

Электронный транспорт в униполярных гетероструктурных транзисторах с квантовыми точками в сильных электрических полях

© В.Г. Мокеров[¶], Ю.К. Пожела^{*¶}, Ю.В. Федоров

Институт СВЧ полупроводниковой электроники Российской академии наук,
117105 Москва, Россия

* Институт физики полупроводников,
26000 Вильнюс, Литва

(Получена 25 ноября 2002 г. Принята к печати 23 декабря 2002 г.)

Представлена модель для объяснения особенностей электронного транспорта в сильных электрических полях в униполярном гетероструктурном транзисторе с квантовыми точками (AlGaAs/GaAs/InAs/GaAs/InAs). Показано, что двухступенчатая форма выходной вольт-амперной характеристики $I_D(V_D)$ и аномальная зависимость тока стока I_D от напряжения на затворе V_G обусловлены ионизацией квантовых точек в сильном электрическом поле вблизи стокового края затвора. Ионизация квантовых точек зарождается при напряжении стока V_D , превышающем значение V_{D1} , при котором зависимость $I_D(V_D)$ выходит на насыщение (первая ступенька вольт-амперной характеристики). При последующем увеличении V_D , т.е. при $V_D > V_{D1}$, зависимость $I_D(V_D)$ за счет ионизации квантовых точек снова испытывает крутой подъем и затем при $V_D = V_{D2} > V_{D1}$ ток I_D вторично выходит на насыщение (вторая ступенька на характеристике). Этот эффект предлагается использовать для определения заселенности квантовых точек электронами. Представленная модель также описывает наблюдаемое в эксперименте двукратное изменение знака крутизны $g_m = dI_D/dV_G$ как функции V_G .

1. Введение

Как впервые показано в работах [1–3], в гетероструктурном униполярном транзисторе с квантовыми точками (КТ) зависимости тока стока I_D от напряжения на стоке V_D и на затворе V_G принципиально отличаются от характеристик обычного транзистора. Во-первых, зависимость $I_D(V_D)$ имеет не одну, а две ступеньки с насыщением тока, и, во-вторых, отрицательное смещение V_G не запирает, а открывает электронный канал транзистора. В настоящей статье предложена расчетная модель, объясняющая необычные характеристики транзисторов с КТ, представленные в работах [1–3].

2. Структура транзистора с квантовыми точками

Исследованный авторами [1–3] транзистор с КТ имеет в основе гетероструктуру AlGaAs/GaAs/InAs/GaAs/InAs с модулированным легированием, в которых квантовые точки InAs с нуль-мерными электронами встраиваются в квантовую яму GaAs с двумерным электронным газом. Согласно работам [4–10], в гетеросистеме InAs/GaAs квантовые точки по форме напоминают линзы. В работах [1–3] их диаметр составлял $D_T = 40$ нм, а высота $h = 5$ нм.

Представим себе канал транзистора, состоящий из проводящей части — квантовой ямы (КЯ) и множества непроводящих КТ с захваченными ими и соответственно не участвующими в проводимости электронами. Таким

образом, индуцированные в канал электроны распределяются между КЯ и КТ, и это распределение определяет проводимость канала.

3. Заселенность квантовых точек в канале транзистора

В обычной КЯ, т.е. без КТ, в равновесных условиях в результате модулированного легирования создается n_{s0} носителей. При введении в эту квантовую яму КТ плотностью N_T часть носителей n_d оказывается захваченной на уровень E_D в КТ, уменьшая на эту величину число свободных носителей n_{w0} в КЯ. В результате

$$n_{s0} = n_{w0} + n_d. \quad (1)$$

Концентрация двумерных носителей в КЯ в подзоне E_w есть

$$\begin{aligned} n_{w0} &= \int_{E_w}^{\infty} D f_F(E - E_F) dE \\ &= DkT \ln \left(1 + \exp \frac{E_F - E_w}{kT} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

