

03

## Вращательное и поступательное галопирование призм в воздушном потоке

© А.Н. Рябинин, Ю.Э. Бобу

Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: a.ryabinin@spbu.ru

Поступило в Редакцию 18 июня 2022 г.  
В окончательной редакции 7 августа 2022 г.  
Принято к публикации 27 августа 2022 г.

В экспериментах в аэродинамической трубе изучены колебания трех призм с прямоугольным поперечным сечением. Призмы располагаются перпендикулярно вектору скорости набегающего потока и с торцов снабжены концевыми шайбами, ограничивающими перетекание воздуха. Упругая подвеска позволяет колебаться телам с шестью степенями свободы. Оказалось, что под действием воздушного потока возникают два режима колебаний тел: поступательные колебания в направлении, перпендикулярном образующей призматических тел и скорости потока, и вращательные колебания вокруг оси, которая параллельна образующей, проходит через центр призмы и перпендикулярна скорости набегающего воздушного потока. Тензометрическим методом в процессе колебаний измерено натяжение двух пружин, входящих в упругую подвеску. Калибровочный эксперимент позволил связать амплитуды колебаний натяжения пружин и сдвиг фаз с амплитудами вращательных и поступательных колебаний призм. Оказалось, что призма с отношением высоты к ширине поперечного сечения 0.22 в потоке подвержена вращательным колебаниям. Увеличение отношения высоты к ширине до 0.36 ведет к уменьшению амплитуды вращательных колебаний и появлению поступательных. Диапазоны существования вращательных и поступательных колебаний перекрываются. Дальнейшее увеличение отношения высоты к ширине до 0.43 сопровождается интенсивным поступательным галопированием.

**Ключевые слова:** галопирование, плохо обтекаемое тело, аэродинамическая труба, тензометрический датчик, поступательные колебания, вращательные колебания.

DOI: 10.21883/JTF.2022.12.53745.162-22

### Введение

В настоящей работе изучается аэроупругое галопирование протяженных тел. Плохо обтекаемые упругие или упруго закрепленные тела под действием ветра могут совершать поступательные или вращательные колебания. Кроме галопирования возможен другой механизм возбуждения колебаний протяженных тел в воздушном потоке, связанный с образованием в следе тела периодической вихревой цепочки. В настоящей работе предполагается, что частота схода вихрей, образующих вихревую цепочку Кармана, много больше собственной частоты колебаний упруго закрепленного тела, поэтому аэродинамические силы, возникающие вследствие схода вихрей, осредняются и не оказывают влияния на более медленный процесс колебаний при галопировании. Целью настоящей работы является определение режимов колебаний в воздушном потоке упруго закрепленных длинных призм в зависимости от пропорций их прямоугольного поперечного сечения.

Предсказание режимов колебаний под действием ветра зданий, сооружений, мостов, грузов, переносимых подъемными кранами и летательными аппаратами, имеющих форму, близкую к форме призм, важно для предотвращения опасных последствий таких колебаний.

Для описания поступательного галопирования плохо обтекаемого тела в работе [1] предложена квазистационарная модель. В основе этой модели лежит гипотеза о том, что аэродинамические силы, действующие на тело, зависят только от относительной скорости потока и от углов, описывающих ориентацию тела относительно вектора скорости воздушного потока. Для поперечного обтекания воздушным потоком протяженного тела, совершающего колебания в направлении, перпендикулярном потоку, нормальная аэродинамическая сила, действующая в направлении движения, зависит только от мгновенного угла атаки  $\alpha$ . Коэффициент нормальной аэродинамической силы  $c_y$  в зависимости от угла атаки  $\alpha$  можно определить в аэродинамической трубе в опытах с неподвижно закрепленным телом. В работе [1] зависимость  $c_y(\alpha)$  квадратной призмы аппроксимировали полиномом пятого порядка. Позже [2] было установлено, что модель работает лучше, если аппроксимировать зависимость  $c_y(\alpha)$  полиномом седьмого порядка. Квазистационарная модель широко использовалась в дальнейшем для описания поступательного галопирования прямоугольных цилиндров различных пропорций [3], цилиндров с треугольным поперечным сечением [4], ромбовидным поперечным сечением [5], наклонных цилиндров [6]. Влияние соотношения сторон при поступа-

тельном галопировании изучалось в статье [3]. Результаты этого исследования изложены в монографии [7].

