

Рассеяние электронов на ионах примеси при низких температурах в сверхрешетке с легированными квантовыми ямами

© С.И. Борисенко[¶]

Сибирский физико-технический институт им. В.Д. Кузнецова,
634050 Томск, Россия

(Получена 11 ноября 2002 г. Принята к печати 19 декабря 2002 г.)

Решается задача о расчете продольной и поперечной подвижности, ограниченной рассеянием на ионах примеси, для электронов сверхрешетки с легированными квантовыми ямами. Рассматривается случай низких температур и малых концентраций носителей заряда. При решении уравнения Больцмана для невырожденного электронного газа в области слабой экранировки кулоновского потенциала ионов примеси используется гипотеза Конуэлл–Вайскопфа о минимальном угле рассеяния. Численные расчеты проведены для симметричной сверхрешетки GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As с периодом 10 нм и концентрацией электронов 10¹⁴ см⁻³ при T = 20 К.

1. Введение

Как известно, рассеяние электронов и дырок на ионах примеси в области низких температур является одним из основных механизмов рассеяния не только в объемных полупроводниках, но и в низкоразмерных гетероструктурах на их основе. Влияние этого механизма рассеяния на подвижность электронов в отдельных квантовых ямах (КЯ) исследовалось во многих работах [1–9]. В случае сверхрешеток (СР) из КЯ таких работ значительно меньше [10,11]. В большей части этих работ исследовались электрические свойства вырожденного электронного газа, имеющего место при селективном легировании потенциальных барьеров рассматриваемых структур, используемых при создании НЕМТ [12]. Работ по анализу транспортных свойств невырожденного электронного газа в СР за счет однородного легирования или легирования КЯ практически нет. Структуры подобного рода, как известно, применяются для создания фотодетекторов в инфракрасном диапазоне на межподзонных переходах [13,14]. Проблема учета данного рассеяния для невырожденного электронного газа в рамках теории Брукса–Херринга связана со слабой экранировкой кулоновского потенциала ионов за счет малой концентрации свободных носителей заряда и их малых скоростей. Все это приводит к очень большим интегральным сечениям рассеяния, что затрудняет численные расчеты транспортного сечения, определяющего время релаксации импульса носителей заряда. В объемных полупроводниках с изотропным параболическим спектром эта проблема решается в рамках гипотезы Конуэлл–Вайскопфа о конечном значении интегрального сечения рассеяния, определяемого величиной среднего расстояния между ионами примеси. В низкоразмерных полупроводниковых структурах, таких как сверхрешетки из квантовых ям, эта проблема до сих пор не рассматривалась.

В работе в приближении Борна для вероятности рассеяния в рамках уравнения Больцмана получены формулы и проведен расчет компонент тензора времени

релаксации и подвижности невырожденных электронов нижней минизоны при рассеянии на ионах примеси в симметричной СР GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As с легированными КЯ. Расчет проводился при T = 20 К для образца с концентрацией электронов n = 10¹⁴ см⁻³ и периодом сверхрешетки 10 нм. При решении уравнения Больцмана и расчете вероятности рассеяния учитывались приближение Конуэлл–Вайскопфа для минимального угла рассеяния и экранировка Дебая для кулоновского потенциала ионов. Проведен анализ влияния учета приближения Конуэлл–Вайскопфа на время релаксации и подвижность электронов.

2. Основные формулы

Расчет вероятности рассеяния электронов на ионах примеси в СР с легированными КЯ проводился в приближении Борна по формуле

$$w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{2\pi e^4 Z^2 N_I}{\hbar \epsilon_0^2 \epsilon^2 V} \sum_{n, n' = -N_z/2}^{N_z/2} S_n^* S_{n'} W(\mathbf{q}_n) W(\mathbf{q}_{n'}) \times \frac{\sin[\pi \frac{a}{d}(n - n')]}{\pi \frac{a}{d}(n - n')} \delta(E(\mathbf{k}') - E(\mathbf{k})), \quad (1)$$

где

$$S_n = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} e^{i \frac{2\pi n}{d} z} |u_0(z)|^2 dz, \quad W(\mathbf{q}) = \frac{1}{\mathbf{q}^2 + \alpha^2},$$

$$E(\mathbf{k}) = E = E_{\perp} + \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_z d)], \quad E_{\perp} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_{\perp}},$$

