Оптика и спектроскопия, 2022, том 130, вып. 10

03

Релаксационные и поляризационные колебания в широкоапертурном бистабильном лазере с насыщающимся поглотителем

© С.В. Федоров, Н.Н. Розанов¶, Н.А. Веретенов¶¶

ФТИ им. А.Ф. Иоффе,
194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: sfedorov2006@bk.ru, ¶ e-mail: nnrosanov@mail.ru, ¶¶ e-mail: torrek@gmail.com

Поступила в редакцию 12.07.2022 г.
В окончательной редакции 12.07.2022 г.
Принята к публикации 26.07.2022 г.

Определены области устойчивости однородных режимов генерации в широкоапертурном лазере с насыщающимся поглотителем, в том числе в полупроводниковом лазере с вертикальным выводом излучения, в зависимости от сравнительной скорости релаксации носителей в активной и пассивной средах и от частотных расстроек рабочих переходов в этих средах с резонансной частотой излучения, с учетом его поляризационного состояния. В рамках четырехуровневой модели определены пороги возбуждения релаксационных и поляризационных колебаний.

Ключевые слова: широкоапертурный лазер, насыщающийся поглотитель, релаксационные и поляризационные колебания.

DOI: 10.21883/OS.2022.10.53621.46-22

1. Введение

Эффект влияния релаксации носителей и ненулевой отстройки резонансной частоты активной и пассивной сред на устойчивость скалярных диссипативных солитонов в бистабильном лазере впервые был рассмотрен в [1]. Наиболее актуальна такая постановка задачи при поиске условий для реализации диссипативных солитонов в микролазерах с вертикальным выводом излучения, большой апертурой и с пассивными слоями на квантовых точках или ямах, интегрированных в полупроводниковый микрорезонатор. В работах [2,3] возможность реализации режимов бистабильности в микролазерах была рассмотрена теоретически, а в [4] — с использованием данных эксперимента. Учет поляризационного состояния излучения при этом не проводился.

В этой работе мы рассматриваем устойчивость в основном однородных по апертуре лазера мод генерации в подпороговом режиме, т.е. в области гистерезиса однородного режима генерации и безгенерационного состояния. В условиях устойчивости скалярного диссипативного солитона учитываем развитие возмущений поля с разными состояниями поляризации. Однородный режим генерации может быть реализован как в широкоапертурных лазерах, так и в лазерах с небольшой апертурой, например, в полупроводниковых микролазерах с одной или двумя поперечными модами (с поправками на форму мод). Аналитически и численно получены пороги возникновения релаксационных и поляризационных колебаний в широкоапертурном бистабильном лазере при изменении резонансной расстройки активной среды (альфа фактора) и/или времен релаксации двух сред. Проведено сравнение области устойчивости однородного режима с областью устойчивости солитонов с нетривиальной топологией распределения фазы или неоднородного поляризационного состояния света ([5]).

2. Модель среды и типы релаксационных колебаний

Модель активной среды — четырехуровневая, spin-flip model, [6]. Модель пассивной среды для насыщающегося поглотителя — двухуровневая. В обоих случаях рассматриваем только динамику населенностей носителей, считая, что скорость релаксации дипольных моментов существенно больше, т.е. $\gamma_{\|} \ll \gamma_{\perp}$, см. скоростные уравнения (3.3) и (3.4) в работе [6]. В случае четырехуровневой модели активной среды два излучательных перехода с противоположными спинами электронов порождают фотоны с противоположными направлениями спинов, точнее мы рассматриваем две амплитуды поля фотонов с противоположной циркулярной поляризацией, $E_{\pm}$. Суммарную разность населенностей двух резонансных переходов обозначаем безразмерной вещественной амплитудой N. В отсутствие эффектов анизотропии потерь она порождает колебания только суммарной интенсивности двух компонент поля $I = |E_+|^2 + |E_-|^2$. Разность инверсий населенностей двух переходов обозначаем как n. Она связана с колебаниями разности интенсивностей двух компонент поля $\delta I = |E_-|^2 - |E_+|^2$. Скорость релаксации γ_J разности населенностей n и одновременно разности интенсивностей δI существенно больше, чем скорость релаксации инверсии N. Значения малого параметра $\varepsilon_J = \gamma_{\|}/\gamma_J$ задаются в [6] в интервале $1/201 \le \varepsilon_J \le 1/3$. В приближении двухуровневой модели $\varepsilon_J \to 0$, и тогда нужно положить в скоростных уравнениях $n = 0$ и $\delta I = 0$.

Разностью частот двух переходов активной среды и анизотропией сред в резонаторе пренебрегаем. Как следствие, можно разделить типы колебаний между населенностями сред и интенсивностью поля на релаксационные (колебания между суммарной населенностью среды N и a в активной и пассивной средах и суммарной интенсивностью I) и на поляризационные (колебания между разностью населенностей двух переходов в активной среде n и разностью интенсивностей двух компонент излучения δI). Далее будет показано, что при изменении частотных расстроек среды возможна раскачка колебаний суммарной интенсивности поля с $\delta I = 0$ (релаксационные колебания в двухуровневой среде) или, наоборот, раскачка колебаний между амплитудами двух компонент поля с разными направлениями поляризации $E_\pm$ с $\delta I \neq 0$, но с постоянной суммарной интенсивностью, $I = \text{const}$. Альфа-фактор обозначен как безразмерная отстройка резонансной частоты активной или пассивной среды δ_g или δ_a относительно продольной моды резонатора. Самый простой способ согласования резонансных частот активной и пассивной сред — выбор такой же среды для насыщающегося поглотителя, что и для лазера. В случае полупроводникового микролазера можно разместить пассивные и активные слои (квантовые ямы или точки) интегрированно на одной подложке [2,4]. Безразмерные времена релаксации полной населенности носителей двух сред связаны с размерными соотношением $\tau_{g,a} = \kappa\gamma_\parallel^{-1}$, где κ — коэффициент линейных потерь заданной продольной моды резонатора.