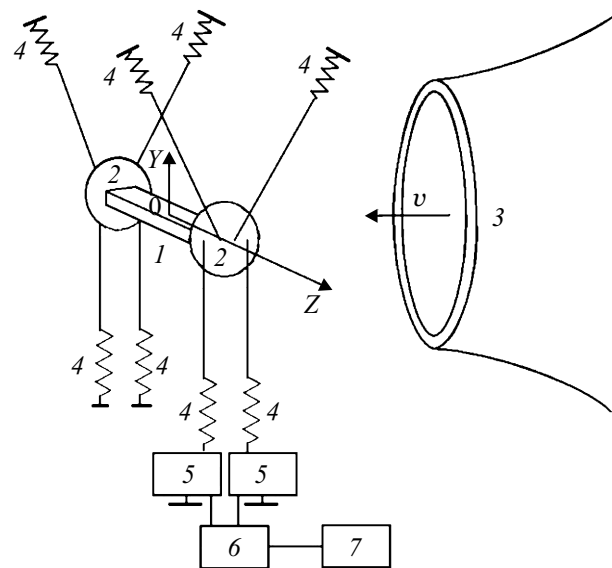
Модель колебаний упруго закрепленного тела с двумя степенями свободы разрабатывалась в работах [8,9]. Авторами этих работ были сделаны попытки распространить квазистационарную модель галопирования на вращательные колебания двух плохо обтекаемых тел: квадратной призмы и углового профиля. Трудность применения этих моделей заключается в том, что разные точки вращающегося тела имеют разную скорость и, следовательно, мгновенный угол атаки этих точек различен. Приходится выбирать характерную точку для определения мгновенного угла атаки, в этом заключается некоторый произвол.

## 1. Экспериментальный метод и обработка результатов

Эксперименты проводились на аэродинамической трубе АТ-12, расположенной на территории Санкт-Петербургского государственного университета [10]. Аэродинамическая труба имеет открытую рабочую часть, выходная часть сопла круглого сечения имеет диаметр 1500 мм. Скорости воздушного потока могут плавно регулироваться в пределах от 0 до 40 м/с.

Изучалось колебание трех призматических тел. Все тела, выполненные из дерева, имели одинаковую длину  $L = 700$  мм, одинаковую ширину  $W = 95$  мм и различную высоту  $H$  — 21, 34 и 41 мм. Таким образом, соотношение сторон  $H/W$  составило 0,22, 0,36 и 0,43 соответственно. На телах были установлены концевые шайбы, представляющие собой диски диаметром 200 мм, ограничивающие перетекание воздуха через торцы. Тела подвешивались в рабочей части аэродинамической трубы на проволоочной подвеске, содержащей восемь стальных пружин. Схема расположения тел в рабочей части представлена на рис. 1. В положении равновесия малая боковая грань призматических тел ориентирована перпендикулярно вектору скорости набегающего потока. Тела, подвешенные таким образом, могли перемещаться с шестью степенями свободы вблизи положения равновесия. Однако заметные колебания в ходе эксперимента наблюдались только двух типов: поступательные колебания центра масс в вертикальном направлении и вращательные колебания вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной вектору скорости набегающего потока.

Два полупроводниковых тензопреобразователя С-50 регистрируют натяжение двух нижних пружин. PC-осциллограф Velleman-PCS500 преобразует аналоговые выходные сигналы тензопреобразователей в цифровые и передает их на управляющий компьютер. Частота считывания показаний составляет 100 Hz, либо 1250 Hz. Длительность записи показаний равна 17 s либо 3,3 s, соответственно. Амплитуда установившихся колебаний определялась, как правило, с частотой считывания 1250 Hz.



**Рис. 1.** Схема эксперимента: 1 — модель, 2 — концевые шайбы, 3 — сопло аэродинамической трубы, 4 — пружины, 5 — полупроводниковые тензопреобразователи, 6 — PC-осциллограф, 7 — компьютер.

Затухающие колебания исследовались с частотой считывания 100 Hz, поскольку этот режим позволял охватить более длинный временной интервал.

Процедура калибровки позволила связать амплитуды колебаний натяжения двух пружин и разность фаз с амплитудами вертикального периодического перемещения двух точек модели, к которым крепились проволоочные тяги, связанные с пружинами. На модель во время эксперимента навешивался груз известной массы. При этом фиксировалось изменение показаний приборов и вертикальное смещение точек крепления тяг.

На рис. 2 представлены примеры зависимостей вертикальных перемещений двух точек модели  $y_1$  и  $y_2$  от времени.

