

03

Модель отскока и рассеяния несферических частиц при высокоскоростном взаимодействии с обтекаемой поверхностью

© С.В. Панфилов, Ю.М. Циркунов

Балтийский государственный технический университет „ВОЕНМЕХ“ им. Д.Ф. Устинова,
190005 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: panfilov_sv@rambler.ru, yury-tsirkunov@rambler.ru

Поступило в Редакцию 24 декабря 2021 г.

В окончательной редакции 7 февраля 2022 г.

Принято к публикации 8 февраля 2022 г.

Предложена новая модель ударного взаимодействия твердых несферических частиц с поверхностью для диапазона скоростей удара, типичных при полете летательных аппаратов в запыленной атмосфере. Модель основана на законах механики и эмпирических данных о коэффициенте восстановления нормальной составляющей скорости. Касательный импульс силы при взаимодействии частицы с поверхностью считается пропорциональным как нормальному импульсу, так и средней касательной скорости точки контакта частицы за время удара. Ориентация частиц относительно поверхности предполагается случайной. Численно исследован отскок частиц различной формы при варьировании параметров формы и смеси частиц. Получены статистические характеристики отскока и рассеяния отраженных частиц. Сравнение с известными экспериментальными данными результатов расчетов средних значений нормальной и касательной компонент скорости центров масс частиц в плоскости удара в момент отскока для смеси частиц различной формы показало их хорошее согласие.

Ключевые слова: дисперсные частицы, трехмерная модель ударного взаимодействия с поверхностью, численное исследование, статистические характеристики отскока и рассеяния, сравнение в опытных данными.

DOI: 10.21883/JTF.2022.05.52370.324-21

Введение

Моделирование ударного взаимодействия дисперсных частиц с обтекаемой поверхностью является одной из фундаментальных задач механики газовзвесей. При столкновении частицы могут осаждаться на обтекаемой поверхности, отскакивать (отражаться) от нее, вызывать абразивную эрозию, усиливать теплообмен, влиять на течение несущего газа. Отраженные частицы существенно влияют на структуру и свойства течения дисперсной примеси. В классической механике многофазных течений [1] и в подавляющем большинстве современных работ, в которых рассматривается обтекание тел потоком газа с учетом отскока (отражения) частиц, их форма принимается сферической, а их отскок от поверхности считается регулярным (см., например, обзор [3]). Однако в реальных течениях частицы, например, песок, вулканический пепел или синтетический корунд, всегда имеют несферическую, иногда очень сложную форму. Отскок таких частиц имеет стохастический характер, что связано с их случайной ориентацией в момент столкновения. Наряду с возможной шероховатостью обтекаемой поверхности это приводит в экспериментах к значительному разбросу данных по параметрам отскока частиц [3–5].

Широкое распространение в механике газовзвесей получили модели регулярного ударного взаимодействия частиц с поверхностью, основанные непосредственно на

коэффициентах восстановления нормальной и касательной компонент вектора скорости центра масс среднестатистических частиц, которые считаются сферическими ([6–8]). Другое направление было основано на моделировании касательной силы в точке контакта частицы с поверхностью с использованием закона трения Кулона (касательная сила пропорциональна нормальной силе и соответственно касательный импульс пропорционален нормальному импульсу) и введении коэффициента трения [9–12]. Такого рода модели справедливы при относительно небольших скоростях соударения (до нескольких десятков метров в секунду). Кроме того, коэффициент динамического трения, как правило, неизвестен. В задачах двухфазной аэродинамики, когда рассматривается движение летательного аппарата в запыленной атмосфере, скорости соударения частиц с поверхностью аппарата или с элементами его двигателя составляют от нескольких десятков до нескольких сотен метров в секунду. В этом диапазоне скоростей наиболее надежными в настоящее время являются экспериментальные данные по средним коэффициентам восстановления компонент скорости центра масс среднестатистических частиц. Эти данные получены для большого числа как правило несферических частиц, имеющих заметный разброс по размерам. При этом величина разброса значений коэффициентов может быть весьма значительной [5], что затрудняет оценку адекватности той или иной модели удара. В последнее время появились работы, в которых

параметры отскока обобщаются или моделируются с учетом физических свойств материалов частиц и поверхности [13–18].

Однако ввиду больших трудностей моделирования удара частиц произвольной формы (в частности, частиц, имеющих острые кромки, что типично, например, для частиц двуокиси кремния или синтетического корунда), такой подход применялся до сих пор только для сферических или эллипсоидальных частиц.

Для решения задач двухфазных течений газа с частицами, когда требуется расчет очень большого числа частиц в потоке, наиболее предпочтительными в настоящее время являются полуэмпирические модели удара, учитывающие опытные данные по коэффициентам восстановления.

Целью настоящей работы является разработка модели ударного взаимодействия дисперсной несферической частицы с поверхностью, которая адекватно описывала бы параметры отскока и характеристики рассеяния отраженных частиц при больших скоростях удара, типичных в задачах аэродинамики летательных аппаратов, и которая была бы достаточно экономичной при расчете течений газа с большим количеством частиц (порядка 10^4 и более).

Ранее авторами была предложена полуэмпирическая модель соударения частицы с поверхностью [19], в которой предполагалось, что точка контакта частицы после соударения имеет касательную скорость, равную нулю. В данном исследовании рассматривается возможное скольжение частицы в процессе соударения, включая момент отскока, и моделируется касательный импульс в точке контакта. В отличие от цитированных выше работ [9–12], в которых для описания касательного импульса использовался закон трения Кулона, в данной модели предполагается, что импульс касательной силы пропорционален не только нормальному импульсу, но и средней касательной скорости точки контакта частицы, что в определенной мере учитывает сопротивление движению частицы за счет деформирования материала поверхности в процессе ударного взаимодействия. С использованием предложенной модели подробно исследуются статистические характеристики отскока и рассеяния частиц различного типа форм при варьировании параметров формы и смеси из этих частиц. Для оценки адекватности модели полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными по нормальной и касательной скоростям центра масс отраженных частиц в плоскости удара.

1. Модель соударения несферической частицы с поверхностью

Будем рассматривать ударное взаимодействие твердых недеформируемых частиц (типа песка или синтетического корунда) с поверхностью стенки из упруго-пластичного материала. При больших скоростях соуда-

рения частица в процессе удара внедряется в стенку и образуется поверхность контакта. Размер и форма этой поверхности являются функциями времени, которые определяются скоростью удара, углом падения, физико-механическими свойствами материала стенки, а также формой и первоначальной ориентацией частицы относительно поверхности. Моделирование ударного взаимодействия отдельной частицы с поверхностью методами механики твердого деформируемого тела требует вычислительных ресурсов, сравнимых с решением задачи обтекания тела потоком газовзвеси, поэтому такой подход для задач двухфазной аэродинамики в настоящее время практически не реализуем.

Предлагаемая в настоящей работе модель соударения основана на законах изменения импульса и момента импульса для частицы в интегральной форме, экспериментальных данных о коэффициенте восстановления нормальной к поверхности скорости центра масс частицы и дополнительных эвристических предположениях, которые будут сформулированы далее.

Сначала рассмотрим отдельное соударение частицы с плоской стенкой. Введем локальную декартову систему координат $OXYZ$, в которой плоскость XZ совпадает с поверхностью стенки, а ось Y направлена по нормали к ней (плоскость XY назовем плоскостью удара). Обозначим координаты центра масс частицы X_p, Y_p, Z_p . Введем связанную с частицей систему координат $O_p\xi\eta\zeta$ с осями, направленными вдоль главных осей инерции частицы. Углы φ, ψ, ϑ , определяющие ориентацию частицы относительно системы координат $OXYZ$, и рассмотренные в настоящей работе формы частиц показаны на рис. 1.