Далее мы рассчитаем инкременты устойчивости $\mathrm{Re}\,\lambda$ в зависимости от параметров двух резонансных сред: времен релаксации суммарной интенсивности $\tau_{g,a}$ и $\varepsilon_J\tau_g$ — времени релаксации разностей населенностей и интенсивностей двух компонент излучения δI в активной среде. Рассматриваем устойчивость однородных решений в модели широкоапертурного лазера относительно возмущений с заданным пространственным (поперечным) масштабом l и волновым вектором $k = 2\pi/l$. Отметим, что характерный размер диссипативных солитонов порядка $l = 5{-}8$ соответствует $k = 1$. Поэтому при оценке условий неустойчивости для диссипативных солитонов (с калиброванными размерами) можно считать, что для их развала опасны лишь возмущения с $\gamma(k) > 0$ при $k > 1$. В то же время однородные возмущения с $k = 0$ также нарушают устойчивость локализованных состояний, поскольку приводят к временным колебаниям амплитуды солитона, однородным вдоль координаты распределенности. Для диссипативного солитона такие колебания с достаточно большой амплитудой могут привести к срыву в безгенерационное состояние, если амплитуда колебаний интенсивности больше, чем разность интенсивностей верхней и промежуточной ветвей гистерезиса.

3. Уравнения для поля и населенностей

В квазиоптическом приближении и приближении среднего поля огибающая векторного поля электрической напряженности $\mathbf{E} = \{E_x, E_y\}$ связана с полной напряженностью $\tilde{\mathbf{E}}$ соотношением $\tilde{\mathbf{E}} = 2\,\mathrm{Re}[\mathbf{E}(x, y, t)e^{ik_0z - i\omega_0t}]$, где z — координата вдоль оси резонатора, x и y — поперечные декартовы координаты, t — время, ω_0 — несущая частота и k_0 — соответствующее волновое число. Удобно также использовать компоненты левой и правой циркулярной поляризации $E_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_x \pm iE_y)$. Амплитуды огибающей комплексны и интенсивность циркулярных компонент выражается через параметры Стокса s_i,[7]:

$$I = |E_+|^2 + |E_-|^2 = s_0, \quad \Delta I = |E_-|^2 - |E_+|^2 = s_3. \quad (1)$$

В областях солитона, где $\delta I = s_3 = 0$, поляризация света линейная, в противном случае — эллиптическая или циркулярная.

В безразмерном виде уравнения для поля и населенностей следующие:

$$\partial_t E_\pm - (i + d)\nabla_\perp^2 E_\pm = \big[-1 - (1 - i\delta_a)a + (1 - i\delta_g)(N \pm n)\big]E_\pm, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \tau_g \partial_t N &= -(1 + b_g I)(N - N_s) + b_g \delta I(n - n_s),\\ \tau_g \partial_t n &= -(1/\varepsilon_J + b_g I)(n - n_s) + b_g \delta I(N - N_s),\\ \tau_a \partial_t a &= -(1 + b_a I)(a - a_s). \end{aligned} \quad (3)$$

В этих уравнениях в отличие от [6] учитывается динамика населенностей пассивной среды (поглотителя) с двухуровневой моделью (a — инверсная населенность, нормированная на линейные потери), и в отличие от [6,8] в уравнение для поля введен коэффициент угловой селективности потерь d. В релаксационных уравнениях (3) используются обозначения для установившихся населенностей двух сред как функций интенсивностей:

$$N_s(I, \delta I) = \frac{N_0}{1 + b_g I - \frac{\varepsilon_J b_g^2 \delta I^2}{1 + \varepsilon_J b_g I}},$$

$$n_s(I, \delta I) = \frac{\varepsilon_J b_g \delta I}{1 + \varepsilon_J b_g I} N_s(I, \delta I), \quad a_s(I) = \frac{a_0}{1 + b_a I}. \quad (4)$$

В безынерционном приближении безразмерные времена релаксации $\tau_{g,a} \to 0$. Величина безразмерного фактора насыщения b_g определяется выбором нормировки амплитуды поля $E_\pm$. В соответствии с (4) используем нормировку с единичной интенсивностью насыщения поглотителя, $b_a = 1$. Безразмерное время в (2) и (3) нормировано на единичные линейные потери: $t = \kappa\tilde{t}$. В отличие от [8] мы не учитываем здесь анизотропию потерь двух мод резонатора с заданной линейной поляризацией и считаем, что резонансные частоты двух мод с ортогональными поляризациями совпадают.

4. Устойчивость однородных решений

Решая уравнения (2) и (3) в однородном случае, мы с необходимостью получаем случай линейной поляризации $\delta I = s_3 = 0$ для четырехуровневой модели, когда $\varepsilon_J \neq 0$. Решение с единственной циркулярной поляризацией, когда амплитуда другой компоненты равна нулю, при $\varepsilon_J \neq 0$ всегда неустойчивы [5]. Для $\varepsilon_J = 0$ уравнения среды и поля без анизотропии вырождены по состоянию поляризации, т. е. тогда могут реализоваться любые однородные состояния поляризации. Не учитывая анизотропию сред, рассмотрим неустойчивость только линейно поляризованного поля, $|E_\pm| = |E_s|$.

Мелкомасштабная неустойчивость однородных или локализованных решений появляется только в широкоапертурных лазерах. Для лазеров с небольшой апертурой можно считать возмущения однородными. Подставляем в (2), (3) возмущенное однородное решение: $E_\pm \cong (E_s + F_\pm)e^{i\nu t}$, $a \cong a_s + \delta a$, $N \cong N_s + \delta N$, $n \cong \delta n$. Здесь $F_\pm$ — амплитуда возмущений циркулярных компонент. Полученные линейные уравнения разделяются на уравнения для амплитуд релаксационных, $F = F_+ + F_-$, и поляризационных, $R = F_+ - F_-$, возмущений. Из них нетрудно получить алгебраические уравнения на амплитуду осцилляций:

$$F(t) \cong A_P e^{\lambda t} + B_p^* e^{\lambda^* t}, \quad R(t) \cong A_m e^{\lambda t} + B_m^* e^{\lambda^* t},$$

$$\delta a(t) \cong q e^{\lambda t} + q^* e^{\lambda^* t}, \quad \begin{cases} \delta N(t) \cong p e^{\lambda t} + p^* e^{\lambda^* t}, \\ \delta n(t) \cong \eta e^{\lambda t} + \eta^* e^{\lambda^* t}. \end{cases} \tag{5}$$

