07

Явление самозахвата в системе экситон-поляритонов при накачке нижней поляритонной ветви двумя лазерными импульсами с близкими частотами

© О.Ф. Васильева, А.П. Зинган, В.В. Васильев

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,
Тирасполь, МД 3300, Молдова

e-mail: florina_of@mail.ru

Поступила в редакцию 18.03.2022
В окончательной редакции 20.05.2022 г.
Принята к публикации 15.09.2022 г.

Изучена динамика экситон-поляритонных состояний в полупроводниковом микрорезонаторе при накачке состояния, отвечающего нижней поляритонной ветви, с учетом одномодовых и межмодовых упругих поляритон-поляритонных взаимодействий. При этом накачка осуществляется двумя лазерными импульсами с близкими частотами. Показано, что при начальной разности фаз, равной $\theta_0 = \pi/2$, наблюдается режим квантового самозахвата экситон-поляритонов. Получены периодический и апериодический режимы эволюции системы квазичастиц.

Ключевые слова: экситон-поляритонные состояния, квантовый самозахват, периодический и апериодический режимы.

DOI: 10.21883/OS.2022.12.54089.3410-22

Введение

Экситон-поляритоны в последнее время становятся многообещающей платформой для исследования таких эффектов фундаментальной физики, как бозе-эйнштейновская конденсация [1–4], сверхтекучесть [5] и джозефсоновские осцилляции [6–8]. Свойства экситон-поляритонов предполагается использовать в различных оптических и квантовых приборах, таких как оптические транзисторы [9–11], диоды [12], интерферерометры [13], маршрутизаторы [14], ответвители [15–17], лазеры [18]. Энергоэффективный нейросетевой логический вывод с использованием экситон-поляритонов в микрорезонаторе был получен в [19].

Недавние эксперименты в экситон-поляритонных системах позволили произвести высокоточные измерения констант поляритон-поляритонного взаимодействия, которые являются ключевыми параметрами, определяющими нелинейную динамику конденсированных экситон-полярионов [20–22]. В [23] теоретически предсказан и экспериментально получен в [24] самозахват экситон-поляритонных конденсатов, который объясняется образованием нового поляроноподобного состояния. Захваченное состояние экситон-поляритонов стабилизируется за счет рассеяния экситонов в поляритонном конденсате. В [25] анализируется взаимодействие экситон-поляритонных конденсатов в полупроводниковом микрорезонаторе с акустическими фононами. Показано, что параметрическая неустойчивость в системе приводит к генерации когерентной акустической волны и дополнительных поляритонных гармоник.

В [26,27] при исследовании свойств оптического параметрического осциллятора использовались два одинаковых фотона накачки на нижней ветви поляритонного закона дисперсии. Был теоретически получен режим квантового самозахвата в динамике экситон-поляритонов в микрорезонаторах. Однако в [28,29] было показано, что два различных пучка накачки можно конвертировать в два вырожденных на частоте фотонов сигнальной и холостой мод. Наличие двух различных пучков накачки дает большие возможности для генерации сигнального и холостого пучков с наперед заданными свойствами. В [30] теоретически изучена динамика поляритонов, когда накачка осуществляется двумя лазерами с близкими частотами без учета одномодовых и межмодовых упругих поляритон-поляритонных взаимодействий. Найдены апериодические и периодические режимы превращения пары поляритонов накачки в поляритоны сигнальной и холостой мод. Получены аналитические решения системы нелинейных дифференциальных уравнений при равных константах затухания [31]. Показано, что введение двух независимых накачек приводит к увеличению степеней свободы системы.

Постановка задачи. Основные результаты

Целью настоящей работы является изучение динамики экситон-поляритонов в режиме параметрического осциллятора, когда накачка осуществляется двумя близкими по частоте импульсами при учете упругих поляритон-поляритонных взаимодействий. Мы рассматриваем ситуацию, когда поляритоны возбуждаются на нижней ветви закона дисперсии под „магическим углом" (рис. 1). В этом случае процесс параметрического рассеяния двух различных поляритонов накачки в сигнальную и холостую моды описывается гамильтонианом вида