Будем считать, что частица не деформируется в процессе столкновения с поверхностью (примем модель твердой частицы [11]).

Пусть заданы векторы поступательной и угловой скорости частицы \mathbf{V}_p и $\mathbf{\Omega}_p$, а также углы φ, ψ, ϑ перед столкновением. Требуется определить поступательную и угловую скорости после удара.

В процессе соударения положение точки приложения главного вектора сил на поверхности контакта между частицей и поверхностью стенки и его направление изменяются. Далее будут использоваться уравнения законов изменения количества движения и момента количества движения частицы в интегральной форме. В эти уравнения входит импульс главного вектора сил, который имеет при каждом соударении одну точку приложения. Мы будем ассоциировать эту точку с точкой контакта в момент начала процесса соударения (точка C на рис. 2). Если поверхность контакта представляет собой ребро или грань призматической частицы, то в качестве точки контакта принимается геометрический центр ребра или грани для исключения неопределенности в расчете.

Положение точки контакта относительно центра масс частицы определяется вектором \mathbf{r}_c . Будем считать, что вектор \mathbf{r}_c не изменяется в процессе соударения. Физически это обосновано тем, что изменения положения и ориентации частицы за время ударного взаимодействия

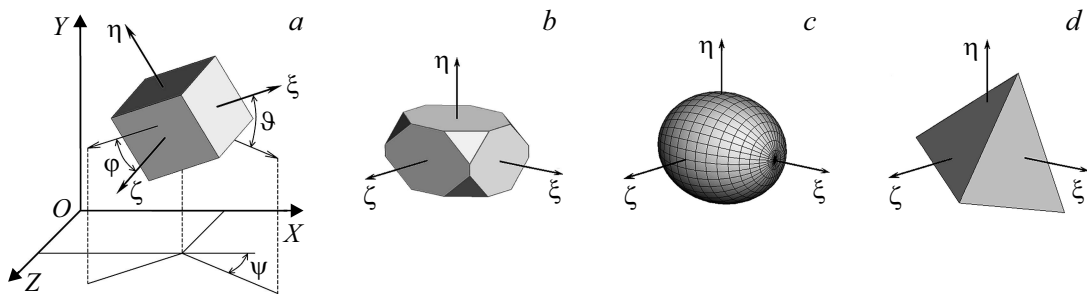


Рис. 1. Конфигурация частиц и углы φ, ψ, ϑ , определяющие ориентацию частицы в пространстве: *a* — прямоугольная призма, *b* — прямоугольная призма со срезанными вершинами, *c* — эллипсоид, *d* — тетраэдр.

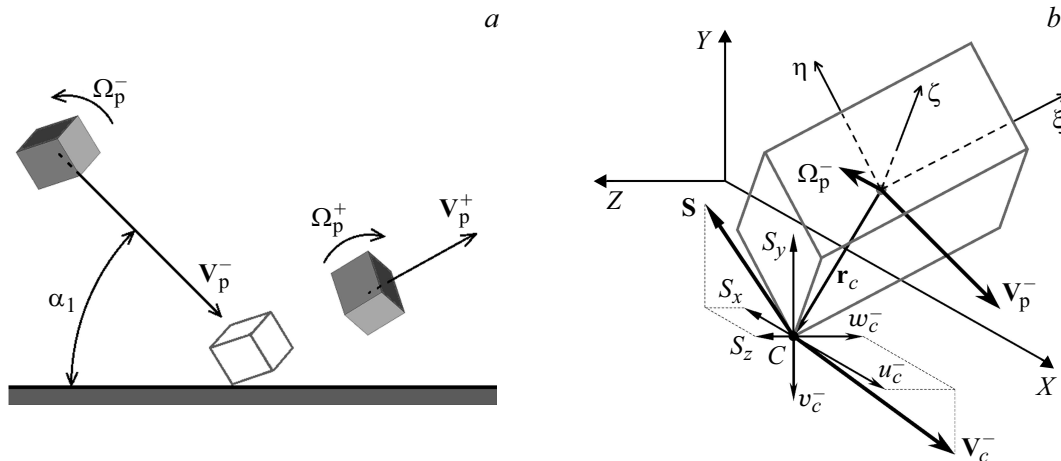


Рис. 2. Столкновение несферической частицы со стенкой.

очень малы. Это допущение аналогично принятому в классической теории удара, в которой считается, что время ударного взаимодействия стремится к нулю, силы в зоне контакта стремятся к бесконечности, а ударный импульс является конечной величиной [20]. Отметим, что данное допущение относится только к отдельному локальному соударению в процессе отскока, при котором частица может испытать несколько соударений. Возможность нескольких соударений объясняется тем, что после первого столкновения частица начинает вращаться и, повернувшись, снова сталкивается с поверхностью уже другой вершиной.

Уравнения изменения импульса и момента импульса частицы могут быть записаны в следующей интегральной форме:

$$m_p(\mathbf{V}_p^+ - \mathbf{V}_p^-) \equiv m_p \Delta \mathbf{V}_p = \int_0^{\delta t} \mathbf{f}_c(t) dt \equiv \mathbf{S},$$

$$\|J_p\| (\Omega_p^+ - \Omega_p^-) \equiv \|J_p\| \Delta \Omega_p = \mathbf{r}_c \mathbf{S}, \quad (1)$$

где $m_p, \|J_p\|$ — масса и тензор инерции частицы, \mathbf{f}_c, \mathbf{S} — сила и импульс, действующие на частицу в точке контакта, δt — интервал времени, в течение которого сила \mathbf{f}_c действует на частицу, верхние индексы „+“

и „-“ относятся к параметрам частицы до и после удара (рис. 2).

Скорость частицы в точке контакта \mathbf{V}_c связана с поступательной и угловой скоростями \mathbf{V}_p и Ω_p кинематическим соотношением

$$\mathbf{V}_c = \mathbf{V}_p + \Omega_p \mathbf{r}_c. \quad (2)$$

Откуда получим

$$\Delta \mathbf{V}_c \equiv \mathbf{V}_c^+ - \mathbf{V}_c^- = \Delta \mathbf{V}_p + \Delta \Omega_p \mathbf{r}_c. \quad (3)$$

Комбинация уравнений (1) и (3) дает

$$\|J_p\| \Delta \Omega_p / m_p = \mathbf{r}_c \Delta \mathbf{V}_c - \mathbf{r}_c [\Delta \Omega_p \mathbf{r}_c]. \quad (4)$$

Уравнение (4) содержит два неизвестных вектора: $\Delta \mathbf{V}_c$ и $\Delta \Omega_p$.

Пусть u_p, v_p, w_p и u_c, v_c, w_c — компоненты векторов \mathbf{V}_p и \mathbf{V}_c в системе координат $OXYZ$, а $\Delta u_p, \Delta v_p, \Delta w_p$ и $\Delta u_c, \Delta v_c, \Delta w_c$ — компоненты векторов $\Delta \mathbf{V}_p$ и $\Delta \mathbf{V}_c$ соответственно.

Основная трудность при моделировании ударного взаимодействия частицы с поверхностью заключается в описании импульса силы, действующей на частицу со стороны стенки в точке контакта C . Предварительное численное моделирование ударного взаимодействия

твердой несферической частицы с упруго-пластичной стенкой при использовании методов механики твердого деформируемого тела показало, что частица скользит в процессе ударного взаимодействия и ее параметры после удара (поступательная и угловая скорости) существенно зависят от пространственной ориентации частицы перед соударением (от положения вектора \mathbf{r}_c).