Условия разрешимости последних, во-первых, кубическое уравнение на инкремент роста возмущений λ:

$$\tau_g \tau_a \lambda^3 + (\tau_g b_{as} + \tau_a b_{gs})\lambda^2 + \big[b_{gs} b_{as} + 2(\tau_a N_s b_g - \tau_g a_s b_a) I_s\big]\lambda + 2(b_{as} N_s b_g - b_{gs} a_s b_a) I_s = 0 \tag{6}$$

для релаксационных колебаний, где $b_{as,gs} = 1 + b_{a,g} I_s$ и I_s — суммарная интенсивность невозмущенного режима. Во-вторых, для поляризационных колебаний получаем квадратное уравнение:

$$\tau_g \lambda^2 + \lambda(1/\varepsilon_J + b_g I_s) + 2 b_g N_s I_s = 0. \tag{7}$$

Решение (7) всегда дает $\mathrm{Re}\,\lambda_\pm < 0$, т. е. бифуркация Андронова–Хопфа для поляризационных колебаний отсутствует и возмущения с постоянной полной интенсивностью и $\delta I \neq 0$ всегда затухают. Для

$$\tau_g < \frac{1}{8 b_g N_s I_s}(1/\varepsilon_J + b_g I_s)^2$$

осцилляции в затухающих колебаниях отсутствуют, так как $\mathrm{Im}\,\lambda_\pm = 0$. В безынерционном пределе $\varepsilon_J \to 0$ разность населенностей n не осциллирует или сопровождает релаксационные осцилляции суммы населенностей. Области неустойчивости релаксационных осцилляций (бифуркация Андронова–Хопфа) отражены на рис. 1.

Далее рассматриваем мелкомасштабную неустойчивость однородного или солитонного решения. Подставляем в (2) возмущенные амплитуды и получаем линеаризованные уравнения с коэффициентами, зависящими от координат, которые выражаются через амплитуду солитона $E_{\pm s}$. Стационарное решение (3) $E_\pm = E_{\pm s}(x, y)e^{i\nu t}$ с учетом (4) ($a = a_s$, $N = N_s$, $n = n_s$) определяется уравнениями:

$$(i + d)\nabla_\perp^2 E_{\pm s} - (1 + i\upsilon)E_{\pm s} - (1 - i\delta_a) a_s E_{\pm s} + (1 - i\delta_g)(N_s \pm n_s)E_{\pm s} = 0. \tag{8}$$

Уравнения для возмущенных амплитуд, справедливые и для возмущений солитона, $F_\pm(x, y, t)$

$$E_\pm \cong E_{\pm s}(x, y)e^{i\nu t} + F_\pm e^{i\nu t}, \quad \begin{matrix} N \cong N_s(x, y) + \delta N \\ a \cong a_s(x, y)\delta a \end{matrix}, \quad n \cong \delta n \tag{9}$$

выписываются раздельно для релаксационных $F = F_+ + F_-$ и поляризационных $R = F_+ - F_-$ возмущений. Далее подставляем амплитуды возмущений с заданным масштабом $|\mathbf{k}|$ и инкрементом роста λ:

$$F \cong A_p e^{\lambda t + i\mathbf{kr}} + B_p^* e^{\lambda^* t - i\mathbf{kr}}, \quad R \cong A_m e^{\lambda t + i\mathbf{kr}} + B_m^* e^{\lambda^* t - i\mathbf{kr}},$$

$$\delta a \cong q e^{\lambda t + i\mathbf{kr}} + q^* e^{\lambda^* t - i\mathbf{kr}}, \quad \begin{cases} \delta N \cong p e^{\lambda t + i\mathbf{kr}} + p^* e^{\lambda^* t - i\mathbf{kr}}, \\ \delta N \cong \eta e^{\lambda t + i\mathbf{kr}} + \eta^* e^{\lambda^* t - i\mathbf{kr}}. \end{cases} \tag{10}$$

Для однородного решения $I_s = \mathrm{const}$, и линейные уравнения на $A_{p,m} B_{p,m}, p, \eta$ становятся алгебраическими. Условие их разрешимости — уравнения на инкремент роста шестой степени по λ для релаксационных возмущений. Для поляризационных осцилляций с амплитудой R оно отделяется и становится уравнением третьей степени:

$$\tau_g \lambda \lambda_{kk}^2 + (1/\varepsilon_J + b_g I_s)\lambda_{kk}^2 + 2 N_s b_g I_s (\lambda_k - \delta_g k^2) = 0, \tag{11}$$

где

$$\lambda_k = \lambda + dk^2, \quad \lambda_{kk}^2 = \lambda_k^2 + k^4 = (\lambda + dk^2)^2 + k^4,$$

и для $k = 0$ к (7) у (11) добавляется решение $\lambda = 0$. Именно эта ветвь решений, которые стремятся к нулю для $k \to 0$, порождает мелкомасштабную неустойчивость поляризационных возмущений. Разложение (11) для малых значений $k^2 \ll 1$ дает два решения с инкрементом, близким к нулю: $\lambda(k^2) \cong \lambda_{\pm\delta} + \lambda_{\pm 1} k^2$ при $\delta_g > 0$, и при $\delta_g < 0$ соответственно:

$$\lambda_{+1} = \delta_g - d \text{ и } \lambda_{+\delta} = 0, \text{ или } \lambda_{-1} = -4(\delta_g + d) N_s b_g I_s \tau_g \varepsilon_{Js}^2 c_1$$

$$\text{и} \quad \lambda_{-\delta} \cong -2N_{gs} < 0, \quad \varepsilon_{Js} = \frac{\varepsilon_J}{1 + b_g I_s \varepsilon_J}.$$

Только первое из них в первом порядке малости по k^2 дает положительный инкремент роста. Максимум инкремента достигается при $k = k_{\max}$, причем $k_{\max} = 0$ для