\mathbf{k} и \mathbf{k}' — волновые вектора начального и конечного состояний электрона в нижней минизоне, $\mathbf{q}_n = \mathbf{k}' - \mathbf{k} + \frac{2\pi n}{d} \mathbf{e}_z$, \mathbf{e}_z — единичный вектор вдоль оси СР, $-\frac{N_z}{2} < n < \frac{N_z}{2}$, N_z — число периодов СР, которое считается бесконечно большим, Δ — ширина нижней минизоны, a и d — ширина КЯ и период СР, eZ

[¶] E-mail: sib@elefot.tsu.ru

и $N_I = aN_I^{QW}/d$ — заряд и среднее значение концентрации ионов примеси в СР, N_I^{QW} — концентрация ионов примеси в квантовой яме, α — коэффициент экранирования Дебая, ε — статическая диэлектрическая проницаемость, $u_0(z)$ — периодическая часть огибающей функции Блоха $u_{k_z}(z)$ при $k_z = 0$. Формула (1) получена в приближении случайных фаз, для однородного распределения примеси по КЯ, в приближении однородной по СР диэлектрической проницаемости и слабой зависимости функции $u_{k_z}(z)$ от k_z .

Неравновесная добавка к функции распределения электронов рассчитывалась в виде

$$g(\mathbf{k}) = e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \sum_i \tau_i(\mathbf{k}) F_i \mathbf{v}_i(\mathbf{k}), \quad (2)$$

где F_i — компоненты напряженности постоянного электрического поля, $\mathbf{v}(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}} E/\hbar$ — скорость электрона, $f_0(\varepsilon)$ — равновесная функция Ферми–Дирака. Функция $\tau_i(\mathbf{k})$ по аналогии с решением линеаризованного уравнения Больцмана для упругих механизмов рассеяния в приближении параболического закона дисперсии носителей заряд будем называть, как обычно, временем релаксации. Для расчета этих функций с помощью линеаризованного уравнения Больцмана были получены интегральные уравнения

$$\tau_{\perp}(\mathbf{k}) = \tau_0(\mathbf{k}) \left\{ \sum_{\mathbf{k}'} w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \tau_{\perp}(\mathbf{k}') \frac{k_{\perp} k'_{\perp}}{k_{\perp}^2} + 1 \right\}, \quad (3)$$

$$\tau_{\parallel}(\mathbf{k}) = \tau_0(\mathbf{k}) \left\{ \sum_{\mathbf{k}'} w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \tau_{\parallel}(\mathbf{k}') \frac{\sin(k'_z d)}{\sin(k_z d)} + 1 \right\}, \quad (4)$$

где

$$\tau_0^{-1}(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{k}'} w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \quad (5)$$

— полная вероятность рассеяния электрона из состояния с волновым вектором \mathbf{k} за единицу времени. С учетом формулы для вероятности рассеяния (1), пренебрегая в сумме всеми членами, кроме $n = n' = 0$, уравнения (3), (4) можно представить в виде

$$\frac{\tau_{\perp}(E_{\perp}, \theta)}{\tau_0(E_{\perp}, \theta)} = C_I \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-1}^{\beta} \frac{\tau_{\perp}(E'_{\perp}, \theta') \sqrt{E'_{\perp}/E_{\perp}} \Theta(E'_{\perp}) x dx d\theta'}{\sqrt{1-x^2(A-Bx)^2}} + 1, \quad (6)$$

$$\frac{\chi_{\parallel}(E_{\perp}, \theta)}{\tau_0(E_{\perp}, \theta)} = C_I \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-1}^{\beta} \frac{\chi_{\parallel}(E'_{\perp}, \theta') \Theta(E'_{\perp}) dx d\theta'}{\sqrt{1-x^2(A-Bx)^2}} + \sin \theta, \quad (7)$$

где

$$A = E'_{\perp} + E_{\perp} + t^2(\theta' - \theta)^2 + \xi^2,$$

$$B = 2(E'_{\perp} E_{\perp})^{1/2},$$

$$\frac{1}{\tau_0(E_{\perp}, \theta)} = C_I \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-1}^{\beta} \frac{\Theta(E'_{\perp}) dx d\theta'}{\sqrt{1-x^2(A-Bx)^2}}, \quad (8)$$

$$E'_{\perp} = E_{\perp} + \frac{\Delta}{2} (\cos \theta' - \cos \theta),$$

$$\chi_{\parallel}(E_{\perp}, \theta) = \tau_{\parallel}(E_{\perp}, \theta) \sin \theta, \quad (9)$$

$$C_I = 2 \left(\frac{e^2 Z}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \right)^2 \frac{\hbar N_I}{m_{\perp} d}, \quad t^2 = \frac{\hbar^2}{2m_{\perp} d^2}, \quad \xi^2 = \frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m_{\perp}}$$

