

09

Когерентное управление и создание решеток населенностей парой аттосекундных импульсов в резонансной среде на основе одномерных прямоугольных квантовых ям

© Р.М. Архипов^{1,2}, П.А. Белов³, М.В. Архипов¹, А.В. Пахомов¹, Н.Н. Розанов^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия

² ФТИ имени А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

³ Лаборатория Оптики спина им. И.Н. Уральцева СПбГУ,
198504 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arhipovrostislav@gmail.com, pavelbelov@gmail.com, m.arhipov@spbu.ru, antpakhom@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 29.12.2021 г.

В окончательной редакции 21.01.2022 г.

Принята к публикации 21.01.2022 г.

Аттосекундные импульсы могут быть использованы для создания и управления когерентностью в резонансных средах, так как их длительность короче времен релаксации населенностей T_1 и поляризации среды T_2 . Ранее была показана возможность создания и сверхбыстрого управления электромагнитно индуцированных решеток (ЭМИР) атомных населенностей в резонансной среде с помощью последовательности предельно коротких световых импульсов, когда импульсы когерентно взаимодействуют со средой и одновременно не перекрываются в среде. Эти исследования проводились в различных приближениях, когда учитывается конечное число энергетических уровней среды, или когда амплитуда импульсов мала. В настоящей работе на основании прямого численного решения временного уравнения Шредингера без указанных приближений изучается возможность сверхбыстрого когерентного управления населенностями и создания ЭМИР парой аттосекундных импульсов в многоуровневой резонансной среде с малой плотностью частиц. Среда моделируется с помощью одномерной прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками. Проведенные исследования показывают возможность сверхбыстрого когерентного управления свойствами резонансных сред на основе квантовых ям с помощью аттосекундных импульсов.

Ключевые слова: электромагнитно индуцированные решетки, когерентное взаимодействие, предельно короткие импульсы, униполярные импульсы, аттосекундные импульсы, когерентность среды.

DOI: 10.21883/OS.2022.06.52641.3098-21

Введение

В последние годы экспериментально получены электромагнитные импульсы аттосекундной длительности [1]. Они активно используются для изучения динамики волновых пакетов в атомах, молекулах и твердых телах [2–5]. В последнее время активно изучается взаимодействие сверхкоротких импульсов с различными наноструктурами [6,7], особенно металлическими наночастицами [8,9]. Интерес к последним исследованиям связан с возможностью преобразования сверхбыстрых оптических сигналов в низкочастотные за счет создания тока электронов при взаимодействии исходного импульса с наночастицей.

Пределом сокращения длительности световых импульсов является получение уже униполярных полупериодных импульсов, содержащих полуволну поля одного знака и обладающих ненулевой электрической площадью (см. обзор [10] и цитируемую литературу). Такие импульсы способны более быстро и эффективно управлять свойствами волновых пакетов по сравнению с

обычными биполярными многоцикловыми импульсами, обладающими нулевой электрической площадью [11–13].

Длительность фемто- и аттосекундных импульсов может быть короче времен релаксации T_1 и T_2 , поэтому возможно когерентное взаимодействие импульсов со средой. Результаты последних экспериментов показывают возможность наведения когерентности и управления ее в молекулах с помощью таких импульсов [14,15]. При когерентном возбуждении резонансной среды коротким импульсом он возбуждает когерентность среды, и возникает затухание свободной поляризации (free induction decay) [16]. XUV аттосекундные импульсы позволяют создавать и управлять затуханием свободной поляризации [17,18].

Создание когерентности в резонансной среде может быть также использовано для создания периодических электромагнитно индуцированных решеток (ЭМИР) атомных населенностей с помощью ультракоротких [19] и предельно коротких импульсов [20], одновременно не встречающихся в среде. Обычно ЭМИР создаются при интерференции пары длинных монохроматических пучков лазерного излучения, перекрывающихся в сре-

де [21–25]. Созданные таким образом ЭМИР активно изучаются в последние годы и имеют различные приложения в оптике и спектроскопии.

Однако создание интерференционной картины и, следовательно, наведения ЭМИР с помощью предельно коротких импульсов кажется невозможным из-за их малой длительности, которая может быть порядка периода поля и менее. Однако это не так. Как показано ранее, создание ЭМИР без одномоментного перекрытия импульсов в среде возможно при когерентном взаимодействии импульсов со средой [26–31].