$$\begin{aligned}H &= \hbar\omega_{p1}\hat{a}^{+}_{p1}\hat{a}_{p1} + \hbar\omega_{p2}\hat{a}^{+}_{p2}\hat{a}_{p2} + \hbar\omega_{s}\hat{a}^{+}_{s}\hat{a}_{s}\\ &+ \hbar\omega_{i}\hat{a}^{+}_{i}a_{i} + \hbar\nu_{p1}\hat{a}^{+}_{p1}\hat{a}^{+}_{p1}\hat{a}_{p1}\hat{a}_{p1}/2\\ &+ \hbar\nu_{p2}\hat{a}^{+}_{p2}\hat{a}^{+}_{p2}\hat{a}_{p2}\hat{a}_{p2}/2 + \hbar\nu_{s}\hat{a}^{+}_{s}\hat{a}^{+}_{s}\hat{a}_{s}\hat{a}_{s}/2\\ &+ \hbar\nu_{i}\hat{a}^{+}_{i}\hat{a}^{+}_{i}\hat{a}_{i}\hat{a}_{i}/2 + \hbar\nu_{p1s}\hat{a}^{+}_{p1}\hat{a}_{p1}\hat{a}^{+}_{s}\hat{a}_{s}\\ &+ \hbar\nu_{p2s}\hat{a}^{+}_{p2}\hat{a}_{p2}\hat{a}^{+}_{s}\hat{a}_{s} + \hbar\nu_{p1i}\hat{a}^{+}_{p1}\hat{a}_{p1}\hat{a}^{+}_{i}\hat{a}_{i}\\ &+ \hbar\nu_{p2i}\hat{a}^{+}_{p2}\hat{a}_{p2}\hat{a}^{+}_{i}\hat{a}_{i} + \hbar\nu_{p1p2}\hat{a}^{+}_{p1}\hat{a}_{p1}\hat{a}^{+}_{p2}\hat{a}_{p2}\\ &+ \hbar\nu_{si}\hat{a}^{+}_{s}\hat{a}_{s}\hat{a}^{+}_{i}\hat{a}_{i} + \hbar\mu(\hat{a}^{+}_{s}\hat{a}^{+}_{i}\hat{a}_{p1}\hat{a}_{p2} + \hat{a}^{+}_{p1}\hat{a}^{+}_{p2}\hat{a}_{s}\hat{a}_{i}),\end{aligned} \quad (1)$$

где ω_{p1}, ω_{p2}, ω_s, ω_i — собственные частоты двух различных поляритонов накачки, сигнальной и холостой мод соответственно; $\hat{a}_{p1}$, $\hat{a}_{p2}$, $\hat{a}_s$, $\hat{a}_i$ — операторы уничтожения поляритонов; ν_{p1}, ν_{p2}, ν_s, ν_i и ν_{p1p2}, ν_{p1s}, ν_{p2s}, ν_{p1i}, ν_{p2i}, ν_{si} — константы одномодовых и межмодовых упругих поляритон-поляритонных взаимодействий; μ — константа параметрической поляритон-поляритонной конверсии. Используя (1), получаем систему нелинейных гайзенберговских уравнений для операторов $\hat{a}_{p1}$, $\hat{a}_{p2}$, $\hat{a}_s$, $\hat{a}_i$. Далее, усредняя эту систему уравнений и используя приближение среднего поля, получаем систему нелинейных эволюционных уравнений для комплексных амплитуд поляритонов $a_{p_1} = \langle\hat{a}_{p_1}\rangle$; $a_{p_2} = \langle\hat{a}_{p_2}\rangle$, $a_s = \langle\hat{a}_s\rangle$ и $a_i = \langle\hat{a}_i\rangle$:

$$\begin{aligned}i\dot{a}_{p1} &= \omega_{p1}a_{p1} + (\nu_{p1}a^{*}_{p1}a_{p1} + \nu_{p1s}a^{*}_{s}a_{s}\\ &+ \nu_{p1i}a^{*}_{i}a_{i} + \nu_{p1p2}a^{*}_{p2}a_{p2})a_{p1} + \mu a^{*}_{p2}a_{s}a_{i},\\ i\dot{a}_{p2} &= \omega_{p2}a_{p2} + (\nu_{p2}a^{*}_{p2}a_{p2} + \nu_{p2s}a^{*}_{s}a_{s}\\ &+ \nu_{p2i}a^{*}_{i}a_{i} + \nu_{p1p2}a^{*}_{p1}a_{p1})a_{p2} + \mu a^{*}_{p1}a_{s}a_{i},\\ i\dot{a}_{s} &= \omega_{s}a_{s} + (\nu_{s}a^{*}_{s}a_{s} + \nu_{p1s}a^{*}_{p1}a_{p1} + \nu_{p2s}a^{*}_{p2}a_{p2}\\ &+ \nu_{si}a^{*}_{i}a_{i})a_{s} + \mu a^{*}_{i}a_{p1}a_{p2},\\ i\dot{a}_{i} &= \omega_{i}a_{i} + (\nu_{i}a^{*}_{i}a_{i} + \nu_{p1i}a^{*}_{p1}a_{p1} + \nu_{p2i}a^{*}_{p2}a_{p2}\\ &+ \nu_{si}a^{*}_{s}a_{s})a_{i} + \mu a^{*}_{s}a_{p1}a_{p2}.\end{aligned} \quad (2)$$

