

10.1

Электрорезонансные волны в PT -симметричной структуре пьезоэлектриков вблизи особой точки

© Е.А. Вилков¹, О.А. Бышевский-Конопко¹, О.С. Темная², Д.В. Калябин^{2,3}, С.А. Никитов²⁻⁴¹ Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Фрязино, Московская обл., Россия² Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия³ Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Московская обл., Россия⁴ Лаборатория „Метаматериалы“, Саратовский государственный университет, Саратов Россия
E-mail: e-vilkov@yandex.ru

Поступило в Редакцию 24 июня 2022 г.

В окончательной редакции 24 июня 2022 г.

Принято к публикации 1 ноября 2022 г.

Теоретически исследованы спектральные свойства щелевых электрорезонансных волн в PT -симметричной структуре пьезоэлектриков класса симметрии 6, разделенных зазором. Установлено, что при определенном уровне потерь и усиления в пьезоэлектриках происходит пересечение симметричной и антисимметричной мод. Точка пересечения определяет особую точку PT -симметричной структуры. Показано, что зависимость амплитуды от частоты в особой точке имеет экстремально узкий резонансный пик, что открывает возможность создания сверхчувствительных датчиков на основе PT -симметричных физических структур.

Ключевые слова: PT -симметрия, пьезоэлектрик, электрорезонансные волны, щелевая структура.

DOI: 10.21883/PJTF.2022.24.54023.19291

Энергия коллективных мод электрорезонансных волн может передаваться между связанными пьезоэлектрическими волноводами [1,2]. Следовательно, можно влиять на распространение акустических волн, изменяя собственное затухание в волноводах. Частный случай, когда собственное затухание в одном волноводе компенсируется антидемпфированием в другом (уравновешенные электрорезонансные потери и усиление), представляет собой симметричную по четности систему (PT). Понятие PT -симметрии появилось в 1998 г. [3]. Концепция PT -симметрии вызвала большой интерес и получила развитие для различных физических систем в оптике [4,5] электронике [6], акустике [7] и магнетизме [8,9].

Плоские PT -симметричные пьезоэлектрические волноводы до сих пор не исследованы. Они могут представлять собой более простые структуры, состоящие из двух (или более) пьезоэлектрических диэлектрических пленок, полученных из одного и того же образца (таким образом, имеющих идентичные параметры). В настоящее время исследования дисперсионных свойств щелевых электрорезонансных волн в таких структурах без учета PT -симметрии акцентированы на выявление особенностей, связанных с учетом диэлектрических свойств материала слоя, размещенного без акустического контакта в зазоре. Наряду с этим учитывались различия пьезоэлектриков в отношении материальных параметров и кристаллографической симметрии, рассматривалось влияние поперечного размера одного из пьезоэлектриков слоистой структуры, а также оценивался вклад запаздывания электрических полей [1,2]. Кроме перечисленных аспектов в [10] в связи с запросами бурно

развивающейся мехатроники [11] обсуждалось влияние относительного продольного перемещения пьезоэлектриков класса $4mm$ ($6mm$, ∞m), разделенных предельно тонким зазором, на поведение щелевых электрорезонансных волн. В настоящей работе впервые рассмотрено распространение электрорезонансных волн в PT -симметричной структуре со щелью, образованной парой одинаковых пьезоэлектриков класса 6 (4 , $6mm$, $4mm$, ∞m).

В геометрии задачи, представленной на рис. 1, принято, что оба кристалла принадлежат к общему классу симметрии 6 с одинаковой ориентацией кристаллографических осей 6 перпендикулярно плоскости рисунка. Кроме того, для выяснения возможности проявления свойств PT -симметричности [5] в данной структуре

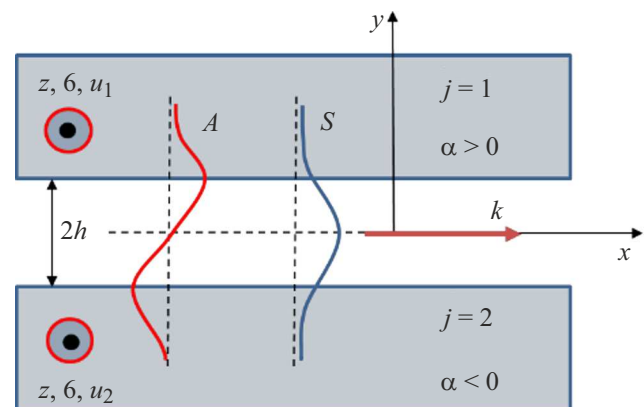


Рис. 1. Схема задачи. Буквами A , S обозначены антисимметричная и симметричная моды.

