

03,09

## Триэкситоны и их влияние на поглощение в экситонной области спектра

© Л.Ю. Надькин, О.В. Коровай<sup>¶</sup>, Д.А. Марков

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,  
Тирасполь, Молдова

<sup>¶</sup> E-mail: olesya-korovai@mail.ru

Поступила в Редакцию 9 июня 2022 г.

В окончательной редакции 15 июня 2022 г.

Принята к публикации 24 июня 2022 г.

Изучено влияние триэкситонного состояния на поглощение экситон-поляритонов в условиях, когда на среду падают два мощных импульса лазерного излучения, взаимодействующие с биэкситонами и триэкситонами и пробный импульс на частоте экситонного перехода. Показано, что даже при незначительных энергиях связи триэкситона под действием двух мощных импульсов происходит расщепление экситонного состояния на три квазиуровня, наблюдается эффект Аутлера–Таунса (оптический Штарк-эффект). Оказалось, что положение квазиуровней зависит от расстройк резонанса импульсов накачек и их интенсивностей, что позволяет их идентифицировать. Данные обстоятельства позволяют с большей степенью вероятности диагностировать триэкситонное состояние в полупроводниках не при изучении спектральной линии поглощения биэкситон–триэкситонного перехода, а по влиянию триэкситонного состояния на поглощение в области экситонного перехода.

**Ключевые слова:** экситоны, биэкситоны, триэкситоны, эффект Аутлера–Таунса.

DOI: 10.21883/FTT.2022.11.53319.403

### 1. Введение

Наличие экситонных, биэкситонных, триэкситонных и мультиэкситонных состояний [1,2] и возможность селективного управления их свойствами под действием когерентного лазерного излучения во многом определяют оптические характеристики полупроводниковых структур и, следовательно, стимулируют развитие передовых исследований во многих областях: квантовой обработки информации, создании энергоэффективных электронных устройств, конфокальной микроскопии [3], поляритонной генерации, бозе-эйнштейновской конденсации экситон-поляритонов [4], поляритонной сверхтекучести. Обнаружение экситонов с большими квантовыми числами [5], являющиеся аналогами ридберговских атомов позволяют изучать новые эффекты, которые не наблюдаются в физике атомов, так как энергии связи ридберговских состояний экситона малы и экситоны более чувствительны к воздействию внешних электрических и магнитных полей, поэтому при изменении интенсивности внешнего поля можно наблюдать многообразие сдвигов и пересечений уровней поглощения.

В ряде работ исследуются потенциальные возможности увеличения генерации квантово-коррелированных фотонов, излучаемых квантовыми точками с использованием мультиэкситонов высокого порядка — триэкситонов [6,7], изучается тонкая структура триэкситонных состояний в квантовых точках [8–11]. Одним из наиболее исследуемых вопросов квантовой оптики является взаимодействие мультиэкситонов с электромагнитным полем в режиме сильной связи при изменяющихся

частотах Раби [12]. В [13] экспериментально исследована электронная структура мультиэкситонов с ограниченным квантованием в коллоидных квантовых точках CdSe. Показано, что в зависимости от энергии и интенсивности возбуждения, можно наблюдать биэкситон и триэкситон, проявляющие яркие связанные состояния, которые являются результатом экситон-экситонного взаимодействия. Исследование таких эффектов является важным для многих приложений квантовой информации в квантовых сетях [14], реализации элементов квантовой памяти [15,16], квантовых операций над кубитами с использованием холодных атомов Rb в квантовой информатике [17].

Эти эффекты изучаются в различных режимах возбуждения электромагнитным полем поляритонов в полупроводниковых и атомных структурах — учет однофотонных [18], двухфотонных [19–22], трехфотонных [23] либо одновременный учет однофотонных и многофотонных переходов и их влияние на поглощение. Возможность управления спектром поглощения при помощи изменения интенсивности полей и расстройк резонанса в многоуровневых системах описано в [24–27]. Из анализа экспериментальных работ можно сделать вывод, что наблюдение триэкситонных и мультиэкситонных линий люминесценции требует специальных условий и является сложной задачей. Кроме того, так как энергия связи триэкситона мала по сравнению с энергиями связи экситонных и биэкситонных состояний, то величина поглощения также очень мала. С другой стороны, как следует из [28,29] мы знаем, что поглощение в экситонной области спектра изменяется при учете процессов

рекомбинации биэкситонов, наблюдается расщепление Аутлера–Таунса экситонного состояния [30], показано наличие зависящего от мощности, поляризации и расстройки резонанса расщепление Аутлера–Таунса одетого экситонного состояния [31]. В системе InAs/GaAs AlAs/GaAs, исследовано влияние разности частот резонатора и собственных частот, а также интенсивности полей на положение уровней поглощения [32,33]. Стоит ожидать, что учет трехэкситонного состояния приведет к дополнительным изменениям в перестройке энергетического спектра в экситонной области за счет последовательной рекомбинации триэкситонов в экситонное состояние.

## 2. Постановка задачи

Пусть на полупроводник падают три ультракоротких импульса резонансного лазерного излучения с частотами  $\omega_1, \omega_2$  и  $\omega_3$  соответственно (рис. 1). Первый импульс с частотой  $\omega_1$  возбуждает экситоны из основного состояния кристалла, второй импульс с частотой  $\omega_2$  конвертирует эти экситоны в биэкситоны, третий импульс превращает биэкситоны в триэкситоны. Исследуя систему в режиме pump-probe, теоретически изученного для системы экситонов и биэкситонов в [21–23,29], предположим, что импульсы, действующие в области экситон–биэкситонного и биэкситон–триэкситонного переходов, являются мощными по сравнению с импульсом, возбуждающим экситоны из основного состояния кристалла.

Возможна и другая постановка задачи. Полупроводник помещается в микрорезонатор с собственной частотой совпадающей с энергией связи биэкситона или триэкситона при этом третий импульс зондирует экситонное состояние. В качестве сред, помещаемых в микрорезонатор, могут быть использованы полупроводниковые структуры InAs/GaAs AlAs/GaAs хорошо себя зарекомендовавшие при исследовании влияния биэкситонных состояний на положение экситонного уровня, либо кристаллы типа CuCl характеризующиеся относительно большой энергией связи биэкситона 32 meV [34,35].

При этом в энергетической схеме учитываются конструктивные двухфотонные переходы. Полагаем, что длительности импульсов намного меньше времен релаксации частиц. В этом случае процессами релаксации можно пренебречь, так как они не успевают срабатывать за время действия импульсов (времена релаксации для вышеописанных полупроводников составляют порядка 1–10 ps).

Гамильтониан взаимодействия импульсов со средой запишем в виде

$$\begin{aligned} H_{\text{int}} = & -\hbar g (\hat{a}^+ \hat{c}_1 + \hat{c}_1^+ \hat{a}) - \hbar \sigma (\hat{a}^+ \hat{c}_2^+ \hat{b} + \hat{b}^+ \hat{c}_2 \hat{a}) \\ & - \hbar \kappa (\hat{b}^+ \hat{c}_3^+ \hat{p} + \hat{p}^+ \hat{c}_3 \hat{b}) - \hbar \mu_{12} (\hat{b}^+ \hat{c}_1 \hat{c}_2 + \hat{b} \hat{c}_1^+ \hat{c}_2^+) \\ & - \hbar \mu_{23} (\hat{p}^+ \hat{c}_2 \hat{c}_3 \hat{a} + \hat{p} \hat{c}_2^+ \hat{c}_3^+ \hat{a}^+), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $g$  — константа экситон–фотонного взаимодействия,  $\sigma$  — константа оптической экситон–биэкситонной

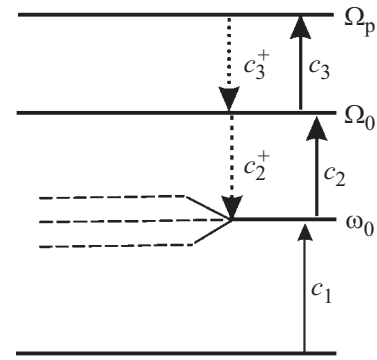


Рис. 1. Энергетическая схема полупроводника.