Систему уравнений (2) необходимо дополнить начальными условиями, которые можно записать в следующем виде:

$$a_{p1|t=0} = a_{p10}\exp(i\varphi_{p10}), \qquad a_{p2|t=0} = a_{p20}\exp(i\varphi_{p20}),$$
$$a_{s|t=0} = a_{s0}\exp(i\varphi_{s0}), \qquad a_{i|t=0} = a_{i0}\exp(i\varphi_{i0}), \quad (3)$$

где a_{p10}, a_{p20}, a_{s0}, a_{i0} и φ_{p10}, φ_{p20}, φ_{s0}, φ_{i0} — действительные амплитуды и начальные фазы соответствующих экситон-поляритонных состояний.

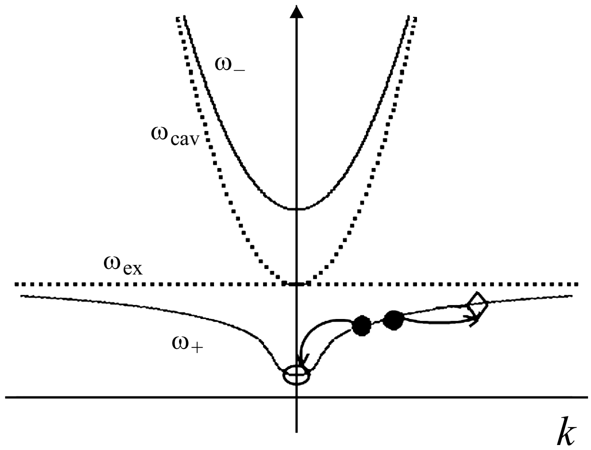

Рис. 1. Энергии поляритонов верхней и нижней ветвей ($\omega_\pm$) закона дисперсии. Дисперсия собственных частот микрорезонатора ω_{cav} и экситона ω_{ex}. Два различных поляритона накачки рассеиваются в сигнальную и холостую моды.

Введем далее в рассмотрение плотности квазичастиц

$$n_{p1} = a^{*}_{p1}a_{p1}, \quad n_{p2} = a^{*}_{p2}a_{p2}, \quad n_s = a^{*}_{s}a_{s}, \quad n_i = a^{*}_{i}a_{i}$$

и две „компоненты" поляризации

$$Q = i(a_{p1}a_{p2}a^{*}_{s}a^{*}_{i} - a_{s}a_{i}a^{*}_{p1}a^{*}_{p2}),$$
$$R = a_{p1}a_{p2}a^{*}_{s}a^{*}_{i} + a_{s}a_{i}a^{*}_{p1}a^{*}_{p2}$$

и получим следующую систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамику экситон-поляритонов с учетом упругих межчастичных взаимодействий:

$$\begin{aligned}\dot{n}_{p1} &= \dot{n}_{p2} = \mu Q, \qquad \dot{n}_s = \dot{n}_i = -\mu Q,\\ \dot{Q} &= \big[\Delta + (\nu_{p1} + \nu_{p1p2} - \nu_{p1s} - \nu_{p1i})n_{p1}\\ &+ (\nu_{p2} + \nu_{p1p2} - \nu_{p2s} - \nu_{p2i})n_{p2}\\ &+ (\nu_{p1i} + \nu_{p2i} - \nu_{i} - \nu_{si})n_i\\ &+ (\nu_{p1s} + \nu_{p2s} - \nu_{s} - \nu_{si})n_s\big]R\\ &+ 2\mu[n_s n_i(n_{p1} + n_{p2}) - n_{p1}n_{p2}(n_s + n_i)],\\ \dot{R} &= -[\Delta + (\nu_{p1} + \nu_{p1p2} - \nu_{p1s} - \nu_{p1i})n_{p1}\\ &+ (\nu_{p2} + \nu_{p1p2} - \nu_{p2s} - \nu_{p2i})n_{p2}\\ &+ (\nu_{p1i} + \nu_{p2i} - \nu_{i} - \nu_{si})n_i\\ &+ (\nu_{p1s} + \nu_{p2s} - \nu_{s} - \nu_{si})n_s]Q,\end{aligned} \quad (4)$$

где $\Delta = \omega_{p1} + \omega_{p2} - \omega_s - \omega_i$ — расстройка резонанса.