— поперечная энергия конечного состояния; $x = \cos \varphi$, φ — угол между k_{\perp} и k'_{\perp} ; $\theta = k_z d$; $\Theta(E_{\perp})$ — тета-функция, отличная от нуля и равная 1 при положительном значении аргумента. После интегрирования по x , которое приводит к аналитическим выражениям (см. Приложение 1), формулы (6)–(8) сводятся к однократным интегралам. В случае, при котором для заданного \mathbf{k} интегральное эффективное сечение рассеяния S_{α}^* , рассчитанное с учетом экранировки кулоновского потенциала, не превышает значения

$$S_{\max}^* = \frac{\pi}{4} N_I^{-2/3},$$

параметр β считался равным 1. Согласно теории Брукса–Херринга, это соответствует возможности рассеяния электрона на отдельном ионе примеси из заданного состояния при любом прицельном расстоянии, т.е. соответствует приближению одночастичного рассеяния. Если указанное условие не выполняется, то, согласно теории Конуэлл–Вайскопфа, при интегрировании по углам в формулах (6)–(8) необходимо учитывать наличие минимального прицельного расстояния или минимального угла рассеяния δ между векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}' . Этот угол определяется из условия равенства интегрального эффективного сечения рассеяния максимальному значению

$$S_{\max}^* = S_{\alpha}^* = [N_I \mathbf{v}(\mathbf{k}) \tau_0(\mathbf{k})]^{-1} \quad (10)$$

при

$$\frac{k'_{\perp} k_{\perp} x + k'_z k_z}{k' k} \leq \cos \delta. \quad (11)$$

Совместное решение уравнений (8), (10) при учете условия (11) дает возможность определить значение параметра β как функции поперечной энергии E_{\perp} и параметра θ . В случае объемных полупроводников с изотропным параболическим энергетическим спектром электронов введение минимального угла рассеяния согласно формулам (10), (11), в теорию Брукса–Херринга приводит к формуле для зависимости времени релаксации от энергии E , которую можно назвать обобщен-

ной формулой Брукса–Херринга и Конуэлл–Вайскопфа (см. Приложение II):

$$\frac{1}{\tau_l(E)} = \frac{e^4 Z^2 N_l E^{-3/2}}{16\pi \epsilon_0^2 \epsilon_s^2 \sqrt{2m^*}} \left[\ln \left(\frac{1+\eta}{1+\eta\gamma} \right) - \frac{\eta(1-\gamma)}{(1+\eta)(1+\eta\gamma)} \right], \quad (12)$$

где

$$\gamma = \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right) = \frac{\eta(\eta C^2 - 1) - 1}{\eta(\eta C^2 + \eta + 1)} \Theta(\eta^2 C^2 - \eta - 1),$$

$$C = \frac{e^2 Z N_l^{1/3}}{4\pi \epsilon_0 \epsilon E}, \quad \eta = \frac{4E}{\xi^2}. \quad (13)$$

Уравнения (6), (7) представляют собой нелинейные интегральные уравнения двух переменных E_{\perp} и θ . В приближении квазидвумерного электронного газа ($\Delta \ll k_0 T$) при $\Delta = 0$ в формулах (6)–(9) интегральные уравнения переходят в уравнения одной переменной θ , зависящие от E_{\perp} как от параметра. Решение уравнений (6), (7) проводилось численно итерационным методом. В качестве нулевого приближения использовалось решение этих уравнений в квазидвумерном приближении разностным методом [15].