или, при $E_F - E_w > kT$,

$$n_{w0} = D(E_F - E_w), \quad (3)$$

где $f_F(E - E_F)$ — функция распределения Ферми–Дирака, $D = m/\pi\hbar^2$ — плотность двумерных электронных состояний в КЯ. В GaAs $D = 2.8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2} \cdot \text{эВ}^{-1}$. Кон-

[¶] E-mail: mok@mail.cplire.ru
Факс: (7-095) 9358872

^{¶¶} E-mail: pozela@uj.pfi.lt
Факс: (370-5) 2627123

центрация носителей в КТ на уровне E_D равна

$$n_d = \int_{E_D}^{\infty} \delta(E - E_D) N_D f_F(E - E_F) dE$$

$$= \frac{N_D}{1 + \exp[(E_D - E_F)/kT]}, \quad (4)$$

где $\delta(E - E_D)$ — δ -функция, $N_D \approx N_T M$, M — фактор заполнения КТ электронами, оцениваемый как 1–3 электрона. Из (1), (3) и (4) следует, что, изменяя каким-либо образом общую концентрацию носителей в КЯ n_{s0} , мы изменяем положение уровня Ферми и тем самым число захваченных в КТ носителей, которые не участвуют в проводимости.

В таких КТ энергия захвата электронов, определяемая высотой h (т.е. узкой частью) КТ, представляет собой полосу из близко расположенных уровней, обусловленных квантованием в широкой части, т.е. ее протяженностью вдоль плоскости слоев D_T . Разброс высот h КТ приводит к дополнительному уширению уровня захвата электронов в исследуемом ансамбле КТ. Обычно (см., например, [8]) это уширение составляет ~ 50 мэВ и имеет гауссову форму. Энергия основного оптического перехода E_0 в КТ составляет величину ~ 1 эВ. Глубина залегания электронного уровня в КТ составляет 0.27 эВ, дырочного ~ 0.07 эВ [6]. Наблюдаемая концентрация КТ находится в диапазоне $(3-10) \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Существенно отметить, что в нашем случае квантовая точка InAs располагается не в трехмерной матрице GaAs (как в цитированных выше работах), а в двумерной КЯ GaAs. Таким образом, канал исследуемого нами транзистора можно представить состоящим из двух частей. Одна из них, проводящая часть, представлена НЕМТ — квантовой ямой, а вторая, непроводящая часть — квантовыми точками.

Для простоты будем учитывать только одну двумерную подзону в КЯ E_W и один уровень в КТ E_D (учет большего их числа не представляется затруднительным). Полагаем в рассматриваемой нами структуре уровень модулированного легирования таким, что в тепловом равновесии уровень E_D КТ заполнен, т.е. $E_F > E_D$.

Число носителей в точке x вдоль канала НЕМТ при напряжении на затворе V_G и стоке V_D (относительно истока) есть

$$n_s(x) = \frac{C}{e} [V_g - \varphi(x)]. \quad (5)$$

Здесь C — емкость затвора, $\varphi(x)$ — потенциал вдоль канала, создаваемый током стока I_D , $V_g = V_G + V_T$; V_T — пороговое напряжение транзистора, определяемое концентрацией n_{s0} электронов в канале и на КТ при $V_G = V_D = 0$, т.е.

$$\frac{C}{e} V_T = n_{s0}. \quad (6)$$

Регулируя число носителей в канале НЕМТ с помощью напряжений затвора и стока, мы регулируем энергию уровня Ферми и тем самым — заполнение КТ электронами.

4. Ток стока в полевом транзисторе с квантовыми точками

При росте напряжения на стоке V_D растет электрическое поле F в канале. При достаточно высоком поле F в канале может возникнуть ионизация КТ. Освобождение электронов из КТ будет увеличивать их концентрацию в КЯ и соответственно проводимость канала и ток I_D .

