Электропроводность одномерного полупроводника с периодическим потенциалом

© С.Д. Бенеславский, А.А. Елистратов¶, С.В. Шибков¶¶

Институт криптографии, связи и информатики Академии ФСБ России,
117602 Москва, Россия

(Получена 18 сентября 2002 г. Принята к печати 2 сентября 2002 г.)

В пределе бесконечно большой длины релаксации энергии носителей тока получено аналитическое решение кинетического уравнения для функции распределения электронов в одномерном полупроводнике с пространственно-периодическим потенциалом в присутствии слабого тянущего электрического поля. Явное выражение для проводимости системы найдено в случае синусоидального потенциального рельефа произвольной амплитуды. Показано, что сингулярности функции распределения электронов, возникающие в асимптотическом пределе, сглаживаются в области конечных значений длины релаксации энергии. Сопоставление с результатами обратного, локального режима, показывает, что проводимость в сильно нелокальном случае меньше при любых амплитудах потенциала.

1. Введение

Известно, что аналитический расчет кинетических коэффициентов проводника возможен лишь в исключительных случаях. В частности, электропроводность металла или полупроводника явно удается вычислить в области применимости квазиклассического приближения, решая линеаризованное кинетическое уравнение Больцмана в случае изотропного закона дисперсии носителей и доминировании упругого или квазиупругого механизмов рассеяния. В этом случае проводимость и другие линейные кинетические коэффициенты выражаются через определенным образом усредненное время релаксации импульса $\tau_p(\varepsilon)$, степенным образом зависящее от энергии частиц [1]. Существенно при этом, что вопрос о неравновесности энергетического распределения носителей тока в рамках проблемы линейного отклика не возникает, так как джоулево тепло пропорционально квадрату напряженности электрического поля. Сказанное справедливо лишь для пространственно однородных систем, в присутствии же неоднородных потенциальных полей ситуация радикально меняется. Действительно, в этом случае при протекании электрического тока встроенные поля локально производят работу, следствием чего является возникновение неравновесности в энергетическом распределении носителей. Решить кинетические задачи при этом удается в квазигидродинамическом пределе, когда характерный масштаб неоднородности потенциального поля существенно превосходит как импульсную, так и энергетическую релаксационную длины [2].

В данной работе предлагается метод расчета электропроводности пространственно-периодической одномерной полупроводниковой структуры в пределе, обратном гидродинамическому. Явные вычисления удается провести в асимптотике бесконечной длины релаксации энергии l_e (так называемой длины „остывания“) при произвольных соотношениях между периодом структуры L и импульсной длиной пробега l_p. Выбор одномерной модели оправдывается соображениями математического плана, вместе с тем реальные примеры квазиодномерных полупроводниковых систем достаточно хорошо известны [3,4]. Мы ограничиваемся диапазоном параметров системы, в котором применимо квазиклассическое кинетическое уравнение, т.е. не рассматриваем эффекты локализации, квантового туннелирования и образования минизонной структуры [5]. Понятно, что все эти существенно квантовые эффекты разрушаются в области сравнительно высоких температур. Конкретные вычисления проводятся для модели со стандартным законом дисперсии электронов, в качестве основного механизма рассеяния выступает взаимодействие носителей с одномерными акустическими фононами. В пределе $l_e \to \infty$ задача решается точно, но функция распределения оказывается сингулярной в определенной области энергий. В случае конечной величины l_e получено дифференциальное уравнение эллиптического типа для функции распределения электронов, зависящей от координаты и энергии; формулируется соответствующая краевая задача. Ее решение удается получить лишь численно, но в пределе $l_e \gg L$ показано, что учет конечности длины остывания регуляризует особенности решения, не сказываясь на интегральных величинах, в частности не меняя существенно значения электропроводности. Кроме того, проведено сравнение результатов с теми, что получаются в локальном пределе. Проводимость в гидродинамической области оказывается больше значения в нелокальном режиме при любых амплитудах периодического потенциала.