Расчет подвижности электронов проводился по формулам

$$\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{\perp} = e \langle \tau_{\perp} \rangle / m_{\perp}, \quad \mu_{zz} = \mu_{\parallel} = e \langle \tau_{\parallel} \rangle / m_{\parallel}. \quad (14)$$

где

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\int_0^{\infty} [-f'_0(E_{\perp})] \tau_{\perp}(E_{\perp}) E_{\perp} dE_{\perp}}{\int_0^{\infty} f_0(E_{\perp}) dE_{\perp}}, \quad (15)$$

$$\langle \tau_{\parallel} \rangle = \frac{\int_0^{\infty} [-f'_0(E_{\perp})] \tau_{\parallel}(E_{\perp}) dE_{\perp}}{\int_0^{\infty} [-f'_0(E_{\perp})] dE_{\perp}}, \quad (16)$$

$$\tau_{\perp}(E_{\perp}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \tau_{\perp}(E_{\perp}, \theta) d\theta,$$

$$\tau_{\parallel}(E_{\perp}) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \tau_{\parallel}(E_{\perp}, \theta) \sin^2(\theta) d\theta, \quad (17)$$

$$\frac{1}{\langle m_{\parallel} \rangle} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta d}{2\hbar} \right)^2 \frac{\int_0^{\infty} [-f'_0(E_{\perp})] dE_{\perp}}{\int_0^{\infty} f_0(E_{\perp}) dE_{\perp}} \quad (18)$$

— усредненное по энергии значение продольной эффективной массы электронов.

Среднее значение компонент тензора времени релаксации и подвижности электронов сверхрешетки

Приближение	$\langle \tau_{\perp} \rangle$, пс	$\langle \tau_{\parallel} \rangle$, пс	μ_{\perp} , м ² /(В·с)	μ_{\parallel} , м ² /(В·с)	τ_{GaAs} , пс
1	13	30	34	17	13
2	15	36	40	21	15
3	15	38	41	22	16

3. Численный анализ

Расчет времени релаксации и подвижности электронов за счет рассеяния на ионах примеси проводился при $T = 20$ К для симметричной композиционной сверхрешетки GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As с легированными кватерными ямами шириной 5 нм. В расчете для GaAs и сплава Al_xGa_{1-x}As были использованы следующие значения параметров [16]: $m_{\perp} = m^* = 0.066m_0$, $\epsilon = 13.18$. Ширина нижней минизоны $\Delta = 7.1$ мэВ, рассчитанная для данной СР методом, изложенным в работе [17], существенно превышает среднее значение энергии невырожденных электронов с концентрацией $n = N_l = 10^{14}$ см⁻³ при значении уровня Ферми $-5k_0T$. Результаты расчета компонент тензора времени релаксации и подвижности в приближении Брукса–Херринга ($\alpha \neq 0, \beta = 1$ — „приближение 1“); Конуэлл–Вайскопфа ($\alpha = 0, \beta < 1$ — „приближение 2“) и обобщенного приближения Брукса–Херринга и Конуэлл–Вайскопфа ($\alpha \neq 0, \beta \leq 1$ — „приближение 3“) представлены в таблице. Значения продольной подвижности, приведенные в этой таблице, получены при $\langle m_{\parallel} \rangle = 0.30m_0$. Согласно таблице, рассчитанные значения усредненного по энергии поперечного времени релаксации близки к соответствующим значениям для объемного GaAs и слабо зависят от используемого приближения. Для среднего значения продольного времени релаксации роль используемого приближения более заметна. Наибольшее значение времени релаксации и подвижности, как и следовало ожидать, имеет место в случае обобщенного приближения. Следует отметить, что при рассматриваемой температуре значения подвижности, определяемые рассеянием на ионах примеси с указанной их концентрацией, близки по величине к соответствующим значениям, определяемым неупругим рассеянием на акустических колебаниях СР, рассчитанным по методике работы [18]: $\mu_{\perp} = 50$ м²/(В·с), $\mu_{\parallel} = 13$ м²/(В·с).

Расчитанная в случае обобщенного приближения дисперсия параметра β по продольному волновому вектору при различных значениях поперечной энергии представлена на рис. 1. Из рисунка следует, что заметная дисперсия этого параметра, как и следовало ожидать, имеет место при малых значениях полной (продольной и поперечной) энергии электрона.

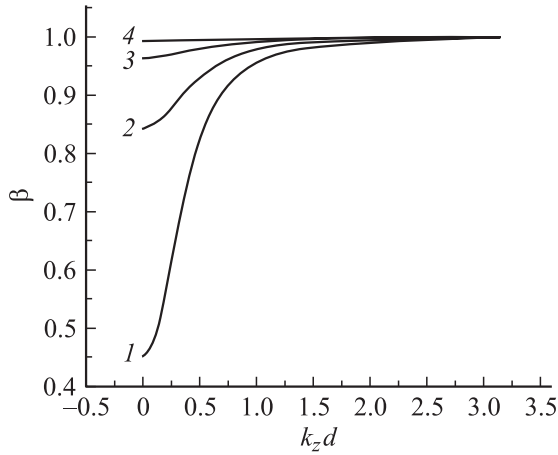


Рис. 1. Дисперсия параметра β по продольному волновому вектору. Значения отношения E_{\perp}/k_0T : 1 — 0.5, 2 — 1, 3 — 2, 4 — 4.