Известные физические механизмы ионизации электронов из КТ (туннельная или ударная ионизации) приводят к очень крутой зависимости скорости ионизации от напряженности поля F выше его критической величины F_k . Это позволяет предположить, что как только поле F в некоторой точке x_k канала превысит критическое значение, т.е.

$$\left. \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} \right|_{x_k} \geq F_k,$$

в области $x > x_k$ произойдет полная ионизация КТ.

Если поле, создаваемое током стока в канале, мало, т.е. $\partial \varphi / \partial x < F_k$, ионизация КТ нигде в канале не происходит, и концентрация электронов проводимости в канале будет равна

$$n_w(x) = \frac{C}{e} [V_g - \varphi(x)] - n_d, \quad x < x_k. \quad (7)$$

С другой стороны, если поле F от тока стока достаточно велико и создаются условия для ионизации КТ, то концентрация электронов проводимости в области канала при $x > x_k$ возрастет на величину n_d :

$$n_w(x) = \frac{C}{e} [V_g - \varphi(x)] \quad \text{при} \quad \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x \geq x_k} \geq F_k, \quad x \geq x_k. \quad (8)$$

Ток стока (см., например, [11]) равен

$$I_D = \frac{d}{L} \int_0^{V_D} \sigma_w(x) d\varphi(x), \quad (9)$$

где d — ширина и L — длина канала от истока до стока, равная длине затвора, $\sigma_w = e\mu n_w(x)$, μ — подвижность, n_w — концентрация не захваченных при $x < x_k$ электронов.

Ток стока (9) с учетом (7), (8) равен

$$I_D = \frac{e\mu d}{L} \left\{ \int_0^{\varphi(x_k)} \left[\frac{C}{e} (V_g - \varphi(x)) - n_d \right] d\varphi + \int_{\varphi(x_k)}^{V_D} \frac{C}{e} (V_g - \varphi(x)) d\varphi \right\}, \quad (10)$$

где $\varphi(x_k)$ — потенциал от тока стока в точке x_k , в которой

$$\left. \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} \right|_{x_k} = F_k.$$

При $V_D \leq \varphi(x_k)$ (или $L < x_k$) по всей длине канала электроны, связанные с КТ, в проводимости не участвуют, и ток стока равен

$$I_D = \frac{e\mu d}{L} \left\{ \frac{C}{e} \left(V_g V_D - \frac{V_D^2}{2} \right) - n_d V_D \right\}, \quad L < x_k. \quad (11)$$

С учетом равенства $(C/e)V_T = n_{w0} + n_d$ уравнение (11) записывается в виде

$$I_D = \frac{e\mu d}{L} \frac{C}{e} \left\{ \left(V_G + \frac{e}{C} n_{w0} \right) V_D - \frac{V_D^2}{2} \right\}, \quad L < x_k. \quad (12)$$

Вольт-амперная характеристика транзистора при отсутствии ионизации электронов из квантовых точек отличается от ВАХ обычного транзистора без КТ только меньшим числом участвующих в проводимости канала электронов.

При $\varphi(x_k) \leq V_D$ (или $x_k \leq L$), согласно (10), ток стока равен

$$I_D = \frac{e\mu d}{L} \left\{ \frac{C}{e} \left(V_g V_D - \frac{V_D^2}{2} \right) - n_d \varphi(x_k) \right\}, \quad x_k < L. \quad (13)$$