конверсии,  $\kappa$  — константа биэкситон–триэкситонной конверсии,  $\mu_{12}, \mu_{23}$  — константы двухфотонной генерации биэкситонов из основного состояния кристалла и триэкситонов из экситонного состояния. Отметим, что процессы оптической экситон–биэкситонной конверсии и двухфотонного возбуждения биэкситонов, описываемые константами  $\sigma$  и  $\mu_{12}$ , характеризуются гигантскими силами осциллятора [18,19]. Операторы  $\hat{a}, \hat{b}, \hat{p}, \hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3, (\hat{a}^+, \hat{b}^+, \hat{p}^+, \hat{c}_1^+, \hat{c}_2^+, \hat{c}_3^+)$  — операторы уничтожения (рождения) экситонов, биэкситонов, триэкситонов и фотонов соответственно. Используя гамильтониан (1), легко получить систему гайзенберговских материальных уравнений для операторов  $\hat{a}, \hat{b}, \hat{p}, \hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3$ . В приближении среднего поля (mean field approximation) после усреднения гайзенберговских уравнений для операторов получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений для амплитуд  $a = \langle \hat{a} \rangle, b = \langle \hat{b} \rangle, p = \langle \hat{p} \rangle, c_1 = \langle \hat{c}_1 \rangle, c_2 = \langle \hat{c}_2 \rangle, c_3 = \langle \hat{c}_3 \rangle$ :

$$\begin{aligned} i\dot{a} &= \omega_0 a - g c_1 - \sigma b c_2^* - \mu_{23} p c_2^* c_3^*, \\ i\dot{b} &= \Omega_0 b - \sigma a c_2 - \mu_{12} c_1 c_2 - \kappa p c_3^*, \\ i\dot{p} &= \Omega_p p - \kappa b c_3 - \mu_{23} c_2 c_3 a, \\ i\dot{c}_1 &= \omega_1 c_1 - g a - \mu_{12} b c_2^*, \\ i\dot{c}_2 &= \omega_2 c_2 - \sigma a^* b - \mu_{12} b c_1^*, \\ i\dot{c}_3 &= \omega_3 c_3 - \kappa b^* p - \mu_{23} p c_2^*, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega_0, \Omega_0, \Omega_p$  — собственные частоты экситонов, биэкситонов и триэкситонов соответственно. При этом плотности фотонов мощных импульсов накачки намного превосходят плотность квазичастиц и фотонов слабого импульса, действующего в области экситонного перехода:  $c_2, c_3 \gg c_1, a, b, p$ . Из (2) видно, что в уравнениях для  $a$  и  $c_1$  содержатся члены, пропорциональные  $b c_2^*$  и  $p c_2^* c_3^*$ . Соответствующие им операторы  $\hat{b} \hat{c}_2^+$  и  $\hat{p} \hat{c}_2^+ \hat{c}_3^+$  описывают состояния с энергиями  $\hbar(\Omega_0 - \omega_2)$  и  $\hbar(\Omega_p - \omega_2 - \omega_3)$ , которые совпадают с энергией образования экситонного состояния  $\hbar \omega_0$  и являются следствием двойного эффекта Аутлера–Таунса. Следовательно, экситонный уровень и реплики биэкситонного и триэкситонного состояний, сдвинутые вниз на энергию фотонов

$\hbar\omega_2$  и  $\hbar(\omega_2 + \omega_3)$ , вырождены по энергии. Используя (2), легко получить уравнения движения для выражений  $bc_2^*$  и  $pc_2^*c_3^*$ :

$$\begin{aligned} i(bc_2^*)^\bullet &= (\Omega_0 - \omega_2)bc_2^* - f_{20}(\sigma a + \mu_{12}c_1) - \kappa pc_2^*c_3^*, \\ i(pc_2^*c_3^*)^\bullet &= (\Omega_p - \omega_2 - \omega_3)pc_2^*c_3^* \\ &\quad - \kappa c_2^*bf_{30} - \mu_{23}af_{20}f_{30}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $f_{20}$  и  $f_{30}$  — плотности фотонов второго и третьего импульсов соответственно.

В пределе заданных полей второго и третьего импульсов  $c_2 = c_{20} = \text{const}$ ,  $c_3 = c_{30} = \text{const}$  система (3) примет вид

$$\begin{aligned} i(bc_{20}^*)^\bullet &= (\Omega_0 - \omega_2)bc_{20}^* - f_{20}(\sigma a + \mu_{12}c_1) - \kappa pc_{20}^*c_{30}^*, \\ i(pc_{20}^*c_{30}^*)^\bullet &= (\Omega_p - \omega_2 - \omega_3)pc_{20}^*c_{30}^* \\ &\quad - \kappa c_{20}^*bf_{30} - \mu_{23}af_{20}f_{30}. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнения (4), управляющие временной эволюцией выражений  $bc_{20}^*$  и  $pc_{20}^*c_{30}^*$ , являются линейными в указанных приближениях. Вместе с уравнениями для  $a$  и  $c_1$  из (2) они образуют систему из четырех линейных уравнений для амплитуд квазичастиц с одной и той же энергией  $\hbar\omega \approx \hbar\omega_1 \approx \hbar(\Omega_0 - \omega_2) \approx \hbar(\Omega_p - \omega_2 - \omega_3)$ :

$$\begin{aligned} i\dot{a} &= \omega_0 a - g c_1 - \sigma(bc_{20}^*) - \mu_{23}(pc_{20}^*c_{30}^*), \\ i\dot{c}_1 &= \omega_1 c_1 - g a - \mu_{12}(bc_{20}^*), \\ i(bc_{20}^*)^\bullet &= (\Omega_0 - \omega_2)(bc_{20}^*) - f_{20}(\sigma a + \mu_{12}c_1) - \kappa(pc_{20}^*c_{30}^*), \\ i(pc_{20}^*c_{30}^*)^\bullet &= (\Omega_p - \omega_2 - \omega_3)(pc_{20}^*c_{30}^*) \\ &\quad - \kappa(bc_{20}^*)f_{30} - \mu_{23}af_{20}f_{30}. \end{aligned} \quad (5)$$

Будем искать решение системы (5) в виде  $a, c_1, bc_{20}^*, pc_{20}^*c_{30}^* \sim \exp(-i\omega t)$ , где  $\omega$  — собственная частота новых поляритонов в экситонной области спектра. В стационарном режиме получаем следующий определитель:

$$\begin{vmatrix} \omega - \omega_0 & g & \sigma & \mu_{23} \\ g & \omega - \omega_1 & \mu_{12} & 0 \\ \sigma f_{20} & \mu_{12}f_{20} & \omega - (\Omega_0 - \omega_2) & \kappa \\ \mu_{23}f_{20}f_{30} & 0 & \kappa f_{30} & \omega - (\Omega_p - \omega_2 - \omega_3) \end{vmatrix}$$

При приравнивании определителя к нулю получим уравнение четвертой степени.