2. Модель и основные уравнения

Рассмотрим невырожденную систему электронов в одномерном полупроводнике, в котором существует макроскопический потенциальный рельеф $U(x) = U(x + L)$ с периодом L, существенно превосходящим как постоян-

¶ E-mail: elist@interset.ru
¶¶ E-mail: shibkovsv72@mail.ru

ную решетки, так и де-бройлевскую длину волны электронов. Закон дисперсии электронов считаем стандратным: $\varepsilon_p = p^2/2m$, в качестве основного механизма рассеяния рассматриваем взаимодействие с одномерными акустическими фононами, спектр которых дается формулой $\omega = sq$, где s — скорость звука. При выполнении условия на температуру $T \gg ms^2$, рассеяние электронов на фононах носит квазиупругий характер, как и в объемном случае [6,7], следствием чего является соотношение между импульсной и энергетической длинами пробега: $l_e \gg l_p$. Плотность электронов считаем достаточно низкой, что позволяет пренебречь их рассеянием друг на друге. Линеаризованное по внешнему („тянущему“) электрическому полю кинетическое уравнение имеет вид

$$\frac{p}{m}\frac{\partial f_1}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial f_1}{\partial p} + eE\frac{\partial f_0}{\partial p} = I_{\mathrm{st}}(f_1), \tag{1}$$

где $f_0 = \exp[(\mu-\varepsilon)/T]$ — равновесная функция с химическим потенциалом μ, полная энергия $\varepsilon = p^2/2m + U(x)$, f_1 — линейная добавка к функции распределения в поле E, интеграл столкновений $I_{\mathrm{st}}(f_1)$ — линейный функционал от f_1. Для описания электрон-фононного взаимодействия используем приближение потенциала деформации. В области справедливости упомянутого выше неравенства $ms^2 \ll T$ интеграл столкновений в (1) обеспечивает равенство вероятностей рассеяния „вперед“ и „назад“, аналогом чему в трехмерном случае является изотропность электрон-фононного рассеяния.

Представим искомую добавку к функции распределения в виде суммы четной и нечетной по импульсу частей:

$$f_1(x,p) = f_{1s}(x,p) + f_{1a}(x,p),$$

где $f_{1s}(x,p) = f_{1s}(x,-p)$ и $f_{1a}(x,p) = -f_{1a}(x,-p)$. Симметрия уравнения (1) позволяет записать систему

$$\upsilon\frac{\partial f_{1s}}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial f_{1s}}{\partial p} + eE\frac{\partial f_0}{\partial p} = I_{\mathrm{st}}(f_{1a}), \tag{2}$$

$$\upsilon\frac{\partial f_{1a}}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial f_{1a}}{\partial p} = I_{\mathrm{st}}(f_{1s}). \tag{3}$$

Здесь введена скорость частиц $\upsilon = p/m$.

Квазиупругость рассеяния позволяет записать правую часть (2) в приближении времени релаксации, а столкновительный член (3) представить в дифференциальной форме [8]:

$$I_{\mathrm{st}}(f_{1a}) = -\frac{f_{1a}}{\tau(\varepsilon_p)}, \tag{4}$$

$$I_{\mathrm{st}}(f_{1s}) = \frac{1}{\rho(\varepsilon_p)}\frac{\partial}{\partial\varepsilon_p}\rho(\varepsilon_p)D(\varepsilon_p)\left(\frac{\partial f_{1s}}{\partial\varepsilon_p} + \frac{f_{1s}}{T}\right), \tag{5}$$

где

$$\rho(\varepsilon_p) = \left[\pi\hbar\upsilon(\varepsilon_p)\right]^{-1} = (\pi\hbar)^{-1}(m/2\varepsilon_p)^{1/2}$$

— плотность электронных состояний, $D(\varepsilon_p)$ — эффективный коэффициент диффузии по энергетической оси, определяемый обычным соотношением

$$D(\varepsilon_p) = \frac{1}{2}\left\langle\frac{\delta(\Delta\varepsilon_p)^2}{\delta t}\right\rangle.$$

В рассматриваемой нами модели, очевидно, $\tau(\varepsilon_p) \propto \varepsilon_p^{1/2}$ и $D(\varepsilon_p) \propto \varepsilon_p^{1/2}$, что обусловлено энергетической зависимостью плотности уровней в одномерной системе. Соответственно произведение $\rho(\varepsilon_p)D(\varepsilon_p) = \mathrm{const}$.

В системе уравнений (2) и (3) удобно перейти к переменным координатам и полной энергии $\varepsilon = \varepsilon_p + U(x)$:

$$\upsilon\left[\varepsilon - U(x)\right]\left(\frac{\partial f_{1s}}{\partial x} + eE\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right) = -\frac{f_{1a}}{\tau\left[\varepsilon - U(x)\right]}, \tag{6}$$

$$\upsilon\left[\varepsilon - U(x)\right]\frac{\partial f_{1a}}{\partial x} = D\left[\varepsilon - U(x)\right]\left(\frac{\partial^2 f_{1s}}{\partial\varepsilon^2} + \frac{1}{T}\frac{\partial f_{1s}}{\partial\varepsilon}\right), \tag{7}$$

где

$$\upsilon\left[\varepsilon - U(x)\right] = 2\left[\varepsilon - U(x)\right]/m^{1/2},$$

а при записи правых частей использованы отмеченные выше свойства величины D.