учтем, что в одном кристалле электровзвукковые волны усиливаются, а в другом затухают. Затухание и усиление учтем комплексной добавкой α к волновому числу k . Продольное волновое число (вдоль направления распространения), которое будет фигурировать в исходных уравнениях, имеет вид

$$k^{(j)} = k \pm i\alpha, \quad (1)$$

где знак „минус“ для верхнего кристалла (усиление волн) — $j = 1$, знак „плюс“ для нижнего кристалла (ослабление волн) — $j = 2$ (рис. 1), для заданной зависимости электровзвукковой волны от координаты $x \sim ik^{(j)}x$. То, что представление волнового числа в комплексном виде (1) приводит к PT -симметрии для акустической системы, легко показать, сравнивая структуру уравнения Шредингера и уравнение Гельмгольца для акустических волн [5]. Примем, что сегнетоэлектрик класса 6 (4, $6mm$, $4mm$, ∞m) имеет кристаллографическую установку, такую, что ось симметрии шестого порядка параллельна оси z , где z — ось лабораторной системы отсчета $xOyz$. Для данного типа симметрии кристалла исходные уравнения для сдвиговых волн можно представить в виде [12,13]:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= c_{44} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) + e_{1,5} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right), \\ 4\pi e_{1,5} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) &= \varepsilon \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где c_{44} — элемент тензора упругих модулей кристалла. Система (2) описывает волны горизонтальной поляризации: $\mathbf{u} \parallel z$. Добавляемые для кристаллов класса 6 к матрице пьезомодулей модули $e_{1,4} = -e_{2,5}$ не изменяют уравнений пьезоакустики [14]. Наличие этих пьезомодулей отразится в введении дополнительных членов в уравнения пьезоэффекта [14] и в конечном итоге отразится на виде сдвиговых напряжений и нормальных компонент электрической индукции, входящих в граничные условия. Уравнениям (2) можно придать вид

$$\left[\frac{1}{c_{44}^{(j)*}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right] u_j = 0, \quad \nabla^2 \Phi_j = 0. \quad (3)$$

В уравнениях (3) $c_{44}^{(j)*} = c_{44}^{(j)} + 4\pi e_{15}^{(j)2}/\varepsilon_j$, $\tilde{\nabla}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, Φ_j — часть полного потенциала φ_j в кристалле номера j , представляющего собой электрическое поле, индуцируемое с доменных границ пьезополяризационными зарядами [15].

Решение уравнений (3) ищем в виде волн, распространяющихся вдоль границ структуры $y = \pm h$. Ввиду этого примем, что u_j , Φ_j и $\Phi_0 \sim \exp[i(k^{(j)}x - \omega t)]$, где $k^{(j)}$ — волновое число, определяемое выражениями (3) и (1), ω — циклическая частота щелевой электровзвукковой волны в лабораторной системе отсчета. С учетом требования ограниченности сдвиговых смещений и потенциалов

электрических полей кристаллов на основании (1), (3) получим

$$\begin{aligned} u_1 &= U_1 \exp(i\varphi) \exp(-s_1(y-h)) \exp(\alpha x), \\ \Phi_1 &= F_1 \exp(i\varphi) \exp(-k(y-h)) \exp(\alpha x) \exp(i\alpha(y-h)), \\ u_2 &= U_2 \exp(i\varphi) \exp(s_2(y+h)) \exp(-\alpha x), \\ \Phi_2 &= F_2 \exp(i\varphi) \exp(k(y+h)) \exp(-\alpha x) \exp(i\alpha(y+h)), \\ \Phi_0 &= \exp(i\varphi) [A \exp(-\alpha x) \exp(-k(y+h)) \\ &\quad \times \exp(-i\alpha(y+h)) + B \exp(\alpha x) \\ &\quad \times \exp(k(y-h)) \exp(-i\alpha(y-h))], \\ \varphi &= kx - \omega t. \end{aligned} \quad (4)$$

Величины $s_{1,2}$ имеют смысл коэффициентов амплитудного спада сдвиговых смещений в соответствующий кристалл с удалением от его границы.