Если ввести частоты Раби

$$\begin{aligned} \Omega_\sigma^2 &= \sigma^2 f_{20}, \quad \Omega_{\mu_{12}}^2 = \mu_{12}^2 f_{20}, \quad \Omega_{ex}^2 = g^2, \\ \Omega_\kappa^2 &= \kappa^2 f_{30}, \quad \Omega_{\mu_{23}}^2 = \mu_{23}^2 f_{20}f_{30}, \end{aligned} \quad (6)$$

то данное уравнение будет иметь вид

$$(\omega - \omega_0)(\omega - \omega_1)(\omega - \bar{\omega}_2)(\omega - \bar{\omega}_3) + I_1 + I_2 = 0, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} I_1 &= -(\omega - \bar{\omega}_2)(\omega - \bar{\omega}_3)\Omega_{ex}^2 - (\omega - \omega_1)(\omega - \bar{\omega}_3)\Omega_\sigma^2 \\ &\quad - (\omega - \omega_1)(\omega - \omega_0)\Omega_\kappa^2 - \Omega_{\mu_{12}}^2(\omega - \omega_0)(\omega - \bar{\omega}_3) \\ &\quad - \Omega_{\mu_{23}}^2(\omega - \omega_1)(\omega - \bar{\omega}_2), \\ I_2 &= 2(\omega - \omega_1)\Omega_\kappa\Omega_\sigma\Omega_{\mu_{23}} + 2(\omega - \bar{\omega}_3)\Omega_{ex}\Omega_{\mu_{12}}\Omega_\sigma \\ &\quad + \Omega_{ex}^2\Omega_\kappa^2 + \Omega_{\mu_{23}}^2\Omega_{\mu_{12}}^2 - 2\Omega_{ex}\Omega_\kappa\Omega_{\mu_{12}}\Omega_{\mu_{23}}. \end{aligned}$$

В (7) имеются шесть слагаемых, каждое из которых содержит квадрат соответствующей константы взаимодействия, т.е. эти слагаемые описывают вклад каждого из процессов в отдельности. Кроме того, в (7) присутствуют интерференционные слагаемые различной степени.

Выражая из (7) волновой вектор  $k_1$  фотона слабого импульса, можем в явном виде представить его зависимость от  $\omega$ :

$$ck_1 \equiv \omega_1 = \omega + ch/zn, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} ch &= -(\omega - \bar{\omega}_2)(\omega - \bar{\omega}_3)\Omega_{ex}^2 - \Omega_{\mu_{12}}^2(\omega - \omega_0)(\omega - \bar{\omega}_3) \\ &\quad + \Omega_{ex}^2\Omega_\kappa^2 + \Omega_{\mu_{23}}^2\Omega_{\mu_{12}}^2 + 2(\omega - \bar{\omega}_3)\Omega_{ex}\Omega_{\mu_{12}}\Omega_\sigma \\ &\quad + 2\Omega_{ex}\Omega_\kappa\Omega_{\mu_{12}}\Omega_{\mu_{23}}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} zn &= (\omega - \omega_0)(\omega - \bar{\omega}_2)(\omega - \bar{\omega}_3) - \Omega_\sigma^2(\omega - \bar{\omega}_3) \\ &\quad - \Omega_\kappa^2(\omega - \omega_0) - \Omega_{\mu_{23}}^2(\omega - \bar{\omega}_2) + 2\Omega_\kappa\Omega_\sigma\Omega_{\mu_{23}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Корни уравнения (10) определяют частоты квазиуровней, которые зависят от значений частот Раби, а значит от плотностей импульсов накачки.

Таким образом, можно сделать вывод, что действие двух импульсов накачки в областях экситон-биэкситонной и биэкситон-триэкситонной конверсий приводит к ярко выраженному двойному эффекту Аутлера–Таунса. Экситонный уровень расщепляется на три квазиуровня, положение которых определяется расстройками резонанса.

Приравнивая выражение (10) к нулю, исследуем полученное уравнение. Предположим, что частоты Раби бесконечно малы  $\Omega_\kappa, \Omega_\sigma, \Omega_{\mu_{23}} \ll 1$ . В этом случае (10) примет вид  $(\omega - \omega_0)(\omega - \bar{\omega}_2)(\omega - \bar{\omega}_3) = 0$ . Следовательно, положение квазиуровней определяется частотами  $\omega_0, \bar{\omega}_2, \bar{\omega}_3$  т.е. собственной частотой экситонного перехода и двух реплик биэкситонного и триэкситонного состояний. По этой причине далее мы будем называть квазиуровни триэкситонным, биэкситонным и экситонным в соответствии с тем механизмом, который привел к появлению квазиуровня. Так как частоты  $\bar{\omega}_2 = \Omega_0 - \omega_2$  и  $\bar{\omega}_3 = \Omega_p - \omega_2 - \omega_3$  определяются частотами импульса то изменяя их интенсивность, можно управлять положением квазиуровней.

Рассмотрим условия равенства частот  $\bar{\omega}_2 = \omega_0, \bar{\omega}_3 = \omega_0, \bar{\omega}_3 = \bar{\omega}_2$ , в этом случае можно наблюдать вырождение квазиэнергетических состояний. Частоты падающих импульсов при этом должны быть равны

$\omega_2 = \Omega_0 - \omega_0$ ,  $\omega_2 + \omega_3 = \Omega_p - \omega_0$ ,  $\omega_3 = \Omega_p - \Omega_0$ . Следовательно, вырождение квазиэнергетических состояний при малых значениях частот Раби  $\Omega_k, \Omega_\sigma, \Omega_{\mu 23} \ll 1$  наблюдается при условии, когда мощные импульсы накачки действуют в условиях точного резонанса с частотой экситонного перехода либо когда расстройки резонансов импульсов накачки компенсируют друг друга.

Рассмотрим последовательно влияние частот Раби  $\Omega_k, \Omega_\sigma, \Omega_{\mu 23}$  на положение квазиуровней. Пусть частота Раби  $\Omega_\sigma \gg \Omega_k, \Omega_{\mu 23}$  тогда (10), преобразуется к виду

$$(\omega - \omega_0)(\omega - \bar{\omega}_2)(\omega - \bar{\omega}_3) - \Omega_\sigma^2(\omega - \bar{\omega}_3) = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения (11) будет иметь вид

$$\tilde{\omega}_3 = \bar{\omega}_3, \quad \tilde{\omega}_{0,2} = (\omega_0 + \bar{\omega}_2 \pm \sqrt{(\omega_0 - \bar{\omega}_3)^2 + 4\Omega_\sigma^2})/2, \quad (12)$$

где  $\tilde{\omega}_{0,2,3}$  — новые частоты смещенных квазиуровней при условии  $\Omega_\sigma \gg \Omega_k, \Omega_{\mu 23}$ . При  $\Omega_k \gg \Omega_\sigma, \Omega_{\mu 23}$  частоты квазиуровней определяются соотношением

$$\tilde{\omega}_0 = \omega_0, \quad \tilde{\omega}_{2,3} = (\bar{\omega}_3 + \bar{\omega}_2 \pm \sqrt{(\bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_3)^2 + 4\Omega_k^2})/2. \quad (13)$$

При  $\Omega_{\mu 23} \gg \Omega_\sigma, \Omega_k$  частоты квазиуровней определяются соотношениями

$$\tilde{\omega}_2 = \bar{\omega}_3, \quad \tilde{\omega}_{0,3} = (\omega_0 + \bar{\omega}_3 \pm \sqrt{(\omega_0 - \bar{\omega}_3)^2 + 4\Omega_{\mu 23}^2})/2. \quad (14)$$

Кроме вышеописанных членов в (10) содержится слагаемое  $2\Omega_k\Omega_\sigma\Omega_{\mu 23}$ , которое является следствием квантовой интерференции частот Раби, учет которого также оказывает влияние на положение квазиуровней.