Примем, что касательный к поверхности импульс силы, действующей на частицу, пропорционален как нормальному импульсу, так и средней касательной скорости точки контакта. Отметим, что в случае малых скоростей удара (до 20–30 м/с) обычно считается, что касательный импульс пропорционален только нормальному импульсу [9–12]. Однако при высоких скоростях удара (более 50 м/с) стенка испытывает, как правило, упруго-пластические деформации, которые зависят от скорости соударения (именно этот случай рассматривается в настоящей работе). Принятое допущение подразумевает, что эта зависимость линейная.

Для определения нормального импульса введем в рассмотрение коэффициент восстановления нормальной скорости точки контакта частицы при соударении a_{nc} .

Тогда можно записать

$$\begin{aligned}\Delta u_p &= -C_f \Delta v_p (u_c^- + 0.5 \Delta u_c) / |V_c^-|, \\ \Delta w_p &= -C_f \Delta v_p (w_c^- + 0.5 \Delta w_c) / |V_c^-|, \\ \Delta v_c &= -v_c^- (a_{nc} + 1).\end{aligned}\quad (5)$$

Коэффициент C_f в этих соотношениях может интерпретироваться как коэффициент динамического сопротивления скольжению частицы в касательном направлении. С физической точки зрения коэффициент сопротивления C_f и коэффициент восстановления нормальной к поверхности скорости частицы в точке контакта a_{nc} в соотношениях (5) определяются скоростью и углом соударения, ориентацией частицы относительно поверхности и физико-механическими свойствами материалов частицы и стенки.

Для a_{nc} какие-либо экспериментальные данные отсутствуют. Однако можно предположить, что значение a_{nc} близко к значению аналогичного коэффициента восстановления для центра масс частицы $a_n = -v_p^+ / v_p^-$. Как установлено экспериментально в [21], где исследовался отскок частиц синтетического корунда от пластин из упруго-пластичных материалов (рассматривались сталь, медь и свинец), средние значения коэффициентов восстановления нормальной a_n и касательной a_τ (в плоскости удара) скоростей центра масс частиц существенно зависят от скорости и угла удара. Материал пластин также влияет на эти коэффициенты, однако его влияние на a_n значительно слабее, чем на a_τ .

В численных расчетах, результаты которых приведены далее, исследуется ударное взаимодействие частиц корунда с поверхностью стенки из стали Ст3. Зависимость a_{nc} от скорости и угла соударения для этой пары взята

из [21] и имеет вид:

$$a_{nc} = 1 - [1 - \exp(-0.1 |V_c^-|^{0.61})] (v_c^- / |V_c^-|). \quad (6)$$

Соотношение (6) справедливо в диапазоне скоростей удара от 50 до 300 м/с.

Коэффициент сопротивления скольжению C_f существенно зависит от ориентации частицы относительно поверхности перед столкновением. На основании эвристических соображений и предварительных численных экспериментов для этого коэффициента предлагается следующая зависимость:

$$C_f = \exp[(\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{V}_p^-) / |\mathbf{r}_c| |V_p^-|]. \quad (7)$$

Для других частиц и материалов следует использовать другую зависимость для a_{nc} и, возможно, несколько иное соотношение для C_f .

Система уравнений (3)–(7) замкнута. Она нелинейна и может быть решена численно итерационным методом относительно компонент векторов $\Delta \Omega_p$, ΔV_c и ΔV_p , зная которые можно определить поступательную и вращательную скорости частицы после соударения следующим образом:

$$\mathbf{V}_p^+ = \mathbf{V}_p^- + \Delta \mathbf{V}_p, \quad \Omega_p^+ = \Omega_p^- + \Delta \Omega_p.$$

Данная модель соударения частицы со стенкой является полуэмпирической. Она включает экспериментальную зависимость (6) для a_{nc} и полученное в результате эвристических соображений и подбора соотношение (7) для коэффициента C_f .

Поскольку предложенная модель наряду с законами механики основана на допущениях, которые нельзя строго обосновать априори, необходимо исследовать ее адекватность путем сравнения результатов расчетов с опытными данными, не используемыми при формулировке модели. Далее данная модель применяется к расчету параметров отскока большого числа частиц различных варьируемых форм, и результаты сравниваются с экспериментом по средним значениями нормальной и касательной скоростей центра масс частиц после отскока для пары корунд/сталь во всем диапазоне углов удара $0 \leq \alpha_1 \leq 90^\circ$.

2. Численное исследование отскока частиц от поверхности и сравнение с экспериментальными данными

Отскок (отражение) частицы представляет собой сложный процесс, в котором падающая частица может столкнуться с поверхностью несколько раз перед тем, как она отлетит. Для определения поступательной и угловой скоростей частицы после каждого соударения в процессе отскока использовалась описанная выше модель.

Как уже было отмечено, несферические частицы в отличие от сферических могут испытывать несколько

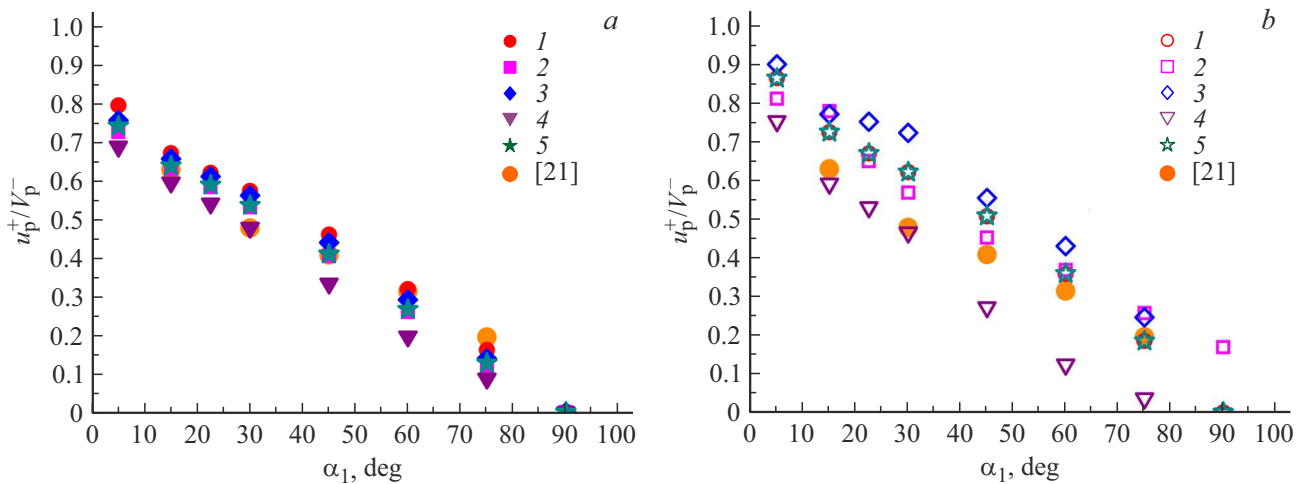


Рис. 3. Средние (а) и наиболее вероятные (б) значения u_p^+/V_p^- как функции угла удара α_1 для частиц различной формы (1 — эллипсоиды, 2 — призмы, 3 — призмы со срезанными вершинами, 4 — тетраэдры) и для однородной смеси этих частиц (5) в сравнении с экспериментальными данными [21].

столкновений вследствие закрутки в результате первого удара. Поступательное и вращательное движение частиц между соударениями со стенкой рассматривается как чисто инерционное без учета окружающей среды (несущего газа). Такое допущение справедливо, если характерное время ударного взаимодействия частиц с поверхностью много меньше времени динамической релаксации частиц в среде. Это означает, что импульс силы, действующей на частицу за время удара со стороны несущей среды, будет много меньше импульса силы ударного взаимодействия частицы со стенкой.