На графике рис. 2, а изображен фрагмент записи установившихся поступательных колебаний призматического тела с соотношением сторон  $H/W = 0,43$ . Скорость воздушного потока 6,5 м/с. Расстояние между точками по горизонтали равно  $l = 180$  мм. Частота считываний сигнала равна 100 Hz. Колебания двух точек происходят синфазно. Заметно, что амплитуда колебаний задней точки немного превышает амплитуду колебаний передней точки. Это означает, что одновременно с поступательными колебаниями с той же частотой происходят вращательные колебания, амплитуда которых очень мала.

На графике рис. 2, б показан фрагмент записи установившихся вращательных колебаний призмы с соотношением сторон  $H/W = 0,22$ . Скорость воздушного потока 15,6 м/с. Расстояние между точками по горизонтали равно  $l = 180$  мм. Частота считываний сигнала равна 1250 Hz. Колебания двух точек происходят в противофазе.

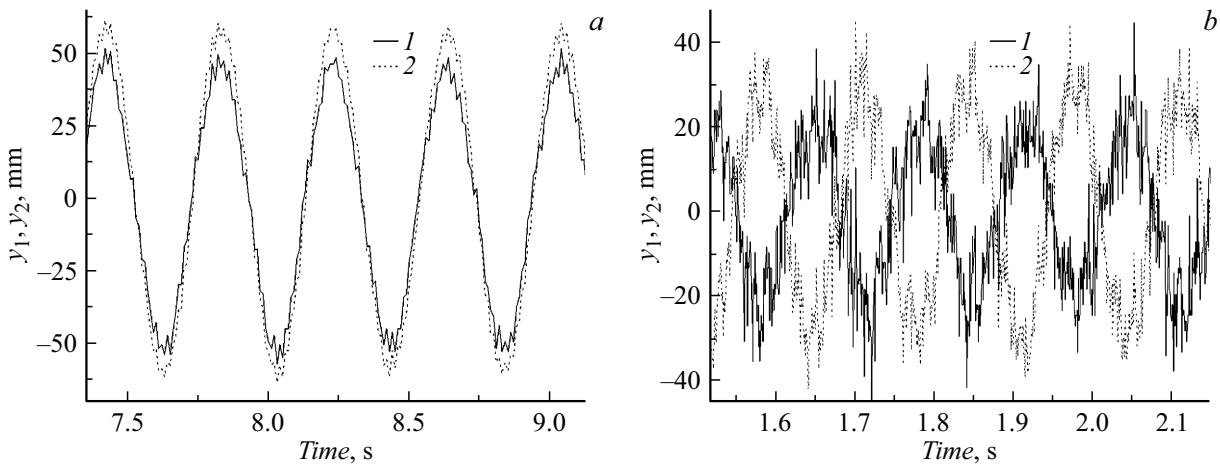


Рис. 2. Перемещение двух точек на модели от времени: 1 — передняя точка, 2 — задняя точка.

Частоты колебаний вращательных и поступательных колебаний не зависят от скорости набегающего потока и определяются упругостью пружин, приведенной массой модели и моментом инерции модели.

Мы предполагаем, что зависимости  $y_j$  ( $j = 1, 2$ ) от времени представляют собой суммы гармонических функций, постоянной величины  $D_j$  и погрешностей  $\xi$ , которые являются случайной величиной:

$$y_{ji} = B_j \cos \omega t_i + C_j \sin \omega t_i + D_j + \xi_{ji}, \quad (1)$$

где  $i = 1, 2, \dots, n$  — номер отсчета. Предполагаем также, что дисперсия случайной величины  $\xi_{ji}$  не зависит от  $i$ . Тогда коэффициенты  $B_j$ ,  $C_j$  и  $D_j$  в уравнении (1) можно определить методом наименьших квадратов, минимизируя сумму квадратов погрешностей  $\sum_{i=1}^n \xi_{ji}^2$ . Частота колебаний определялась либо с помощью преобразования Фурье, либо подсчитыванием числа периодов колебаний в известном промежутке времени. Для колебаний с установившейся амплитудой объем выборки  $n$  охватывал несколько периодов колебаний. Когда анализировались затухающие колебания, число элементов в выборке  $n$  соответствовало числу отсчетов в одном периоде колебаний. Амплитуды колебаний точек крепления тяг  $a_j$  и сдвиг фаз колебаний  $\varphi$  выражаются формулами

$$a_j = \sqrt{B_j^2 + C_j^2}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{C_1 B_2 - C_2 B_1}{B_1 B_2 + C_1 C_2}. \quad (2)$$