3. Предельно нелокальный режим

Рассмотрим нулевое приближение по неупругости электрон-фононного рассеяния, т.е. случай бесконечно большой длины релаксации энергии, тогда в (7) $D \equiv 0$. При этом условии, очевидно, f_{1a} является функцией полной энергии ε, что в сочетании с требованием нечетности по импульсу приводит к обращению f_{1a} в нуль для всех состояний с $\varepsilon < U_{\max}$, т.е. для финитных траекторий. В области $\varepsilon > U_{\max}$ нечетная часть функции распределения отличается от нуля, и в целом ее можно представить в виде

$$f_{1a}(x,p) = f_{1a}(\varepsilon)\,\mathrm{sign}\,(p)\theta(\varepsilon - U_{\max}). \tag{8}$$

Для определения $f_{1a}(\varepsilon)$ перепишем (6), вводя длину пробега по импульсу $l = \upsilon\tau$ в форме

$$\frac{\partial f_{1s}}{\partial x} + eE\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon} = -\frac{f_{1a}(\varepsilon)}{l\left[\varepsilon - U(x)\right]}. \tag{9}$$

Проинтегрировав (9) по периоду структуры с учетом условия периодичности, получим

$$-e\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\int_0^L E(x)\,dx = f_{1a}(\varepsilon)\int_0^L\frac{dx}{l\left[\varepsilon - U(x)\right]}. \tag{10}$$

Вводя для удобства средние по периоду величины, перепишем (10) в виде

$$-e\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\langle E\rangle = f_{1a}(\varepsilon)\left\langle l^{-1}(\varepsilon)\right\rangle.$$

В итоге получаем

$$f_{1a}(\varepsilon) = -e\langle E\rangle\left\langle l^{-1}(\varepsilon)\right\rangle^{-1}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}$$

$$= \frac{e\langle E\rangle\left\langle l^{-1}(\varepsilon)\right\rangle^{-1}}{T}e^{\mu-\varepsilon/T}. \tag{11}$$

Электрический ток записывается стандартным образом:

$$j_1 = e \int_{-\infty}^{+\infty} v f_{1a}(x, p)\, \frac{dp}{2\pi\hbar} = \frac{e}{\pi\hbar} \int_{U_{\max}}^{\infty} f_{1a}(\varepsilon)\, d\varepsilon. \quad (12)$$

Обратим внимание на то, что вид функции (8) автоматически обеспечил выполнение условий непрерывности тока $\partial j/\partial x = 0$.

Подставив (11) в (9), получаем уравнение для нахождения $f_{1s}(x, \varepsilon)$, которое элементарно решается:

$$f_{1s}(x, \varepsilon) = -e\, \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \int E(x)\, dx - f_{1a}(\varepsilon) \int l^{-1}\big[\varepsilon - U(x)\big]\, dx + \varphi(\varepsilon). \quad (13)$$

Следует лишь остановиться на вопросе о выборе пределов интегрирования в (13) и значениях формально возникающей произвольной функции энергии $\varphi(\varepsilon)$. Ограничимся случаем четного потенциала $U(x)$, тогда из соображений симметрии легко видеть, что $f_{1s}(x, \varepsilon) = -f_{1s}(-x, \varepsilon)$, следовательно, нижний предел интегралов (13) удобно положить равным нулю, а $\varphi(\varepsilon)$ обратится в нуль автоматически:

$$f_{1s}(x, \varepsilon) = -e\, \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \int_0^x E(x')\, dx' - f_{1a}(\varepsilon) \int_0^x l^{-1}\big[\varepsilon - U(x')\big]\, dx'. \quad (14)$$

Выделив из $E(x)$ постоянную составляющую

$$\langle E \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L E(x)\, dx,$$

переменное слагаемое $E(x) - \langle E \rangle$ можно устранить, переопределив величину потенциала $U(x)$.

Окончательно выражение (14) приводится к виду

$$f_{1s}(x, \varepsilon) = -e\, \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\, Ex - f_{1a}(\varepsilon) \int_0^x l^{-1}\big[\varepsilon - U(x')\big]\, dx', \quad (15)$$

где для краткости обозначений положено $E \equiv \langle E \rangle$.