Все приведенные далее результаты получены для невращающихся до удара частиц и скорости удара $V_p^- = 200$ m/s, что соответствует условиям экспериментов [21]. Каждый раз ориентация частицы перед первым столкновением с поверхностью принималась случайной и равновероятной.

Введем параметры a , b и c , которые связаны с размерами частиц в направлениях главных осей инерции L_ξ , L_η и L_ζ следующим образом: $L_\xi = 2a$, $L_\eta = 2b$ и $L_\zeta = 2c$ (для эллипсоидальных частиц a , b и c — это величины полуосей). Для частиц одинаковой формы фиксируем L_ξ , а отношения b/a и c/b будем считать независимыми случайными величинами из диапазона $[0.5, 1]$, распределенными по нормальному закону с математическим ожиданием 0.8 и стандартным отклонением 0.2. Были выполнены серии расчетов, в которых отскок частиц каждой отдельной формы с варьируемыми параметрами b/a и c/b численно моделировался для 10^8 частиц при каждом угле падения α_1 , и найдены статистические характеристики отраженных частиц. Указанное число частиц в каждой серии расчетов обеспечивало статистическую устойчивость результатов.

Для валидации предложенной модели ударного взаимодействия частиц с поверхностью была рассмотрена смесь из частиц различной формы (рис. 1) в равных до-

лях, причем параметры формы частиц отдельных видов варьировались. Такая смесь частиц различной формы с варьируемыми параметрами b/a и c/b , на наш взгляд, ближе к использовавшейся в экспериментах [21], чем смесь частиц одинаковой формы. После расчета статистических характеристик отраженных частиц различных форм были вычислены статистические характеристики для однородной смеси частиц (доли частиц различных форм в смеси были приняты одинаковыми).

На основе статистической обработки результатов расчетов были получены распределения скоростей отскока частиц при различных углах падения α_1 и найдены средние и наиболее вероятные значения скоростей отскока и их нормальной и касательной компонент в плоскости удара (XY). Обычно численные результаты сравниваются с экспериментальными данными по коэффициентам восстановления касательной $a_\tau = u_p^+/u_p^-$ и нормальной $a_n = -v_p^+/v_p^-$ скоростей центра масс частиц. Однако ввиду того, что $u_p^- \rightarrow 0$ при $\alpha_1 \rightarrow 90^\circ$, а $v_p^- \rightarrow 0$ при $\alpha_1 \rightarrow 0$ удобнее относить скорости u_p^+ и v_p^+ не к одноименным величинам до удара, а к величине полной скорости частицы V_p^- . Результаты для средних и наиболее вероятных значений касательной u_p^+/V_p^- и нормальной v_p^+/V_p^- скоростей частиц после отскока представлены на рис. 3 и 4. Видно, что средние и наиболее вероятные значения заметно отличаются друг от друга для всех углов удара. На обоих рисунках приведены также экспериментальные данные из [21]. Зависимости, полученные для смеси частиц различных форм, в целом лучше согласуются с опытными данными, чем для частиц отдельных форм. Приведенные результаты показывают, что, во-первых, как и предполагалось, смесь частиц различных типов форм лучше соответствует реальной дисперсной примеси, а во-вторых, предложенная модель соударения позволяет рассчитать среднюю скорость отраженных частиц с достаточно высокой точностью.

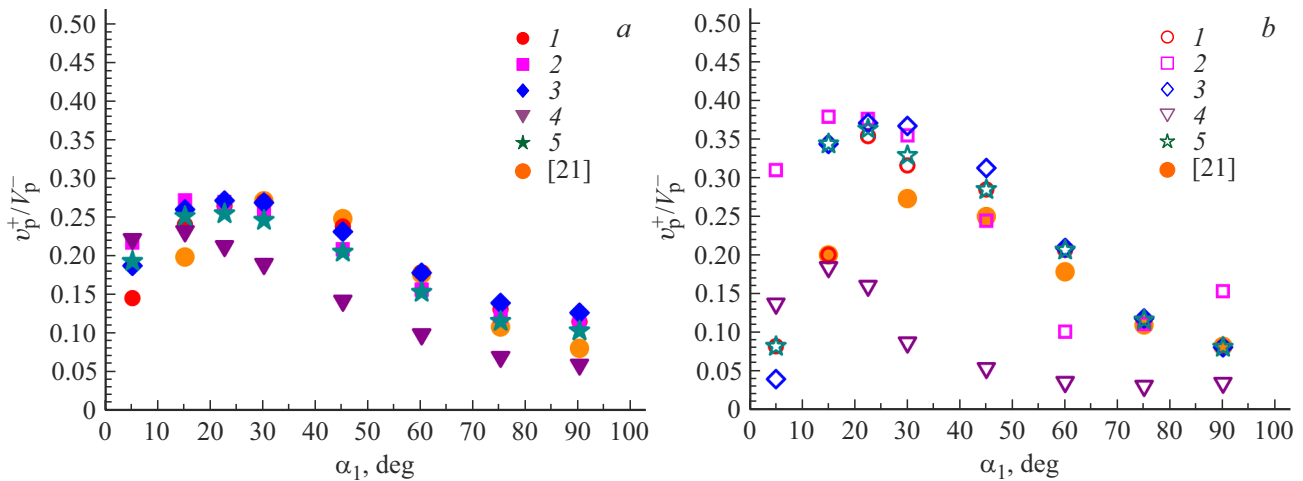


Рис. 4. Средние (а) и наиболее вероятные (б) значения v_p^+/V_p^- как функции угла удара α_1 для частиц различной формы (1 — эллипсоиды, 2 — призмы, 3 — призмы со срезанными вершинами, 4 — тетраэдры) и для однородной смеси этих частиц (5) в сравнении с экспериментальными данными [21].

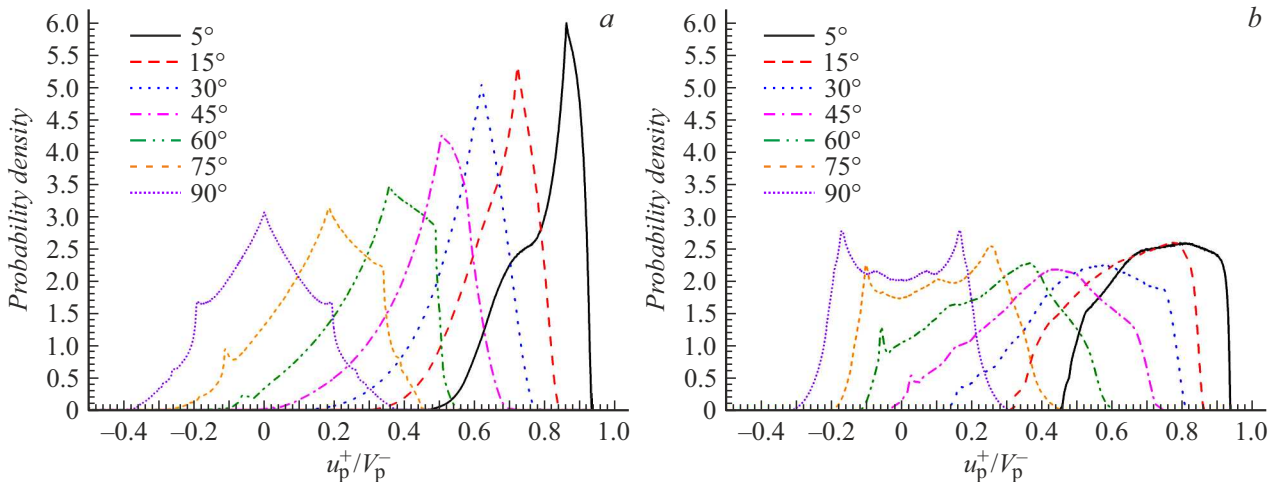


Рис. 5. Функции плотности распределения касательной скорости отскока u_p^+/V_p^- для эллипсоидальных (а) и призматических (б) частиц при различных углах падения α_1 .