Анализ выражения (12) показывает, что при изменении  $\Omega_\sigma$  частота триэкситонного квазиуровня не меняется по сравнению с частотами двух других квазиуровней. Из (13)–(14) видно, что положение экситонного и биэкситонного квазиуровней при изменении  $\Omega_k$  и  $\Omega_{\mu 23}$  не меняется. Эти обстоятельства позволяют условно идентифицировать квазиуровни в том случае, когда расстройки резонанса падающих импульсов накачки равны нулю. Таким образом положение квазиуровней зависит от интенсивностей и частот  $\omega_2, \omega_3$  импульсов накачки.

Введем расстройки резонанса  $\omega - \omega_0 = \Delta$ ,  $\bar{\omega}_2 - \omega_0 = \Delta_2$ ,  $\bar{\omega}_3 - \omega_0 = \Delta_3 + \Delta_2$  падающих импульсов и произведем нормировку расстроек резонанса и частот Раби на частоту экситон-фотонного взаимодействия  $\Omega_g$ . Уравнение (10) при этом примет вид

$$\delta(\delta + \delta_2)(\delta + \delta_2 + \delta_3) - \omega_\sigma^2(\delta + \delta_2 + \delta_3) - \omega_k^2\delta - \omega_{\mu 23}^2(\delta + \delta_2) + 2\omega_k\omega_\sigma\omega_{\mu 23} = 0. \quad (15)$$

### 3. Обсуждение результатов

Решения уравнения (15) описывают положение частот поглощения квазиуровней в зависимости от значений

расстроек резонанса и частот Раби. На рис. 2–4 представлены зависимости  $\delta(\omega_\sigma)$ , определяющие положение квазиуровней в зависимости от величины частоты Раби  $\omega_\sigma$  при различных наборах параметров и энергетические схемы демонстрирующие происходящие процессы. Используемые ниже обозначения  $\tilde{\delta}_0, \tilde{\delta}_2, \tilde{\delta}_3$  определяют значения частот поглощения экситонного, биэкситонного и триэкситонного квазиуровней.

На рис. 2, *a–c* представлен случай точного резонанса импульсов накачек  $\delta_2 = \delta_3 = 0$ . Уравнение (15) при этом имеет следующий вид:

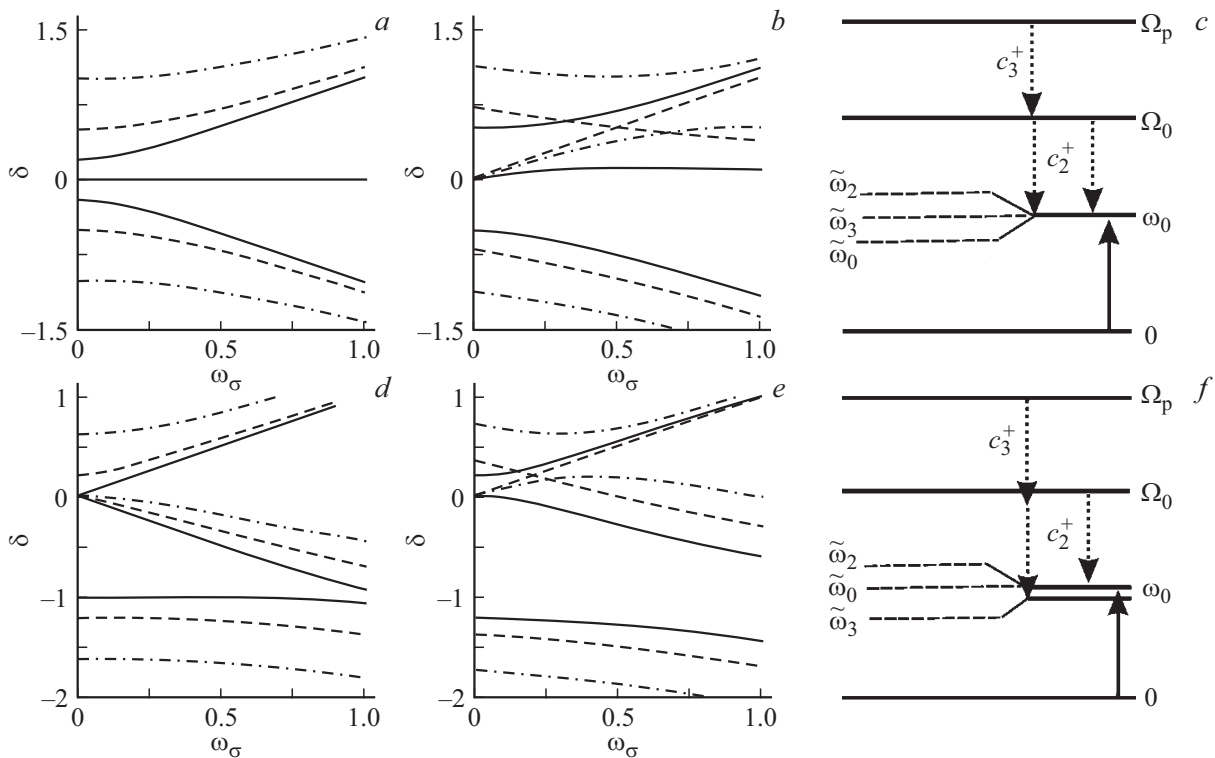
$$\delta^3 - (\omega_\sigma^2 + \omega_k^2 + \omega_{\mu 23}^2)\delta + 2\omega_k\omega_\sigma\omega_{\mu 23} = 0. \quad (16)$$

Как было показано выше, в этом случае  $\bar{\omega}_3 = \bar{\omega}_2 = \omega_0$ , следовательно однозначно идентифицировать влияние тех или иных переходов на положение квазиуровней не удастся. Условно идентифицируется триэкситонный квазиуровень, так как его положение не меняется при изменении  $\omega_\sigma$  и определяется выражением (12).

Рассмотрим случай слабого влияния двухфотонного взаимодействия с триэкситами  $\omega_{\mu 23} \ll 1$  (рис. 2, *a*). В этом случае положение полос поглощения определяется выражениями для нормированных частот поглощения квазиуровней  $\tilde{\delta}_3 = 0$ , (частота триэкситонного квазиуровня совпадает с частотой экситонного состояния) и  $\tilde{\delta}_{0,2} = \pm\sqrt{\omega_\sigma^2 + \omega_k^2}$ . При этих условиях наблюдаются три частоты поглощения, две из которых линейно удаляются от центральной полосы с ростом  $\omega_0$ . При  $\omega_\sigma \ll 1$  положение полос поглощения будет определяться выражениями  $\tilde{\delta}_3 = 0$ ,  $\tilde{\delta}_{0,2} \approx \pm\omega_k^2$ . Сплошными линиями изображен случай  $\omega_k = 0.1$ . С ростом  $\omega_k$  наблюдается увеличение расстояния между частотами.