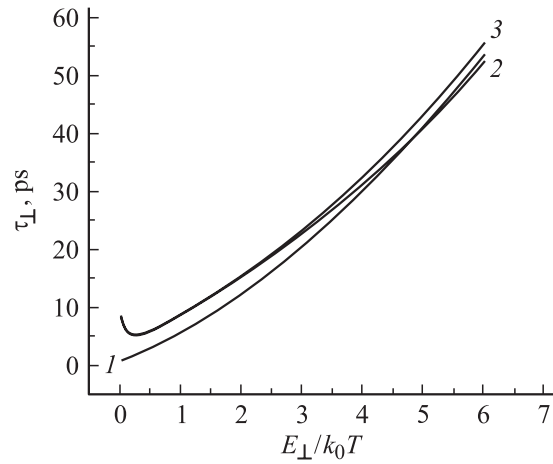


Рис. 4. Дисперсия по энергии поперечного движения усредненного по продольному волновому вектору поперечного времени релаксации. 1–3 — то же, что и на рис. 2.

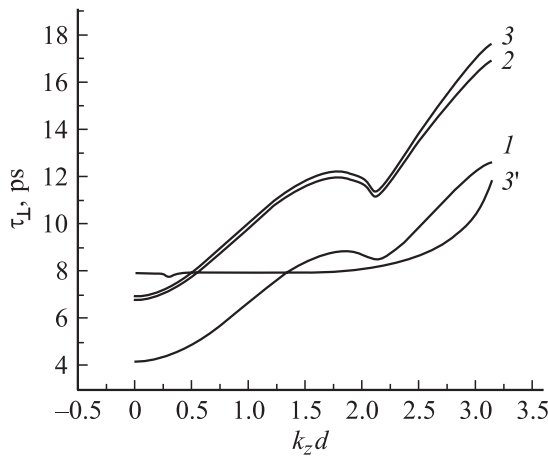


Рис. 2. Дисперсия поперечного времени релаксации по продольному волновому вектору. 1, 2, 3 — расчет в приближениях 1, 2 и 3 соответственно (см. таблицу); 3' — с учетом квазидвумерного приближения.

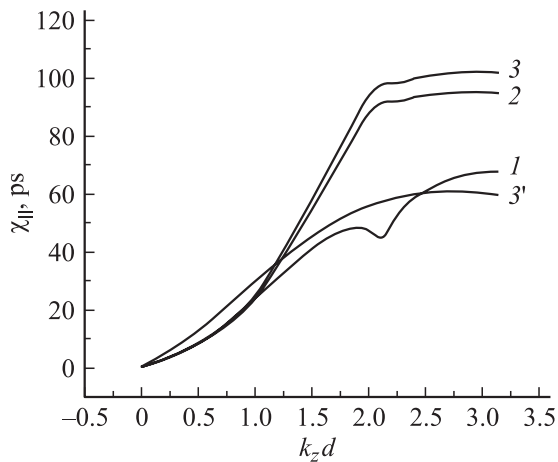


Рис. 3. Дисперсия функции χ_{\parallel} по продольному волновому вектору. 1, 2, 3 — расчет в приближениях 1, 2 и 3 соответственно (см. таблицу); 3' — с учетом квазидвумерного приближения.

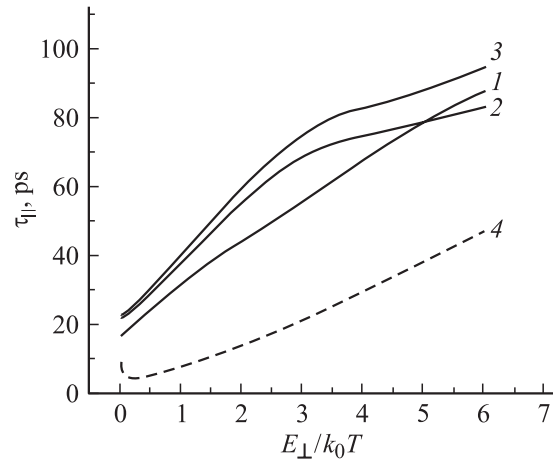


Рис. 5. Дисперсия по энергии поперечного движения усредненного по продольному волновому вектору продольного времени релаксации. 1–3 — то же, что и на рис. 2. 4 — расчет для объемного GaAs (12).