Существенное отличие средних значений касательной и нормальной скоростей u_p^+ и v_p^+ от их наиболее вероятных значений объясняется видом функций плотности распределения этих параметров. В качестве примера приведем функции плотности распределения касательных (рис. 5) и нормальных (рис. 6) скоростей для эллипсоидальных и призматических частиц.

Обратим внимание на то, что для всех частиц, кроме призматических, наиболее вероятное значение касательной скорости u_p^+/V_p^- при нормальном ударе ($\alpha_1 = 90^\circ$) равно нулю. Отмеченное отличие для призматических частиц связано с тем, что функция плотности распределения для них имеет при $\alpha_1 = 90^\circ$ минимум (рис. 5) и два симметричных относительно нуля одинаковых максимума. На рис. 3 приведено наиболее вероятное значение u_p^+/V_p^- , соответствующее положительному максимуму.

Таблица иллюстрирует статистику числа соударений частиц различных форм в процессе отскока в случае нормального удара ($\alpha_1 = 90^\circ$). Из представленных результатов видно, что доля частиц, испытавших лишь одно соударение с поверхностью, даже для эллипсоидальных частиц меньше 50%, для остальных форм преобладают двукратные и многократные соударения. С уменьшением угла удара α_1 доля частиц всех рассмотренных форм, испытавших одно соударение в процессе отскока, изменяется не монотонно и во всех случаях заметная доля частиц (от 25 до 70%) испытывает два и более соударений.

Важным параметром отскока частиц является их угловая скорость, так как она влияет на поперечную силу Магнуса и, следовательно, на траектории отраженных частиц. Экспериментальные данные по определению угловой скорости частиц в момент отскока авторам не

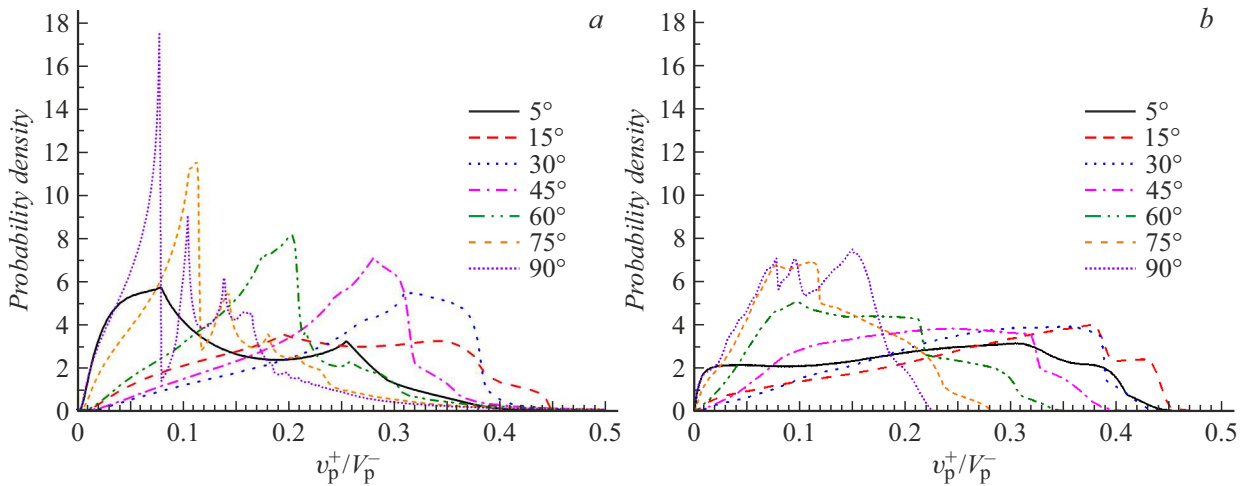


Рис. 6. Функции плотности распределения нормальной скорости отскока v_p^+/V_p^- для эллипсоидальных (a) и призматических (b) частиц при различных углах падения α_1 .

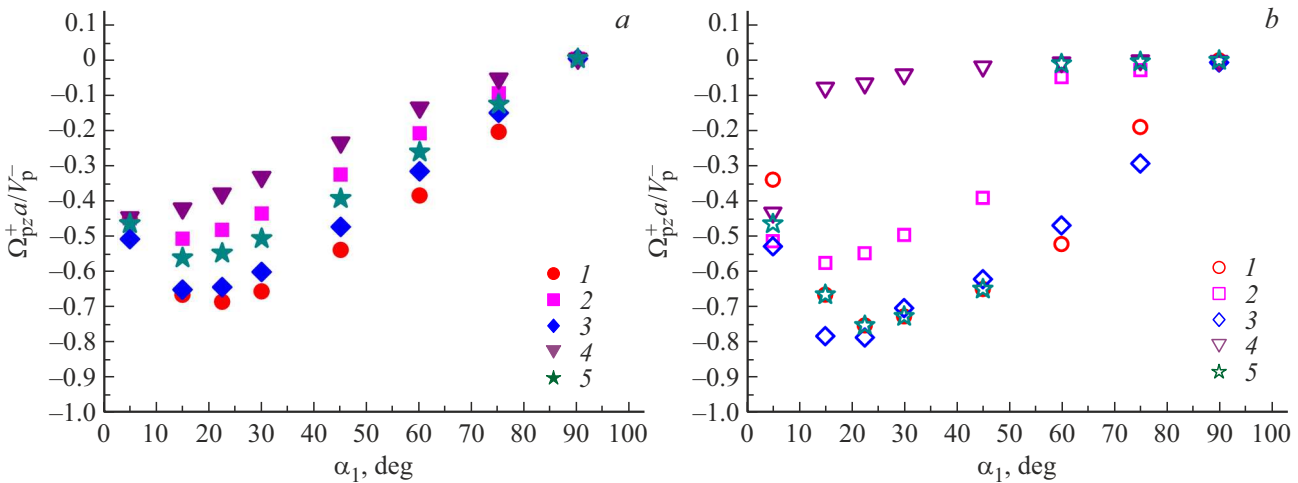


Рис. 7. Средние (a) и наиболее вероятные (b) значения Z-компоненты вектора угловой скорости частиц при различных углах удара α_1 для частиц различной формы (1 — эллипсоиды, 2 — призмы, 3 — призмы со срезанными вершинами, 4 — тетраэдры) и для однородной смеси этих частиц (5).

известны. На рис. 7 приведены результаты расчетов безразмерной средней угловой скорости $\Omega_{pz}^+ a/V_p^-$ и наиболее вероятного ее значения при отскоке частиц различных форм и для смеси частиц.

Хотя средние и наиболее вероятные значения $\Omega_{pz}^+ a/V_p^-$ для всех форм частиц не превосходят нуля, доля частиц с $\Omega_{pz}^+ a/V_p^- > 0$ растет с увеличением угла α_1 . На рис. 8 для примера показаны функции плотности распределения Z-компоненты безразмерной угловой скорости для отраженных эллипсоидальных и призматических частиц при различных углах удара α_1 . Как и следовало ожидать, при $\alpha_1 = 90^\circ$ плотности распределения $\Omega_{pz}^+ a/V_p^-$ симметричны относительно нуля. Плотности распределения $\Omega_{px}^+ a/V_p^-$ и $\Omega_{py}^+ a/V_p^-$ симметричны относительно нуля при любых углах α_1 .