На рис. 2, *b* представлен случай  $\omega_{\mu 23} \neq 0$ . При  $\omega_\sigma \ll 1$  положение полос поглощения будет определяться выражениями  $\tilde{\delta}_3 = 0$ ,  $\tilde{\delta}_{0,2} \approx \pm\sqrt{(\omega_{\mu 23}^2 + \omega_k^2)}$ . Рост значений  $\omega_k$  и  $\omega_{\mu 23}$  приводит к сближению частот поглощения квазиуровней в коротковолновой области спектра. Энергетическое состояние вырождается несмотря на ненулевые значения частот Раби. При определенных значениях параметров присутствуют лишь две частоты поглощения (пунктирные линии на рис. 2, *b*), совпадение частот происходит при условии  $(\omega_\sigma^2 + \omega_k^2 + \omega_{\mu 23}^2)^2/27 = (\omega_k\omega_\sigma\omega_{\mu 23})^2$ , которое выполняется только при  $\omega_k = \omega_\sigma = \omega_{\mu 23}$ . Частоты квазиуровней в этом случае определяются соотношениями  $\tilde{\delta}_{0,3} = \omega_\sigma$ ,  $\tilde{\delta}_2 = -2\omega_\sigma$ . Дальнейшее увеличение  $\omega_k$  приводит к повторному появлению трех квазиуровней и увеличению расстояния между ними. Таким образом учет слагаемого  $\omega_k\omega_\sigma\omega_{\mu 23}$  в выражении (15), ответственного за квантовую интерференцию, приводит к сближению частот поглощения квазиуровней и вырождению энергетических состояний при равных значениях частот Раби.

На рис. 2, *d–f* представлен случай  $\delta_2 = 0$ ,  $\delta_3 > 0$ . В этих условиях уравнение (15) принимает вид:  $\delta^2(\delta + \delta_3) - (\omega_k^2 + \omega_{\mu 23}^2)\delta - (\delta + \delta_3)\omega_\sigma^2 + 2\omega_k\omega_\sigma\omega_{\mu 23} = 0$ . На рис. 2, *d* сплошными линиями изображен случай



**Рис. 2.** Зависимости  $\delta(\omega_\sigma)$ , определяющие положение нормированных частот поглощения квазиуровней (*a, b, d, e*) и энергетические схемы (*c, f*) при различных значениях параметров: *a* —  $\delta_2 = 0$ ,  $\delta_3 = 0$ ,  $\omega_{\mu 23} = 0$ ; *b* —  $\delta_2 = 0$ ,  $\delta_3 = 0$ ,  $\omega_{\mu 23} = 0.5$ ; *d* —  $\delta_2 = 0$ ,  $\delta_3 = 1$ ,  $\omega_{\mu 23} = 0$ ; *e* —  $\delta_2 = 0$ ,  $\delta_3 = 1$ ,  $\omega_{\mu 23} = 0.5$  и  $\mu_k$  равных 0.1 (сплошные), 0.5 (пунктирные), 1.0 (штрихпунктирные).

$\omega_k \approx 0$ . Положение смещенных частот поглощения квазиуровней определяется соотношениями:  $\tilde{\delta}_3 = \delta_3$ ,  $\tilde{\delta}_{0,2} = \pm \omega_\sigma$ . Квазиуровень, возникающий в области отрицательных расстройок резонанса, является триэкситонным, так как его положение не меняется с ростом  $\omega_\sigma$ . Учитывая, что с ростом  $\omega_k$  при  $\omega_\sigma = 0$  (рис. 2, *d*) частота поглощения среднего квазиуровня почти не изменяется (13), следовательно будем его считать экситонным.

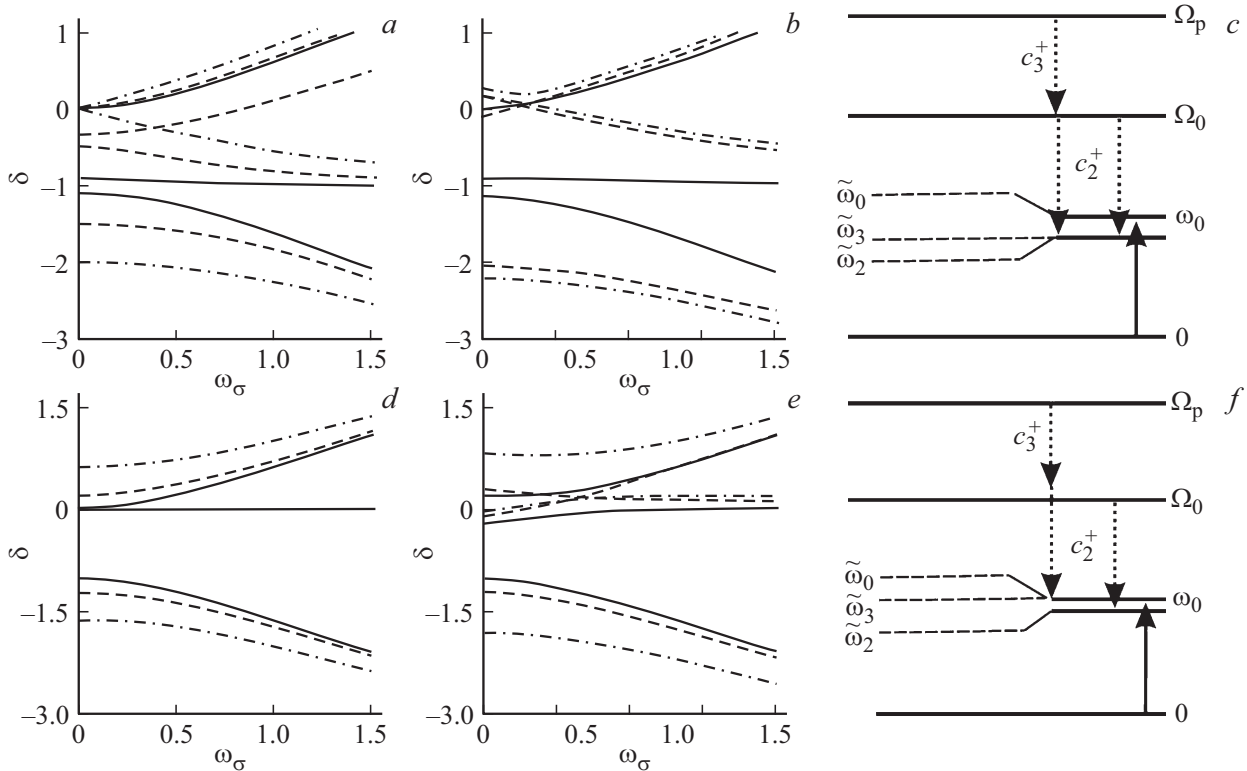
При малых значениях  $\omega_\sigma$  положение частот поглощения квазиуровней определяется соотношениями  $\tilde{\delta}_2 = \delta_2 = 0$ ,  $\tilde{\delta}_{0,3} = (\delta_3 \pm \sqrt{\delta_3^2 + 4(\omega_{\mu 23}^2 + \omega_k^2)})/2$ . В условиях  $\omega_k, \omega_{\mu 23} \ll 1$  смещенные частоты определяются выражениями  $\tilde{\delta}_{2,0} = 0$ ,  $\tilde{\delta}_3 = \delta_3$  (рис. 2, *d*). Сравнивая данные результаты с случаем, представленным на рис. 2, *a*, видно практически совпадение частот экситонного и биэкситонного квазиуровней при малых значениях частоты Раби  $\omega_\sigma$ . Описанные случаи важны с экспериментальной точки зрения. Предположим, что у нас есть полупроводник с малой энергией связи триэкситона ( $\omega_k \approx 0$ ,  $\omega_{\mu 23} \approx 0$ ). Импульсы  $\omega_2$  и  $\omega_3$  действуют в условиях точного резонанса. Экспериментатор при этом будет наблюдать три квазиуровня, отстоящих друг от друга на незначительном расстоянии (рис. 2, *a*). При резком изменении  $\omega_3$  частота квазиуровня, возникшего в результате каскадной рекомбинации триэкситонов, сдвигается на частоту, равную величине расстройки

резонанса импульса с частотой  $\omega_3$  (рис. 2, *d, f*). Кроме того, изменение частоты  $\omega_3$  приводит к сближению двух других квазиуровней при малых значениях частот Раби.