Наиболее высокие поля, достаточные для ионизации в канале полевого транзистора, формируются в обедненной электронами области под затвором вблизи стокового контакта. Наибольшее обеднение достигается при $V_D = V_G + (e/C)n_{w0}$, когда имеет место насыщение тока канала — см. (12). Поэтому в качестве условия начала ионизации КТ на стоковом конце канала, $x_k = L$, примем напряжение стока V_{D1} :

$$\varphi(x_k = L) = V_{D1} = V_g - \frac{e}{C} n_d. \quad (14)$$

При $V_d \geq V_{D1}$ ионизация КТ резко изменяет зависимость I_D от V_D . На рис. 1 показано семейство зависимостей $I_D(V_D)$ при различных V_G в предположении, что $\varphi(x_k)$, в соответствии с (14), не меняется с ростом V_D . При расчетах $I_D(V_D)$ принято $C/e = 10^{10} \text{ см}^{-2} \cdot \text{В}^{-1}$, $\mu = 2.8 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, $n_{s0} = 10^{11} \text{ см}^{-2}$, $V_T = 10 \text{ В}$, $d/L = 1.0$, $n_d = 7 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ и, следовательно, $\varphi(x_k = L) = V_G + 3 \text{ В}$.

Сравнение рассчитанных $I_D(V_D)$ с экспериментально наблюдаемыми ВАХ, представленными на рис. 2, показывает, что расчет отражает следующие три характерные особенности ВАХ транзистора с КТ, наблюдаемые экспериментально.

Во-первых, в отличие от обычного полевого транзистора, вместо одной ступеньки наблюдаются две ступеньки на ВАХ. Первая ступенька соответствует току I_D при захвате части электронов в КТ, а вторая — освобождению этих электронов из КТ.

Во-вторых, величина V_{D1} изменяется при изменении напряжения на затворе V_G на величину этого изменения. Это соответствует экспериментально наблюдаемому смещению излома ВАХ с ростом отрицательного V_G и аномальному увеличению I_D при запираании канала с ростом отрицательного V_G (рис. 1, 2).

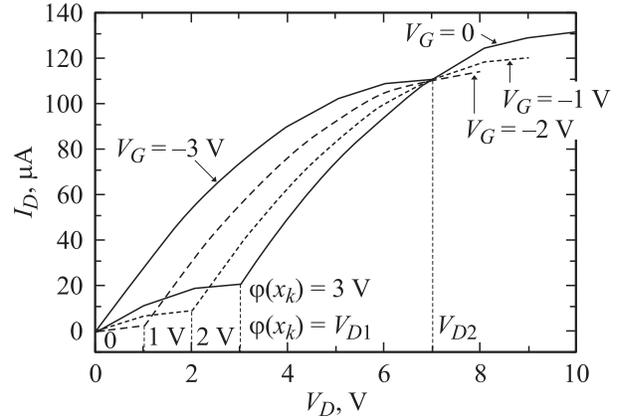


Рис. 1. Рассчитанные зависимости $I_D(V_D)$ транзистора с КТ при различных напряжениях затвора V_G .

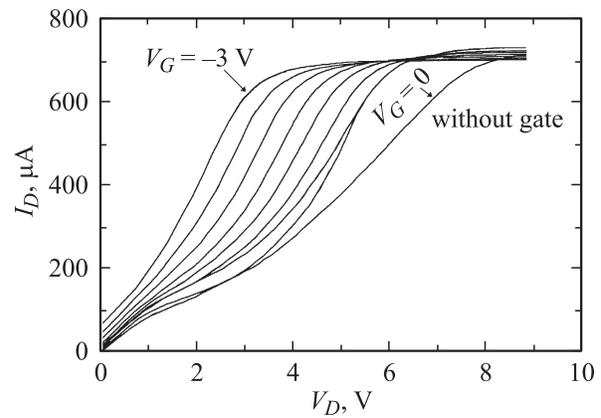


Рис. 2. Экспериментальные зависимости $I_D(V_D)$ транзистора с КТ при различных напряжениях затвора V_G . Шаг изменения V_G равен -0.5 В .

В-третьих, в области второй ступеньки ВАХ, соответствующие различным V_G , пересекаются в одной фиксированной точке, $V_D = V_{D2}$.

