01

Фотоиндуцированное состояние Флоке-изолятора в графеноподобном кристалле

© Е.И. Кухарь,[1] С.В. Крючков[2,3]

[1] Волгодонский инженерно-технический институт,
филиал Национального исследовательского ядерного университета
„Московский инженерно-физический институт“,
347360 Волгодонск, Россия
[2] Волгоградский государственный социально-педагогический университет,
400066 Волгоград, Россия
[3] Волгоградский государственный технический университет,
400005 Волгоград, Россия
e-mail: eikuhar@yandex.ru

Поступило в Редакцию 28 октября 2021 г.
В окончательной редакции 8 декабря 2021 г.
Принято к публикации 9 декабря 2021 г.

Получен Флоке-спектр носителей заряда в $2D$-кристалле с изначально смещенными дираковскими точками. Исследованы фазовая и амплитудная зависимости энергетической щели, наводимой эллиптически поляризованным и бихроматическим высокочастотными полями. Показано, что в отличие от графена линейно поляризованное электрическое поле способно переводить изначально полуметаллическое состояние дираковского кристалла в состояние Флоке-изолятора. Указаны условия такого перехода, одним из которых является несовпадение ориентации линии поляризации поля и направления кристаллографических осей.

Ключевые слова: Флоке-спектр, квазиэнергия, кристалл Дирака, полудираковский кристалл, графен, топологический изолятор Флоке.

DOI: 10.21883/JTF.2022.03.52128.280-21

Введение

Развитие электроники неразрывно связано с созданием новых наноматериалов. Современные технологии позволяют получать низкоразмерные структуры различного типа, в том числе $2D$-кристаллы моноатомной толщины [1,2]. Открытие таких классов твердотельных структур как дираковские и вейлевские кристаллы имеет не только практическое [3–5], но и фундаментальное значение. Хорошо известно, что свободный графен характеризуется коническим типом закона дисперсии, т. е. линейной зависимостью между энергией и импульсом электрона. В то время как графену на подложке может соответствовать гиперболический тип закона дисперсии [6]. Такое математическое сходство электронных состояний в физике низкоразмерных систем и физике высоких энергий дает возможность использовать современные наноматериалы в качестве модели некоторых эффектов квантовой электродинамики [7,8].

В настоящее время интерес вызывает исследование анизотропных моделей дираковских кристаллов [9–13]. Так, например, в лабораторных условиях получены так называемые полудираковские кристаллы [14], где движению носителей заряда вдоль одной кристаллографической оси соответствует квадратичная дисперсия, а движению вдоль другой — линейная или гиперболическая дисперсия. В качестве примера к таким кристаллам можно отнести фосфорен [15] или графен, подверженный механическому напряжению вдоль какого-либо направления [16]. Натяжение графена приводит к сближению неэквивалентных дираковских точек, которое может происходить вплоть до их слияния. В последнем случае гамильтониан системы имеет полурелятивистский характер в указанном выше смысле [17].

Возрастающее количество работ по исследованию эффектов динамической (топологической) модификации энергетической структуры дираковских и полудираковских материалов за счет их взаимодействия с лазерным излучением объясняется следующим. Во-первых, в лабораторных условиях уже реализованы так называемые Флоке-топологические изоляторы [18–20]. Теория динамического наведения диэлектрического состояния дираковских систем разработана в [21–23]. В частности, в [22] получены решения уравнения, описывающего связанные электрон-фотонные состояния в графене, подверженном циркулярно поляризованному электромагнитному излучению. Во-вторых, задачи о взаимодействии кристалла с излучением являются нестационарными и, как отмечено в [24], эффекты, возникающие в таких системах, гораздо ярче и богаче, чем в тех же системах, но описываемых стационарным гамильтонианом. Среди них — модификация структуры уровней Ландау в $2D$-электроном газе [25,26], манипуляция положением дираковских точек [24,27–29], динамическое наведение запрещенной зоны [21–23,30–32], индуцированное высокочастотным (ВЧ) полем слияние дираковских точек [33], последовательные переходы между полуметаллическими фазами и состояниями изолятора [33,34], перенормировка скорости Ферми [35], модификация спектра графена в квантующем магнитном поле [35,36] и т. д.