На рис. 2, 3 представлены дисперсии по продольному волновому вектору поперечного времени релаксации и функции χ_{\parallel} соответственно, рассчитанные по формулам (6), (9) при $E_{\perp} = k_0T$ с помощью различных приближений: кривые 1 — приближение 1, кривые 2 — приближение 2, кривые 3 — приближение 3. Дисперсия указанных функций носит немонокотный характер, причина которого связана с дисперсией энергии продольного движения по k_z . Данное утверждение вытекает из вида зависимости указанных функций, рассчитанных при обобщенном приближении 3 с учетом квазидвумерного приближения для электронного газа (кривые 3').

Дисперсия по энергии поперечного движения, усредненного по продольному волновому вектору [см. формулы (16)], поперечного и продольного времен релаксации представлена на рис. 4 и 5 соответственно. Из рис. 4 следует, что дисперсия поперечного времени релаксации,

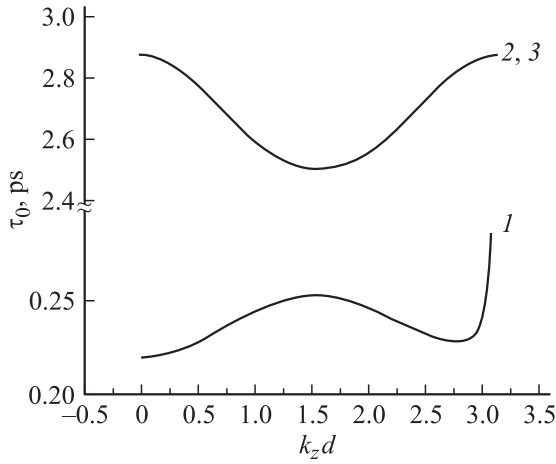


Рис. 6. Дисперсия функции $\tau_0(\mathbf{k})$ по продольному волновому вектору. 1–3 — то же, что и на рис. 2.

рассчитанная при различных приближениях, о которых говорилось выше, почти одна и та же и близка к дисперсии времени релаксации, рассчитанной по формуле (12) в объемном GaAs (рис. 5, кривая 4). В случае продольного времени релаксации (рис. 5) в дисперсии при различных приближениях наблюдаются заметные различия. Кроме того, согласно рисунку, наблюдается существенное различие между продольным временем релаксации в СР и в объемном GaAs.

Согласно формулам (6), (7) и (10), большое значение в расчетах времени релаксации играет функция $\tau_0^{-1}(\mathbf{k})$, определяемая формулами (5), (8) и представляющая собой полную вероятность рассеяния электрона из состояния с волновым вектором \mathbf{k} . Дисперсия этой функции по продольному волновому вектору при $E_{\perp} = k_0 T$, рассчитанная при различных приближениях, приведена на рис. 6. Согласно рисунку, в приближении Конуэлл–Вайскопфа (кривая 2) и обобщенного приближения (кривая 3), по сравнению с приближением Брукса–Херринга (кривая 1) значение этой функции на порядок выше.

4. Заключение

Проведенный анализ показал, что расчет продольного и поперечного времени релаксации для невырожденного электронного газа сверхрешетки, выполненный в рамках приближения Конуэлл–Вайскопфа с учетом слабой экранировки кулоновского потенциала примесных атомов в приближении Дебая, дает значения, близкие к соответствующим значениям, рассчитанным в рамках приближения Брукса–Херринга. При этом среднее значение поперечного времени релаксации близко к соответствующему значению в объемном полупроводнике, формирующем квантовую яму. Причина этого связана с сильной зависимостью фурье-компоненты кулоновского

потенциала в области малых волновых векторов при слабой дебаевской экранировке.

Следует отметить, что полученные в работе результаты носят качественный характер в связи с применением приближения Борна к расчету вероятности рассеяния при рассматриваемой в работе температуре, тогда как применимость уравнения Больцмана обоснована наличием малой концентрации примеси. Увеличение температуры, сопровождаемое ростом рассеяния электронов на фононах, приводит к тому, что рассеяние на ионах примеси начинает играть существенную роль при более высокой концентрации ионов и электронов, что в свою очередь снимает проблему как применимости приближения Борна, так и слабой экранировки кулоновского потенциала ионов примеси.