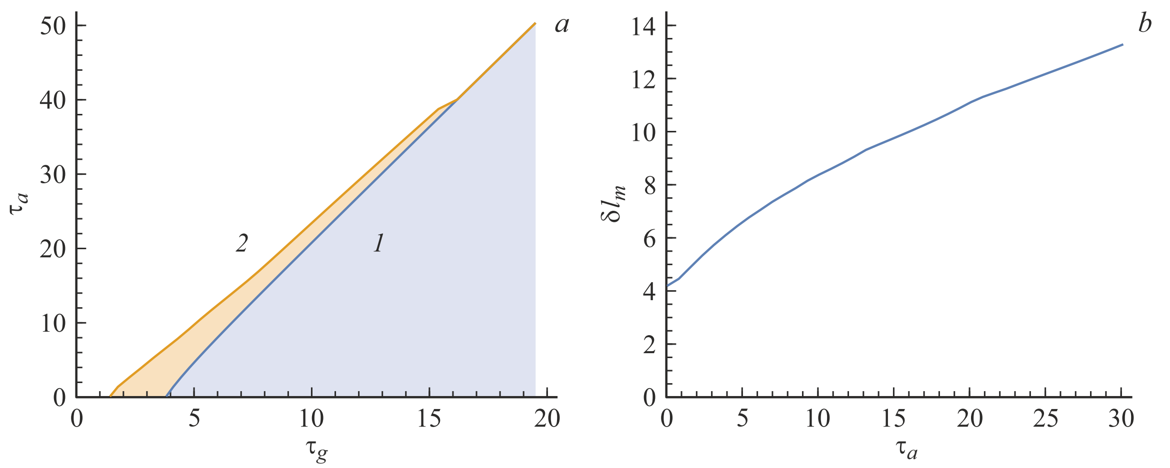

Рис. 1. Границы области неустойчивости относительно однородных возмущений (*1*, бифуркация Андронова–Хопфа, область справа от кривой) и области мелкомасштабной неустойчивости (справа от кривой *2*, в том числе область *1*) на плоскости безразмерных времен релаксации (τ_g, τ_a). График (*b*) демонстрирует величину наиболее опасного масштаба неустойчивости δl_m. $\delta k_{\max} = 2\pi/\delta L_m$, в зависимости от времени релаксации пассивной среды τ_a, для которого инкремент роста достигает максимума, а величина времени релаксации активной среды $\tau_g(\tau_a)$ соответствует границе области мелкомасштабной неустойчивости, кривая *2*.

$\delta_g < d$ и

$$k^2_{\max} = \varepsilon_{Js} N_s b_g I_s \frac{\delta_g - d}{1 + \delta_g^2} > 0, \text{ для } \delta_g > d. \tag{12}$$

Наконец, максимальный инкремент задается выражением:

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{2}\,\varepsilon_{Js} N_s b_g I_s \frac{(\delta_g - d)^2}{1 + \delta_g^2}. \tag{13}$$

Интересен только случай положительных значений отстроек, когда $\lambda(0) = 0$, $\lambda_{\max} > 0$, и поскольку последнее соотношение имеет смысл только при условии $k^2_{\max} \sim \delta_g - d > 0$, то поляризационные колебания для малых значений $k^2_{\max}$ не затухают только при $\delta_g > d$, т.е. только для положительных значений альфа-фактора.

Можно вывести выражение для порога роста релаксационных колебаний, справедливое, как и в случае поляризационных колебаний (12), для малых значений $k^2 \ll 1$. Уравнение на инкремент для релаксационных колебаний имеет уже шесть корней, три из которых вырождаются для однородных возмущений, $\lambda(0) = 0$:

$$\begin{aligned}&\left[(\tau_a\lambda + b_{as})(\lambda_k^2 + k^4) - 2a_s b_a I_s(\lambda_k - \delta_a k^2)\right]\\ &\times\left[(\tau_g\lambda + b_{gs})(\lambda_k^2 + k^4) + 2N_s b_g I_s(\lambda_k - \delta_g k^2)\right]\\ &+ 4a_s N_s b_a b_g I_s^2(\lambda_k - \delta_g k^2)(\lambda_k - \delta_a k^2) = 0,\end{aligned} \tag{14}$$

где $\lambda_k = \lambda(k^2) + dk^2$ и $\delta_{dg,da} = \delta_{g,a} - d$. Подстановка в (14) $\lambda_k \cong (\lambda_1 + d)k^2 + \lambda_2 k^4$ дает решение

$$\lambda_1 \cong \frac{\delta_{dg} - b_{gas}\delta_{da}}{1 - b_{gas}}, \quad b_{gas} = \frac{b_{gs}N_{as}}{b_{as}N_{gs}}.$$

Таким образом, при $k \to 0$, $\lambda(k^2) \to 0$ инкремент роста релаксационных колебаний $\lambda > 0$, если $\lambda'(0) = \lambda_1 > 0$:

$$\delta_g > d + b_{gas}(\delta_a - d), \quad b_{gas} = \frac{(1 + b_g I_s)^2 b_a a_0}{(1 + b_a I_s)^2 b_g g_0} < 1. \tag{15}$$

5. Расчеты зависимостей инкрементов роста возмущений

Используя решение уравнений (11), (14), мы представляем здесь картину устойчивости поляризационных и релаксационных осцилляций с учетом их зависимости от пространственного масштаба $k = |\mathbf{k}|$. Сначала рассматриваем случай нулевых значений альфа-фактора, $\delta_g = \delta_a = 0$. На рис. 1 показаны области неустойчивости однородного решения E_s для однородных возмущений $k = 0$, кривая *1*, и для мелкомасштабной неустойчивости, кривая *2*. Область существования последней в условиях устойчивости однородных возмущений примыкает к области *1*. Расчеты проведены для наиболее характерного значения управляющего параметра — коэффициента усиления $g_0 = 2.114$, для которого рассчитаны области устойчивости поляризационных солитонов: $a_0 = 2$, $b_g = 0.1$, $b_a = 1$, $d = 0.06$, $\varepsilon_J = 0.04$. На рис. 2 приведен расчет комплексного инкремента роста мелкомасштабных возмущений, $\lambda(k) = \gamma(k) + i\omega(k)$, от их масштаба для нескольких точек границы области неустойчивости однородных возмущений. Видно, что при увеличении времени релаксации максимальное значение инкремента уменьшается, как и ширина спектра возмущений, переходя к области с преимущественно неустойчивостью Андронова–Хопфа, после того как две границы областей на рис. 1 сливаются. Наконец, на рис. 3 показаны