Примем, что материальные параметры сред одинаковые. Это одно из условий PT -симметричности сред. Подстановка выражений (4) в граничные условия (на нематаллизованных границах кристаллов $y = \pm h$ должны соблюдаться требования непрерывности потенциалов и нормальных составляющих D_y векторов электрической индукции, а также отсутствия сдвиговых напряжений T_{yz}) приводит к системе из шести однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд $U_{1,2}$, $F_{1,2}$, A и B . Требование разрешимости, выраженное равенством нулю детерминанта системы полученных уравнений с учетом замены $\alpha = \alpha_{coeff}k$ (где константа $\alpha_{coeff} = \alpha/k \ll 1$), дает искомое дисперсионное соотношение для щелевых электровзвукковых волн в слоистой структуре пьезоэлектриков класса 6 с вакуумной щелью.

Численный расчет дисперсионного уравнения для различных значений коэффициента α_{coeff} представлен на рис. 2. Материал, спектр которого представлен на рис. 2, это иодат лития (LiIO_3) класса симметрии 6 (ненулевая поперечная пьезоактивность) с параметрами $K^2 = 0.25$, $K_{\perp}^2 = 0.005$, $\varepsilon = 8$ [16]. Здесь величины $K_{\perp}^2 = 4\pi e_{1,4}^2/(c_{44}^*\varepsilon)$, $K^2 = 4\pi e_{1,5}^2/(c_{44}^*\varepsilon)$ представляют собой квадраты коэффициентов электромеханической связи кристаллов для поперечного и продольного пьезоэффекта соответственно. В расчете спектра для этого материала из соображений наглядности мы использовали значение параметра $K_{\perp}^2 = 0.025$, которое в 5 раз больше, чем табличное значение. В целом, эта замена несильно меняет вид спектра, но мы можем в этом случае отличить точку зарождения симметричной моды от нуля на оси волновых чисел. Штриховыми прямыми представлены линейные спектры электровзвукковой волны на металлизированной ($s = kK^2$) и нематаллизированной ($s = k(K^2 - \varepsilon K_{\perp}^2)/(1 + \varepsilon)$) границах пьезоэлектрического кристалла [14]. Тонкими штриховыми кривыми представлен спектр мод щелевых электровзвукковых волн при отсутствии затухания и усиления. Видно, что учет

затухания и усиления в соседних пьезоэлектриках приводит к тому, что чем больше значение α_{coeff} , тем круче становится ход кривой симметричной моды. Кривые симметричной и антисимметричной мод движутся навстречу друг другу, так что при определенных значениях α_{coeff} (при $\alpha_{coeff} > 10^{-6}$) происходит их пересечение. При $\alpha_{coeff} > 10^{-3}$ кривая симметричной моды становится прямой и лежит уже выше по значениям s_1 кривой антисимметричной моды. Можно предположить, что за точкой пересечения мод щелевой структуры по аналогии с оптическими и магнитными системами [14] происходит нарушение чисто симметричного (антисимметричного) распределения полей по толщине структуры. Сама точка пересечения получила в литературе название особой точки, которая для PT -симметричных структур имеет ряд интересных свойств. Существенной характеристикой исключительных точек является то, что в них вырождаются не только собственные значения, но и соответствующие собственные векторы [12]. В эрмитовых системах пространство собственных значений имеет топологию двойного конуса с точками вырождения в вершинах конусов. Напротив, в неэрмитовых системах пространство собственных значений представляет собой римановы листы с центром вблизи исключительных точек [17]. Эта уникальная характеристика позволяет создавать сверхчувствительные датчики на основе PT -симметричных физических структур [18]. Эти структуры действительно имеют поразительно узкую резонансную