В случае, когда все частоты Раби отличны от нуля, существенное влияние на положение квазиуровня оказывает интерференционное слагаемое в (15), обуславливающее сближение частот экситонного и биэкситонного квазиуровней (рис. 2, *e*). При совпадении частот Раби  $\omega_{\mu 23} = \omega_k$  и  $\omega_\sigma = -1/2\delta_3 + 1/2\sqrt{\delta_3^2 + 4\omega_k^2}$  частоты экситонного и биэкситонного квазиуровней совпадают и определяются соотношениями  $\tilde{\delta}_3 = -\delta_3 - 2\omega_\sigma$ ,  $\tilde{\delta}_{0,2} = \omega_\sigma$ .

На рис. 3, *a–c* представлен случай  $\delta_2 > 0$ ,  $\delta_3 = 0$ . При этих условиях (15) принимает вид:  $\delta(\delta + \delta_2)^2 - (\omega_\sigma^2 + \omega_{\mu 23}^2)(\delta + \delta_2) - \delta\omega_k^2 + 2\omega_k\omega_\sigma\omega_{\mu 23} = 0$ . В случае, представленном на рис. 3, *a, b* сплошными линиями —  $\omega_k \ll 1$ , положение частот поглощения квазиуровней будет определяться соотношениями:  $\tilde{\delta}_3 \approx \delta_2$ ,  $\tilde{\delta}_{0,2} \approx 1/2\delta_2 \pm 1/2\sqrt{\delta_2^2 + 4(\omega_\sigma^2 + \omega_{\mu 23}^2)}$ . С ростом  $\omega_\sigma$  и  $\omega_{\mu 23}$  положение триэкситонного квазиуровня практически не меняется, при этом частота поглощения биэкситонного квазиуровня с ростом  $\omega_\sigma$  и  $\omega_{\mu 23}$  уменьшается, а частота экситонного квазиуровня увеличивается (рис. 3, *a*).

При малых, но ненулевых значениях  $\omega_k$  и  $\omega_{\mu 23}$  наблюдаются три полосы поглощения, причем положение одной из них полностью определяется расстройкой ре-



**Рис. 3.** Зависимости  $\delta(\omega_\sigma)$ , определяющие положение нормированных частот поглощения квазиуровней (*a, b, d, e*) и энергетические схемы (*c, f*) при различных значениях параметров: *a* —  $\delta_2 = 0, \delta_3 = 0, \omega_{\mu 23} = 0$ ; *b* —  $\delta_2 = 0, \delta_3 = 0, \omega_{\mu 23} = 0.5$ ; *d* —  $\delta_2 = 0, \delta_3 = 1, \omega_{\mu 23} = 0$ ; *e* —  $\delta_2 = 0, \delta_3 = 1, \omega_{\mu 23} = 0.5$  и  $\mu_k$  равных 0.1 (сплошные), 0.5 (пунктирные), 1.0 (штрихпунктирные).

зонанса  $\delta_2$ , а две другие зависят от расстройки резонанса  $\delta_2$  и частоты Раби  $\Omega_\sigma$ . Учет  $\omega_k$  представлен на рис. 3, *a, b* штриховыми и штрихпунктирными линиями. Частота триэкситонного квазиуровня с ростом  $\omega_k$  уменьшается, тогда как частота биэкситонного квазиуровня растет. Частота экситонного квазиуровня с ростом  $\omega_k$  практически не меняется. Влияние интерференционного слагаемого приводит к сближению частот триэкситонного и биэкситонного квазиуровней (рис. 3, *b*). При  $\omega_\sigma = \Omega_{\mu 23} = \sqrt{-\delta_2 \omega_k + \omega_k^2}$  частоты триэкситонного и биэкситонного квазиуровней совпадают, а положение частот поглощения при этом определяется соотношениями  $\tilde{\delta}_0 = -2\omega_k$  и  $\tilde{\delta}_{2,3} = -\delta_2 + \omega_k$ .

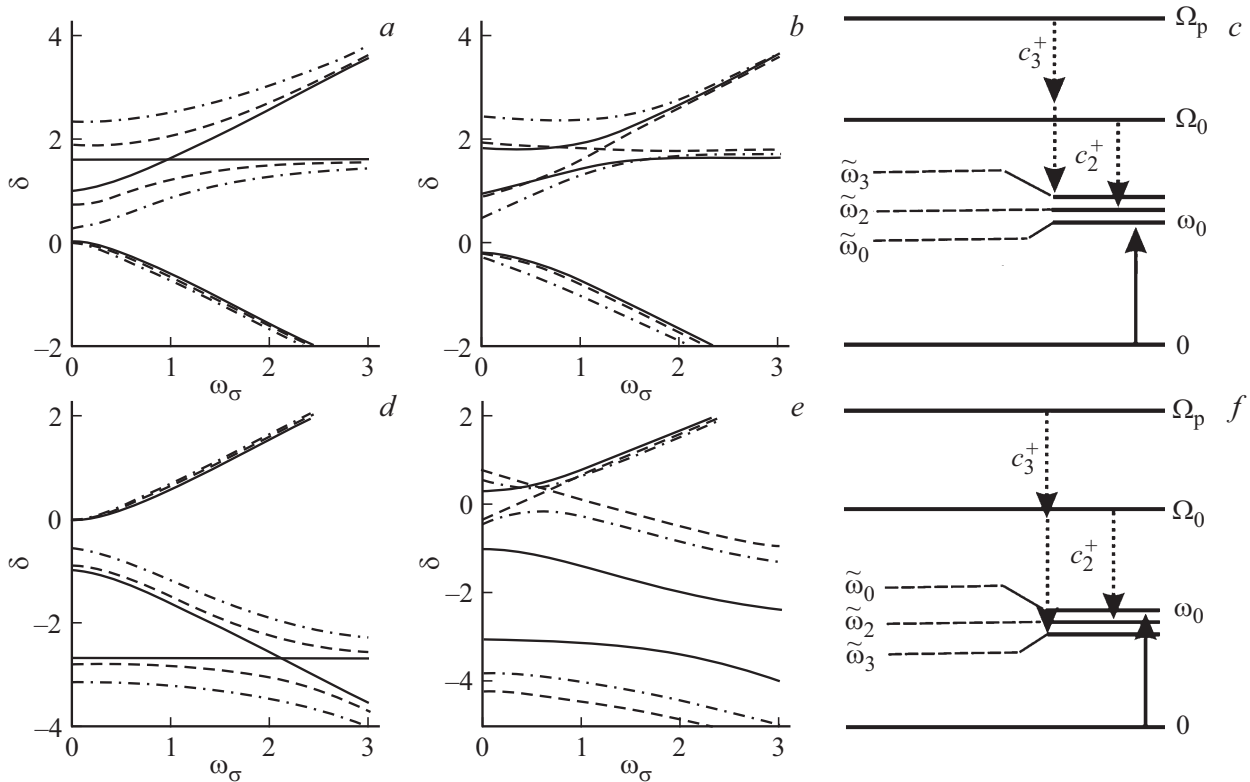
На рис. 3, *d-f* представлен случай  $\delta_3 = -\delta_2$ . При данных значениях параметров (15) принимает вид:  $\delta^2(\delta + \delta_2) - (\omega_\sigma^2 + \omega_k^2)\delta - \omega_{\mu 23}^2(\delta + \delta_2) + 2\omega_k \omega_\sigma \omega_{\mu 23} = 0$ . В случае, представленном на рис. 3, *d* при  $\omega_{\mu 23} = 0$  положение частот поглощения квазиуровней будет определяться соотношениями:  $\tilde{\delta}_3 = 0, \tilde{\delta} = 1/2 \times (\delta_2 \mp \sqrt{\delta_2^2 + 4(\omega_\sigma^2 + \omega_k^2)})$ . Увеличение значений  $\omega_k, \omega_\sigma$  приводит к росту частоты экситонного квазиуровня и уменьшению частоты биэкситонного квазиуровня. При малых значениях  $\omega_{\mu 23} \approx 0$  положение триэкситонного квазиуровня, совпадающего с частотой экситонного уровня, не меняется с ростом  $\omega_\sigma$  (рис. 3, *d*). С увеличением  $\omega_{\mu 23}$  частота экситонного квазиуровня