Используя начальные условия для амплитуд поляритонов (3), получим начальные условия для плотностей квазичастиц и компонент „поляризации":

$$n_{p1|t=0} = |a_{p10}|^2 = n_{p10}, \qquad n_{p2|t=0} = |a_{p20}|^2 = n_{p20},$$

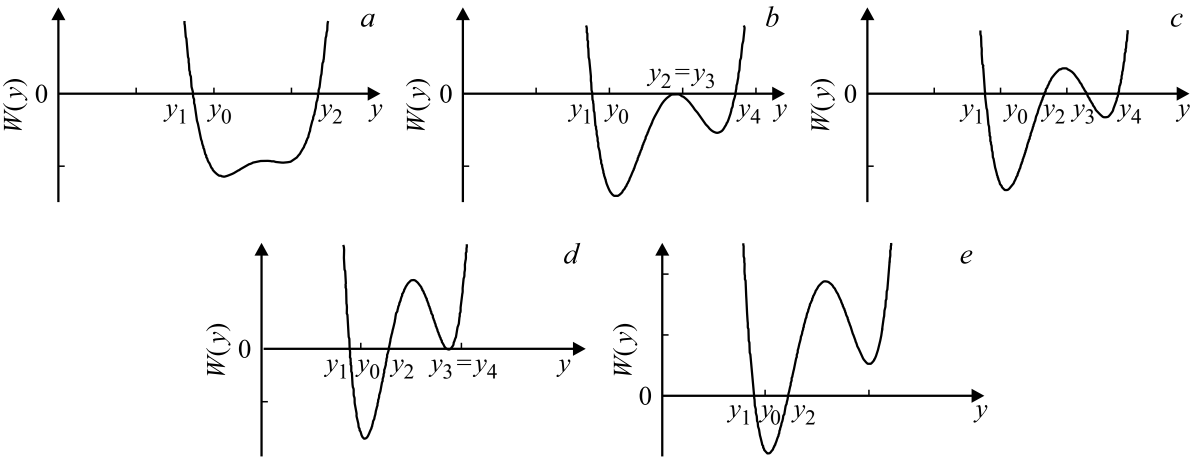

Рис. 2. График потенциальной энергии нелинейного осциллятора (8) в условиях точного резонанса в зависимости от нормированной плотности поляритонов накачки первого импульса при фиксированных значениях начальной разности фаз $\theta_0 = \pi/2$, нормированных начальных плотностей квазичастиц $\overline{n}_{p20} = 0.3$, $\overline{n}_{s0} = 0.9$, постоянных поляритон-поляритонных упругих взаимодействий $\overline{\nu}_{p1} = 4$, $\overline{\nu}_{p2} = 7$, $\overline{\nu}_s = -4$, $\overline{\nu}_i = -9$ и различных $\overline{n}_{i0} = 1$ (a), 1.337 (b), 1.4 (c), 1.512 (d), 1.7 (e).

$$n_{s|t=0} = |a_{s0}|^2 = n_{s0}, \qquad n_{i|t=0} = |a_{i0}|^2 = n_{i0},$$

$$Q_{|t=0} = Q_0 = 2\sqrt{n_{p10}n_{p20}n_{s0}n_{i0}}\sin\theta_0,$$

$$R_{|t=0} = R_0 = 2\sqrt{n_{p10}n_{p20}n_{s0}n_{i0}}\cos\theta_0, \tag{5}$$

где $\theta_0 = \varphi_{s0} + \varphi_{i0} - \varphi_{p10} - \varphi_{p20}$ — начальная разность фаз.