Для рассматриваемого нами механизма рассеяния $l \propto \varepsilon_p$, поэтому удобно явное выражение для длины пробега представить в виде

$$l\big[\varepsilon - U(x)\big] = l_T\, \frac{\varepsilon - U(x)}{T}, \quad (16)$$

где l_T — длина пробега электронов, имеющих тепловую скорость.

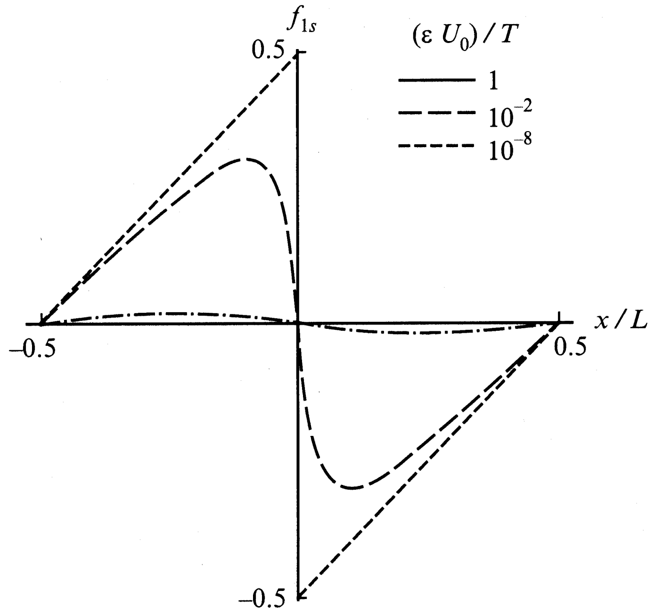

Рис. 1. Зависимости $f_{1s}(x)$ четной составляющей неравновесной добавки к функции распределения при различных значениях энергии электрона ε. (Предельно нелокальный случай).

В области финитного движения $\varepsilon < U_{\max}$, где $f_{1a} \equiv 0$, из (15) следует простой результат

$$f_{1s}(x, \varepsilon) = -e\, \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\, Ex = \frac{eEx}{T}\, e^{(\mu-\varepsilon)/T}.$$

Он отвечает слабому перераспределению частиц в потенциальных ямах, обусловленному влиянием электрического поля, иными словами, описывает возникающую поляризацию связанных электронов.

Дальнейшее продвижение возможно лишь при конкретизации вида потенциала. Рассмотрим случай гармонического потенциального рельефа:

$$U(x) = U_0 \cos 2\pi\, \frac{x}{L}. \quad (17)$$

Области финитного движения отвечают неравенству $\varepsilon < U_0$, инфинитного — $\varepsilon > U_0$. Используя (16) и (17), приводим (11) к виду

$$f_{1a}(\varepsilon) = \frac{eE}{T^2}\, l_T f_0 \sqrt{\varepsilon^2 - U_0^2}.$$

Соответственно (15) запишется в форме

$$f_{1s}(x, \varepsilon) = \frac{eEL}{T} \left[\frac{x}{L} - \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon + U_0}{\varepsilon - U_0}}\, \operatorname{tg} \pi\, \frac{x}{L} \right) \right] f_0. \quad (18)$$

Полученные решения обладают рядом интересных особенностей. График функций $f_{1s}(x)$ изображен на рис. 1 для $U_0/T = 1/2$. Как видно из (18) и рис. 1, $f_{1s}(x)$ сингулярна при $\varepsilon \to U_0$ и $x \to 0$.

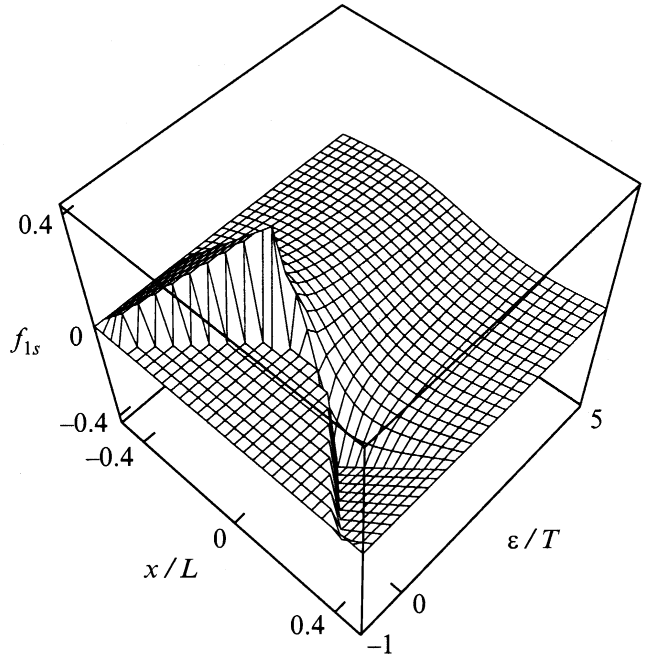

Рис. 2. Общий вид зависимости $f_{1s}(x, \varepsilon)$.