растет, тогда как частота триэкситонного квазиуровня уменьшается при увеличении  $\omega_\sigma$  и  $\omega_k$ . Учет квантовой интерференции приводит к сближению частот экситонного и триэкситонного квазиуровней. Наблюдается вырождение квазиэнергетических состояний при значении  $\omega_k = \omega_\sigma = \sqrt{\delta_2 \omega_{\mu 23} + \omega_{\mu 23}^2}$ , положения квазиуровней при этом определяются соотношениями  $\tilde{\delta}_2 = -\delta_2 - 2\omega_{\mu 23}, \tilde{\delta}_{0,3} = \omega_{\mu 23}$ .

До сих пор рассматривались случаи резонансных значений импульсов накачки  $\tilde{\omega}_3 = \tilde{\omega}_2, \tilde{\omega}_2 = \omega_0, \tilde{\omega}_3 = \omega_0$ . Как было показано выше вырождение квазиэнергетических состояний наблюдается, если хотя бы две из частот Раби равны. В общем случае, при произвольных ненулевых значениях расстроек резонанса, меняются ограничения, накладываемые на значения частот Раби, при которых происходит совпадение квазиэнергетических состояний.

Рассмотрим некоторые из таких случаев. Случай  $\delta_3 = 3\delta_2/5$  ( $\delta_2, \delta_3 < 0$ ) представлен на рис. 4, *a-c*. В случае представленном на рис. 4, *a* сплошными линиями —  $\omega_k = 0$ . В этом случае удастся однозначно идентифицировать квазиэнергетические состояния, так как  $\omega_0 \neq \tilde{\omega}_2 \neq \tilde{\omega}_3$ . Из (15) были получены значения частот Раби  $\omega_{\mu 23} = 0, \omega_k = 0, \omega_\sigma = 2|\delta_2|/5\sqrt{6}$  при которых биэкситонный и триэкситонный квазиуровни совпадают. С ростом  $\omega_k$  (рис. 4, *a, b*) расстояние между частотами





**Рис. 4.** Зависимости  $\delta(\omega_\sigma)$ , определяющие положение нормированных частот поглощения квазиуровней (*a, b, d, e*) и энергетические схемы (*c, f*) при различных значениях параметров: *a* —  $\delta_2 = 1$ ,  $\delta_3 = 0$ ,  $\omega_{\mu 23} = 0$  и  $\mu_k$  равных 0.1 (сплошные), 0.5 (пунктирные), 1.0 (штрихпунктирные); *b* —  $\delta_2 = 1$ ,  $\delta_3 = 0$ ,  $\omega_{\mu 23} = 0.2$  и  $\mu_k$  равных 0.1 (сплошные), 0.5 (пунктирные), 1.2 (штрихпунктирные); *d* —  $\delta_2 = 1$ ,  $\delta_3 = -1$ ,  $\omega_{\mu 23} = 0$  и  $\mu_k$  равных 0.1 (сплошные), 0.5 (пунктирные), 1.0 (штрихпунктирные); *e* —  $\delta_2 = 1$ ,  $\delta_3 = -1$ ,  $\omega_{\mu 23} = 0.2$  и  $\mu_k$  равных 0.1 (сплошные), 0.5 (пунктирные), 1.2 (штрихпунктирные).

поглощения биэкситонного и триэкситонного квазиуровней увеличивается, при этом увеличение значения  $\omega_{\mu 23}$  приводит к смещению частот поглощения квазиуровней (рис. 4, *b*). Совпадение частоты поглощения экситонного и триэкситонного квазиуровней происходит при  $\omega_{\mu 23} = \omega_\sigma/2$ ,  $\omega_k = \omega_\sigma/3$ ,  $\omega_\sigma = 6|\delta_2|/5$ . Значения частот поглощения квазиуровней при этом определяется соотношениями  $\tilde{\delta}_0 = \delta_2$ ,  $\tilde{\delta}_{2,3} = -9\delta_2/5$ .

На рис. 4, *d–f* представлен случай  $\delta_3 = 5\delta_2/3$  ( $\delta_2, \delta_3 > 0$ ). Сплошными линиями (рис. 4, *d*) изображен случай  $\omega_{\mu 23} = 0$ ,  $\omega_k = 0$  и  $\omega_\sigma = 2\delta_2/3\sqrt{10}$ , при этом триэкситонный и биэкситонный квазиуровни совпадают. С увеличением  $\omega_k$  (рис. 4, *d*) расстояние между частотами поглощения биэкситонного и экситонного квазиуровней увеличивается. Увеличение значения  $\omega_{\mu 23}$  приводит к смещению частот поглощения квазиуровней (рис. 4, *e*). При значениях частот Раби  $\omega_{\mu 23} = 3\omega_\sigma/2$ ,  $\omega_k = 3\omega_\sigma$ ,  $\omega_\sigma = -2\delta_2/3$  (рис. 4, *f*) частоты поглощения экситонного и триэкситонного квазиуровней совпадают. Значения частот поглощения квазиуровней при этом определяются соотношениями  $\tilde{\delta}_3 = -13\delta_2/3$ ,  $\tilde{\delta}_{0,2} = \delta_2/3$ .

Представленные на рис. 2–4 результаты свидетельствуют о существенном влиянии частот Раби  $\omega_{\mu 23}$ ,  $\omega_k$ ,  $\omega_\sigma$  на поглощение в экситонной области спек-

тра. Частоты Раби в свою очередь определяются интенсивностями полей падающих импульсов.

Экспериментальные данные по оценке интенсивностей полей при которых наблюдается расщепление экситонного уровня при учете триэкситонных состояний на данный момент отсутствуют. Приведем экспериментальные данные оценки интенсивности полей величины расщепления экситонного состояния за счет учета влияния механизма экситон-биэкситонной конверсии. Согласно [36] в квантовых точках на InGaAs интенсивность накачки, при которой наблюдается расщепление квазиуровней, составляет  $18 \text{ kW/cm}^2$  при этом величина расщепления составляет  $94 \mu\text{eV}$ . При увеличении интенсивности до  $50 \text{ kW/cm}^2$  величина расщепления увеличивается до  $150 \mu\text{eV}$ . Так как величина расщепления не зависит от интенсивности импульса, действующего в области экситонного перехода то он может быть произвольным, но достаточным для обеспечения необходимой концентрации экситонов, и его интенсивность может изменяться от  $2–5 \text{ kW/cm}^2$ . Даже если энергия связи триэкситона на один порядок меньше энергии связи биэкситона, то данные эффекты возможно будет наблюдать при интенсивности накачки не превышающей  $1 \text{ MW/cm}^2$ .