Из уравнения (13) следует, что $I_D(V_D)$ не зависит от напряжения на затворе V_G в точке $V_D = V_{D2}$ и имеет вид

$$I_{D2}(V_{D2}) = \frac{\mu C d}{2L} V_{D2}^2 \quad \text{при} \quad V_{D2} = \frac{e}{C} n_d. \quad (15)$$

На рис. 1 $V_{D2} = 7 \text{ В}$.

Это позволяет экспериментально определять степень заполнения КТ n_d в двумерных структурах с КТ путем измерения V_{D2} или I_{D2}/V_{D2} :

$$\frac{I_{D2}}{V_{D2}} = \frac{e\mu d}{2L} n_d. \quad (16)$$

Экспериментальные ВАХ транзистора с КТ (рис. 2) дают $V_{D2} = 6 \text{ В}$, что при $C/e = 10^{10} \text{ В}^{-1}$ означает $n_d = 6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$.

В отсутствие затвора ($V_G = 0$, $V_g = V_T$) ток в канале структуры имеет вид

$$I_{D0} = \frac{e\mu d}{L} \left\{ \frac{C}{e} \left(V_T V_D - \frac{V_D^2}{2} \right) - n_d V_D \right\}$$

при $V_D < V_{D10} = V_T - \frac{e}{C} n_d$, (17)

$$I_{D0S} = \frac{e\mu d}{L} \left\{ \frac{C}{e} \left(V_T V_D - \frac{V_D^2}{2} \right) - n_d V_{D10} \right\}$$

при $V_D > V_{D10}$. (18)

В структурах без затвора по первому излому ВАХ, в точке начала ионизации КТ, $V_D = V_{D10}$, и по второму излому при переходе к насыщению, V_{D20} , также можно определить заполнение КТ:

$$V_{D10} = V_T - \frac{e}{C} n_d, \quad V_{D20} = \frac{e}{C} n_d. \quad (19)$$

Заметим, что величины V_T и C , определяющие величину заряда, индуцированного в канале и захваченного на КТ, зависят от структуры и проводимости поверхностного слоя над каналом. В структуре без затвора, т.е. с открытой поверхностью, экспериментально наблюдалось значительное изменение зависимости $I_D(V_D)$ при сравнении поверхностного слоя [1].

Экспериментально наблюдаемые ВАХ транзистора (рис. 2) отличаются от рассчитанных при малых V_D , $V_D < V_{D1}$ (рис. 1). Существенным является то, что ток I_D экспериментально наблюдается и при $V_D = 0$, если $V_G \neq 0$. Это свидетельствует о наличии проводящего слоя, параллельного каналу между истоком и стоком. Металлический затвор шунтирует этот слой под затвором, и приложенные к слою напряжения V_G и V_D концентрируются на отрезках затвор–исток и затвор–сток. Концентрация напряжения на этих отрезках слоя может обуславливать ионизацию КТ в канале транзистора. Параллельный ток по проводящему слою суммируется с током по каналу. Понятно, что параллельный ток не равен нулю при $V_D = 0$, как это и наблюдается экспериментально.

Наличие проводящего слоя, параллельного каналу, естественно, изменяет ток и через гетероструктуру без затвора. Такой слой изменяет не только распределение потенциала вдоль канала, но и величины V_T , n_d . Экспериментально наблюдалось, что сравнение этого слоя восстанавливает транзисторную характеристику канала гетероструктуры без затвора.

5. Коэффициент усиления полевого транзистора с квантовыми точками

Коэффициент усиления в отсутствие эффекта ионизации КТ ($V_D < V_{D1}$) есть

$$g_m = \frac{dI_D}{dV_g} \frac{1}{d} = \frac{e\mu}{L} \frac{C}{e} V_D \quad (20)$$