Поведение носителей вблизи максимумов потенциальной энергии $U(x)$ $(x = 0, L, 2L, \ldots)$ обладает формальным сходством с ситуацией в гидродинамике, возникающей при обтекании тела невязкой жидкостью и называемой тангенциальным разрывом. При $\varepsilon \to U_0$ стремятся к бесконечности производные $(\partial f_{1a}/\partial\varepsilon)$ и $(\partial f_{1s}/\partial x)$, а сама функция f_{1s} имеет разрыв в точке $(0, 0)$ (см. рис. 2).

Учет неравновесных добавок в приближении квазиупругого рассеяния электронов должен устранить неаналитичность функции распределения f_{1s} в области сепаратрисы (линия $\varepsilon = U_0$, разделяющая области финитного и инфинитного движения) и точек максимума периодического потенциала.

Вычислим плотность тока (12) в рамках данной модели:

$$j_1 = \left[\frac{e^2 l_T}{\pi\hbar}\, e^{\mu/T} \int\limits_{V_0}^{\infty} \sqrt{y^2 - V_0^2}\, e^{-y}\, dy\right] E$$

$$= \frac{e^2 l_T}{\pi\hbar}\, e^{\mu/T} |V_0|\, \mathrm{K}_1(|V_0|) E, \tag{19}$$

где $V_0 = U_0/T$, а $\mathrm{K}_1(|V_0|)$ — функция Макдональда. Для выяснения поведения химического потенциала, фигурирующего в выражении (19), воспользуемся условием постоянства числа частиц. Интегрируя выражение (19) по x на отрезке $[0, L]$ в случае наличия и отсутствия периодического потенциала и приравнивая получившиеся выражения, имеем

$$e^{\mu/T} \int\limits_0^L e^{-V(x)}\, dx = L e^{\mu/T} \int\limits_0^1 e^{-V_0 \cos 2\pi t}\, dt$$

$$= L e^{\mu/T}\, \mathrm{I}_0(V_0) = L e^{\mu_0/T},$$

где μ и μ_0 — химический потенциал электронного газа при $V_0 \neq 0$ и $V_0 = 0$ соответственно, $\mathrm{I}_0(V_0)$ — модифицированная функция Бесселя. Для тока получаем окончательное выражение:

$$j_1 = \left[\frac{e^2 l_T}{\pi\hbar}\, e^{\mu_0/T}\, \frac{|V_0|\, \mathrm{K}_1(|V_0|)}{\mathrm{I}_0(V_0)}\right] E = j_0\, \frac{|V_0|\, \mathrm{K}_1(|V_0|)}{\mathrm{I}_0(V_0)}, \tag{20}$$

где j_0 — плотность тока в отсутствие периодического потенциала. Оценим это выражение в двух предельных случаях.

1. При $U_0 \gg T$, используя асимптотические разложения для функций Бесселя и Макдональда, получаем

$$j_1 = j_0 \pi |V_0| e^{-2|V_0|}.$$

Мы видим, что при большой глубине потенциальной ямы плотность тока по сравнению с пространственно однородным случаем экспоненциально мала, что обусловлено малостью числа носителей, обладающих энергией, достаточной для преодоления высокого потенциального барьера.

2. Для случая $U_0 \ll T$, воспользовавшись разложением функций Бесселя и Макдональда при малых значениях аргумента, находим с точностью до членов второго порядка малости:

$$j_1 = j_0 \left\{1 + \left[(C - 1) + \ln\frac{|V_0|}{2}\right] \frac{|V_0|^2}{2}\right\}, \tag{21}$$

где в последнем выражении $C \approx 0.577$ — постоянная Эйлера.