## 4. Заключение

Таким образом, под действием двух мощных накачек происходит расщепление экситонного уровня и возникают три квазиэнергетических состояния. Частоты новых квазиуровней определяются расстройками резонанса мощных импульсов накачки, что позволяет их идентифицировать. Кроме этого, на положение полос поглощения оказывают влияние частоты Раби  $\omega_{\mu 23}$ ,  $\omega_{\kappa}$  и  $\omega_{\sigma}$ , определяющиеся интенсивностями мощных импульсов накачки и их значения могут варьироваться в широких пределах. Учет конструктивного двухфотонного перехода, обусловленного значением  $\omega_{\mu 23}$ , не приводит к появлению нового квазиуровня, но приводит к штарковскому сдвигу квазиуровней. Стоит отметить, что в выражение (15) входит слагаемое  $2\omega_{\kappa}\omega_{\sigma}\omega_{\mu 23}$ , обусловленное квантовой интерференцией всех учтенных механизмов нелинейности, и при определенных значениях параметров квантовая интерференция приводит к возможности совпадения частот поглощения квазиуровней. Таким образом, несмотря на малость энергии связи биэкситон-триэкситонной конверсии, при малых значениях поля, действующего в области биэкситон-триэкситонного перехода, будет наблюдаться смещение квазиуровней возникающих под действием двух других полей. Увеличение поля, действующего в области биэкситон-триэкситонного перехода, приведет к появлению третьего квазиуровня в области экситонного перехода.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] H. Katow, J. Usukura, R. Akashi, Kálmán Varga, Shinji Tsuneyuki. *Phys. Rev. B* **95**, 125205 (2017).
- [2] M.R. Molas, A.A.L. Nicolet, A. Babiński, M. Potemski. *EPL* **113**, 1, 17004 (2016).
- [3] A. Sporbert, A.Z. Cseresnyes, M. Heidbreder, P. Domaing, S. Hauser, B. Kaltschmidt, C. Kaltschmidt, M. Heilemann, D. Widera. *PLoS ONE* **8**, 5, e64023 (2013).
- [4] J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J.M.J. Keeling, F.M. Marchetti, M.H. Szymańska, R. Andrer, J.L. Staehli, V. Savona, P.B. Littlewood, B. Deveaud, L.S. Dang. *Nature (London)* **443**, 409 (2006).
- [5] T. Kazimierczuk, D. Frohlich, S. Scheel, H. Stolz, M. Bayer. *Nature* **514**, (2014).
- [6] X. Shang, Ben Ma, H. Ni, Z. Chen, Sh. Li, Yao Chen, X. He, X. Su, Yu. Shi, Zh. Niu. *AIP Advances* **10**, 085126 (2020).
- [7] E.R. Schmidgall, I. Schwartz, L. Gantz, D. Cogan, S. Raindel, D. Gershoni. *Phys. Rev. B* **90**, 241411(R) (2014).
- [8] V. Mlinar, A. Zunger. *Phys. Rev. B* **80**, 205311 (2010).
- [9] Y. Arashida, Y. Ogawa, F. Minami. *AIP Conf. Proc.* **1566**, 490 (2013).
- [10] A. Franceschetti, M.C. Tropicovsky. *Phys. J. Phys. Chem. C* **111**, 614 (2007).
- [11] M. Khoshnegar, T. Huber, A. Predojević, D. Dalacu, M. Prilmüller, J. Lapointe, X. Wu, P. Tamarat, B. Lounis, P. Poole, G. Weihs, H. Majedi. *Nature Commun.* **8**, 15716 (2017).
- [12] L.S. Bishop, J.M. Chow, J. Koch, A.A. Houck, M.H. Devoret, E. Thuneberg, S.M. Girvin, R.J. Schoelkopf. *Nature Phys.* **5**, 105 (2009).
- [13] P. Brosseau, S. Palato, H. Seiler, H. Baker, P. Kambhampat. *J. Chem. Phys.* **153**, 23, 234703 (2020).
- [14] H.J. Kimble. *Nature (London)* **453**, 1023 (2008).
- [15] J. Simon, H. Tanji, S. Ghosh, V. Vuletić. *Nature Phys.* **3**, 765 (2007).
- [16] H. Tanji, S. Ghosh, J. Simon, B. Bloom, V. Vuletić. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 043601 (2009).
- [17] I.I. Ryabtsev, I.I. Beterov, D.B. Tretyakov, V.M. Entin, E.A. Yakshina. *Phys. — Usp.* **186**, 2, 206 (2016).
- [18] H.M. Kwak, T. Jeong, Y.-S. Lee, H.S. Moon. *Opt. Commun.* **380**, 168 (2016).
- [19] S.K. Nath, V. Naik, A. Chakrabarti, A. Ray. *J. Opt. Soc. Am. B* **36**, 2610 (2019).
- [20] Е.А. Якшина, Д.Б. Третьяков, В.М. Энтин, И.И. Бетеров, И.И. Рябцев. *Квантовая электрон.* **48**, 10, 886 (2018).
- [21] П.И. Хаджи, Л.Ю. Надькин, Д.А. Марков. *ФТТ* **60**, 660 (2018).
- [22] П.И. Хаджи, Л.Ю. Надькин. *Квантовая электрон.* **36**, 5, 415 (2006).
- [23] S. Mueller, T. Brixner. *J. Phys. Chem. Lett.* **11**, 13, 5139 (2020).
- [24] E. Ogaro Nyakang'o, D. Shylla, K. Indumathi, K. Pandeya. *Eur. Phys. J. D* **74**, 187 (2020).
- [25] Л.Ю. Надькин, О.В. Коровай, Д.А. Марков. *Оптика и спектроскопия* **129**, 3, 266 (2021).
- [26] П.И. Хаджи, О.В. Коровай, Л.Ю. Надькин. *ЖЭТФ* **155**, 4, 620 (2019).
- [27] П.И. Хаджи, О.В. Коровай, Л.Ю. Надькин. *ПЖЭТФ* **107**, 10, 623 (2018).
- [28] О.В. Коровай. *ЖЭТФ* **160**, 8(2), 620 (2021).
- [29] J.F. Dynes, M.D. Frogley, M. Beck, J. Faist, C.C. Phillips. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 157403 (2005).
- [30] П.И. Хаджи, Л.Ю. Надькин. *ФТТ* **47**, 2146 (2005).
- [31] A. Muller, W. Fang, J. Lawall, G.S. Solomon. *Phys. Rev. Lett.* **101**, 027401 (2008).
- [32] A. Majumdar, A. Papageorge, E.D. Kim, M. Bajcsy, H. Kim, P. Petroff, J. Vučković. *Phys. Rev. B* **84**, 085310 (2011).
- [33] C. Le Gall, A. Brunetti, H. Boukari, L. Besombes. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 057401 (2011).
- [34] E. Hanamura. *Solid State Commun.* **12**, 9, 951 (1973).
- [35] G.M. Gale, A. Mysyrowicz. *Phys. Rev. Lett.* **32**, 17, 727 (1974).
- [36] H. Kamada, H. Gotoh, J. Temmyo, T. Takagahara, H. Ando. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 246 (2001).

Редактор Т.Н. Василевская