при $V_D < V_g$ и

$$g_{mS} = \frac{e\mu}{L} \left(\frac{C}{e} V_g - n_d \right) \quad (21)$$

при $V_D \geq V_g$ (в области насыщения тока). Выражение для коэффициента усиления g_m при $V_D < V_{D1}$ совпадает с выражением для g_m обычного транзистора. При ионизации КТ ($V_D > V_{D1}$) коэффициент усиления, согласно (13), при $V_D < V_g$ описывается выражением

$$g_m = \frac{e\mu}{L} \left(\frac{C}{e} V_D - \frac{dn_d \varphi(x_k)}{dV_g} \right), \quad (22)$$

и в области насыщения I_D , при $V_D \geq V_g$,

$$g_{mS} = \frac{e\mu}{L} \left(\frac{C}{e} V_g - \frac{dn_d \varphi(x_k)}{dV_g} \right). \quad (23)$$

При n_d , не зависящем от V_g и $\varphi(x_k)$, определяемым уравнением (14), $dn_d \varphi(x_k)/dV_g = n_d$. Тогда при $V_D = V_{D2}$ (15), как уже отмечалось, $g_m = 0$.

При $V_D \geq V_{D1}$ коэффициент $g_m < 0$, если число свободных электронов в канале меньше числа захваченных на КТ электронов, т.е. $n_w < n_d$. При $n_d > 2CV_D/e$ крутизна транзистора с КТ превышает крутизну обычного транзистора.

Заметим, что g_m с ростом V_D дважды меняет знак: при $V_D < V_{D1}$ и $V_D > V_{D2}$ коэффициент g_m — положительный, а при $V_{D1} < V_D < V_{D2}$ — отрицательный. Это расширяет функциональные возможности использования полевого транзистора с КТ.

Крутизна транзистора с КТ может быть значительно увеличена путем регулирования напряжением на затворе величины n_d и увеличения второго (отрицательного) члена в равенстве (23) за счет $dn_d/dV_g \neq 0$.

В обедненной носителями области канала может происходить „ионизация“ (изменение заполнения) КТ за счет понижения уровня Ферми E_F относительно уровня E_D в КТ (см. разд. 3) при изменении напряжения на затворе V_g . Это обеспечивает $dn_d/dV_g \neq 0$ и рост коэффициента усиления транзистора с КТ.

6. Заключение

Представлена расчетная модель, объясняющая экспериментально наблюдаемые особенности характеристик высокополевого электронного транспорта в униполярном гетероструктурном транзисторе с КТ, включающие двухступенчатую форму выходной ВАХ и аномальную зависимость тока стока I_D от напряжения на затворе V_G . Показано, что эти особенности обусловлены эффектом ионизации КТ в сильном электрическом поле вблизи стокового края затвора. Ионизация КТ зарождается при напряжении стока V_D , превышающем некоторое значение $V_{D1} = V_g - (e/C)n_d$, при котором зависимость $I_D(V_D)$ начинает насыщаться (первая ступенька на зависимости I_D от V_D). При дальнейшем увеличении

напряжения стока, при $V_D > V_{D1}$, зависимость $I_D(V_D)$ за счет эффекта ионизации КТ снова испытывает крутой подъем, после которого опять выходит на насыщение при $V_D = V_{D2} > V_{D1}$, где $V_{D2} = (e/C)n_d$ (вторая ступенька на выходной ВАХ). Этот эффект предложено использовать для определения заселенности КТ электронами (путем измерения V_{D2} или I_D/V_{D2}). Представленная модель также описывает экспериментально наблюдаемое двукратное изменение знака крутизны транзистора $g_m = dI_D/dV_G$ как функции V_G . Показано, что если концентрация электронов, захваченных квантовыми точками, n_d более чем вдвое превышает концентрацию двумерных электронов в канале, то крутизна транзистора с КТ может превышать крутизну транзистора без КТ. При этом заселенность КТ легко регулируется посредством изменения общей концентрации электронов в канале.