4. Квазиупругое рассеяние носителей

Введем параметр неупругости $\delta = (2ms^2/T)(L/l_T)^2$. Кинетическое уравнение в случае квазиупругого рассеяния электронов на акустических фононах $(\delta \ll 1)$ можно преобразовать следующим образом: учитывая выражения (4) и (5) в системе (2) и (3), выразим из первого уравнения системы величину f_{1a}, подставим во второе, после чего получим

$$-\upsilon \left(\frac{\partial}{\partial x} + F_0 \frac{\partial}{\partial \varepsilon_p}\right) \tau \upsilon \left(\frac{\partial f_{1s}}{\partial x} + F_0 \frac{\partial f_{1s}}{\partial \varepsilon_p} + eE \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_p}\right)$$

$$= \frac{2ms^2 T}{l_T}\, \upsilon \frac{\partial}{\partial \varepsilon_p} \left(\frac{\partial f_{1s}}{\partial \varepsilon_p} + \frac{f_{1s}}{T}\right). \tag{22}$$

Оценим ширину области энергий вблизи сепаратрисы $(\varepsilon = U_0)$, в которой решение уравнения (22) существенно отличается от значений выражения, полученного в

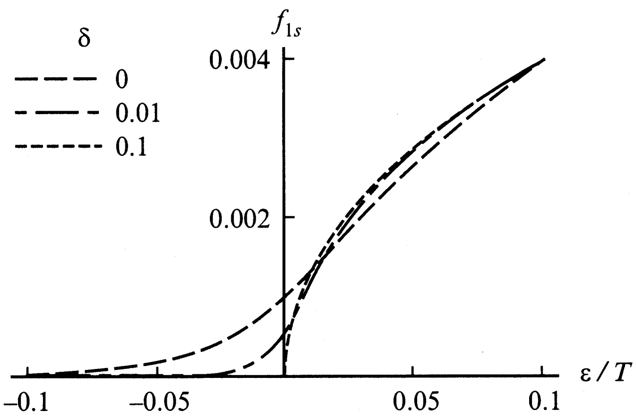

Рис. 3. Зависимость $f_{1s}(\varepsilon/T)$ в точке $x = L/4$ при различных значениях параметра неупругости δ.

предельно нелокальном режиме, что вызвано появлением в уравнении дополнительного члена, пропорционального δ, соответствующего интегралу столкновений в квазиупругом пределе. Для этого рассмотрим асимптотическое поведение слагаемых в (22), в котором в качестве функции f_{1s} используем (18). Несложный анализ приводит к следующему условию:

$$\frac{\varepsilon}{T} \gg \frac{\sqrt{\delta}}{4\pi\sqrt{V_0}},$$

при выполнении которого отклонения решения от значений функции (18) становятся исчезающе малыми. Очевидно, что для сильно нелокального случая $\delta \ll 1$ практически во всей области энергий решение (18), полученное в пределе $\delta = 0$, справедливо с хорошей точностью.

Для области энергий

$$\varepsilon/T \leq \delta^{1/2}/(4\pi V_0^{1/2})$$

уравнение (22) было решено численно с соответствующими граничными условиями: периодичность функции f_{1s} и ее производной по x; условие перехода искомого решения в выражение (18) при $\varepsilon/T \to \infty$; равенство нулю потока в энергетическом пространстве при $\varepsilon = U(x)$. В результате была получена зависимость $f_{1s}(x/L, \varepsilon/T)$, графики которой для различных значений параметра δ (при $x/L = 1/4$) представлены на рис. 3. Как видим, учет квазиупругости рассеяния носителей на фононах приводит к устранению неаналитичности в энергетической зависимости функции f_{1s}.

5. Локальный предел

Получим решение кинетической задачи для пространственно-периодической структуры с помощью традиционного подхода, называемого гидродинамическим приближением [7].

В этом обратном предельно локальном случае, чтобы сохранить введенное выше условие квазиупругости рассеяния электронов на длинноволновых акустических фононах, мы должны ограничиться случаем, когда величина безразмерной фононной энергии ms^2/T по-прежнему остается малой, что при данном механизме релаксации всегда верно, тогда как длина периода $L \gg l$, где l — длина свободного пробега. Вводя безразмерную переменную $y = \varepsilon/T$ и учитывая, что при вышеуказанных соотношениях между масштабами длин и энергий выполняется неравенство $\delta \gg 1$, получим уравнение (22) в нулевом приближении по $1/\delta$ в виде

$$\frac{\partial^2 f_{1s}}{\partial y^2} + \frac{\partial f_{1s}}{\partial y} = 0.$$

Заметив, что функция должна быть нормируемой, вспоминая связь (9) между f_{1a} и f_{1s}, а также выражение (12) для плотности тока, получаем

$$f_{1s}(x, \varepsilon) = \frac{eE}{T}\left(x - \frac{L}{\mathrm{I}_0(V_0)} \int\limits_0^{x/L} e^{V_0 \cos 2\pi t} dt\right) f_0.$$

Зависимость f_{1s} от координаты при различных значениях амплитуды периодического потенциала представлена на рис. 4. Отметим, что при достаточно большой амплитуде периодического потенциала характер зависимости от пространственной координаты в гидродинамическом пределе совпадает со случаем предельно нелокального электрон-фононного взаимодействия.