Все измерения повторялись не менее пяти раз, что дало возможность оценить случайную составляющую погрешности эксперимента. Амплитуда поступательных колебаний центра масс призм вдоль вертикальной оси  $\rho_y$  и вращательных колебаний  $\rho_\theta$  определялась по фор-

мулам

$$\rho_y = \frac{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \varphi}}{2},$$

$$\rho_\theta = \frac{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos \varphi}}{l}. \quad (3)$$

Безразмерные амплитуды поступательных колебаний  $\rho_y$  получались из размерных умножением на угловую частоту и делением на скорость воздушного потока:  $\rho_y = \rho_y \omega / v$ . Обезразмеренная таким образом амплитуда поступательных колебаний равна амплитуде колебаний мгновенного угла атаки.

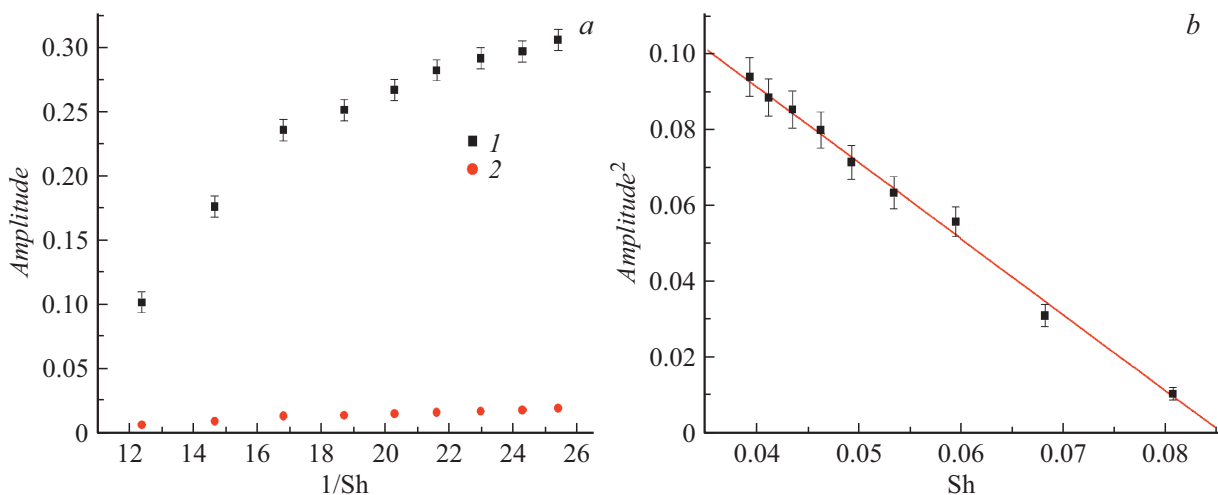
## 2. Результаты экспериментов

Три призматических тела колебались в потоке в разных режимах. Эксперименты проводились в диапазоне чисел Рейнольдса, определенных по ширине призм  $W$ ,  $2.5 \cdot 10^4 < \text{Re} < 1.2 \cdot 10^5$ . Число Скрутона  $\text{Sc} = 2m / (\rho W^2) \delta$ , где  $m$  — масса единицы длины призмы,  $\rho$  — плотность воздуха,  $\delta$  — логарифмический декремент колебаний, находилось в диапазоне  $10 < \text{Sc} < 11$ . У всех упруго закрепленных призм собственная частота вращательных колебаний была выше собственной частоты поступательных колебаний. Собственные частоты  $f$  поступательных и вращательных колебаний приведены в таблице.

Призма с самым малым соотношением сторон  $H/W = 0.22$  совершала вращательные колебания.

Собственные частоты колебаний

$H/W$	Частота $f$ , Hz	
	Поступательные колебания	Вращательные колебания
0.22	3.7	7.6
0.36	2.5	4.5
0.43	2.4	4.2



**Рис. 3.** Зависимости: *a* — амплитуды колебаний призмы с соотношением сторон 0.22 от  $1/Sh$ , *b* — квадрата амплитуды от  $Sh$ : 1 — вращательные колебания с частотой 7.6 Hz, 2 — поступательные колебания с той же частотой.