При отскоке частиц их кинетическая энергия значительно уменьшается вследствие того, что удар явля-

ется неупругим и учитывается торможение частицы в касательном направлении. Определение потерь энергии

Форма частиц	Количество соударений при отражении					
	1	2	3	4	5	> 5
Эллипсоиды	42.2	31.2	8.9	4.3	2.6	10.8
Призмы	13.3	40.1	19.5	14.6	5.4	7.1
Призмы со срезанными вершинами	25.9	37.7	17.8	9.7	4.8	4.1
Тетраэдры	5.2	12.8	9.3	7.9	8.3	56.5

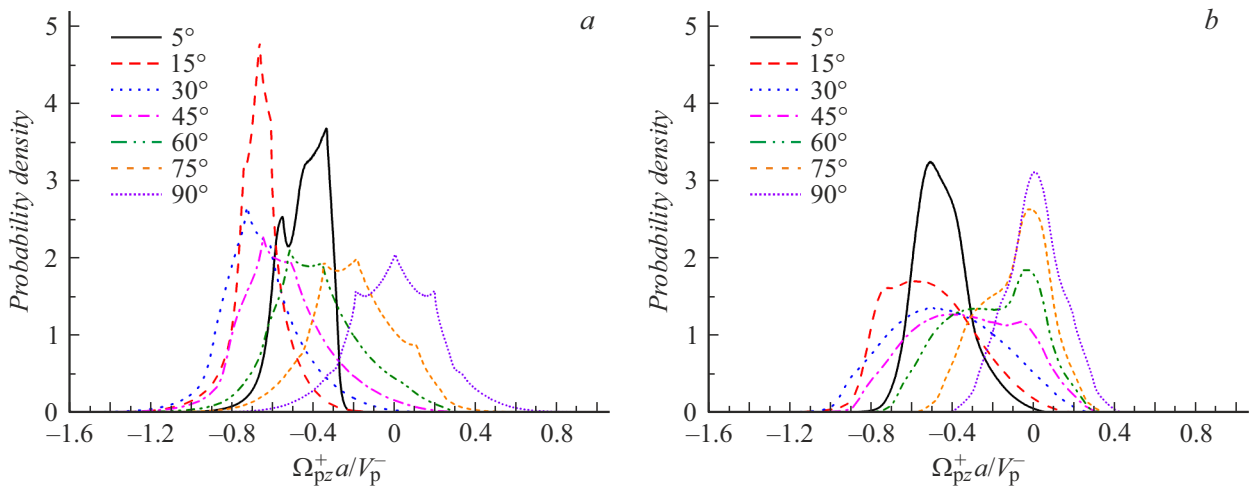


Рис. 8. Функции плотности распределения $\Omega_{pz}^+ a / V_p^-$ при отскоке эллипсоидальных (а) и призматических (б) частиц при различных углах падения α_1 .

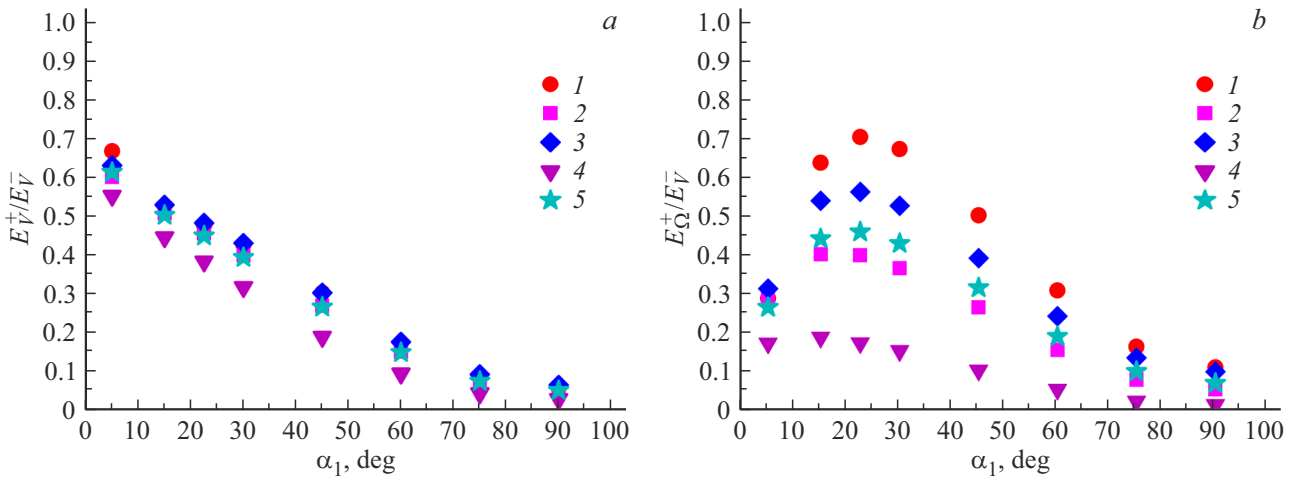


Рис. 9. Средние значения относительной поступательной (а) и вращательной (б) кинетической энергии отраженных частиц (1 — эллипсоиды, 2 — призмы, 3 — призмы со срезанными вершинами, 4 — тетраэдры, 5 — смесь).

частиц важно для оценки нагрева и абразивной эрозии поверхности. При отскоке происходит перераспределение энергии частиц между поступательной и вращательной составляющими. Рис. 9 демонстрирует зависимости от угла удара α_1 средней относительной кинетической поступательной E_V^+ / E_V^- и вращательной E_Ω^+ / E_V^- энергии отраженных частиц. Поступательная энергия монотонно убывает с увеличением α_1 . Вращательная же энергия имеет для всех отдельных форм частиц и для их смеси выраженный максимум при $\alpha_1 \approx 15\text{--}20^\circ$. Наибольшая вращательная энергия получается для эллипсоидальных частиц и частиц в виде призм со срезанными вершинами.

Плотности распределений поступательной и вращательной энергий крайне неравномерны, вследствие чего наиболее вероятные значения этих энергий (рис. 10) существенно отличаются от средних.

Следует отметить, что все приведенные выше безразмерные параметры отскока не зависят от размера частиц.

3. Рассеяние несферических частиц при отскоке от поверхности

Несферические частицы, сталкивающиеся с поверхностью под заданным углом α_1 (рис. 2) с одинаковыми поступательной и угловой скоростями V_p^- и Ω_p^- , отскакивают в различных направлениях. Это явление называется рассеянием отраженных частиц. Оно вызвано случайной ориентацией частиц в пространстве перед первым столкновением. Процесс отскока является достаточно сложным, так как частица может несколько раз столкнуться с поверхностью до того, как она отлетит (см. таблицу в разд. 2). Пусть (XY) — плоскость удара

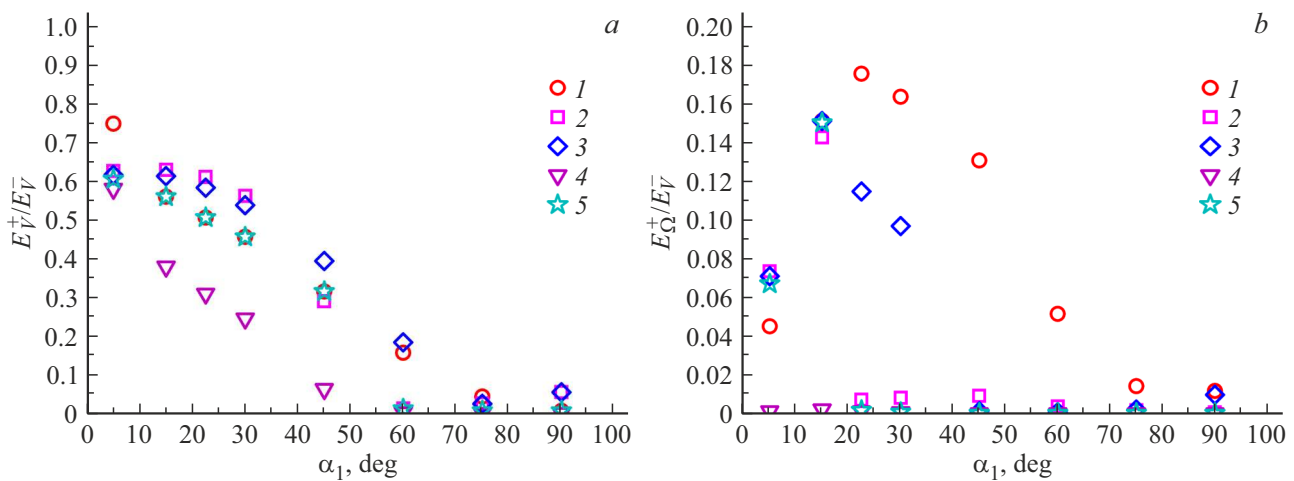


Рис. 10. Наиболее вероятные значения относительной поступательной (а) и вращательной (b) кинетической энергии отраженных частиц (1 — эллипсоиды, 2 — призмы, 3 — призмы со срезанными вершинами, 4 — тетраэдры, 5 — смесь).