В этом случае создание ЭМИР происходит за счет интерференции волны поляризации среды (наведенной когерентности), которая была создана первым импульсом, со вторым импульсом, распространяющимся навстречу первому и одномоментно не встречающимся с ним в среде. Возможность создания ЭМИР в этих условиях с помощью последовательности одноцикловых и полуволновых аттосекундных и фемтосекундных импульсов активно изучается в последние годы.

В случае же когерентного возбуждения резонансной среды парой предельно коротких импульсов первый импульс наводит когерентность среды, а второй импульс, действующий с некоторой задержкой относительно первого, позволяет управлять ей, что предоставляет возможность оказывать, например, селективное воздействие на населенности состояний, создание инверсной населенности и т.п. [20,28–31]. Последние результаты исследований в области создания ЭМИР и управления когерентностью с помощью предельно коротких импульсов подробно описаны в обзоре [20] и цитируемой литературе.

Однако в предыдущих исследованиях [20,26–31] изучалась возможность создания и управления ЭМИР и когерентного возбуждения последовательностью предельно коротких импульсов, когда среда моделировалась в малоуровневом приближении. Возможность создания ЭМИР в многоуровневых средах также изучалась с помощью приближенного решения уравнения Шредингера в приближении слабого поля [30,31].

Для более точного анализа возможности сверхбыстрого управления населенностями и создания ЭМИР в резонансной среде необходимо решать временное уравнение Шредингера для волновой функции без указанных выше приближений.

В настоящей работе на основе численного решения временного уравнения Шредингера теоретически изучена возможность создания решеток населенностей в многоуровневой среде с малой плотностью частиц, а также возможность сверхбыстрого когерентного управления населенностями связанных состояний среды с помощью полуволновых аттосекундных импульсов. Рассматривается простейший случай, когда среда моделируется с помощью одномерной модели прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками.

Данная модель среды и ее различные вариации активно используются при анализе взаимодействия метал-

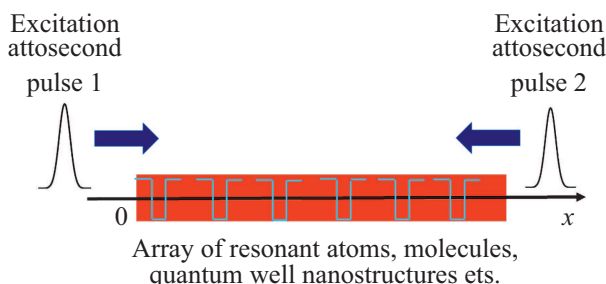


Рис. 1. Схема создания решеток населенностей в резонансной среде с помощью пары аттосекундных импульсов, распространяющихся навстречу друг другу, но одномоментно не перекрывающихся в среде. Частицы среды показаны схематически синим цветом в виде одномерных квантовых ям.

лических наночастиц с короткими лазерными импульсами [9], моделировании экситонов в полупроводниковых наноструктурах и т.п. (см. [32–34] и цитируемую литературу).

Времена релаксации в таких системах могут лежать в фемтосекундном диапазоне. Поэтому для сверхбыстрого когерентного управления подобными системами нужно использовать более короткие импульсы с длительностью и задержкой между ними, лежащими в аттосекундном диапазоне.

Создание ЭМИР и управления населенностями связанных состояний в резонансной среде на основе одномерных прямоугольных квантовых ям

Как и в работах [20,26–31], будем рассматривать разреженную среду (что позволяет пренебречь поглощением возбуждающего импульсного излучения при распространении в среде), которая возбуждается парой аттосекундных импульсов, распространяющихся навстречу друг другу, см. рис. 1. Первый импульс движется слева направо, второй справа налево.

В этом случае, как показано в этих статьях, задача о возбуждении резонансной среды парой импульсов сводится к задаче о возбуждении изолированной квантовой системы парой коротких импульсов с варьируемой задержкой между ними, см. [20,26–31].

Действительно, в представленной на рис. 1 схеме проходящий импульс импульс 1 оставляет после себя осциллирующую на частотах резонансных переходов когерентность среды (поляризация и недиагональные элементы матрицы плотности). Причем фаза этих колебаний будет зависеть от положения резонансного диполя, т.е. от координаты x .