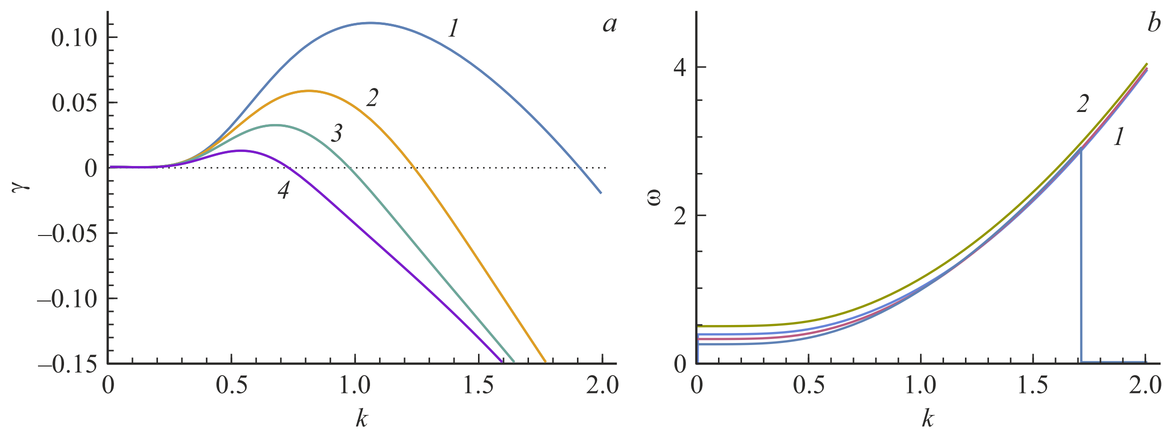

Рис. 2. Зависимости (*a*) инкремента роста мелкомасштабных возмущений $\lambda = \gamma + i\omega$ на границе области бифуркации Андронова–Хопфа (кривая *1* на рис. 1) и (*b*) частоты временны́х осцилляций от волнового числа; почти не зависит от масштаба возмущений в области их неустойчивости (кривые *1, 2* для двух частот). Значения времен релаксации $\tau_a = 0$, $\tau_g = 3.79$ (*1*), $\tau_a = 5$, $\tau_g = 5.1$ (*2*), $\tau_a = 10$, $\tau_g = 6.61$ (*3*), $\tau_a = 20$, $\tau_g = 9.77$ (*4*).

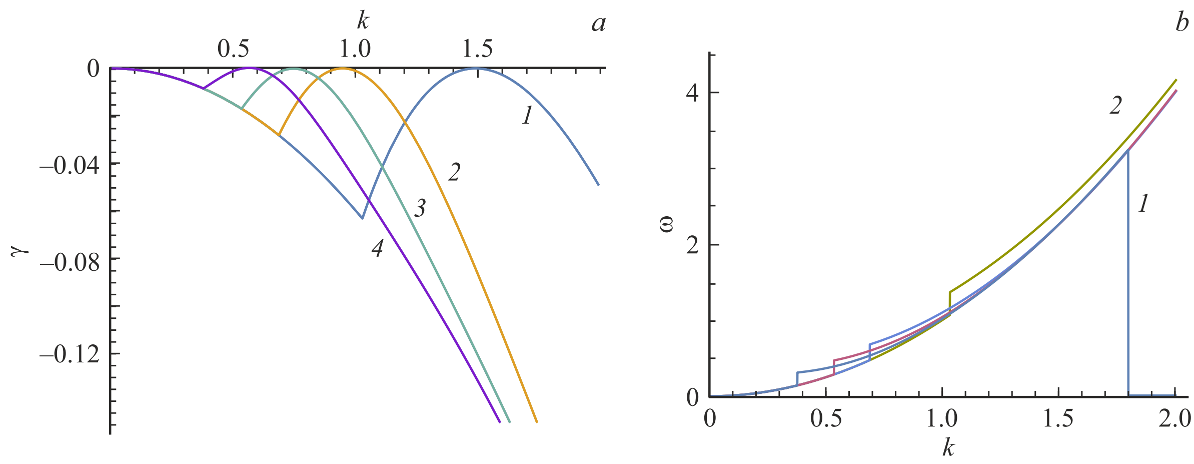

Рис. 3. Зависимости (*a*) инкремента роста мелкомасштабных возмущений на границе области мелкомасштабной неустойчивости (кривая *2* на рис. 1) и (*b*) частоты временны́х осцилляций ω от волнового числа. Значения времен релаксации $\tau_a = 0$, $\tau_g = 1.4$ (*1*), $\tau_a = 5$, $\tau_g = 3.18$ (*2*), $\tau_a = 10$, $\tau_g = 5.12$ (*3*), $\tau_a = 20$, $\tau_g = 8.84$ (*4*).

зависимости инкрементов от масштаба на границе мелкомасштабной неустойчивости (кривая *2* на рис. 1).

На рис. 4 приведены зависимости инкремента убывания поляризационных колебаний для нулевых значений альфа-фактора.

Теперь рассмотрим поляризационные и релаксационные колебания для альфа-фактора выше порогового значения, (14). На рис. 5 приведены зависимости инкрементов убывания и возрастания поляризационных колебаний для значений альфа-фактора $\delta_g = 0.3$ $(\delta_g > d)$ и $\delta_g = -0.3$ $(\delta_g < -d)$.

Видно, что относительно релаксационных колебаний однородный режим генерации неустойчив только для положительных значений альфа-фактора, $\delta_g > d$, причем максимальный инкремент достигается для достаточно длинноволновых возмущений, $\delta l_m \sim 50-100$, $k_{\max} = 2\pi/\delta l_m$, т.е. на порядок больше характерной ширины солитона. Возмущения с таким масштабом нарастают в основном без временных осцилляций. Поляризационные колебания при отрицательных значениях альфа-фактора (резонансной расстройки) затухают. Однородные возмущения, $k = 0$, всегда нейтрально устойчивы, $\gamma = 0$.