Из системы нелинейных дифференциальных уравнений (4) нетрудно получить интегралы движения

$$n_{p1} - n_{p2} = n_{p10} - n_{p20}, \qquad n_{p1} + n_s = n_{p10} - n_{s0},$$

$$n_s - n_i = n_{s0} - n_{i0}, \qquad n_{p2} + n_i = n_{p20} + n_{i0},$$

$$Q^2 + R^2 = 4n_{p1}n_{p2}n_sn_i,$$

$$R = R_0 + \frac{\Delta}{\mu}(n_{p10} - n_{p1})$$
$$+ \frac{(\nu_{p1} + \nu_{p1p2} - \nu_{p1s} - \nu_{p1i})}{2\mu}(n_{p10}^2 - n_{p1}^2)$$
$$+ \frac{(\nu_{p2} + \nu_{p1p2} - \nu_{p2s} - \nu_{p2i})}{2\mu}(n_{p20}^2 - n_{p2}^2)$$
$$+ \frac{(\nu_{p1s} + \nu_{p2s} - \nu_s - \nu_{si})}{2\mu}(n_s^2 - n_{s0}^2)$$
$$+ \frac{(\nu_{p1i} + \nu_{p2i} - \nu_i - \nu_{si})}{2\mu}(n_i^2 - n_{i0}^2). \tag{6}$$

Дальнейшее рассмотрение проведем для нормированных величин $y = \frac{n_{p1}}{n_{p10}}$, $\alpha = \frac{\Delta}{\mu n_{p10}}$, $\tau = t\mu n_{p10}$, $\overline{n}_{p20} = \frac{n_{p20}}{n_{p10}}$, $\overline{n}_{s0} = \frac{n_{s0}}{n_{p10}}$, $\overline{n}_{i0} = \frac{n_{i0}}{n_{p10}}$, $\overline{\nu}_{p1} = \frac{\nu_{p1} - \nu_{p1p2} - \nu_{p1s} - \nu_{p1i}}{\mu}$, $\overline{\nu}_{p2} = \frac{\nu_{p2} - \nu_{p1p2} - \nu_{p2s} - \nu_{p2i}}{\mu}$, $\overline{\nu}_s = \frac{\nu_{p1s} + \nu_{p2s} - \nu_s - \nu_{si}}{\mu}$, $\overline{\nu}_i = \frac{\nu_{p1i} + \nu_{p2i} - \nu_i - \nu_{si}}{\mu}$.

Используя интегралы движения и введенные нормировки, можно привести систему нелинейных дифференциальных уравнений (4) к одному нелинейному дифференциальному уравнению для нормированной плотности поляритонов накачки y первого импульса:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2 + W(y) = 0, \tag{7}$$

где

$$W(y) = 2\Bigg(- 2y(y - 1 + \overline{n}_{p20})(1 + \overline{n}_{s0} - y)(1 + \overline{n}_{i0} - y)$$
$$+ \Bigg[\sqrt{\overline{n}_{p20}\overline{n}_{s0}\overline{n}_{i0}}\cos\theta_0 + \frac{1}{2}\alpha(1 - y) + \frac{\overline{\nu}_{p1}}{4}(1 - y^2)$$
$$+ \frac{\overline{\nu}_{p2}}{4}(1 - y)(y - 1 + 2\overline{n}_{p20}) + \frac{\overline{\nu}_s}{4}(1 - y)(1 - y + 2\overline{n}_{s0})$$
$$+ \frac{\overline{\nu}_i}{4}(1 - y)(1 - y + 2\overline{n}_{i0})\Bigg]^2\Bigg). \tag{8}$$

Дифференциальное уравнение (7) является частным случаем уравнения нелинейного осциллятора с полной энергией, равной нулю, где слагаемое $\frac{1}{2}\left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2$ играет роль кинетической, а слагаемое $W(y)$ — потенциальной энергии соответственно. Вид решения $y(\tau)$ определяется корнями алгебраического уравнения $W(y) = 0$, которые, как видно из (8), зависят от начальных плотностей квазичастиц $\overline{n}_{p20}$, $\overline{n}_{s0}$, $\overline{n}_{i0}$, начальной разности фаз θ_0, нормированной расстройки резонанса α и от нормированных констант упругих поляритон-поляритонных взаимодействий $\overline{\nu}_{p1}$, $\overline{\nu}_{p2}$, $\overline{\nu}_s$, $\overline{\nu}_i$.