Список литературы

- [1] V.G. Mokerov, Yu.V. Fedorov, L.E. Velikowski, M.Yu. Scherbakova. Proc. 9th Int. Symp. *Nanostructures: Physics and Technology* (St. Petersburg, 2001) (Ioffe Institute, 2001) p. 453.
- [2] В.Г. Мокеров, Ю.В. Федоров, Л.Э. Велиховский, М.Ю. Щербакова. Доклады Академии наук. Физика, **375**, 754 (2000).
- [3] V.G. Mokerov, Yu.V. Fedorov, L.E. Velikovskii, M.Yu. Scherbakova. *Nanotechnology*, **12**, 552 (2001).
- [4] D. Bimberg, M. Grundmann, N.N. Ledentsov. *Quantum Dot Heterostructures* (N.Y., John Wiley & Sons, 1999) p. 122.
- [5] L. Jacak, P. Hawrylak, A. Wojs. *Quantum Dots* (Berlin, Springer Verlag, 1998).
- [6] P.N. Brounkov, N.N. Faleev, Yu.G. Musikhin, A.A. Suvorova, V.M. Ustinov, A.E. Zhukov, A.Yu. Egorov, V.M. Maximov, A.F. Tsatsul'nikov, P.S. Kop'ev, S.G. Konnikov. Proc. 23rd Int. Conf. *Physics of Semiconductors* (Berlin, 1996) (Singapore, World Scientific, 1996) p. 1361.
- [7] П.Н. Брунков, С.Г. Конников, В.М. Устинов, А.Е. Жуков, А.Ю. Егоров, И.В. Максимов, Н.Н. Леденцов, И.С. Копьев. ФТП, **30**, 924 (1996).
- [8] И.А. Карпович, А.П. Горшков, С.Б. Левичев, С.Б. Морозов, Б.Н. Звонков, Д.О. Филатов. ФТП, **35**, 564 (2001).
- [9] C. Lingk, W. Hefner, G. von Plessen, J. Feldmann, K. Stock, M.W. Feise, D.S. Citrin, H. Lipsanen, M. Sopanen, R. Virkkala, J. Tulkki, J. Ahopelto. Phys. Rev. B, **62**, 13 588 (2000).
- [10] A. Patane, A. Polimeni, L. Eaves, P.C. Main, M. Henini, A.E. Belyaev, Yu.V. Dubrovskii, P.N. Brounkov, E.E. Vdovin, Yu.N. Khanin, G. Hill. Phys. Rev. B, **62**, 13 595 (2000).
- [11] В.А. Гергель, В.Г. Мокеров, М.В. Тимофеев, Ю.В. Федоров. ФТП, **34**, 239 (2000).

Редактор Л.В. Шаронова

High field electron transport in the unipolar heterostructure quantum dot transistors

V.G. Mokerov, Yu.K. Pozela*, Yu.V. Fedorov

Institute of Ultra High Frequency Semiconductor Electronics, Russian Academy of Sciences, 117105 Moscow, Russia

*Semiconductor Physics Institute, 26000 Vilnius, Lithuania

Abstract A theoretical model for explanation of experimental characteristics of the high field electron transport in the unipolar quantum dot (QD) AlGaAs/GaAs/InAs/GaAs/InAs-heterostructure transistor is presented. Both the unusual two steps (drain current)–(drain voltage) characteristics $I_D(V_D)$ and the anomalous (drain current)–(gate voltage) dependence are $I_D(V_G)$ shown to be caused by the ionization of QD's in the high electric field at the drain edge of the gate. QD ionization occurs at the drain voltage V_D -values, higher than V_{D1} , at which I_D – V_D -curve comes out on the saturation (the first step in I – V -curve). At $V_D > V_{D1}$ I_D -current, due to the ionization of QD's, rises again, and at $V_{D2} > V_{D1}$ it comes out for the second time on the saturation (2nd step in I_D – V_D -curve). This effect can be used for the calculation of the electron population of QD's. The model also describes the double change of the sign of the transconductance $g_m = dI_D/dV_G$, as a function of V_G .