Приложение I

Подынтегральное выражение в формуле (6), зависящее от x , имеет достаточно простой вид, что позволяет привести интеграл по этой переменной к аналитическому виду:

$$\int_{-1}^{\beta} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}(A-Bx)^2} = -\frac{1}{A^2-B^2} \left[\frac{A\sqrt{1-\beta^2}}{A-\beta B} + i \frac{B}{\sqrt{A^2-B^2}} \ln \left(\frac{B-\beta A + i\sqrt{(A^2-B^2)(1-\beta^2)}}{A-\beta B} \right) \right], \quad (\text{П. I, 1})$$

где

$$A = E'_{\perp} + E_{\perp} + t^2(\theta' - \theta)^2 + \xi^2, \quad B = 2\sqrt{E'_{\perp}E_{\perp}}.$$

Аналогичное выражение имеет место для подынтегрального выражения в формулах (7), (8):

$$\int_{-1}^{\beta} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}(A-Bx)^2} = -\frac{1}{A^2-B^2} \left[\frac{B\sqrt{1-\beta^2}}{A-\beta B} + i \frac{A}{\sqrt{A^2-B^2}} \ln \left(\frac{B-\beta A + i\sqrt{(A^2-B^2)(1-\beta^2)}}{A-\beta B} \right) \right]. \quad (\text{П. I, 2})$$

При $\beta = 1$, что соответствует конечному сечению рассеяния за счет экранировки кулоновского потенциала, правая часть формулы (П. I, 1) существенно упрощается:

$$\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}(A-Bx)^2} = \frac{\pi B}{(A^2-B^2)^{3/2}}, \quad (\text{П. I, 3})$$

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}(A-Bx)^2} = \frac{\pi A}{(A^2-B^2)^{3/2}}. \quad (\text{П. I, 4})$$

Приложение II

Как известно [19], вероятность рассеяния электрона на экранированном потенциале иона примеси в объемных полупроводниках в приближении Борна имеет вид

$$w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{2\pi e^4 Z^2 N_I}{\hbar \varepsilon_0^2 \varepsilon^2 V} \frac{1}{[(\mathbf{k}' - \mathbf{k})^2 + \alpha^2]^2} \delta(E(\mathbf{k}') - E(\mathbf{k})). \quad (\text{П. II,1})$$

В случае изотропного параболического энергетического спектра электронов интегральное эффективное сечение рассеяния S_α^* , рассчитанное для электрона с энергией E с учетом (П. II,1) и минимального угла рассеяния δ , имеет аналитическое выражение

$$S_\alpha^*(E, \delta) = \frac{1}{v(E)N_I} \sum_{\mathbf{k}'} w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = 2\pi A_1^2 \times \int_{\delta}^{\pi} \frac{\sin(\theta) d\theta}{[\eta^{-1} + \sin^2(\theta/2)]^2} = 4\pi A_1^2 \eta \left(\frac{1}{1 + \eta\gamma} - \frac{1}{1 + \eta} \right), \quad (\text{П. II,2})$$

где

$$A_1 = \frac{e^2 Z}{16\pi \varepsilon_0 \varepsilon E}.$$

Остальные обозначения те же, что и в формуле (12). Формула (12) для времени релаксации получается обычным способом из расчета транспортного эффективного сечения рассеяния $\sigma_c(E, \delta)$:

$$\frac{1}{\tau_l(E)} = N_I v(E) \sigma_c(E, \delta), \quad (\text{П. II,3})$$

где по определению

$$\begin{aligned} \sigma_c(E, \delta) &= \frac{1}{v(E)N_I} \sum_{\mathbf{k}'} \left(1 - \frac{\mathbf{k}'\mathbf{k}}{k^2} \right) w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \\ &= 2\pi A_1^2 \int_{\delta}^{\pi} \frac{[1 - \cos \theta] \sin(\theta) d\theta}{[\eta^{-1} + \sin^2(\theta/2)]^2} \\ &= 8\pi A_1^2 \left\{ \ln \left(\frac{1 + \eta}{1 + \eta\gamma} \right) - \frac{1}{1 + \eta\gamma} + \frac{1}{1 + \eta} \right\}. \quad (\text{П. II,4}) \end{aligned}$$