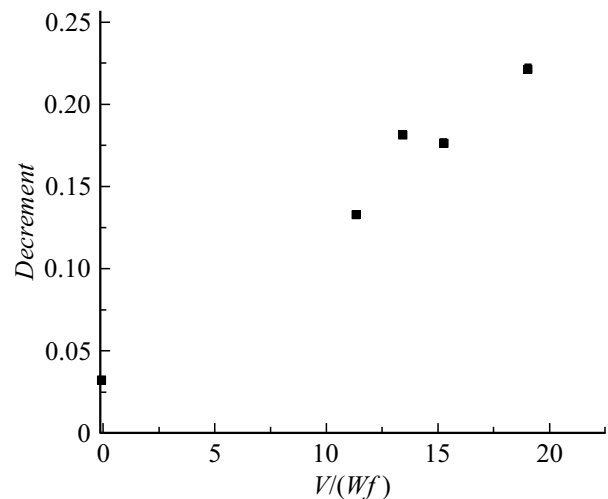
На рис. 3, *a* представлена зависимость амплитуды вращательных колебаний (в радианах) от  $1/Sh$ , где  $Sh = fW/v$  — число Струхала. Величина  $1/Sh$  представляет собой безразмерную скорость набегающего потока. На этом же рисунке нанесена зависимость безразмерной амплитуды поступательных колебаний, имеющих ту же частоту 7.6 Hz.

Для оценки частоты схода вихрей в цепочке Кармана примем, что число Струхала вихревой цепочки  $fH/v$  равно 0.13. Такое число Струхала характерно для квадратной призмы [11]. В этом случае для минимальной скорости в эксперименте 9 m/s частота схода вихрей цепочки Кармана составит 56 Hz, что намного больше частоты вращательных колебаний 7.6 Hz.

Математическая модель, предложенная ранее для вращательных колебаний некоторых плохо обтекаемых тел, таких как цилиндр малого удлинения [12] и сегмент моста [13], предсказывает, что зависимость квадрата амплитуды от числа Струхала является линейной, если скорость потока достаточно велика. Для проверки применимости этой модели такая зависимость построена на рис. 3, *b*. Точки на этом рисунке ложатся вблизи прямой.

На графиках рис. 3 приведены также 95%-ные доверительные интервалы, полученные на основе оценки разброса повторяющихся измерений.

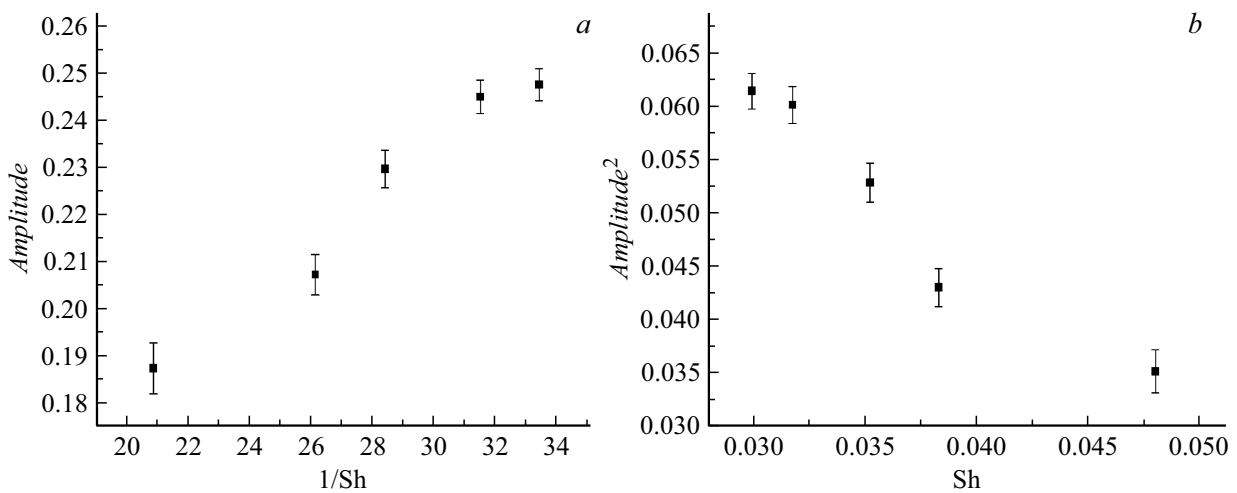
Призма может колебаться поступательно в вертикальном направлении с частотой, близкой к собственной частоте колебаний 3.7 Hz. Мы возбуждали такие колебания, смещая модель в вертикальном направлении на расстояние  $0.3-0.5W$  и отпуская. Колебания при этом являются затухающими. В течение нескольких секунд зависимость логарифма амплитуды колебаний от времени близка к линейной. На этом временном промежутке определялся наклон зависимости логарифма амплитуды от времени. Во время поступательных колебаний вращательные колебания не наблюдаются.