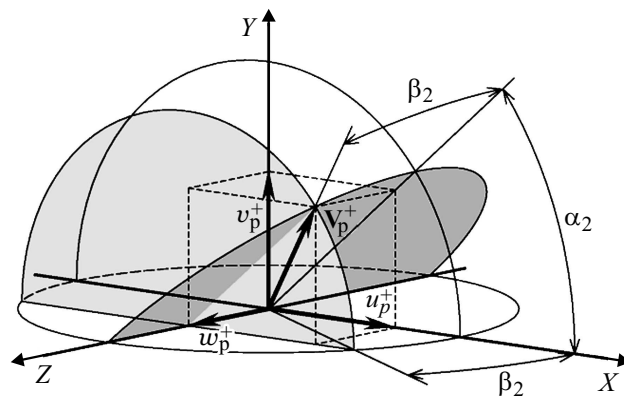


Рис. 11. Углы α_2 и β_2 , определяющие направление отскока частицы.

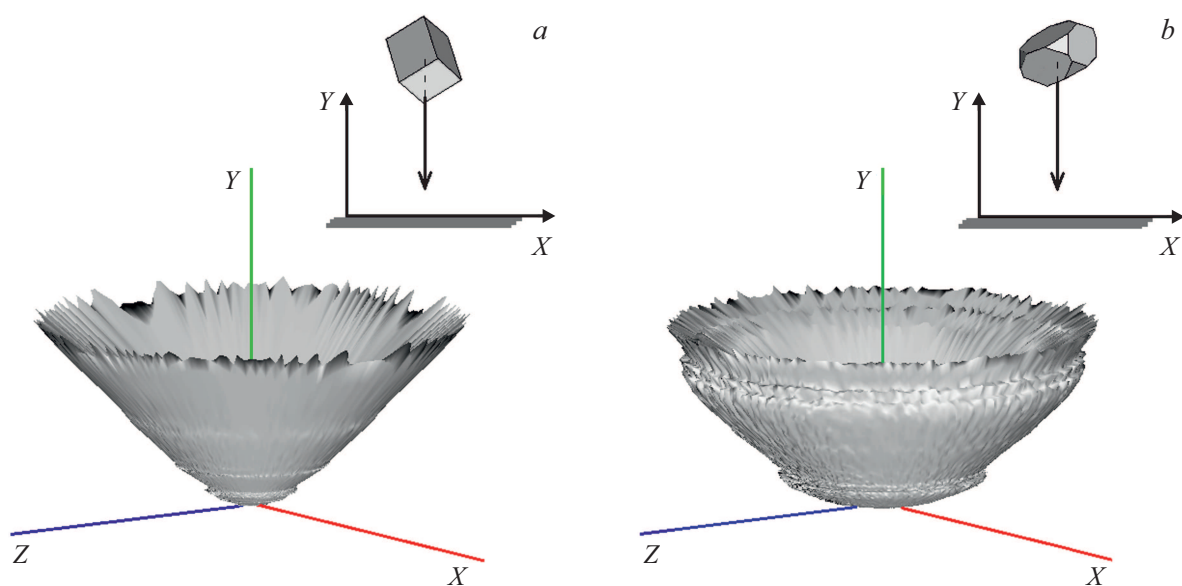


Рис. 12. Пространственные индикатрисы рассеяния призматических частиц (а) и частиц со срезанными вершинами (b) при нормальном ударе.

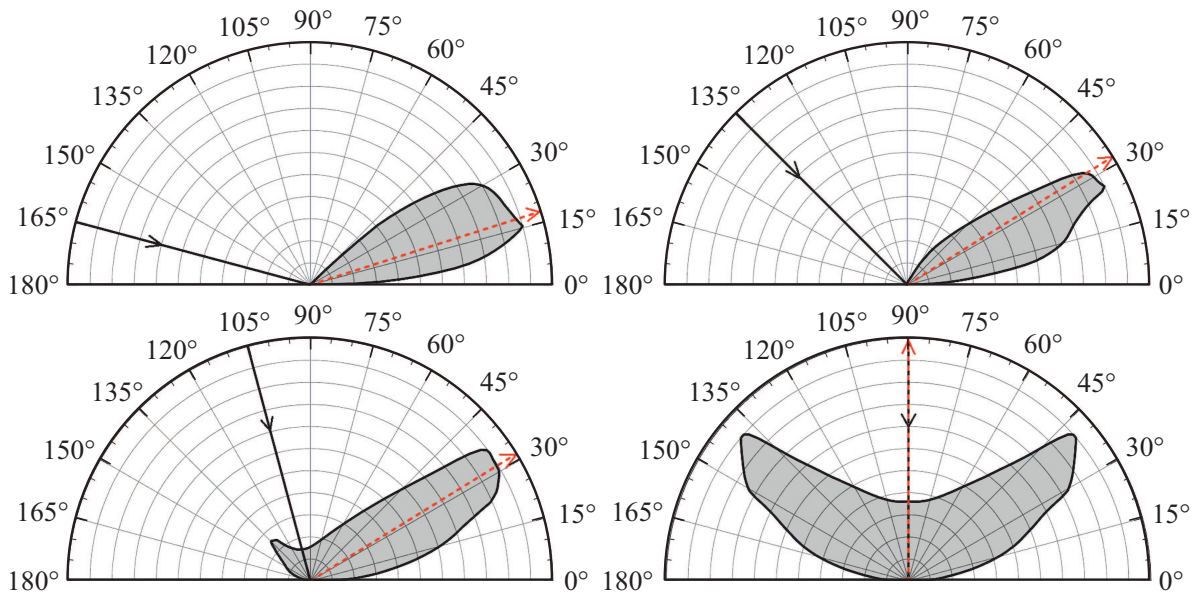


Рис. 13. Двумерные индикатрисы рассеяния отраженных частиц в плоскости удара (XY). Направление движения падающих частиц показано черной стрелкой; направление отражения сферических частиц показано красной штриховой линией.

(плоскость, в которой лежат вектор V_p^- и нормаль к поверхности). Направление отскока частицы определяется двумя углами α_2 и β_2 (рис. 11). Угол α_2 изменяется от 0 до π , а угол β_2 от $-\pi/2$ до $\pi/2$.