Затем импульс 2, движущийся в противоположном направлении, будет взаимодействовать с осциллирующей когерентностью (поляризацией) среды, наведенной импульсом 1. Так как фаза этих осцилляций зависит

от координаты x , то второй импульс может когерентно управлять этими осцилляциями. Например, в какой-то точке колебания поляризации на каком-то резонансном переходе будут погашены, а в другой точке наоборот усилены. Ситуация аналогична управлению колебаний классического маятника (качелей) с помощью последовательности толчков.

Таким образом, результат взаимодействия среды с парой импульсов существенно зависит от момента времени прихода второго импульса в заданную точку среды, т.е. определяется задержкой между импульсами $\Delta \sim \frac{x}{c}$ (c — скорость света). Т.е. в среде возникнет синусоидальная (или более сложной формы, отличной от гармонической) решетка населенностей на каждом резонансном переходе среды.

И, таким образом, задача о взаимодействии протяженной разреженной среды с парой импульсов может быть сведена к задаче о взаимодействии единичной квантовой системы с парой предельно коротких импульсов с варьируемой задержкой [20,26–31].

Рассмотрим модель среды, которую будем описывать в виде одномерной потенциальной ямы с абсолютно жесткими стенками. Такая модель, хоть и является простейшей, однако используется в физике, например при описании металлических наночастиц и полупроводниковых наноструктур [9,32–35].

Потенциальная энергия частицы в таком случае записывается в виде

$$U(x) = 0, \quad |x| \leq \frac{a}{2};$$

$$U(x) = \infty, \quad |x| > \frac{a}{2},$$

где a — ширина ямы.

Собственные значения энергии частицы в таком случае имеют вид [36]

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi n}{a} \right)^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

а собственные функции представляют собой набор стоячих волн

$$\varphi_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos \frac{\pi n}{a} x, \quad n = 1, 3, 5, \dots;$$

$$\varphi_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi n}{a} x, \quad n = 2, 4, 6, \dots$$

Система возбуждается парой аттосекундных импульсов в форме

$$E_e(t) = E_0 e^{-\frac{t^2}{\tau^2}} \cos(\omega t + \phi) + E_0 e^{-\frac{(t-\Delta)^2}{\tau^2}} \cos(\omega[t-\Delta] + \phi). \quad (1)$$

Здесь ω — частота импульсов, ϕ — фаза (carrier envelope phase, CEP), Δ — задержка между импульсами, t — время, τ — длительность импульсов.

Рассматривается когерентное взаимодействие импульсов со средой, т.е. временные интервалы короче времен

релаксации среды — длительность импульсов и задержка между ними должны быть короче этих времен, тогда взаимодействие когерентное. Поэтому релаксацией далее пренебрегается.

Взаимодействие квантовой системы с полем внешних импульсов описывается временным уравнением Шредингера для волновой функции $\Psi(x, t)$ [36]

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = [\hat{H}_0 + V(t)]\psi. \quad (2)$$

Здесь \hbar — приведенная постоянная Планка, \hat{H}_0 — собственный гамильтониан системы и $V(t) = -dE(t)$ — энергия взаимодействия системы с полем внешних импульсов в дипольном приближении, $d = qx$ — дипольный момент, q — заряд электрона.

В предположении слабой амплитуды внешнего поля населенность k -го связанного состояния w_n квантовой системы после окончания импульсов может быть рассчитана в первом порядке теории возмущений и определяется выражением [20,30]

$$w_n = \frac{d_{1n}^2}{\hbar^2} E_0^2 \tau^2 \exp \left[-\frac{(\omega_{1n}^2 + \omega^2)}{2} \tau^2 \right] \times [\cosh(\omega_{1n}\omega\tau^2) + \cos 2\phi][1 + \cos(\omega_{1n}\Delta)], \quad (3)$$

где d_{1n} — дипольный момент перехода, ω_{1n} — частота резонансного перехода.

Данное приближенное выражение предсказывает возникновение гармонических решеток населенностей в среде и возможность селективного когерентного управления населенностями связанных состояний изолированной наноструктуры [20,30,31]. Однако в сильных полях форма наводимых решеток может отличаться от простой гармонической [30].

Для более точного анализа нами проводилось численное решение временного уравнения Шредингера (ВУШ) (2) для частицы в одномерной потенциальной яме с абсолютно жесткими стенками, на которую воздействует пара аттосекундных импульсов в форме (1). Для численного решения ВУШ использовался метод Кранка-Николсона [37].