**Рис. 4.** Зависимость логарифмического декремента поступательных колебаний призмы с соотношением сторон  $H/W = 0.22$  от безразмерной скорости потока.

На рис. 4 приводится зависимость логарифмического декремента колебаний от безразмерной скорости набегающего потока. Оказалось, что воздушный поток ускоряет процесс затухания. Точка, соответствующая скорости потока  $v = 0$ , получена с выключенным вентилятором аэродинамической трубы.

В отличие от призмы с малым соотношением сторон  $H/W = 0.22$  призма с соотношением сторон  $H/W = 0.43$  совершает в воздушном потоке поступательные колебания. Поступательные колебания плохо обтекаемых тел в потоке часто описывают с помощью квазистационарного приближения. В рамках приближения принимается, что аэродинамические силы зависят только от мгновенного угла атаки. Тангенс угла атаки равен отношению скорости вертикального перемещения



**Рис. 5.** Зависимости: *a* — безразмерной амплитуды поступательных колебаний призмы с соотношением сторон 0.43 с частотой 2.4 Hz от  $1/Sh$ , *b* — квадрата амплитуды от числа Струхали  $Sh$ .

тела, взятой с обратным знаком, и скорости набегающего потока. Аэродинамическую нормальную силу можно определять в аэродинамической трубе на неподвижно закрепленных моделях. Зависимость коэффициента нормальной силы от угла атаки при этом во многих случаях выражают полиномом высокого порядка. В частности, для квадратной призмы хорошие результаты дает применение полинома седьмого порядка. Если в зависимости нормальной силы от угла атаки ограничиваются членом третьего порядка, математическая модель дает, что зависимость квадрата безразмерной амплитуды от обратной скорости становится линейной [11]. На рис. 5 приведены два экспериментальных графика. На графике рис. 5, *a* зависимость безразмерной амплитуды от  $1/Sh$ , график рис. 5, *b* показывает зависимость квадрата амплитуды от числа Струхали  $Sh$ . Последний график демонстрирует заметные отклонения от линейной зависимости.

Подобно тому, как вращательным колебаниям призмы с малым соотношением сторон сопутствуют поступательные колебания с малой амплитудой той же частоты, поступательным колебаниям призмы с соотношением сторон 0.43 сопутствуют малые вращательные колебания с частотой поступательных. Амплитуды этих малых колебаний на рис. 5 не обозначены.

Третье призматическое тело со средним соотношением сторон  $H/W = 0.36$  подвержено как поступательным, так и вращательным колебаниям. Причем диапазоны скоростей, в которых реализуются колебания, перекрываются. Наблюдается и совместное существование установившихся вращательных и поступательных колебаний. Налицо конкуренция двух режимов колебаний. Ранее такая конкуренция вращательных и поступательных колебаний была предсказана математической моделью, предложенной в работе [12]. В эксперименте с испытаниями модели сегмента моста ее предсказания были проверены.

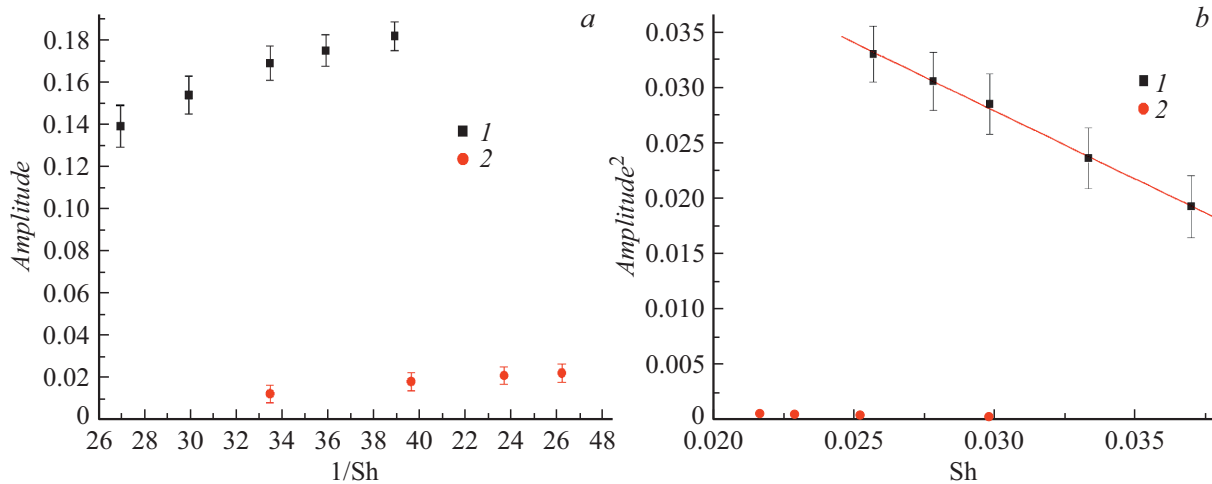
Зависимость амплитуды вращательных и поступательных колебаний от  $1/Sh$  для призматического тела с соотношением сторон 0.36 представлена на рис. 6, *a*. Число Струхали основано на частоте поступательных колебаний.