На рис. 6 приведены инкременты нарастания релаксационных колебаний для тех же условий, что и на рис. 5. Видно, что релаксационные колебания при достаточно больших значениях альфа-фактора также возрастают (неустойчивость), причем для обоих значений знака резонансной расстройки δ_g.

На рис. 7 приведены области неустойчивости относительно роста поляризационных и релаксационных колебаний на плоскости резонансных расстроек, (δ_g, δ_a). Области неустойчивости задаются пороговыми условиями (12), $\delta_g > d$, и (15), $\delta_d > d + b_{gas}(\delta_a - d)$ соответственно. Пороговые условия не зависят от значений времен релаксации в приближении $0 < k^2_{\max} \ll 1$, что

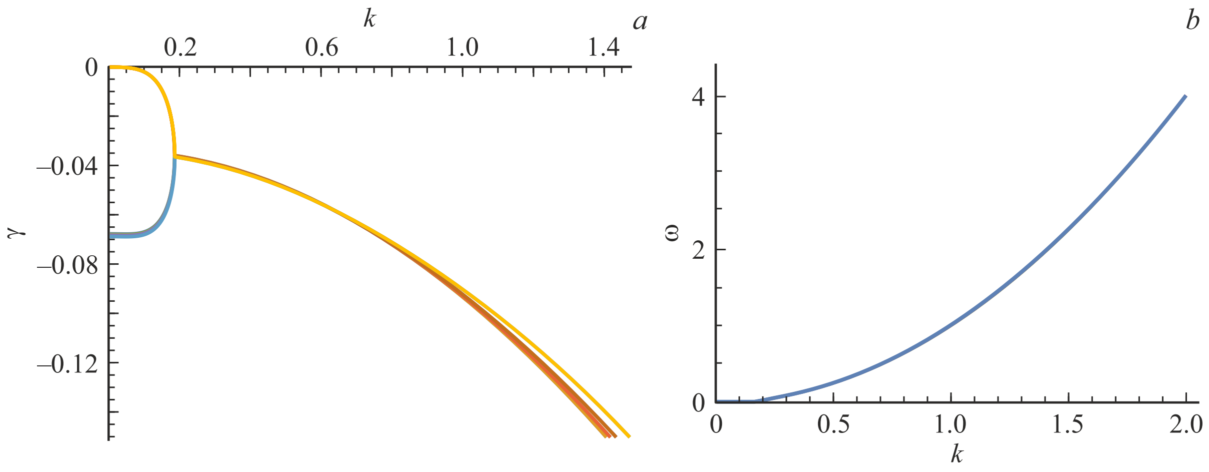

Рис. 4. Зависимости (a) инкремента убывания поляризационных колебаний для выделенных значений времен релаксации на границе области мелкомасштабной неустойчивости релаксационных колебаний (кривая *2* на рис. 1) и (b) частоты временны́х осцилляций ω от волнового числа. Значения времен релаксации — те же, что и на рис. 3, но в соответствии с (10) и (12) инкремент поляризационных колебаний не зависит от τ_a и слабо зависит от τ_g; $\delta_g = \delta_a = 0$, $d = 0.06$.

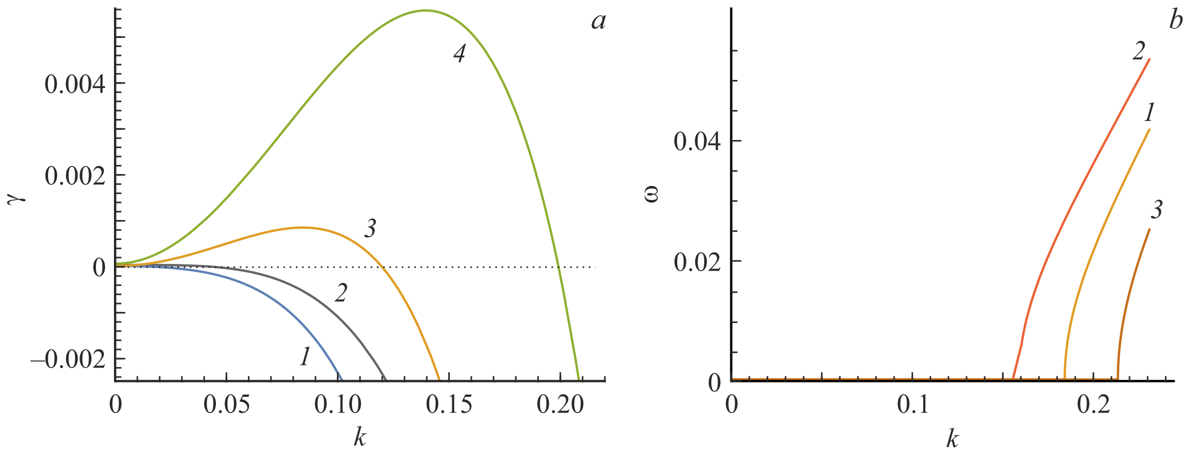

Рис. 5. Зависимости (a) инкремента роста поляризационных колебаний для трех значений альфа-фактора в области мелкомасштабной неустойчивости однородного режима генерации и (b) частоты временных осцилляций $\omega(k)$ — кривые *1, 2, 3* для трех частот на правом рисунке от волнового числа $\delta_g = 0$ (*1*), -0.3 (*2*), 0.3 (*3*). Поглотитель настроен резонансно, $\delta_a = 0$. Инкремент поляризационных колебаний не зависит от времени релаксации τ_a, а $\tau_g = 5$; $d = 0.06$.

соблюдается при выбранных параметрах. Это означает, что увеличение расстройки δ_g приводит к развитию неустойчивости сразу для всех значений $\tau_{g,a}$. Однако для диссипативных солитонов с калиброванной шириной области устойчивости существенно увеличиваются, кривые *3* и *4* на рис. 7 и 8. На правой части рис. 7 и на рис. 8 приведены области мелкомасштабной неустойчивости солитонов, оценка положения которых задается положительным инкрементом $\gamma(k) > 0$ для $k = 1$.