Пусть N — число падающих частиц с фиксированными V_{p1} , Ω_{p1} и α_1 , а $dN(\alpha_2, \beta_2, d\alpha_2, d\beta_2)$ — число частиц, отраженных в направлении, определяемом интервалами углов $[\alpha_2, \alpha_2 + d\alpha_2]$ и $[\beta_2, \beta_2 + d\beta_2]$. Введем функцию плотности распределения $I(\alpha_2, \beta_2)$ отраженных частиц по углам α_2 и β_2 с помощью соотношения $I(\alpha_2, \beta_2) d\alpha_2 d\beta_2 = dN(\alpha_2, \beta_2, d\alpha_2, d\beta_2)/N$. Построенная в сферических координатах поверхность $I(\alpha_2, \beta_2)$ представляет собой пространственную (3D) индикатрису рассеяния, которая описывает плотность вероятности отражения частицы в направлении, определяемом углами (α_2, β_2) . Для призматических частиц и призматических частиц со срезанными вершинами вид пространственных индикатрис рассеяния, полученных при нормальном ударе, показан на рис. 12.

Для двумерных течений большой интерес представляет двумерная (2D) индикатриса рассеяния, которая описывает распределение отраженных частиц по углу α_2 , т.е. в проекции на плоскость удара XY . Двумерные индикатрисы рассеяния для смеси частиц различной формы показаны на рис. 13. Как видно, отраженные частицы существенно рассеиваются при всех углах удара. Наиболее сильное рассеяние наблюдается при нормальном ударе. Одномодальные в диапазоне углов $0 \leq \alpha_1 < 70^\circ$ индикатрисы рассеяния становятся бимодальными при $\alpha_1 \geq 70^\circ$. Сферические же частицы всегда отражаются регулярно под одним и тем же углом α_2 .

Заключение

Предложена модель соударения твердых дисперсных частиц несферической формы с гладкой поверхностью. Модель основана на уравнениях импульса и момента импульса и предположении о том, что импульс касательной силы в точке контакта частицы с поверхностью пропорционален не только импульсу нормальной силы, но и средней касательной скорости точки контакта. Для коэффициента пропорциональности предложено соотношение, учитывающее ориентацию частицы относительно поверхности в момент соударения.

Установлено, что процесс отскока несферической частицы является достаточно сложным и может сопровождаться несколькими соударениями частицы с поверхностью до того, как частица отлетит. Полученные в результате прямого статистического моделирования средние значения нормальной и касательной скоростей отскока для смеси частиц различных варьируемых форм при использовании предложенной модели соударения продемонстрировало хорошее согласие с известными экспериментальными данными для скоростей удара, типичных для задач аэродинамики при движении летательных аппаратов в запыленной атмосфере. Важно отметить, что для частиц отдельных форм согласие с опытными данными оказалось хуже, чем для смеси частиц различных форм.

Подробно исследованы характеристики рассеяния отраженных частиц. Получены зависимости от угла удара средних и наиболее вероятных значений параметров отскока частиц отдельных варьируемых форм и однородной смеси таких частиц. Найдены функции плотности распределения этих параметров. Получены простран-

ственные и двумерные (в плоскости удара) индикатрисы рассеяния отраженных частиц. Следует подчеркнуть, что в моделях двухфазных течений частицы практически всегда считаются сферическими. Такие частицы отскакивают от поверхности регулярно, и никакого рассеяния при отражении не происходит. В то же время в экспериментах всегда наблюдается рассеяние отраженных частиц.

Вместе с тем следует отметить, что данная модель не является универсальной для любых материалов частиц и поверхности. Из приведенных в [21] результатов для частиц корунда и различных материалов пластины видно, что при близких значениях коэффициента a_n значения a_τ могут заметно различаться. Поскольку в предложенную модель коэффициент a_τ не входит, можно предположить, что для поверхности из другого материала, кроме использования другой эмпирической зависимости для a_{nc} , потребуется модифицировать и соотношение для C_f .

При построении более универсальной модели ударного взаимодействия несферической частицы с гладкой поверхностью необходимо учитывать зависимость компонент ударного импульса от ориентации частицы, геометрии контактной поверхности и физико-механических свойств материалов, что невозможно без углубленного анализа ударного взаимодействия с привлечением моделей и методов механики деформируемого твердого тела.

Основная проблема валидации моделей отскока несферических частиц от твердой поверхности состоит в отсутствии надежных экспериментальных данных по характеристикам их рассеяния.

Финансирование работы

Данное исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 20-08-00711).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Р.И. Нигматулин. *Динамика многофазных сред* (М., Наука, 1987), ч. 1. [R.I. Nigmatulin. *Dynamics of Multiphase Media* (Hemisphere, NY, 1990), v. 1.]
- [2] А.Ю. Вараксин. ТВТ, **56**(2), 282–305 (2018). [A.Yu. Varaksin. High Temperature, **56**(2), 275–295 (2018)]
- [3] W. Tabakoff, M.F. Malak, A. Hamed. AIAA J., **25**(5), 721–726 (1987)
- [4] M. Sommerfeld, S. Lain. Powder Technology, **332**, 253–264 (2018).
- [5] H. Sommerfeld, Ch. Koch, A. Schwarz, A. Beck. Wear, **470–471**, 203626 (2021). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.wear.2021.203626>
- [6] B.V.R. Vittal, W. Tabakoff. AIAA J., **25**(5), 648–654 (1987).
- [7] Ю.М. Давыдов, И.Х. Еникеев, Р.И. Нигматулин. ПМТФ, **31**(6), 67–74 (1990). [Yu.M. Davydov, I.Kh. Enikeev, R.I. Nigmatulin. J. Appl. Mech. Tech. Phys., **31**(6), 860–867 (1990).]
- [8] Д.Л. Ревизников, И.Э. Иванов, А.В. Способин. ТВТ, **56**(6), 968–974 (2018). [D.L. Reviznikov, A.V. Sposobin, I.E. Ivanov. High Temperature, **56**(6), 884–889 (2018).]
- [9] S. Matsumoto, S. Saito. J. Chem. Engr. Jpn., **3**, 83–92 (1970).
- [10] M. Sommerfeld. Int. J. Multiphase Flow, **18**(6), 905–926 (1992).
- [11] C.T. Crowe, J.D. Schwarzkopf, M. Sommerfeld, Y. Tsuji. *Multiphase Flows with Droplets and Particles, 2nd Edition* (CRC Press, Boca Raton, USA, 2012), ISBN 978-1-4398-4050-4
- [12] B. Quintero, S. Lain, M. Sommerfeld. Powder Technology, **380**, 526–538 (2021).
- [13] А.Л. Стасенко. ИФЖ, **80**(5), 38–44 (2007). [A.L. Stasenko. J. Eng. Phys. Thermophys., **80**(5), 885–891 (2007).]
- [14] В.А. Лашков. Вестник СПбГУ, Сер. 1, (4), 127–136 (2010).
- [15] А.С. Зотиков, В.А. Лашков. Вестник СПбГУ, Сер. 1, **1**(2), 245–253 (2014).
- [16] S. Singh, D. Tafti. *Proc. of ASME Turbo Expo 2013, June 3–4*, (San Antonio, Texas, USA, 2013), paper GT2013-95623, 1–9 (2013).
- [17] S. Ray, T. Kempe, J. Froelich. Int. J. Multiphase Flow, **76**, 101–110 (2015).
- [18] S.M. Whitaker, J.P. Bons. *Proc. of ASME Turbo Expo 2018, June 11–15*, (Oslo, Norway, 2018), paper GT2018-77158, 1–14 (2018).
- [19] С.В. Панфилов, Ю.М. Циркунов. ПМТФ, **49**(2), 79–88 (2008). [S.V. Panfilov, Yu.M. Tsirkunov. J. Appl. Mech. Tech. Phys., **49**(2), 222–230 (2008).]
- [20] Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. *Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика* (Наука, Физматлит, М., 1979)
- [21] В.А. Лашков. ИФЖ, **60**(2), 197–203 (1991). [V.A. Lashkov. J. Eng. Phys. Thermophys., **60**(2), 154–159 (1991).]