Будем искать решение дифференциального уравнения (7) в случае, когда начальная разность фаз равна $\pi/2$. Тогда уравнение $W(y) = 0$ может иметь либо два,

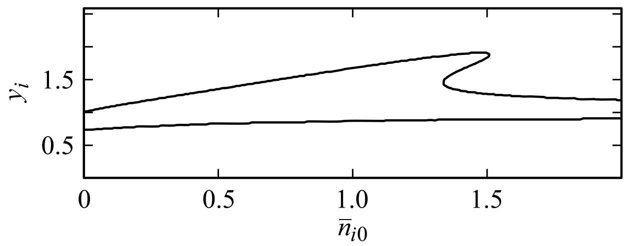

Рис. 3. Зависимость действительных корней уравнения потенциальной энергии нелинейного осциллятора в условиях точного резонанса от нормированной начальной плотности поляритонов холостой моды при фиксированных значениях параметров системы: $\bar{n}_{p20} = 0.3$, $\bar{n}_{s0} = 0.9$, $\bar{\nu}_{p1} = 4$, $\bar{\nu}_{p2} = 7$, $\bar{\nu}_s = -4$, $\bar{\nu}_i = -9$.

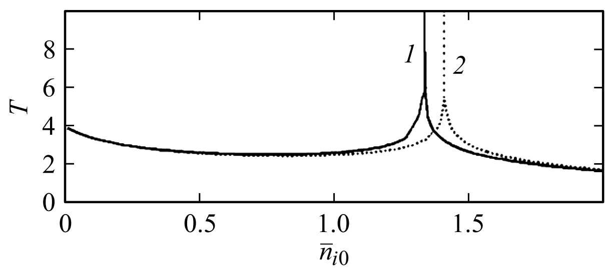

Рис. 4. Период колебаний плотности поляритонов накачки первого импульса в зависимости от нормированной начальной плотности поляритонов холостой моды и различных значениях $\alpha = 0$ (*1*), 0.5 (*2*) и при фиксированных значениях параметров системы: $\bar{n}_{p20} = 0.3$, $\bar{n}_{s0} = 0.9$, $\bar{\nu}_{p1} = 4$, $\bar{\nu}_{p2} = 7$, $\bar{\nu}_s = -4$, $\bar{\nu}_i = -9$.

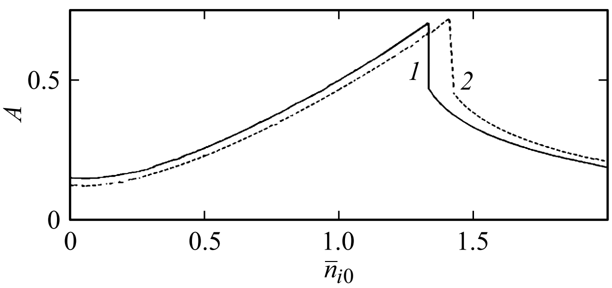

Рис. 5. Амплитуда колебаний плотности поляритонов накачки первого импульса в зависимости от нормированной начальной плотности поляритонов холостой моды и различных значениях $\alpha = 0$ (*1*), 0.5 (*2*) и при фиксированных значениях параметров системы: $\bar{n}_{p20} = 0.3$, $\bar{n}_{s0} = 0.9$, $\bar{\nu}_{p1} = 4$, $\bar{\nu}_{p2} = 7$, $\bar{\nu}_s = -4$, $\bar{\nu}_i = -9$.

либо четыре действительных корня (рис. 2, 3). На рис. 3 представлена зависимость действительных корней от нормированной плотности поляритонов холостой моды при фиксированных значениях нормированных начальных плотностей поляритонов накачек обоих импульсов и начальной плотности поляритонов сигнальной моды и нормированной расстройки резонанса $\alpha = 0$. Видно, что при малых значениях $\bar{n}_{i0}$ имеются два действительных корня — $y_4 > y_1$ и два комплексно-сопряженных — $y_{2,3} = a \pm ib$. Амплитуда колебаний нормированной плотности поляритонов накачки первого импульса будет определяться выражением $A = y_4 - y_1$. Динамика системы будет представлять собой периодические превращения квазичастиц, при этом период колебаний будет равен

$$T = \frac{2K(k)}{m}, \tag{9}$$

где $K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода с модулем k [32,33]. Параметр m определяется выражением

$$m = (m_1 m_2)^{\frac{1}{4}}, \tag{10}$$

где

$$m_1 = (y_2 - y_4)(y_3 - y_1), \quad m_2 = (y_2 - y_1)(y_3 - y_4).$$

Решение уравнения (7) будет выражаться через эллиптические функции Якоби:

$$y = \frac{y_1 + y_4}{2} + \frac{y_1 - y_4}{2} \frac{c - d + (c + d)cn(m\tau + F(\varphi_0, k))}{c + d + (c - d)cn(m\tau + F(\varphi_0, k))}, \tag{11}$$