В [34] в рамках модели электронного спектра графеноподобного материала со смещенными дираковскими точками [17] удалось получить выражение для зависимости квазиэнергетической щели от интенсивности падающего излучения, поляризованного по кругу. Флоке-спектр [34] позволяет аналитически описать чередующиеся переходы между состояниями полуметалла и зонного изолятора. Ниже исследуется возможность перехода $2D$-дираковского полуметалла в состояние зонного изолятора в случае произвольной поляризации ВЧ поля. В частности, демонстрируется, что при определенных условиях квазиэнергетическая щель может возникать (a) для линейной поляризации и (b) в случае взаимодействия с бихроматическим полем, что не может быть объяснено в рамках модели конического спектра [30].

1. Графеноподобный материал в ВЧ поле

Известно, что изменение значений интегралов перекрытия ближайших атомов (вызванных, например, механическим напряжением) приводит к сближению дираковских точек в зоне Бриллюэна. Эффективный гамильтониан, описывающий такую ситуацию, получен в [17] и имеет вид

$$\hat{H}(\mathbf{p}) = \upsilon_{\mathrm{F}} p_x \hat{\sigma}_x \psi + (\alpha p_y^2 - \Delta)\hat{\sigma}_y \psi, \tag{1}$$

где $\hat{\sigma}_{x,y,z}$ — матрицы Паули, α и Δ — параметры, определяемые интегралами перекрытия. Фазовый переход из полуметаллического состояния в состояние зонного изолятора происходит тогда, когда параметр Δ меняет знак. Далее будем полагать, что $\Delta > 0$ и, следовательно, существуют две дираковские точки, расположенные симметрично на оси p_y по обе стороны от точки $\mathbf{p} = 0$. Расстояние между ними в $\mathbf{p}$-пространстве равно $2\sqrt{2m\Delta}$, где $m = 1/2\alpha$.

Теперь считаем, что $2D$-кристалл, чьи носители заряда описываются гамильтонианом (1), взаимодействует с ВЧ электрическим полем, потенциал которого равен

$$\mathbf{A}_{\mathrm{ac}} = -\frac{c}{\omega}\big(E_1 \sin(n\omega t + \varphi), E_2 \sin\omega t\big). \tag{2}$$

Здесь $n = 1$ или 2, причем если $n = 1$, то φ имеет смысл сдвига фаз между колебаниями взаимно ортогональных составляющих напряженности электрического поля.

В рамках Флоке-формализма [37] квантово-механическое состояние электрона в графеноподобных кристаллах, взаимодействующих с периодическим полем, описывается двухкомпонентным спинором $u(t)$, компоненты которого являются периодическими по времени функциями с периодом $2\pi/\omega$. Спинор u удовлетворяет уравнению

$$\left[\hat{H}\left(\mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}_{\mathrm{ac}}\right) - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right] u = \tilde{\varepsilon} u, \tag{3}$$

где $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{p})$ — квазиэнергия, для вычисления которой используется метод усреднения. Стационарная составляющая u_0 спинора u удовлетворяет уравнению, полученному путем усреднения (3) по периоду поля:

$$\hat{H}(\mathbf{p})u_0 + \frac{p_2^2}{4m}\hat{\sigma}_y u_0 - p_1 \upsilon_{\mathrm{F}}\Big\langle \sin(n\omega t + \varphi)\hat{\sigma}_x u_{\mathrm{ac}}\Big\rangle$$
$$- \frac{p_2 p_y}{m}\langle \sin\omega t \hat{\sigma}_y u_{\mathrm{ac}}\rangle - \frac{p_2^2}{4m}\langle \cos 2\omega t \hat{\sigma}_y u_{\mathrm{ac}}\rangle = \tilde{\varepsilon} u_0. \tag{4}$$