Учитывая сохранение числа частиц при изменении химического потенциала аналогично (20), получаем вы-

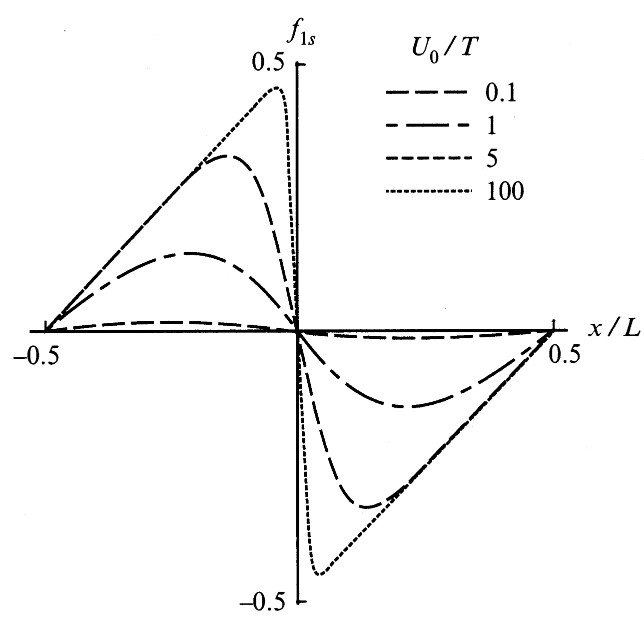

Рис. 4. Зависимости $f_{1s}(x, \varepsilon = 0)$ при различных амплитудах периодического потенциала U_0 в локальном режиме.

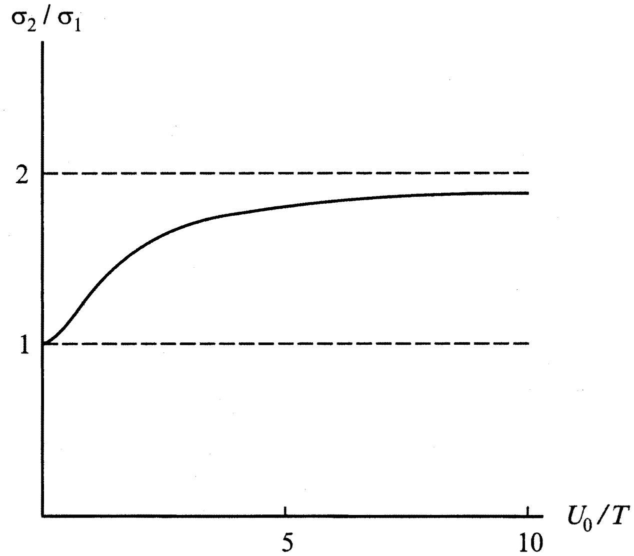

Рис. 5. Зависимость отношения проводимостей в предельно локальном и нелокальном режимах от амплитуды потенциала U_0.

ражение для плотности тока:

$$j_2 = \frac{e^2 l_T e^{\mu_0/T}}{\pi\hbar\left[\mathrm{I}_0(V_0)\right]^2} E = \frac{j_0}{\left[\mathrm{I}_0(V_0)\right]^2}. \tag{23}$$

Как и в нелокальном режиме, рассмотрим выражение (23) в предельных случаях.

1. При больших значениях $V_0 \gg 1$, используя асимптотическое разложение функции Бесселя, получаем выражение

$$j_2 = j_0 2\pi |V_0|\, e^{-2|V_0|},$$

которое с точностью до числового фактора совпадает с соответствующим выражением в нелокальном случае.