где

$$c = \sqrt{(y_2 - y_4)(y_3 - y_4)}, \quad d = \sqrt{(y_2 - y_1)(y_3 - y_1)}.$$

В (11) $F(\varphi_0, k)$ — неполный эллиптический интеграл первого рода с модулем k и параметром φ_0 [32,33], которые определяются следующими выражениями:

$$k^2 = \frac{1 - (m_1 + m_1)/(2\sqrt{m_1 m_2})}{2},$$

$$\varphi_0 = \arccos\left(\frac{y_4 c + y_1 d - c - d}{y_1 d - y_4 c + c - d}\right). \tag{12}$$

Кроме того, как видно из рис. 2, *b* и рис. 3, при увеличении начальной плотности поляритонов сигнальной моды два средних корня уравнения $W(y) = 0$ оказываются вырожденными, $y_2 = y_3$, что соответствует апериодическому режиму эволюции квазичастиц. Решение в этом случае запишется в виде

$$y = \frac{y_1(y_4 - y_2) + y_4(y_2 - y_1)\text{th}^2\left(\frac{\sqrt{(y_4 - y_2)(y_2 - y_1)}\tau}{2}\right)}{y_4 - y_2 + (y_2 - y_1)\text{th}^2\left(\frac{\sqrt{(y_4 - y_2)(y_2 - y_1)}\tau}{2}\right)}. \tag{13}$$

При возрастании нормированной начальной плотности поляритонов холостой моды $\bar{n}_{i0}$ возникает область существования четырех действительных корней уравнения $W(y) = 0$ (рис. 2, *c*, рис. 3). Будем располагать корни в порядке убывания: $y_4 > y_3 > y_2 > y_1$. Временная эволюция экситон-поляритонов в этом случае будет представлять собой периодические превращения квазичастиц. Амплитуда и период колебаний будут определяться следующими выражениями:

$$A = y_2 - y_1, \quad T = \frac{4K(k)}{\sqrt{(y_4 - y_2)(y_3 - y_1)}}. \tag{14}$$

Тогда решение уравнения (7) можно получить в виде

$$y = \frac{y_1(y_4 - y_2) + y_4(y_2 - y_1) \times \mathrm{sn}^2\left(\frac{\sqrt{(y_4-y_2)(y_3-y_1)}\tau}{2} \pm F(\varphi_0, k)\right)}{y_4 - y_2 + (y_2 - y_1) \times \mathrm{sn}^2\left(\frac{\sqrt{(y_4-y_2)(y_3-y_1)}\tau}{2} \pm F(\varphi_0, k)\right)}. \tag{15}$$

Модуль k и параметр φ_0 в (14) и (15) определяются как

$$k^2 = \frac{(y_2 - y_1)(y_3 - y_4)}{(y_2 - y_4)(y_3 - y_1)},$$

$$\varphi_0 = arcsin\sqrt{\frac{(y_4 - y_2)(1 - y_1)}{(y_2 - y_1)(y_4 - 1)}}. \tag{16}$$

Таким образом, мы наблюдаем переход от периодического режима эволюции к апериодическому и снова к периодическому при изменении только лишь начальной нормированной плотности поляритонов холостой моды. При возрастании нормированной расстройки резонанса точка бифуркационного перехода от периодического к апериодическому режиму эволюции смещается в область более высоких нормированных начальных плотностей поляритонов холостой моды (рис. 4).

При дальнейшем увеличении нормированной начальной плотности поляритонов холостой моды снова возникает вырождение двух наибольших корней уравнения $W(y) = 0$: $y_3 = y_4$. Решение уравнения (7) в этом случае по-прежнему является периодическим с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{(y_3 - y_2)(y_3 - y_1)}}$$

и будет определяться выражением

$$y = \frac{y_1(y_3 - y_2) + y_3(y_2 - y_1)\sin^2\left(\frac{\sqrt{(y_3-y_2)(y_3-y_1)}\tau}{2}\right)}{y_3 - y_2 + (y_2 - y_1)\sin^2\left(\frac{\sqrt{(y_3-y_2)(y_3-y_1)}\tau}{2}\right)}. \tag{17}$$