При $S_\alpha^*(E, 0) > S_{\max}^*$, приравнивая (П. II,2) к S_{\max}^* , получаем формулу (13) для параметра $\gamma > 0$. В противном случае параметр γ нужно положить равным 0, что соответствует значению $\delta = 0$. В этом случае формула (12) переходит в известную формулу Брукса–Херринга. При концентрации электронов $n \rightarrow 0$ параметр $\eta \rightarrow \infty$ и формулы (12), (13) переходят в известные формулы теории Конуэлл–Вайскопфа [20] для времени релаксации и минимального угла рассеяния. Из этого следует, что время релаксации, рассчитанное по формуле (12), по отношению ко времени релаксации, рассчитанному по формулам Брукса–Херринга и Конуэлл–Вайскопфа, является наибольшим.

Список литературы

- [1] J. Lee, H.N. Spector, V.K. Arora. J. Appl. Phys., **54**, 6995 (1983).
- [2] A. Gold, V.T. Dolgoplov. Phys. Rev. B, **33**, 1076 (1986).
- [3] A. Gold, Phys. Rev. B, **35**, 723 (1987).
- [4] J.L. Thobel, L. Baudry, F. Dessenne, M. Charef, R. Fauquembergue. J. Appl. Phys., **73**, 233 (1993).
- [5] I. Kaoru, M. Toshinobu. Phys. Rev. B, **47**, 3771 (1993).
- [6] J. Tutor, J.A. Bermudez, F. Comas. Phys. Rev. B, **47**, 3690 (1993).
- [7] В.М. Борздов, С.Г. Мулярчик, А.В. Хомич. Письма ЖТФ, **23**, 77 (1997).
- [8] V. Piazza, P. Casarini, D.F. Silvano, M. Lazzarino, F. Beltram, C. Jacoboni, A. Bosacchi, F. Secondo. Phys. Rev. B, **57**, 10 017 (1998).
- [9] S.K. Sarkar, D. Chattopadhyay. Phys. Rev. B: Third Series, **62**, 15 331 (2000).
- [10] S.-R.E. Yang, S.D. Sarma. Phys. Rev. B, **37**, 10 090 (1988).
- [11] A.B. Henriques, P.L. Souza, B. Yavich. Phys. Rev. B: Third Series, **64**, 45 319 (2001).
- [12] Молекулярно-лучевая эпитаксия и гетероструктуры, под ред. Л. Ченг, К. Плог (М., Мир, 1989) с. 505.
- [13] B.F. Levin, K.K. Choi, C.G. Bethea, J. Walker, R.G. Malik. Appl. Phys. Lett., **50**, 1092 (1987).
- [14] K.K. Choi, B.F. Levin, C.G. Bethea, J. Walker, R.G. Malik. Appl. Phys. Lett., **50**, 1814 (1987).
- [15] Н.Н. Калиткин. Численные методы (М., Наука, 1978) гл. 14, с. 455.
- [16] Landolt-Börnstein. Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, ed. by O. Madelung (Springer Verlag, Berlin, 1987) New Series III, **22 a**.
- [17] С.И. Борисенко, Г.Ф. Караваев. ФТП, **32**, 607 (1998).
- [18] С.И. Борисенко. ФТП, **36**, 1445 (2002).
- [19] Б. Ридли. Квантовые процессы в полупроводниках (М., Мир, 1986) гл. 4, с. 159. [Пер. с англ.: В.К. Ridley. Quantum processes in semiconductors (Clarendon Press Oxford, 1982)].
- [20] E.M. Conwell, V.F. Weisskopf. Phys. Rev., **77**, 388 (1950).

Редактор Т.А. Полянская

Electron scattering by impurity ions at low temperatures in a superlattice with doped quantum wells

S.I. Borisenko

Siberian Physicotechnical Institute,
634050 Tomsk, Russia

Abstract The problem about calculation of both longitudinal and transvers mobilities, restricted by impurity ion scattering, for electrons of a superlattice with doped quantum wells is solved. The case of low temperatures and small concentrations of charge carriers is considered. When dealing with solution of the Boltzmann equation for non-degenerate electron gas in the field of a weak Debye screening of Coulomb potential of impurity ions, the Conwell–Weisskopf hypothesis of the smallest scattering angle is used. The numerical calculations are carried out for a symmetric superlattice GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As with a period 10 nm and electron concentration 10^{14} cm^{-3} at $T = 20 \text{ K}$.