Здесь $p_{1,2} = eE_{1,2}/\omega$, $u_{\mathrm{ac}}(t)$ — ВЧ составляющая спинора u, $\langle u_{\mathrm{ac}}\rangle = 0$. Подставим $u = u_0 + u_{\mathrm{ac}}$ в уравнение (3), оставим в нем только ВЧ компоненты и пренебрежем слагаемыми, содержащими u_{ac}. Последнее оправдано в случае достаточно высокой частоты поля: $\hbar\omega \gg \Delta$, $\upsilon_{\mathrm{F}}\sqrt{m\Delta}$ [34]. В результате выражение для u_{ac} примет вид

$$u_{\mathrm{ac}} = -\frac{ip_1\upsilon_{\mathrm{F}}}{n\hbar\omega}\cos(n\omega t + \varphi)\hat{\sigma}_x u_0 - \frac{ip_2 p_y}{m\hbar\omega}\cos\omega t \hat{\sigma}_y u_0$$
$$+ \frac{ip_2^2}{8m\hbar\omega}\sin 2\omega t \hat{\sigma}_y u_0. \tag{5}$$

Далее рассмотрим случаи, когда $n = 1$ и 2, так как именно в этих случаях усредняемые в (4) слагаемые отличны от нуля.

2. Эллиптическая и линейная поляризации ВЧ поля

Эллиптической поляризации соответствует ситуация, когда $n = 1$. В результате усреднения в (4) приходим к следующей стационарной задаче на собственные значения:

$$\hat{H}(\mathbf{p})u_0 + \frac{p_2^2}{4m}\hat{\sigma}_y u_0 - \frac{p_1 p_2 p_y \upsilon_{\mathrm{F}} \sin\varphi}{m\hbar\omega}\hat{\sigma}_z u_0 = \tilde{\varepsilon} u_0. \tag{6}$$

Случай круговой поляризации $E_1 = E_2$, $\varphi = \pm\pi/2$ исследован в [34], где показана возможность последовательных переходов между динамически наведенными состояниями полуметалла и зонного изолятора. В ситуации, когда $0 < \varphi < \pi/2$, эта особенность сохраняется. Однако эффект является наиболее ярким именно для круговой поляризации. Действительно, для произвольных фаз φ величина энергетической щели Δ_g во Флокеспектре $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{p})$ вычисляется по формуле

$$\Delta_g = 2\Delta \times \begin{cases} 4\sqrt{2}Wb|\sin\varphi|\sqrt{1-W-8b^2W^2\sin^2\varphi}, & W < W_A, \\ W-1, & W > W_A, \end{cases} \tag{7}$$

где $W = p_1^2/4m\Delta$, $b = \sqrt{\mu}/\nu$, $\mu = m\upsilon_{\mathrm{F}}^2/\Delta$, $\nu = \hbar\omega/\Delta$,

$$W_A = \frac{-1+\sqrt{1+64b^2\sin^2\varphi}}{32b^2\sin^2\varphi}.$$

Как видно, при $W < W_A$ значение $\Delta_g \to 0$ при $\varphi \to 0$ или $\varphi \to \pm\pi$. Тем не менее в случае линейной поляризации система сохраняет возможность динамического перехода в состояние зонного изолятора. В этом можно убедиться, положив в (6) $\varphi = 0$ и $p_2 = p_0\sin\theta$:

$$\hat{H}(\mathbf{p})u_0 + \frac{p_0^2\sin^2\theta}{4m}\hat{\sigma}_y u_0 = \tilde{\varepsilon}u_0. \tag{8}$$

Здесь $p_0 = \sqrt{p_1^2+p_2^2}$, θ — угол между линией поляризации и осью Ox. С помощью (8) находим квазиэнергию

$$\tilde{\varepsilon} = \pm\Delta\sqrt{q_x^2+(q_y^2-1+W_0\sin^2\theta)^2}, \tag{9}$$

где $q_x = \upsilon_{\mathrm{F}}p_x/\Delta$, $q_y = p_y/\sqrt{2m\Delta}$, $W_0 = p_0^2/4m\Delta$. В результате получаем следующее выражение для квазиэнергетической щели:

$$\Delta_g = 2\Delta(W_0\sin^2\theta-1)\Theta(W_0\sin^2\theta-1). \tag{10}$$

Здесь $\Theta(\xi)$ — ступенчатая функция. Согласно (10), для динамического перехода в состояние зонного изолятора в случае линейной поляризации необходимо выполнение следующих условий. Во-первых, линия поляризации ВЧ поля должна составлять ненулевой угол с осью Ox, т. е. вектор напряженности электрического поля всегда должен иметь ненулевую составляющую на ось, движение вдоль которой описывается квадратичным спектром. Во-вторых, переход в состояние изолятора происходит только после аннигиляции дираковских точек, т. е. при

$$W_0 > 1 + \mathrm{ctg}^2\theta. \tag{11}$$

Отметим, что аннигиляция происходит при относительно больших мощностях излучения. Если принять во внимание численные значения параметров спектра [16], то безразмерному параметру $W_0 = 1$ $(\theta = \pi/2)$ соответствует интенсивность $I = 500\,\mathrm{mW}/\mu\mathrm{m}^2$. Оценим величину квазиэнергетической щели, индуцируемой линейно поляризованным излучением интенсивностью $I = 510\,\mathrm{mW}/\mu\mathrm{m}^2$ $(W = 1.02 > 1)$. Согласно (10), она равна $\Delta_g = 2\,\mathrm{meV}$. Вычисленная же в рамках конической модели квазиэнергетическая щель, наводимая циркулярно поляризованным полем той же мощности, составит, согласно [30], $\Delta_0 = 0.1\,\mathrm{eV}$. Таким образом, $\Delta_g/\Delta_0 \sim 0.02$.

Возможность описанного перехода обусловлена учетом конечного расстояния между дираковскими точками в пространстве квазиимпульсов. Действительно, если перейти в систему координат $\mathbf{p}$-пространства, где в качестве начала координат взята одна из дираковских точек модели (1), то координата второй дираковской точки на оси p_y станет равной $2\sqrt{2m\Delta}$. Таким образом, модельный гамильтониан (1), на основе которого получен результат (10), вырождается в коническую модель, если $\sqrt{m\Delta} \gg p_0$. Здесь m и Δ выражаются через параметры решетки и интегралы перекрытия [17]. Как уже сказано выше, одним из необходимых условий открытия квазиэнергетической щели является динамическая аннигиляция дираковских точек. Последнее реализуется при выполнении неравенства (11), что равносильно

$$p_0^2 > 4m\Delta(1+\mathrm{ctg}^2\theta) > m\Delta. \tag{12}$$

Неравенство никак не может быть реализовано в рамках конической модели, справедливой при $\sqrt{m\Delta} \gg p_0$ (формально параметр $(m\Delta)^{-1} = 0$ приводит к тому, что ступенчатая функция в формуле (10) всегда будет давать нуль).

3. Бихроматическое ВЧ поле

Как уже указано выше, отличные от нуля усредняемые слагаемые в (4) возможны также в том случае, если ВЧ излучение, с которым взаимодействует $2D$-кристалл, является бихроматическим. Действительно, если в (4) и (5) положить $n = 2$, то после усреднения придем к следующей стационарной задаче:

$$\hat{H}(\mathbf{p})u_0 + \frac{p_2^2}{4m}\hat{\sigma}_y u_0 + \frac{p_1p_2^2\upsilon_{\mathrm{F}}\cos\varphi}{8m\hbar\omega}\hat{\sigma}_z u_0 = \tilde{\varepsilon}u_0. \tag{13}$$

Отметим, что здесь $p_1, p_2 \neq 0$, так как в противном случае мы снова будем иметь дело с монохроматическим полем и с линейной поляризацией. Без ущерба для общности положим $p_1 = p_2$. Тогда Флоке-спектр носителей заряда примет вид

$$\tilde{\varepsilon} = \pm\Delta\sqrt{q_x^2+(q_y^2-1+W)^2+b^2W^3\cos^2\varphi}. \tag{14}$$

Структура Флоке-спектра (14) графически представлена на рис. 1. С появлением ВЧ поля дираковские точки исчезают. Вместо них появляются минимумы квазиэнергии (точки M на рис. 1, a, b) и возникает квазиэнергетическая щель, равная

$$\Delta_g = 2\Delta\begin{cases} bW^{3/2}|\cos\varphi|, & W < 1, \\ \sqrt{(W-1)^2+b^2W^3\cos^2\varphi}, & W > 1. \end{cases} \tag{15}$$

По мере увеличения интенсивности излучения минимумы сближаются, и при $W = 1$ происходит их аннигиляция (точка A на рис. 1, c), аналогичная динамической аннигиляции дираковских точек в [33]. Однако в отличие

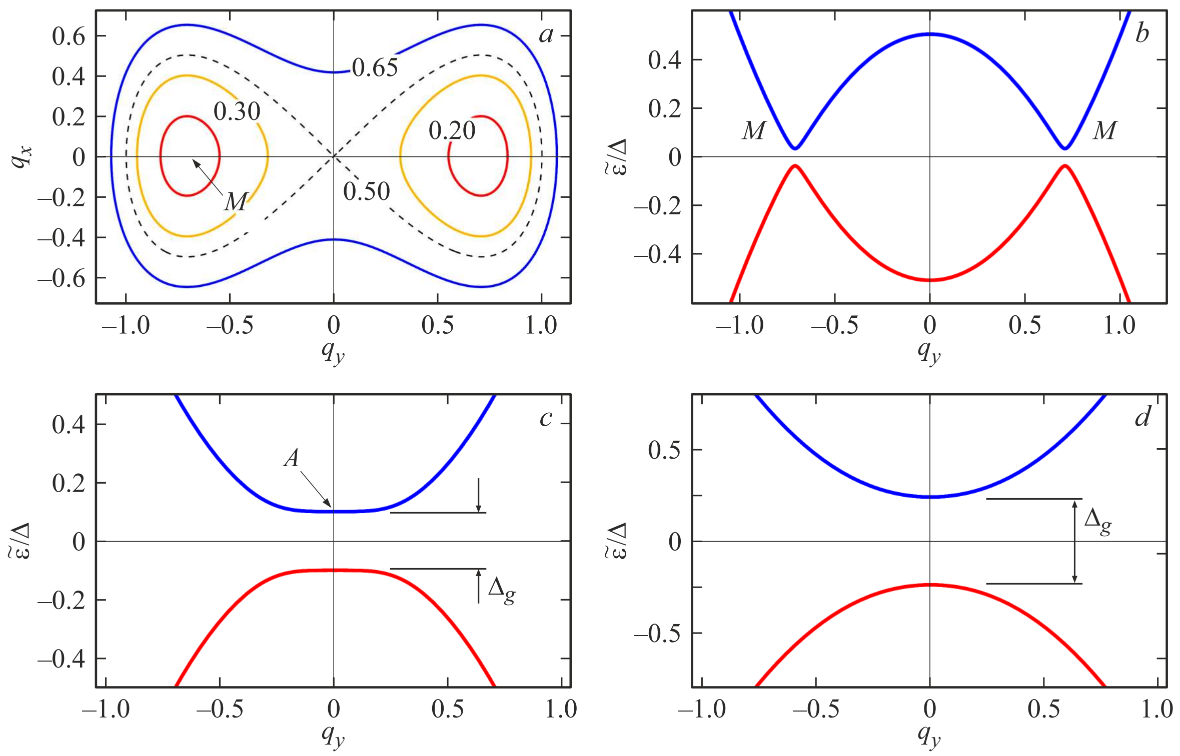

Рис. 1. Структура Флоке-спектра в случае бихроматического ВЧ поля; *a* — линии постоянной квазиэнергии (в единицах Δ) при $W = 0.5$; *b*–*d* — зависимость квазиэнергии от безразмерного квазиимпульса q_y; *b* — $W = 0.5$; *c* — аннигиляция минимумов квазиэнергии при $W = 1.0$; *d* — $W = 1.2$.

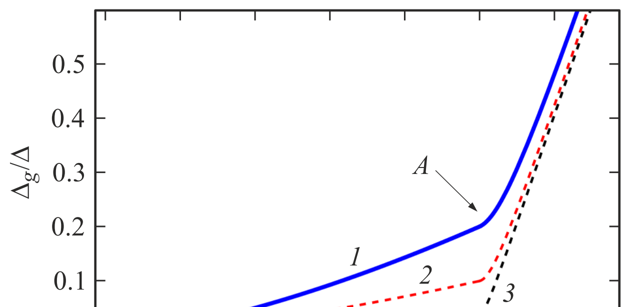

Рис. 2. Зависимость квазиэнергетической щели от безразмерной интенсивности ВЧ поля для $\hbar\omega = 10\Delta$ (линия *1*), $\hbar\omega = 20\Delta$ (линия *2*), $\hbar\omega = 50\Delta$ (линия *3*). Точка А соответствует аннигиляции минимумов Флоке-спектра.

от [33,34] дальнейший рост амплитуды поля не приводит к схлопыванию запрещенной зоны и появлению новой дираковской точки. При $W > 1$ квазиэнергетическая щель продолжает увеличиваться, а Флоке-спектр приобретает полудираковский вид: при малых импульсах ($|q_y| \ll 1$) движение вдоль оси Oy описывается квазиэнергией квадратичной по импульсу p_y (рис. 1, *d*). Перенормированная действием ВЧ поля эффективная масса в этом случае равна

$$m_{\text{eff}} = \frac{m}{W-1}\sqrt{(W-1)^2 + b^2W^3\cos^2\varphi}, \quad W > 1. \qquad (16)$$

Зависимость квазиэнергетической щели от безразмерной интенсивности поля, построенная по формуле (15) для различных значений параметра $\nu = \hbar\omega/\Delta$, показана на рис. 2, где точка А соответствует моменту аннигиляции минимумов Флоке-спектра. Сравним величину квазиэнергетической щели (15), наводимой в $2D$-кристалле бихроматическим полем при $\varphi = 0$, с величиной щели Δ_0, индуцируемой циркулярно поляризованным ВЧ полем [30]. Согласно [30], если $I = 130\,\text{mW}/\mu\text{m}^2$ и $\hbar\omega = 140\,\text{meV}$, то $\Delta_0 = 27\,\text{meV}$. При тех же интенсивностях и частотах величина щели от бихроматического поля, согласно формуле (15), равна $\Delta_g = 2.5\,\text{meV}$, что на порядок меньше значения Δ_0.

Заключение

Анализ результатов вычисления Флоке-спектра для графеноподобного кристалла, описываемого анизотропным гамильтонианом (1), показал возможность появления квазиэнергетической щели даже в случае взаимодействия с линейно поляризованным излучением. Однако для этого необходимо выполнение следующих условий.

Во-первых, должна существовать ненулевая составляющая вектора напряженности ВЧ поля по отношению к той оси, вдоль которой электроны имеют квадратичный спектр. Во-вторых, увеличением интенсивности поля необходимо добиться динамической аннигиляции дираковских точек так, чтобы Флоке-спектр системы приобретал полудираковскую форму. Здесь стоит отметить, что в рамках модели конического спектра, применяемой для описания электромагнитного отклика графена [24], переход в состояние зонного изолятора в случае линейной поляризации ВЧ поля невозможен.

Переход в состояние зонного изолятора в случае бихроматического поля обусловлен, во-первых, неаддитивностью спектра системы (монохроматические составляющие поляризованы в ортогональных направлениях). Во-вторых, наличие квадратичного по импульсу слагаемого в гамильтониане системы приводит к удвоению частоты отклика системы на составляющую поля, осциллирующую вдоль оси Oy с частотой ω, и, как следствие, к ненулевым усредняемым в (4) слагаемым, обеспечивающим изученный эффект.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] A. Khandelwal, K. Mani, M.H. Karigerasi, I. Lahiri. Mater. Sci. Eng. B, **221**, 17 (2017). DOI: 10.1016/j.mseb.2017.03.011

[2] L. Zhang, Md.M. Hasan, Y. Tang, A.R. Khan, H. Yan, T. Yildirim, X. Sun, J. Zhang, J. Zhu, Y. Zhang, Y. Lu. Mater. Today, **50**, 442 (2021). DOI: 10.1016/j.mattod.2021.02.021

[3] L.X. Yang, Z.K. Liu, Y. Sun, H. Peng, H.F. Yang, T. Zhang, B. Zhou, Y. Zhang, Y.F. Guo, M. Rahn, D. Prabhakaran, Z. Hussain, S.K. Mo, C. Felser, B. Yan, Y.L. Chen. Nat. Phys., **11**, 728 (2015). DOI: 10.1038/nphys3425

[4] J. Prasongkit, V. Shukla, A. Grigoriev, R. Ahuja, V. Amornkitbamrung. Appl. Surf. Sci., **497**, 143660 (2019). DOI: 10.1016/j.apsusc.2019.143660

[5] B. Datta, J. Vaidya, S. Ghatak, R. Dhingra, R. Mondal, J. Jesudasan, A. Thamizhavel, M.M. Deshmukh. Appl. Phys. Lett., **119**, 133501 (2021). DOI: 10.1063/5.0067684

[6] D.S. Novikov. Phys. Rev. B, **76**, 245435 (2007). DOI: 10.1103/PhysRevB.76.245435

[7] O.V. Kibis, O. Kyriienko, I.A. Shelykh. Phys. Rev. B, **84**, 195413 (2011). DOI: 10.1103/PhysRevB.84.195413

[8] Н.Е. Фирсова, С.А. Ктиторов. ФТТ, **63** (2), 277 (2021). DOI: 10.21883/FTT.2021.02.50478.148 [N.E. Firsova, S.A. Ktitorov. Phys. Solid State, **63**, 313 (2021). DOI: 10.1134/S1063783421020074]

[9] S. Banerjee, W.E. Pickett. Phys. Rev. B, **86**, 075124 (2012). DOI: 10.1103/PhysRevB.86.075124

[10] X. Dai, L. Liang, Q. Chen, C. Zhang. J. Phys. Condens. Matter, **31**, 135703 (2019). DOI: 10.1088/1361-648X/aafdd5

[11] A. Mawrie, B. Muralidharan. Phys. Rev. B, **99**, 075415 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevB.99.075415

[12] J.P. Carbotte, K.R. Bryenton, E.J. Nicol. Phys. Rev. B, **99**, 115406 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevB.99.115406

[13] F.M. Vergara, F. Rus, F.R. Villatoro. Chaos, Solitons Fractals, **151**, 111281 (2021). DOI: 10.1016/j.chaos.2021.111281

[14] H. Liu, A.T. Neal, Z. Zhu, Z. Luo, X. Xu, D. Tománek, P.D. Ye. ACS Nano, **8**, 4033 (2014). DOI: 10.1021/nn501226z

[15] M. Ezawa. J. Phys. Conf. Ser., **603**, 012006 (2015). DOI: 10.1088/1742-6596/603/1/012006

[16] G.G. Naumis, S. Barraza-Lopez, M. Oliva-Leyva, H. Terrones. Rep. Prog. Phys., **80**, 096501 (2017). DOI: 10.1088/1361-6633/aa74ef

[17] G. Montambaux, F. Piechon, J.-N. Fuchs, M.O. Goerbig. Eur. Phys. J. B, **72**, 509 (2009). DOI: 10.1140/epjb/e2009-00383-0

[18] M.C. Rechtsman, J.M. Zeuner, Y. Plotnik, Y. Lumer, D. Podolsky, F. Dreisow, S. Nolte, M. Segev, A. Szameit. Nature, **496**, 196 (2013). DOI: 10.1038/nature12066

[19] Y.H. Wang, H. Steinberg, P. Jarillo-Herrero, N. Gedik. Science, **342**, 453 (2013). DOI: 10.1126/science.1239834

[20] C.P. Weber. J. Appl. Phys., **129**, 070901 (2021). DOI: 10.1063/5.0035878

[21] T. Oka, H. Aoki. Phys. Rev. B, **79**, 081406 (2009). DOI: 10.1103/PhysRevB.79.081406

[22] O.V. Kibis. Phys. Rev. B, **81**, 165433 (2010). DOI: 10.1103/PhysRevB.81.165433

[23] G. Usaj, P.M. Perez-Piskunow, L.E.F. Foa Torres, C.A. Balseiro. Phys. Rev. B, **90**, 115423 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevB.90.115423

[24] L. Bucciantini, S. Roy, S. Kitamura, T. Oka. Phys. Rev. B, **96**, 041126 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevB.96.041126

[25] A. López, A. Di Teodoro, J. Schliemann, B. Berche, B. Santos. Phys. Rev. B, **92**, 235411 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevB.92.235411

[26] K. Dini, O.V. Kibis, I.A. Shelykh. Phys. Rev. B, **93**, 235411 (2016). DOI: 10.1103/PhysRevB.93.235411

[27] P. Rodriguez-Lopez, J.J. Betouras, S.E. Savel'ev. Phys. Rev. B, **89**, 155132 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevB.89.155132

[28] R. Wang, B. Wang, R. Shen, L. Sheng, D.Y. Xing. Europhys. Lett., **105**, 17004 (2014). DOI: 10.1209/0295-5075/105/17004

[29] H. Hubener, M.A. Sentef, U. De Giovannini, A.F. Kemper, A. Rubio. Nat. Commun., **8**, 13940 (2017). DOI: 10.1038/ncomms13940

[30] H.L. Calvo, H.M. Pastawski, S. Roche, L.E.F. Foa Torres. Appl. Phys. Lett., **98**, 232103 (2011). DOI: 10.1063/1.3597412

[31] J. Cayssol, B. Dóra, F. Simon, R. Moessner. Phys. Status Solidi RRL, **7**, 101 (2013). DOI: 10.1002/pssr.201206451

[32] S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar. JNEP, **8** (4), 04057 (2016). DOI: 10.21272/jnep.8(4(2)).04057

[33] P. Delplace, Á. Gómez-León, G. Platero. Phys. Rev. B, **88**, 245422 (2013). DOI: 10.1103/PhysRevB.88.245422

[34] E.I. Kukhar, S.V. Kryuchkov. Physica E, **134**, 114811 (2021). DOI: 10.1016/j.physe.2021.114811

[35] O.V. Kibis, S. Morina, K. Dini, I.A. Shelykh. Phys. Rev. B, **93**, 115420 (2016). DOI: 10.1103/PhysRevB.93.115420

[36] S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar. Physica B, **445**, 93 (2014). DOI: 10.1016/j.physb.2014.04.008

[37] A. Eckardt, E. Anisimovas. New J. Phys., **17**, 093039 (2015). DOI: 10.1088/1367-2630/17/9/093039