2. При малых значениях $V_0 \ll 1$ с точностью до слагаемых второго порядка малости имеем

$$j_2 = j_0 \left(1 - \frac{|V_0|^2}{2}\right).$$

Уменьшение проводимости по сравнению с пространственно однородным случаем носит не столь резкий характер, как в предельно нелокальной ситуации (21), так как при амплитудах периодического потенциала $V_0 \ll 1$, в случае максвеллизирующего локального взаимодействия, физика явления не сильно отличается от кинетической задачи малых отклонений от термодинамического равновесия в слабых полях.

Сравнение выражений для плотности тока, полученных в предельно нелокальном случае (20) и в гидродинамическом приближении (23), показывает, что как в случае малых, так и случае больших амплитуд периодического потенциала $j_1 < j_2$. Причем при возрастании величины V_0 отношение токов асимптотически стремится к $j_2/j_1 = 2$ (см. рис. 5). Таким образом, система частиц, взаимодействующая с рассеивателями нелокально, оказывает при переносе тока большее сопротивление, чем система носителей, находящаяся с фононным термостатом в локальном равновесии, что само по себе не является очевидным из общих соображений.

6. Заключение

Одним из результатов работы является предложенная методика решения кинетических задач в пространственно неоднородной системе в случае больших характерных длин пробега частиц. Подобный подход может быть использован в системах с большим числом измерений, а также при рассмотрении задач диффузии, термоэлектрических явлений и некоторых других.

В результате численного решения уравнения Больцмана выяснено, что постепенное возрастание степени неупругости электрон-фононного взаимодействия приводит к вовлечению локализованных в упругом случае носителей в процесс переноса тока. Этот процесс носит характер диффузионного обмена энергией между двумя электронными подсистемами. Релаксация энергии приводит к „размытию“ особенностей в области максимумов потенциала и вблизи границы между финитной и инфинитной областями.

В заключение обсудим возможность сравнения результатов работы с экспериментом. Развитая в данной работе методика расчета проводимости предполагает одномерный характер динамики носителей тока, что требует в реальных системах квантования поперечного движения частиц. При этом для фононной подсистемы требование одномерности не является обязательным.

Реальные системы с квазиодномерным характером проводимости достаточно хорошо известны [9]. Одним из последних примеров подобной системы могут служить наноструктуры из молекул фталоцианина свинца, кинетические характеристики которых рассмотрены в работе [10]. Периодический потенциал в квазиодномерных системах может быть реализован, например, при возникновении волны зарядовой плотности, прохождении сильной акустической волны или специально подобранной структурой электростатического поля.

Список литературы

[1] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. *Физика полупроводников* (М.: Наука, 1990).

[2] *Матер. I Всес. Телавской школы-семинара „Неравновесные квазичастицы в твердых телах“* (Тбилиси, Изд-во Тбил. ун-та, 1979).

[3] G. Crüner. Rev. Mod. Phys., **60** (4), 1129 (1988).

[4] Л.И. Глазман, Г.В. Лесовик, Д.Е. Хмельницкий, Р.И. Шехтер. Письма ЖЭТФ, **48** (3), 218 (1988).

[5] В.Я. Демиховский, Г.А. Вугальтер. *Физика квантовых низкоразмерных структур* (М., Логос, 2000).

[6] Э. Конуэлл. *Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях* (М., Мир, 1970).

[7] В. Денис, Ю. Пожела. *Горячие электроны* (Вильнюс, Минтис, 1971).
[8] Б.И. Давыдов. ЖЭТФ, **6** (2), 463 (1936).
[9] М.Е. Гершензон, Ю.Б. Хавин, А.Л. Богданов. УФН, **168** (2), 200 (1998).
[10] Н.А. Поклонский, Е.Ф. Кисляков, Д.И. Сагайдак, А.И. Сягло, Г.Г. Федорук. Письма ЖТФ, **27** (5), 17 (2001).

Редактор Т.А. Полянская

Conductivity of a one-dimensional semiconductor with a periode potential

S.D. Beneslavskii, A.A. Elistratov, S.V. Shibkov

Institute for Cryptography,
Communications and Informatics,
117602 Moscow, Russia

Abstract In a limiting case of the infinite carrier energy relaxation length the analytical solution of the kinetic equation is obtained for the electron distribution function in a one-dimensional semiconductor with a space-periodic potential in the presence of a weak driving electric field. A precise expression for the system conductivity is found for a sinusoidal potential of an arbitrary amplitude. It is shown that the electron distribution function singularities arising in the asymptotic limit, are smoothed in the region of finite magnitudes of the energy relaxation length. Comparision with the results of the opposite (local) regime shows that the conductivity in a strongly non-local case is less for any arbitrary potential amplitudes.