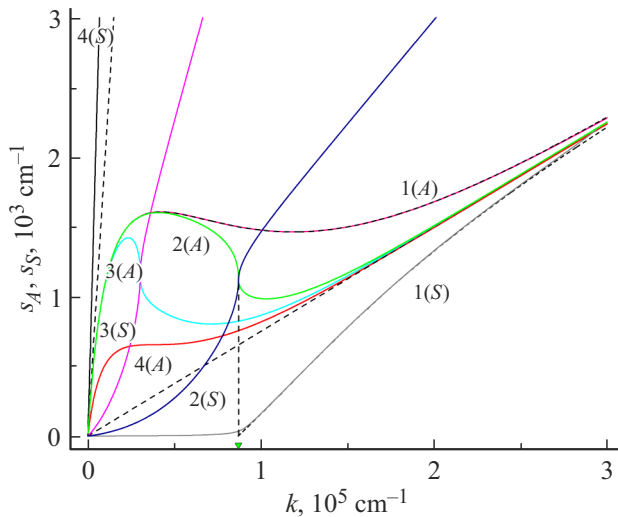


Рис. 2. Спектр мод щелевых электровзвукковых волн (одинаковые пьезокристаллы класса 6) при учете усиления и затухания. $h = 10^{-6}$ см, $K^2 = 0.25$, $K_{\perp}^2 = 0.025$, $\epsilon = 8$. Цифрами обозначены спектры симметричной (S) и антисимметричной (A) мод для различных уровней ослабления и усиления: $1(S, A) - \alpha_{coeff} = 10^{-6}$, $2(S, A) - \alpha_{coeff} = 9.62 \cdot 10^{-5}$, $3(S, A) - \alpha_{coeff} = 10^{-3}$, $4(S, A) - \alpha_{coeff} = 10^{-1}$. Значение волнового числа, отмеченное треугольником, соответствует волновому числу, которое определяет особую точку для $\alpha_{coeff} = 9.62 \cdot 10^{-5}$.

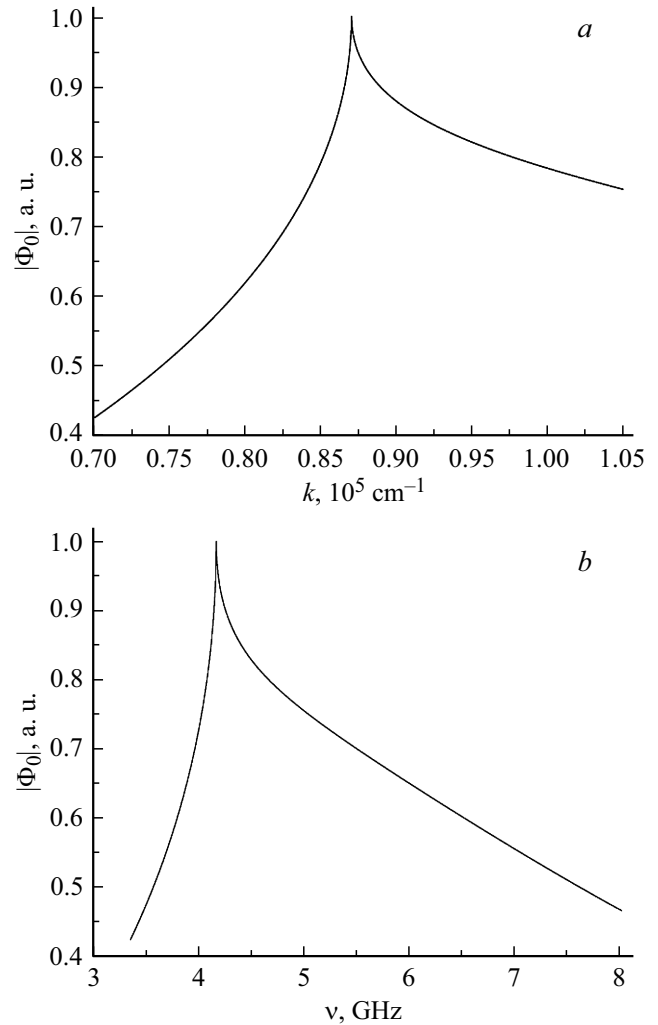


Рис. 3. Зависимости амплитуды электрического потенциала симметричной моды при $y = 0$ (середина зазора) от волнового числа (a) и частоты (b) для $\alpha_{coeff} = 9.62 \cdot 10^{-5}$.