На рис. 8, a показаны области неустойчивости релаксационных возмущений однородного решения (7) для однородных возмущений ($k = 0$, кривая *1*) и для мелкомасштабной неустойчивости (кривая *2*), соответствующие рис. 1. Дополнительно заштрихованы оценочные области мелкомасштабной неустойчивости гармоник с характерным масштабом $k = 1$ для релаксационных колебаний и для разных значений альфа-фактора. Они задаются условием $\gamma(k) > 0$ для $k = 1$. Видно, что мелкомасштабная неустойчивость с большой длиной волны, $k = 1$ (кривые *3, 4*), существенно меньше влияет на устойчивость однородного режима или солитона, чем длинноволновые гармоники с $k \to 0$, если время релаксации поглотителя достаточно велико, $\tau_a > 10$, и даже для достаточно больших альфа-факторов, вплоть до значений $\delta_g > 1{-}2$. На втором графике рис. 8, b приведены для сравнения границы областей неустойчивости однородного режима (кривые *1* и *2* для однородных и мелкомасштабных возмущений, как на рисунке слева) с границами областей неустойчивости векторных

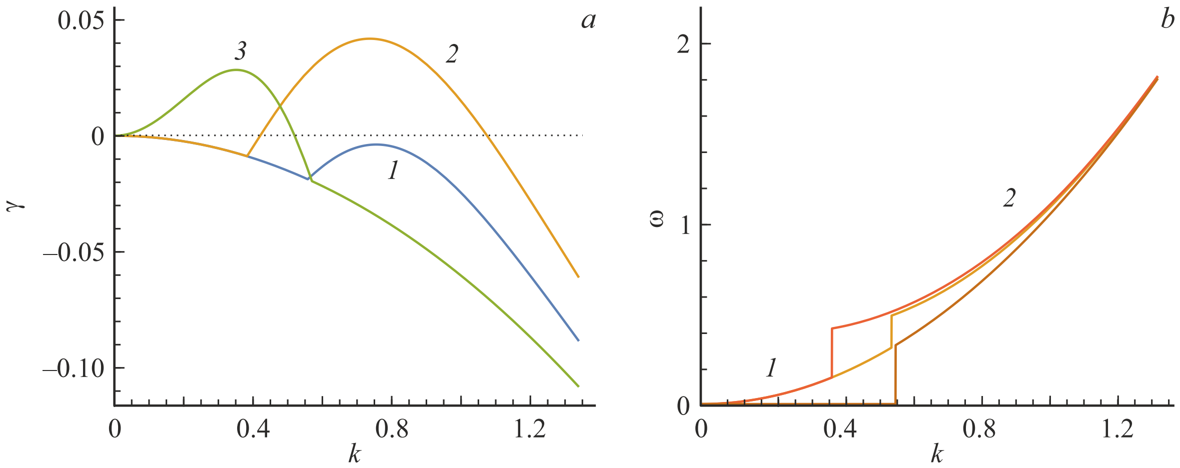

Рис. 6. Зависимости (a) инкремента роста релаксационных колебаний для трех значений альфа-фактора в области мелкомасштабной неустойчивости однородного режима генерации: $\delta_g = 0$ (кривая *1*), 0.3 (*2*), -0.3 (*3*) и (b) частоты временных осцилляций $\omega(k)$ — кривые *1, 2* для двух частот от волнового числа. $\delta_a = 0$. Значения времен релаксации $\tau_1 = 10$, $\tau_g = 5$; $d = 0.06$.

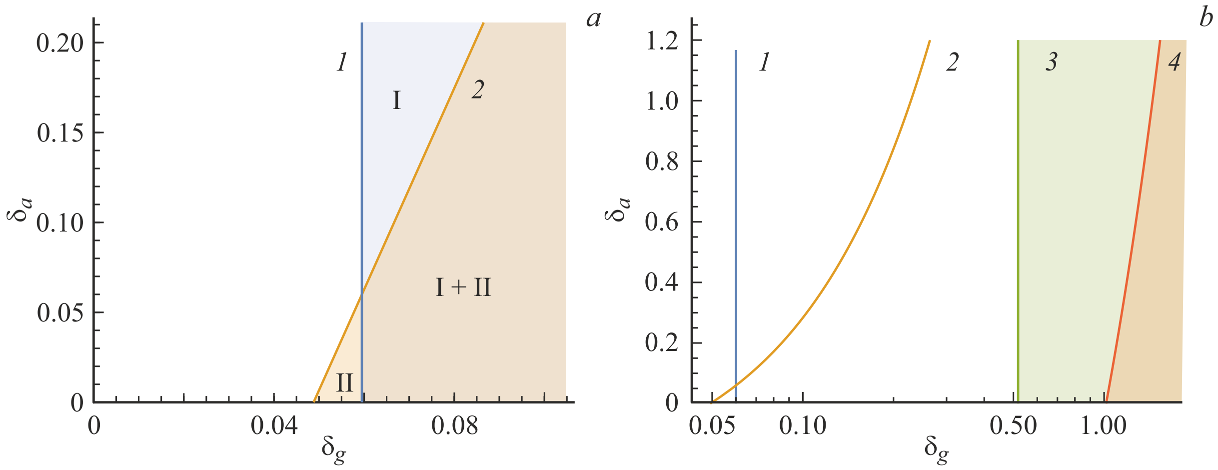

Рис. 7. Границы области неустойчивости относительно однородных возмущений на плоскости расстроек, (δ_g, δ_a), в линейном (a) и полулогарифмическом (b) масштабах. Область I — область неустойчивости поляризационных колебаний. Граница области (кривая *1*, бифуркация Андронова–Хопфа) соответствует пороговому условию (12). В части области, левее кривой *2*, поляризационные возмущения возрастают (неустойчивость), а релаксационные возмущения убывают. В части области II области мелкомасштабной неустойчивости релаксационных возмущений левее кривой *1* — поляризационные возмущения убывают, а релаксационные возмущения возрастают. Граница области *2* соответствует пороговому условию (15). На рисунке (b) дополнительно заштрихованы оценочные области неустойчивости солитонов с характерным масштабом $k = 1$. Кривая *3* — для области мелкомасштабной неустойчивости за счет поляризационных колебаний, кривая *4* — для релаксационных колебаний; $g_0 = 2.117$, $\tau_g = 5$, $\tau_a = 10$.