Зависимость квадрата амплитуды вращательных и поступательных колебаний от числа Струхали  $Sh$  изображена на рис. 6, *b*. Зависимость близка к линейной.

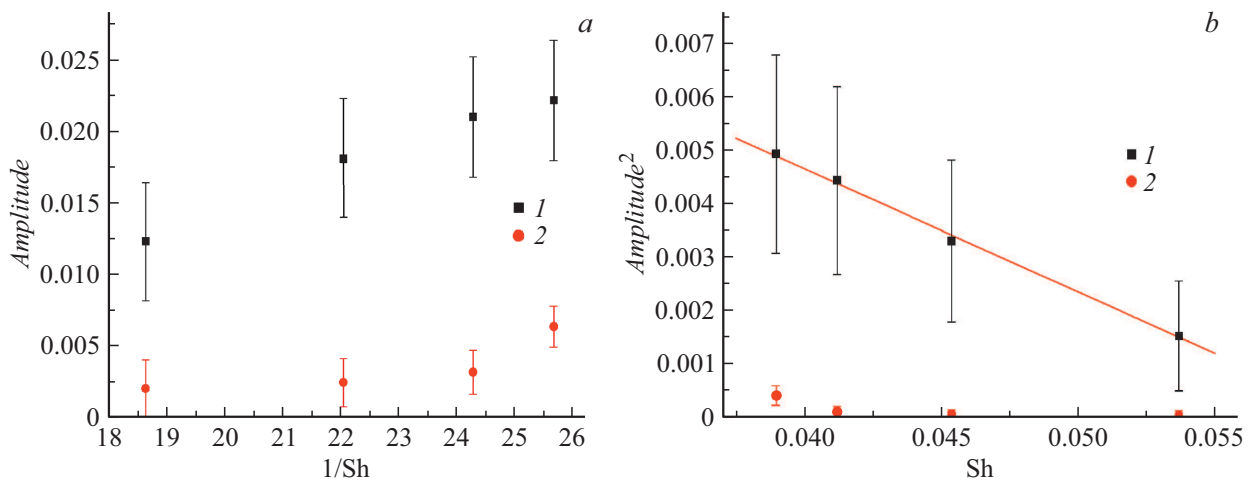
Амплитуда вращательных колебаний много меньше амплитуды безразмерных поступательных колебаний. На рис. 7, *a* в другом масштабе изображена зависимость амплитуды вращательных колебаний от  $1/Sh$ , а на рис. 7, *b* — зависимость квадрата колебаний от  $Sh$ . Оказалось, что вращательные колебания с частотой 4.5 Hz происходят на фоне поступательных колебаний с малой амплитудой. Частота поступательных колебаний близка к 2.5 Hz. Число Струхали основано на частоте вращательных колебаний.

Безразмерная амплитуда этих поступательных колебаний растет с увеличением скорости воздушного потока, причем зависимость квадрата амплитуды от обратной скорости нелинейна (рис. 7, *b*). Совместные вращательные и поступательные колебания при скорости потока 11 m/s являются еще установившимися, однако дальнейшее увеличение скорости потока ведет к резкому увеличению амплитуды поступательных колебаний. Амплитуда поступательных колебаний возрастала до таких больших значений, что эксперимент пришлось остановить.

Сменой двух режимов установившихся колебаний при скоростях потока меньших 11 m/s можно управлять, искусственно погасив колебания какого-либо типа. Например, нам удавалось погасить поступательные колебания, удерживая модель указкой, вводимой в воздушный поток. После полной остановки поступательных колебаний возникали вращательные колебания, которые предотвращали появление поступательных колебаний.