кривую. Продемонстрируем это расчетом зависимости амплитуды от частоты.

На рис. 3, a, b показаны зависимости амплитуды электрического потенциала симметричной моды при $y = 0$ (середина зазора) от волнового числа и частоты для $\alpha_{coeff} = 9.62 \cdot 10^{-5}$. Как и ожидалось, в особой точке $k = 83\,000$ см $^{-1}$ ($\nu_R = 4.15$ GHz). Эта зависимость имеет вид узкой резонансной кривой. Резонансная ширина линии PT -симметричной структуры составляет примерно 0.35 от резонансной частоты $\nu_R = 4.15$ GHz. Как упоминалось ранее, эта характеристика особых точек позволяет создавать сверхчувствительные датчики на основе PT -симметричных физических структур [18].

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда 19-19-00607.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] X.F. Li, J.S. Yang, *Sensors Actuators A*, **132** (2), 472 (2006). DOI: 10.1016/j.sna.2006.02.041
- [2] J.S. Yang, *Math. Mech. Solids*, **11** (5), 451 (2006). DOI: 10.1177/1081286505044133
- [3] C.M. Bender, S. Boettcher, *Phys. Rev. Lett.*, **80** (24), 5243 (1998). DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.5243
- [4] R. El-Ganainy, K.G. Makris, D.N. Christodoulides, Z.H. Musslimani, *Opt. Lett.*, **32** (17), 2632 (2007). DOI: 10.1007/s10773-010-0625-6
- [5] А.А. Зябловский, А.П. Виноградов, А.А. Пухов, А.В. Дорофеев, А.А. Лисянский, *УФН*, **184** (11), 1177 (2014). DOI: 10.3367/UFNr.0184.201411b.1177 [A.A. Zyablovsky, A.P. Vinogradov, A.A. Pukhov, A.V. Dorofeenko, A.A. Lisyansky, *Phys. Usp.*, **57** (11), 1063 (2014). DOI: 10.3367/UFNe.0184.201411b.1177].
- [6] J. Schindler, Z. Lin, J.M. Lee, H. Ramezani, F.M. Ellis, T. Kottos, *J. Phys. A*, **45** (44), 444029 (2012). DOI: 10.1088/1751-8113/45/44/444029
- [7] P. Deymier, *Acoustic metamaterials and phononic crystals* (Springer, Berlin, 2013). DOI: 10.1007/978-3-642-31232-8
- [8] A. Galda, V.M. Vinokur, *Phys. Rev. B*, **94** (2), 020408(R) (2016). DOI: 10.1103/PhysRevB.94.020408
- [9] H. Liu, D. Sun, C. Zhang, M. Groesbeck, R. McLaughlin, Z.V. Vardeny, *Sci. Adv.*, **5** (11), eaax9144 (2019). DOI: 10.1126/sciadv.aax9144
- [10] И. Зеленка, *Пьезоэлектрические резонаторы на объемных и поверхностных акустических волнах* (Мир, М., 1990).
- [11] *Recent advances in mechatronics*, ed. by R. Jablonski, M. Turkowski, R. Szewczyk (Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg, 2007).
- [12] Ю.В. Гуляев, *Письма в ЖЭТФ*, **9** (1), 37 (1969). [Yu.V. Gulyaiev, *JETP Lett.*, **9** (1), 63 (1969).]
- [13] J.L. Bleustein, *Appl. Phys. Lett.*, **13** (12), 412 (1968). DOI: 10.1063/1.1652495
- [14] М.К. Балакирев, И.А. Гилинский, *Волны в пьезокристаллах* (Наука, Новосибирск, 1982).
- [15] А.С. Соснин, Б.А. Струков, *Введение в сегнетоэлектричество* (Высш. шк., М., 1970).
- [16] *Акустические кристаллы*, под ред. М.П. Шаскольской (Наука, М., 1982).
- [17] Y. Yang, H. Jia, Y. Bi, H. Zhao, J. Yang, *Phys. Rev. Appl.*, **12** (3), 034040 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.12.034040
- [18] J. Wiersig, *Photon. Res.*, **8** (9), 1457 (2020). DOI: 10.1364/ptj.396115