Рисунки 2 и 3 иллюстрируют зависимость населенностей первых четырех связанных состояний и разности населенностей соответственно после окончания импульсов в зависимости от задержки между импульсами Δ . Параметры расчета имели следующие значения: амплитуда падающего поля $E_0 = 2 \cdot 10^8$ V/cm, ширина ямы $a = 1.2$ nm, частота импульсов $\omega = 14 \cdot 10^{15}$ rad/s (длина волны $\lambda_a = 134.6$ nm, период $T_p = \frac{2\pi}{\omega} = 448.8$ as), фаза $\phi = 0$ длительность импульсов возбуждения $\tau = 0.2T_p = 89.76$ as. Импульсы с длительностью десятки аттосекунд и менее могут быть экспериментально получены [38,39].

Отметим, что при данных параметрах импульсы имеют полуцикловую униполярную форму, их длительность

менее периода поля, поэтому, для таких коротких импульсов значения параметра ω и длины волны λ_a имеют условный смысл.

Рисунок 4 иллюстрирует то же самое, что и на рис. 2, при большей длительности возбуждающих импульсов $\tau = 0.3T_p = 134.6$ as.

Из рис. 2 и 4 видна сложная пиковая зависимость населенностей от задержки между импульсами. При данных параметрах форма наводимых решеток отличается от простой гармонической, предсказанной простой формулой (3). Поведение населенностей, как показывает анализ рис. 2 и 4, имеет схожий вид.

Сложную пиковую зависимость имеет и поведение разностей населенностей от задержки (рис. 3). Эти зависимости показывают возможность сверхбыстрого управления связанных состояний в квантовых ямах и создания инверсных населенностей в ямах с помощью

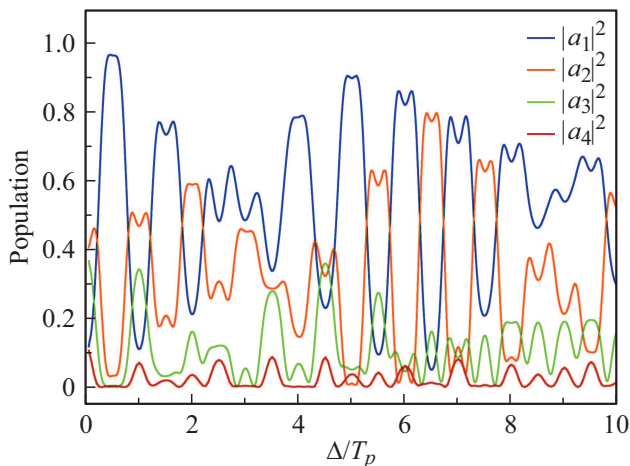


Рис. 2. Зависимости населенности первых четырех связанных состояний в прямоугольной яме с бесконечно жесткими стенками $|a_i|^2$ от задержки между аттосекундными импульсами Δ .

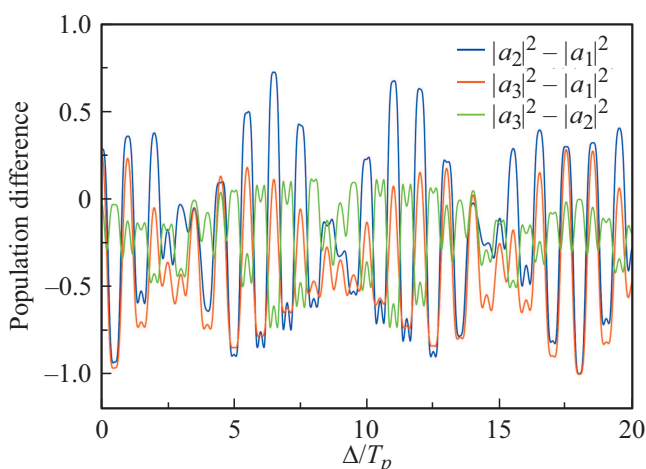


Рис. 3. Зависимости разности населенностей в прямоугольной яме с бесконечно жесткими стенками для параметров на рис. 1 от задержки между аттосекундными импульсами Δ .