**Рис. 6.** Зависимости: *a* — амплитуды колебаний призмы с соотношением сторон 0.36 от  $1/Sh$ , *b* — квадрата амплитуды от  $Sh$ : 1 — поступательные колебания с частотой 2.5 Hz, 2 — вращательные колебания с частотой 4.5 Hz, частота опроса прибора 1250 Hz.



**Рис. 7.** Зависимости: *a* — амплитуды колебаний призмы с соотношением сторон 0.36 от  $1/Sh$ , *b* — квадрата амплитуды от  $Sh$ : 1 — вращательные колебания с частотой 4.5 Hz, 2 — поступательные колебания с частотой 2.5 Hz, частота опроса прибора 1250 Hz.

## Заключение

Для трех призм с концевыми шайбами, отличающихся соотношением сторон прямоугольного поперечного сечения, упруго закрепленных в воздушном потоке, наблюдаются различные режимы колебаний с установившейся амплитудой. Большие грани призм в равновесном положении ориентированы вдоль вектора скорости набегающего потока. Для призм с малым отношением высоты к ширине наблюдаются вращательные колебания. Амплитуда вращательных колебаний растет с увеличением скорости набегающего потока. Зависимость квадрата амплитуды вращательных колебаний от числа Струхалия близка к линейной зависимости. При попытке вызвать поступательные колебания происходит их затухание, причем логарифмический декремент колебаний растет с увеличением скорости набегающего потока. Призма

с большим отношением высоты к ширине колеблется только поступательно. Зависимость квадрата амплитуды поступательных колебаний от числа Струхалия заметно отличается от линейной зависимости. Призма со средним соотношением сторон прямоугольного поперечного сечения может колебаться в разных режимах, причем интервалы скоростей разных режимов колебаний пересекаются. Реализуются поступательные колебания, которые сопровождаются вращательными колебаниями той же частоты с малой амплитудой, и вращательные колебания на фоне поступательных колебаний с малой амплитудой. В последнем случае частоты поступательных и вращательных колебаний различны.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] G.V. Parkinson, N.P.H. Brooks. *J. Appl. Mech.*, **28**, 252 (1961).
- [2] G.V. Parkinson, J.D. Smith. *Quart. J. Mech Appl. Math.*, **17**, 225 (1964).
- [3] M. Novak. *ASCE J. Engin. Mech. Div.*, **95**, 115 (1969).
- [4] G. Alonso, A. Sanz-Lobera, J. Meseguer. *J. Fluids Struct.*, **33**, 243 (2012). DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2012.04.008
- [5] G. Alonso, E. Valero, J. Meseguer. *Europ. J. Mech. B. Fluids*, **28**, 328 (2009). DOI: 10.1016/j.euromechflu.2008.09.004
- [6] G. Piccardo, L. Carassale, A. Freda. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, **99**, 748 (2011). DOI: 10.1016/j.jweia.2011.03.009
- [7] Дж.М.Т. Томпсон. *Неустойчивости и катастрофы в науке и технике* (Мир, М., 1985) [Пер. с англ. J.M.T. Thompson *Instabilities and Catastrophes in Science and Engineering* (John Wiley & Sons, NY., 1982)]
- [8] R.D. Blevins, W.D. Iwan. *J. Appl. Mech.*, **41**, 1113 (1974).
- [9] Y.M. Desai, A.H. Shah, N. Popplewell. *J. Eng. Mech.*, **116** (12), 2583 (1990).
- [10] М.А. Ковалев. *Уч. зап. Ленингр. ун-та*, **7**, 61 (1939).
- [11] С.Д. Саленко, А.Д. Обуховский, Ю.А. Гостеев, Ю.В. Телкова. *Теплофизика и аэромеханика*, **17**, 313 (2010). [Пер. на англ. S.D. Salenko, A.D. Obukhovsky, Y.A. Gosteev, Y.A. Telkova. *Thermophys. Aeromech.*, **17**, 291 (2010). DOI: 10.1134/S0869864310020149].
- [12] А.Н. Рябинин, Н.А. Киселев. *Вестн. СПб ун-та. Сер. 1*, **3** (2), 315 (2016). DOI: 10.21638/11701/spbu01.2016.216
- [13] А.Н. Рябинин, Р.В. Шмигирилов. *ЖТФ*, **91** (5), 758 (2021). DOI: 10.21883/JTF.2021.05.50686.335-20 [A.N. Ryabinin, R.V. Shmigirilov. *Techn. Phys.*, **66** (6), 787 (2021). DOI: 10.1134/S1063784221050200]