Далее наблюдается бифуркационный переход от четырех действительных корней уравнения $W(y) = 0$ к двум действительным корням, $y_2 > y_1$, и двум комплексно-сопряженным (рис. 2, e). Однако существенного влияния на амплитуду колебаний нормированной плотности поляритонов накачки первого импульса не наблюдается. Амплитуда колебаний в этом случае монотонно уменьшается с ростом нормированной плотности поляритонов холостой моды и определяется выражением $A = y_2 - y_1$. Динамика системы будет представлять собой периодические превращения квазичастиц, при этом период колебаний будет равен $T = \frac{4K(k)}{m}$, где $K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода с модулем k [32,33]. Решение уравнения (7) будет выражаться через эллиптический косинус:

$$y = \frac{y_1+y_2}{2} + \frac{y_1-y_2}{2}\,\frac{c-d+(c+d)\mathrm{cn}(m\tau+F(\varphi_0, k))}{c+d+(c-d)\mathrm{cn}(m\tau+F(\varphi_0, k))}, \tag{18}$$

где

$$\begin{gathered} c = \sqrt{(y_4 - y_2)(y_3 - y_2)}, \\ d = \sqrt{(y_4 - y_1)(y_3 - y_1)}, \\ m = (m_1 m_2)^{\frac{1}{4}}, \\ m_1 = (y_4 - y_2)(y_3 - y_1), \\ m_2 = (y_4 - y_1)(y_3 - y_2). \end{gathered} \tag{19}$$

Модуль k и параметр φ_0 в этом случае определяются следующими выражениями:

$$k^2 = \frac{1 - (m_1 + m_2)/(2\sqrt{m_1 m_2})}{2},$$

$$\varphi_0 = \arccos\left(\frac{y_1 c + y_2 d - c - d}{y_2 d - y_1 c + c - d}\right). \tag{20}$$

На рис. 5 представлен график зависимости амплитуды колебаний нормированной плотности поляритонов накачки первого импульса в зависимости от нормированной начальной плотности поляритонов холостой моды. Видно, что амплитуда колебаний монотонно увеличивается при увеличении $\bar{n}_{i0}$, достигает своего максимального значения, и в точке бифуркации корней уравнения $W(y) = 0$ (рис. 2, b, 3, 5) возникает область резкого уменьшения амплитуды колебаний, что свидетельствует о наступлении явления самозахвата в системе квазичастиц. При увеличении нормированной расстройки резонанса α область возникновения явления самозахвата в системе квазичастиц смещается в область более высоких нормированных плотностей поляритонов холостой моды. Здесь проявление явления самозахвата не столь яркое, как в случае учета упругого межатомного взаимодействия в условиях бозе-эйнштейновской конденсации атомов и молекул [34,35].

Заключение

Таким образом, при накачке нижней поляритонной ветви двумя импульсами с близкими частотами, учитывая процессы межупругого взаимодействия экситон-поляритонов, в системе получены периодические и апериодические режимы эволюции. Наблюдается резкое уменьшение амплитуды колебаний нормированной плотности поляритонов накачки, т. е. наблюдается самозахват в системе. В этом случае наблюдается небольшая локализация поляритонов накачки первого импульса на нижней ветви закона дисперсии. Следует отметить, что, когда накачка осуществлялась в одной точке закона дисперсии двумя одинаковыми импульсами, мы наблюдали резкое возрастание амплитуды колебаний [26] при увеличении нормированной плотности поляритонов холостой моды.

Список литературы

[1] J. Kasprzak, M. Richard, S. Kunderman, A. Bass, P. Jeambrun, J.M.J. Keeling, F.M. Marchetti, M.H. Szymanska, R. Andre, J.L. Staehli, V. Savona, P.B. Littelewood, B. Deveaud, L.S. Dang. Nature, **443**, 409 (2006).

[2] R. Balili, V. Hartwell, D. Snoke, L. Pfeiffer, K. West. Science, **316**, 1007 (2007).

[3] V. Ardizzone, F. Riminucci, S. Zanotti, A. Gianfrate, D.G. Suares-Forero, F. Todisco, M. De Giorgi, D. Trypogeorgos, G. Gigli, H.S. Nguyen, K. Baldwin, L. Pfeiffer, D. Ballarini, D. Gerace, D. Sanvitto. Nature, **605**, 447–452 (2022).

[4] M. Dusel, S. Betzold, O.A. Egorov, S. Klembt, J. Ohmer, U. Fischer, S. Hofling, C. Schneider. Nature Commun., **11** (1), 2863 (2020).

[5] A. Amo, J. Lefrere, S. Pigeon, C. Adrados, C. Ciuti, I. Carusotto, R. