

01

Расчет спектра фоторекомбинации при облучении атомов сильным лазерным полем на основе марковского приближения

© А.М. Ишханян^{1,2}, В.П. Крайнов^{3¶}

¹ Российско-Армянский университет,
0051 Ереван, Армения

² Институт физических исследований НАН Армении,
0203 Аштарак, Армения

³ Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
141700 Долгопрудный, Россия

¶ e-mail: vpkrainov@mail.ru

Поступила в редакцию 20.12.2021 г.

В окончательной редакции 20.12.2021 г.

Принята к публикации 30.12.2021 г.

В рамках марковского (факторизационного) приближения, основанного на факторизации полной матрицы плотности системы из атома, лазерного поля и электромагнитного поля вакуума, рассчитан спектр спонтанного излучения фотонов при облучении атомов сильным лазерным полем.

Ключевые слова: фемтосекундные лазерные импульсы, марковское приближение, туннельная ионизация, пондеромоторная энергия, спонтанное излучение.

DOI: 10.21883/OS.2022.04.52257.46-21

Введение

В последние годы активно развивается трехступенчатая модель Коркума [1–3] для процесса облучения атомов сильными фемтосекундными лазерными импульсами. Первая ступень состоит в квантовой туннельной ионизации атома сильным линейно поляризованным лазерным излучением оптической частоты в условиях малого значения параметра Келдыша [4]. На второй ступени вылетевший электрон уходит далеко от образовавшегося материнского иона по сравнению с размерами иона. Примерно через полпериода лазерного поля возникает два варианта в зависимости от фазы электромагнитного поля в момент туннельной ионизации при вылете из-под туннельного барьера. В первом варианте электрон улетает на бесконечность, а его спектр кинетических энергий E_k определяется в основном направлением движения электрона вдоль вектора поляризации лазерного поля и имеет вид $\exp(-2E_k\gamma^3/3\hbar\omega)$. Здесь $\gamma = \omega\sqrt{2mI_p}/eF \ll 1$ — параметр Келдыша, I_p — потенциал ионизации атома. Далее F , ω — амплитуда и частота внешнего монохроматического электромагнитного поля соответственно, m — масса электрона. Электрон поглощает индуцированно фотоны лазерного поля. Максимальная кинетическая энергия электрона при этом равна $2E_p$. Здесь определена средняя колебательная (пондеромоторная) энергия электрона $E_p = (eF/2m\omega)^2$. Для сильного поля она велика по сравнению с потенциалом ионизации атома I_p . Малое отношение $I_p/E_p \ll 1$ представляет собой квадрат параметра Келдыша. Во втором варианте электрон поворачивает назад и возвращается к иону. При этом он также поглощает большое

количество фотонов лазерного поля, и его энергия становится порядка средней колебательной (пондеромоторной) энергии электрона. Максимальная поглощенная вылетевшим электроном энергия равна $3.173E_p$ [1]. На третьей ступени возникает два возможных варианта. В первом варианте электрон упруго рассеивается на материнском ионе и улетает на бесконечность. При этом его максимальная кинетическая энергия после поглощения дополнительных фотонов внешнего электромагнитного поля равна приблизительно $10 E_p$. Во втором варианте энергия электрона тратится на испускание спонтанного фотона высокой энергии в процессе фоторекомбинации электрона в основное состояние атома l . Переход в возбужденные состояния атома гораздо менее вероятен.

Процесс туннельной ионизации может быть описан также как поглощение большого количества фотонов. В настоящей работе рассматривается именно второй вариант третьей ступени модели Коркума. В соответствии с дипольными правилами отбора поглощается нечетное количество фотонов, и энергия спонтанного фотона равна $N\hbar\omega$, $N \gg 1$. Возможно и поглощение четного количества фотонов, когда конечное состояние атома находится в непрерывном спектре [5] — это процесс неупругого рассеяния электрона на третьем этапе. Процессы спонтанного излучения фотонов в сильном электромагнитном поле рассматривались в работах [6–9]. Для вероятности спонтанной рекомбинации в единицу времени применима формула Штоббе [10], получаемая квазиклассическим обобщением известной

формулы Штоббе для атома водорода:

$$\gamma = \frac{128\pi}{3} \frac{\hbar^2}{me^2} \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^3 \left(\frac{I_p}{N\hbar\omega}\right)^{5/2} n\sqrt{\frac{2N\hbar\omega}{m}}. \quad (1)$$

Здесь n — концентрация электронов. Задача настоящей работы состоит в определении энергетического спектра испущенных спонтанных фотонов в такой двухуровневой модели, состоящей из основного состояния атома n с практически нулевой энергией и высоковозбужденного состояния непрерывного спектра m с энергией $N\hbar\omega$, $N \gg 1$.

Теоретическая часть

В случае однофотонного процесса испускания спонтанного фотона в двухуровневой системе такая задача была решена в работе [11]. Полная матрица плотности системы из атома, лазерного поля и электромагнитного поля вакуума представлялась в виде произведения матрицы плотности атома в поле и матрицы плотности для операторов фотонов электромагнитного поля. Это упрощение задачи называется марковским (или факторизационным) приближением. Оно применимо в случае $\Gamma\tau \gg 1$, где Γ — спонтанная ширина, а τ — продолжительность лазерного фемтосекундного импульса. Физика указанного приближения состоит в том, что изменения, происходящие с атомом при его взаимодействии с лазерным импульсом, не влияют на вакуумные состояния электромагнитного поля. В работе [12] мы рассматривали противоположный предельный случай $\Gamma\tau \ll 1$, который не требует введения матрицы плотности.

Процесс спонтанного испускания фотона может быть записан в терминах упругого и неупругого рассеяния фотонов лазерного поля на атоме. Эти два процесса принципиально отличаются друг от друга. Упругое (несмещенное) рассеяние в слабом внешнем поле — это основной процесс. Он является фактически классическим и представляет собой резонансную флуоресценцию. Частота испущенного фотона в слабом поле строго равна частоте падающего фотона, близкой к частоте атомного перехода в двухуровневой системе. Соответственно спектр представляет собой один профиль Лоренца со спонтанной шириной. Упругое рассеяние определяется квадратом среднего дипольного момента атома. В сильном лазерном поле спектр несмещенного рассеяния представляет собой два максимума с расщеплением между ними, равным частоте Раби [13]. Это имеет место в сильном поле, когда частота Раби больше спонтанной ширины. Соответствующая диаграмма Фейнмана содержит поглощение лазерного фотона с возбуждением атома, затем его испускание с возвращением атома в исходное состояние, затем снова поглощение лазерного фотона и, наконец, испускание спонтанного фотона, частота которого строго равна частоте ω .

Однако в сильном поле гораздо больший вклад вносит не квадрат среднего значения дипольного момента, а

среднее значение квадрата дипольного момента, т. е. его дисперсия. Это определяет так называемое смещенное рассеяние. Оно является чисто квантовым процессом. Для смещенного рассеяния диаграмма Фейнмана состоит в поглощении лазерного фотона ω , испускании спонтанного фотона ν_1 , снова в поглощении лазерного фотона ω и затем в испускании второго спонтанного фотона ν_2 . При этом, согласно закону сохранения энергии, $\nu_1 + \nu_2 = 2\omega$ и частота спонтанного фотона может отличаться от ω в отличие от несмещенного рассеяния.

В сильном поле надо суммировать все диаграммы Фейнмана и более высокого порядка, например, диаграмму, в которой к предыдущей диаграмме надо добавить еще поглощение лазерного фотона и испускание спонтанного фотона. Закон сохранения энергии в этом случае имеет вид $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = 3\omega$. Таких диаграмм будет бесконечное количество. Их суммирование достигается в марковском приближении решением уравнения для двухвременной матрицы плотности. Это и сделано в работе [11] в случае однофотонного перехода. Операторы рождения и поглощения вакуумных фотонов берутся в представлении Гейзенберга. При вычислении флуктуации дипольного момента возникают элементы матрицы плотности в различные времена

$$\begin{aligned} \langle |\hat{\mathbf{d}}_V|^2 \rangle = & \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{d}_{mm}|^2 \langle \hat{\rho}_{mm}(t) \hat{\rho}_{mm}(t + \tau) \rangle \right. \\ & \left. \times \exp(-i\nu\tau) d\tau + c.c. \right\rangle. \quad (2) \end{aligned}$$

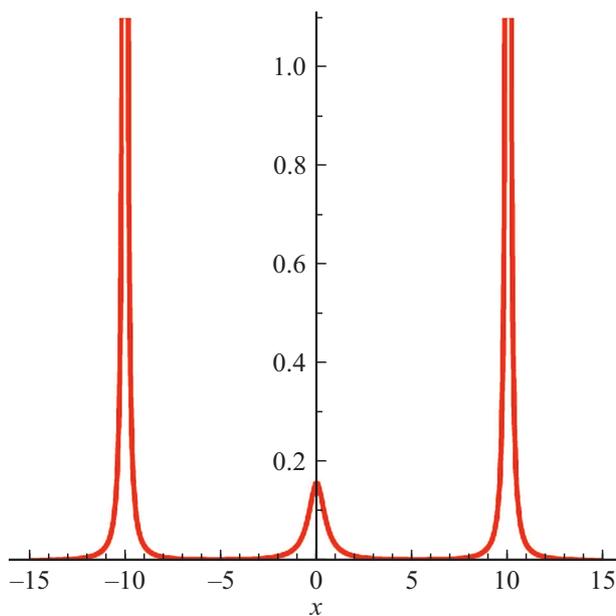
Здесь усреднение проводится по времени t .

Однако операторы в представлении Гейзенберга обладают стандартными коммутационными свойствами только в одинаковые моменты времени. Поэтому элементы матрицы плотности в сдвинутый момент времени надо разлагать в ряд по полной системе этих элементов в несдвинутый момент времени. Для коэффициентов разложения получается система линейных уравнений. Она имеет тот же вид, что и исходная система уравнений для элементов матрицы плотности, но с другими начальными условиями:

$$\begin{aligned} i\dot{\rho}_{nm} &= i\gamma\rho_{nm} + V(t)(\rho_{mn} - \rho_{nm}), \\ i\dot{\rho}_{nm} &= -(i/2)\gamma\rho_{nm} + \omega_{nm}\rho_{nm} + V(t)(\rho_{mm} - \rho_{nn}), \\ i\dot{\rho}_{mn} &= -(i/2)\gamma\rho_{mn} + \omega_{mn}\rho_{mn} + V(t)(\rho_{nn} - \rho_{mm}), \\ \rho_{mm} + \rho_{nn} &= 1. \quad (3) \end{aligned}$$

Решение такой системы в общем случае громоздко из-за формул Кардано для корней характеристических кубических уравнений. Упрощение достигается в очень сильном поле, когда частота Раби велика по сравнению со спонтанной шириной, и при нулевой расстройке резонанса в двухуровневой системе.

В рассматриваемой нами задаче нулевая расстройка резонанса достигается естественным путем, так как



Спектр испущенных спонтанных фотонов.

энергия состояния непрерывного спектра m на третьей ступени модели Коркума отличается от энергии начального связанного состояния n точно на $N\hbar\omega$. Что касается частоты Раби, то ее надо заменить на многофотонный матричный элемент [13], который мы обозначим как V , не конкретизируя его явное выражение.

Для частотного спектра испущенных спонтанных фотонов, решая систему (3), получаем из (2) выражение, аналогичное тому, что было получено в [11] в однофотонном случае:

$$dw(v) = \frac{\gamma^2 dv}{2\pi} \left\{ \frac{3}{16(v - N\omega + V)^2 + 9\gamma^2} + \frac{1}{4(v - N\omega)^2 + \gamma^2} + \frac{3}{16(v - N\omega - V)^2 + 9\gamma^2} \right\}. \quad (4)$$

Величина γ определяется формулой (1). Спектр, рассчитанный для $V/\gamma = 10$, показан на рисунке. По оси абсцисс отложена величина $x = (v - N\omega)/\gamma$. Из рисунка видно, что интенсивности сателлитов Раби значительно больше, чем центральный максимум. При интегрировании (3) по частотам фотонов получим $w = \gamma/2$. Это соответствует испусканию спонтанного фотона из состояния непрерывного спектра, заселенного при нулевой расстройке резонанса с вероятностью $1/2$.

Заключение

В настоящей работе мы исследовали возможность наблюдения триплета Моллоу при спонтанном излучении в процессе облучения атомов сильными фемтосекундными лазерными импульсами. Для наблюдения этого

эффекта ширина интервала частот лазерного импульса должна быть достаточно мала по сравнению с многофотонной частотой Раби. В работе [14] мы исследовали аналитически выход спонтанных фотонов при туннельной ионизации атомов интенсивным низкочастотным лазерным излучением вблизи классического порога $N_{\max}\hbar\omega = 3.173E_p$ на основе трехступенчатой модели Коркума. Была получена колоколообразная форма универсального фотонного энергетического спектра с максимумом при частоте спонтанного фотона $0.65N_{\max}\omega$. Поэтому в возможном эксперименте энергию непрерывного спектра следует подбирать в окрестности этого значения.

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет грантов Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-52-05012), Комитета по науке Армении (грант № 20RF-171) и Армянского национального фонда науки и образования (грант № PS-5701).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] P.B. Corkum. Phys. Rev. Lett., **71** (13), 1994 (1993).
- [2] F. Krausz, M. Ivanov. Rev. Mod. Phys., **81** (1), 163 (2009).
- [3] G. Orlando, T.-S. Ho, Sh.-I. Chu. J. Opt. Soc. Am., **37** (5), 1500 (2020).
- [4] Л.В. Келдыш. ЖЭТФ, **47** (5), 1945 (1964).
- [5] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. Las. Phys. Lett., **14** (5), 055301 (2017).
- [6] P.B. Карапетян, М.В. Федоров. ЖЭТФ, **73** (3), 516 (1978).
- [7] В.Д. Кондратович, В.Н. Островский. ЖЭТФ, **79** (2), 395 (1980).
- [8] D.B. Milosevic, F. Ehlotzky. J. Phys. B, **36**, 373 (2003).
- [9] A.V. Flegel, M.V. Frolov, N.L. Manakov, A.N. Zheltukhin. J. Phys. B, **42**, 241002 (2009).
- [10] M. Stobbe. Annalen der Physik, **399** (6), 661 (1930).
- [11] B.R. Mollow. Phys. Rev., **188** (5), 1969 (1969).
- [12] D.N. Yangaliev, V.P. Krainov, O.I. Tolstikhin. Phys. Rev. A, **101** (1), 013410 (2020).
- [13] N.B. Delone, V.P. Krainov. *Multiphoton Processes in Atoms, 2nd ed.* (Springer, Berlin, 2000), ch. 6.
- [14] A.V. Gets, V.P. Krainov. Las. Phys. Lett., **15**(1), 016005 (2018).