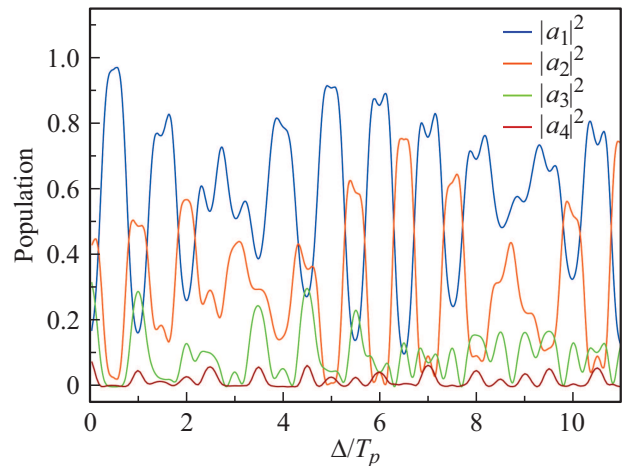


Рис. 4. Зависимости населенности первых четырех связанных состояний в прямоугольной яме с бесконечно жесткими стенками уровней $|a_i|^2$ от задержки между аттосекундными импульсами Δ . Длительность импульса возбуждения $\tau = 0.3T_p = 134.6$ as. Остальные параметры такие же, как на рис. 2.

пары аттосекундных импульсов с варьируемой задержкой.

Ранее такая возможность была показана в атомно-молекулярных системах [28–31]. Степень инверсии населенностей, как видно из рис. 3, может контролироваться при изменении задержки между импульсами.

Заключение

В настоящей работе на основании численного решения временного уравнения Шредингера показана возможность создания ЭМИР и сверхбыстрого управления населенностями состояний в прямоугольных квантовых ямах с бесконечно высокими стенками при когерентном возбуждении системы парой полупериодных аттосекундных импульсов. Эти результаты показывают возможность наведения ЭМИР предельно короткими импульсами в многоуровневых средах с учетом всех уровней среды, что расширяет ранние результаты [20,26–31], полученные, как уже отмечалось выше, в малоуровневом приближении или в приближении слабого поля.

Подобная простейшая модель потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками используется для описания различных наноструктур. Полученные результаты говорят о перспективах применения полупериодных аттосекундных импульсов с варьируемой задержкой для сверхбыстрого управления населенностями в наноструктурах на основе квантовых ям.

Возможность создания инверсной населенности может быть использована для создания лазерной генерации в таких системах. Величина инверсии может также управляться с помощью изменения задержки между импульсами. Наведенные ЭМИР могут быть использованы для голографической записи со сверхвысоким

временным разрешением с помощью субциклового аттосекундных импульсов [40].

Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФНФ в рамках научного проекта 21-72-10028.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] F. Krausz, M. Ivanov. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
- [2] D.M. Villeneuve, P. Hockett, M.J.J. Vrakking, H. Niikura. *Science*, **356**, 1150–1153 (2017).
- [3] E. Goulielmakis, Z. Loh, A. Wirth, R. Santra, N. Rohringer, V.S. Yakovlev, S. Zherebtsov, T. Pfeifer, A.M. Azzeer, M.F. Kling, St.R. Leone, F. Kraus. *Nature*, **466**, 739–743 (2010).
- [4] F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, M. Nisoli. *J. Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, **49**, 062001 (2016).
- [5] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- [6] M.F. Ciappina, J.A. Pérez-Hernández, A.S. Landsman, W.A. Koell, S. Zherebtsov, B. Förg, J. Schöötz, L. Seiffert, T. Fennel, T. Shaaram et al. *Report on Progress in Physics*, **80** (5), 054401 (2017).
- [7] L. Seiffert, S. Zherebtsov, M.F. Kling, T. Fennel. *arXiv preprint, arXiv:2109.02367* (2021).
- [8] C. Karnetzky, P. Zimmermann, C. Trummer, C.D. Sierra, M. Wörle, R. Kienberger, A. Holleitner. *Nat. Commun.*, **9**, 2471 (2018).
- [9] L. Shi, I. Babushkin, A. Husakou, O. Melchert, B. Frank, J. Yi, G. Wetzl, A. Demircan, C. Lienau, H. Giessen, M. Ivanov, U. Morgner, M. Kovacev. *Laser & Photonics Reviews*, **15** (8), 2000475 (2021).
- [10] P.M. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50**(9), 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Quant. Electron.* **50**(9), 801 (2020)].
- [11] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **44**, 1202 (2019).
- [12] P.M. Архипов, М.В. Архипов, И. Бабушкин, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **114**(5), 298 (2021). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. *JETP Lett.* **114** (5), 250 (2021)].
- [13] N. Rosanov, D. Tumafov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **104** (6), 063101 (2021).
- [14] P. Peng, Y. Mi, M. Lytova, M. Britton, X. Ding, A.Yu. Naumov, P.B. Corkum, D.M. Villeneuve. *Nat. Photon.*, (2021). DOI: 10.1038/s41566-021-00907-7
- [15] M. Garg, A. Martin-Jimenez, M. Pizarra, Y. Luo, F. Martin, K. Kern. *Nat. Photon.*, (2021). DOI: 10.1038/s41566-021-00929-1
- [16] Л. Аллен, Дж. Эберли. *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*. (Мир, М., 1978). [L. Allen, J.H. Eberly. *Optical resonance and two-level atoms* (Wiley, NY., 1975)].
- [17] S. Bengtsson, E.W. Larsen, D. Kroon, S. Camp, M. Miranda, C.L. Arnold, A. L’Huillier, K.J. Schafer, M.B. Gaarde, L. Rippe, J. Mauritsson. *Nature Photonics*, **11** (4), 252–258 (2017).
- [18] P.M. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, М.О. Жукова, А.Н. Цыпкин, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **113**, 237 (2021). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, M.O. Zhukova, A.N. Tsypkin, N.N. Rosanov. *JETP Lett.*, **113**, 242 (2021)].
- [19] Е.И. Штырков, В.С. Лобков, Н.Г. Ярмухаметов. *Письма в ЖЭТФ*, **27**, 685 (1978). [E.I. Shtyrkov, V.S. Lobkov, N.G. Yarmukhametov. *JETP Lett.*, **27**, 648 (1978)].
- [20] P.M. Архипов. *Письма в ЖЭТФ*, **113** (10), 636 (2021). [R.M. Arkhipov. *JETP Lett.*, **113** (10), (2021)].
- [21] H.J. Eichler, P. Günter, D.W. Pohl. *Laser-Induced Dynamic Gratings*. (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, NY., Tokyo, 1981).
- [22] H. Zhang, J. Yuan, S. Dong, C. Wu, L. Wang. *Appl. Sci.*, **10**, 5740 (2020).
- [23] Z. Zhang, S. Liang, F. Li, S. Ning, Y. Li, G. Malpuech, Y. Zhang, M. Xiao, D. Solnyshkov. *Optica*, **7**, 455 (2020).
- [24] J. Yuan, S. Dong, H. Zhang, C. Wu, L. Wang, L. Xiao, S. Jia. *Opt. Express*, **29** (2), 2712 (2021).
- [25] T. Jones, W.K. Peters, A. Efimov, D. Yarotski, R. Trebino, P. Bowlan. *Opt. Express*, **29** (8), 11394 (2021).
- [26] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **41**, 4983 (2016).
- [27] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner. N.N. Rosanov. *Scientific Reports*, **7**, 12467 (2017).
- [28] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. Rosanov, I. Babushkin. *Optics Express*, **28**, 17020 (2020).
- [29] P.M. Архипов. *Опт. и спектр.*, **128**, 1732 (2020). [R.M. Arkhipov. *Opt. Spectrosc.*, **128**, 1865 (2020)].
- [30] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Scientific Reports*, **11** (1961) (2021).
- [31] P.M. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Ю.М. Артемьев, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **129**, 627 (2021). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, Yu.M. Artem'ev, N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **129**, 605 (2021)].
- [32] Ж.И. Алферов. *ФТП*, **32** (1), 3 (1998). [Zh.I. Alferov. *Semiconductors*, **32**, 1 (1998)].
- [33] E.L. Ivchenko. *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures* (Alpha Science, 2005).
- [34] P.A. Belov. *Phys. E*, **112**, 96 (2019).
- [35] M. Belloni, R.W. Robinett. *Phys. Rep.*, **540** (2), 25-122 (2014).
- [36] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (Наука, М., 1989. 768 с. [L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Quantum mechanics* (Pergamon, 1974)].
- [37] J. Crank, P. Nicolson. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **43**(1), 50–67 (1947). DOI: 10.1017/S0305004100023197
- [38] T. Gaumnitz, A. Jain, Y. Pertot, M. Huppert, I. Jordan, F. Ardana-Lamas, H.J. Wörner. *Opt. Express*, **25**, 27506 (2017).
- [39] Y. Shou, R. Hu, Z. Gong, J. Yu, Jia erh Chen, G. Mourou, X. Yan, W. Ma. *New J. Phys.*, **23**, 053003 (2021).
- [40] P.M. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **111**, 586 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *JETP Lett.*, **111**, 484 (2020)].