}$ и $E_g \gg E_{SO}$. В расчетах предполагалось, что начальные состояния носителей тока полностью заняты, а конечные состояния — полностью пустые. Эти результаты показывают, что при освещении InSb линейно поляризованным светом, как в случае $E_g \ll E_{SO}$, так и при $E_g \gg E_{SO}$, спектральная зависимость $K^{(2)}_{c,V}(\omega)$ с ростом частоты увеличивается, достигает максимума, а затем уменьшается (рис. 4 и 5, кривые *3, 4*). Это объясняется сложностью зонной структуры полупроводника в модели Кейна, которая отражается в матричных элементах и в энергетических спектрах. За счет этого возникают сложные зависимости плотности состояний и энергий как конечных, так и начальных состояний фотовозбужденных носителей тока от частоты света. Если ограничимся сферическим приближением в энергетическом спектре, тогда $K^{(2)}_{c,V}(\omega)$ будет увеличиваться с ростом частоты при условии $E_g \ll E_{SO}$ (рис. 4).

Отметим, что при учете анизотропии энергетического спектра электронов в валентной зоне в двухзонном приближении и в области малых значений волнового вектора носителей тока наши результаты по поляризационной зависимости коэффициента двухфотонного поглощения света в узкозонных полупроводниках совпадают с результатами работы [7]. Количественные значения зонных параметров были взяты из работы [24].

4. Заключение

В заключение сформулируем кратко основные результаты и выводы из проделанной работы.

1. Классифицированы матричные элементы межзонных двухфотонных ОП в узкозонном полупроводнике в зависимости от компонент вектора поляризации света.

2. В приближении Кейна как с учетом, так и без учета эффекта когерентного насыщения рассчитаны поляризационные и спектральные зависимости парциальных коэффициентов ДФПС и их ЛЦД, отличающихся друг от друга типом ОП.

3. На основе золотого правила квантовой механики показано, что при освещении InSb линейно поляризованным светом, как в случае $E_g \ll E_{SO}$, так и при $E_g \gg E_{SO}$, спектральная зависимость $K^{(2)}_{c,V}(\omega)$ с ростом частоты увеличивается, достигает максимума, а затем уменьшается, и этот случай объясняется сложностью зависимостей плотности состояний и энергий как конечных, так и начальных состояний фотовозбужденных носителей тока от частоты света, которые связаны с особенностями зонной структуры полупроводника в модели Кейна. Если ограничимся сферическим приближением в энергетическом спектре, тогда $K^{(2)}_{c,V}(\omega)$ будет увеличиваться с ростом частоты при условии $E_g \ll E_{SO}$ (рис. 5, кривая *1*).

4. Развита теория ЛЦД, связанного межзонными двухфотонными ОП в узкозонных полупроводниках в приближении Кейна.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] R. Loudon. Proc. Phys. Soc., **80** (4), 952 (1962).
[2] R. Braunstein. Phys. Rev., **125** (2), 475 (1962).
[3] R. Braunstein, N. Ockman. Phys. Rev., **134**, 499 (1964).
[4] Е.Л. Ивченко. ФТТ, **14** (12), 3489 (1972).
[5] Е.Л. Ивченко, Е.Ю. Перлин. ФТТ, **15** (9), 2781 (1973).
[6] Е.В. Берегулин, Д.П. Дворников, Е.Л. Ивченко, И.Д. Ярошецкий. ФТП, **9** (5), 876 (1975).
[7] С.Б. Арифжанов, Е.Л. Ивченко. ФТТ, **17**, 81 (1975).
[8] С.Д. Ганичев, Е.I. Ивченко, С.А. Емельянов, Е.Ю. Перлин, Я.В. Терентьев, А.В. Федоров, И.Д. Ярошецкий. ЖЭТФ, **91** (11), 1233 (1986).
[9] С.Д. Ганичев, Е.Л. Ивченко, Р.Я. Расулов, И.Д. Ярошецкий, Б.Я. Авербух. ФТТ, **35** (1), 198 (1993).
[10] Р.Я. Расулов. Дис. докт. физ.-мат. наук (СПб., ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, 1993).
[11] С.Д. Ганичев, С.А. Емельянов, Е.Л. Ивченко, Е.Ю. Перлин, Я.В. Терентьев, А.В. Федоров, И.Д. Ярошецкий. ЖЭТФ, **91**, 729 (1986).
[12] Р.Я. Расулов, Г.Х. Хошимов, Х. Холитдинов. ФТП, **30** (2), 274 (1996).
[13] Р.Я. Расулов. ФТП, **22** (11), 2077 (1988).
[14] Р.Я. Расулов. ФТТ, **35** (6), 1674 (1993).
[15] В.Р. Расулов, Р.Я. Расулов, Р.Р. Султонов, Б.Б. Ахмедов. ФТП, **54** (11), 1181 (2020).
[16] V.R. Rasulov, R.Ya. Rasulov, I. Eshboltaev. Phys. Solid State, **59** (3), 463 (2017).
[17] V.R. Rasulov, R.Ya. Rasulov, I. Eshboltaev. Russ. Phys. J., **58** (12), 1681 (2015).
[18] N.V. Leppenen, E.L. Ivchenko, L.E. Golub. Phys. Status Solidi B, **256**, 1900305 (2019). https://doi.org/10.1002/pssb.201900305/
[19] Д.А. Паршин, А.Р. Шабаев. ЖЭТФ, **92** (4), 1471 (1987).
[20] J.-Y. You, B. Gu, S. Maekawa, G. Su. Phys. Rev. B, **102**, 094432 (2020). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.102.094432
[21] R. Mohammad, Şenay Katircıoḡlu, Musa El-Hasan. J. Mater. Sci., **43**, 2935 (2008). DOI 10.1007/s10853-007-1794-4
[22] Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус. *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках* (М., Медиа, 2012).
[23] Е.Л. Ивченко, Р.Я. Расулов. *Симметрия и реальная зонная структура полупроводников* (Ташкент, Фан, 1989).
[24] I. Vurgaftman, J.R.M. Meyer, J.R. Ram-Moha. J. Appl. Phys., **89**, 5815 (2001).

Редактор А.Н. Смирнов

Interband two-photon linear-circular dichroism in semiconductors in the Kane approximation

V.R. Rasulov, R.Ya. Rasulov, B.B. Akhmedov, I.A. Muminov

Fergana State University,
150100 Ferghana, Uzbekistan

Abstract Interband two-photon optical transitions are classified and expressions are obtained for the matrix elements in a narrow-gap semiconductor depending on the band parameters, degree of polarization, and light frequency. It is shown that the main contribution to two-photon linear-circular dichroism in narrow-gap semiconductors is made by optical transitions proceeding from the subband of light holes to the conduction band. The dependences of the partial coefficients of interband two-photon absorption of light, which differ from each other by the types of optical transitions, are analyzed depending on the degree of polarization of the light, and a quantitative analysis of the coefficient of linear-circular dichroism of two-photon absorption of light is carried out. Expressions are obtained for the spectral dependence of the coefficient of interband two-photon absorption of light in narrow-gap semiconductors in the Kane model.