солитонов с разным зарядом Пуанкаре η [5] (под зарядом Пуанкаре понимается число оборотов главной оси поляризационного эллипса при обходе точки поляризационной сингулярности по замкнутому контуру). Видно, что граница области неустойчивости скалярного солитона (с зарядом $\eta = 0$) почти совпадает с границей области мелкомасштабной неустойчивости однородного режима генерации, а в области неустойчивости при однородных возмущениях, которая может реализоваться для лазеров с небольшой апертурой, теряют устойчивость поляризационные солитоны с большим зарядом Пуанкаре.

Заключение

В рамках четырехуровневой модели активной среды определены пороги устойчивости поляризационных и релаксационных колебаний в лазерах с насыщающимся поглощением с учетом поляризации излучения. Показано, что при небольших значениях альфа-фактора неустойчивость можно компенсировать, переходя к локализованным модам (векторным солитонам), что наиболее существенно для больших времен релаксации активной среды. Определены области устойчивости за счет обоих типов колебаний, причем показано, что в широкоапер-

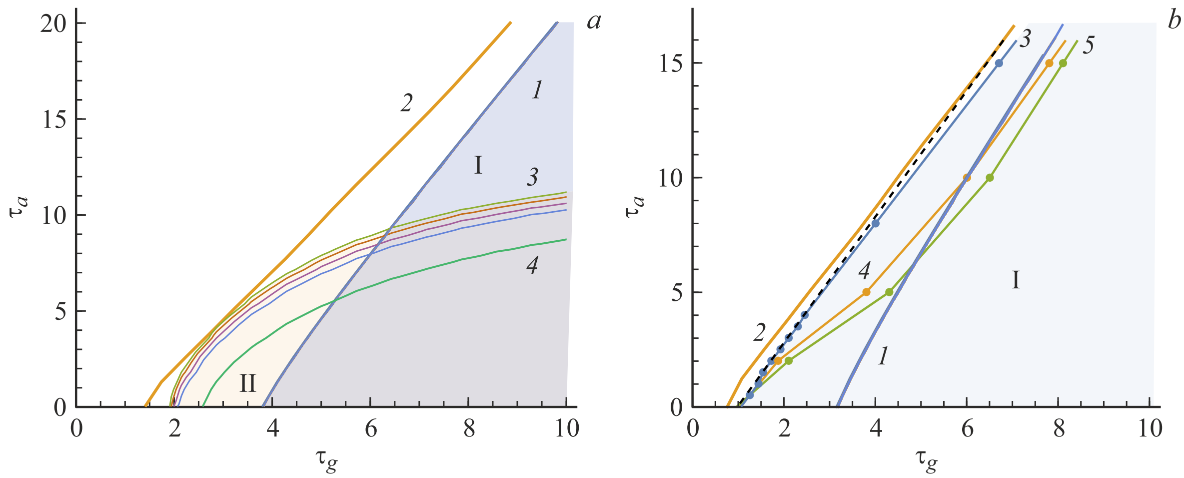

Рис. 8. Области неустойчивости релаксационных колебаний относительно однородных возмущений (область I справа от кривой *1* — область неустойчивости Андронова–Хопфа) и области мелкомасштабной неустойчивости II (справа от кривой *2*, в том числе область *1*) на плоскости безразмерных времен релаксаций (τ_g, τ_a). Дополнительно заштрихованы области неустойчивости солитонов с характерным масштабом $k = 1$ для разных значений альфа-фактора $\delta_g = 0$ (справа от кривой *3*), 0.025, 0.06, 0.1, 0.3 (*4*). $\delta_a = 0$, $g_0 = 2.117$. На графике (*b*) кривые *1* и *2* соответствуют однородному режиму, как и на графике (*a*), штриховая кривая — граница области устойчивости скалярного солитона с $m = 1$ и $\eta = 0$. Кривая *3* — граница области устойчивости поляризационного солитона с единичным зарядом Пуанкаре $\eta = 1$. Кривая *4* — для $\eta = 2$ и кривая *5* — для $\eta = 3$. Альфа-фактор $\delta_g = 0$.

турных лазерах могут развиваться и поляризационные колебания среды, т. е. колебания, при которых суммарная интенсивность почти постоянна, а разность интенсивностей циркулярных компонент излучения колеблется с нарастающей амплитудой. Увеличение времени релаксации и альфа-фактора поглотителя относительно значений этих величин для активной среды увеличивает область устойчивости однородного режима генерации (рис. 7 и 8). Это же относится и к локализованным модам генерации (солитонам) (рис. 8).

Финансирование работы

Исследование поддержано грантом РНФ 18-12-00075.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] S.V. Fedorov, A.G. Vladimirov, N.N. Rosanov, G.V. Khodova. Phys. Rev. E, **61** (5), 5814 (2000). DOI: 10.1103/PhysRevE.61.5814

[2] С.В. Федоров. Опт. и спектр., **106** (4), 633 (2009). [S.V. Fedorov. Opt. Spectrosc., **106** (4), 564 (2009). DOI: 10.1134/S0030400X09040183].

[3] С.В. Федоров, С.А. Блохин, Л.Я. Карачинский. Опт. и спектр., **109** (2), 324 (2010). [S.V. Fedorov, S.A. Blokhin, L.Ya. Karachinskii. Opt. Spectrosc., **109** (2), 290 (2010). DOI: 10.1134/S0030400X10080230].

[4] С.В. Федоров, С.А. Блохин, Л.Я. Карачинский. Опт. и спектр., **111** (1), 153 (2011). [S.V. Fedorov, S.A. Blokhin, L.Ya. Karachinskii. Opt. Spectrosc., **111** (1), 142 (2011). DOI: 10.1134/S0030400X1107006X].

[5] N.A. Veretenov, S.V. Fedorov, N.N. Rosanov. Phys. Rev. Lett., (2022). Submitted.

[6] M. San Miguel, Q. Feng, J.V. Moloney. Phys. Rev. A, **52** (2), 1728 (1995). DOI: 10.1103/PhysRevA.52.1728

[7] M.V. Berry, M.R. Dennis. Proc. R. Soc. London A, **457** (2005), 141 (2001). DOI: 10.1098/rspa.2000.0660

[8] K. Panajotov, M. Tlidi. Opt. Lett., **43** (22), 5663 (2018). DOI: 10.1364/OL.43.005663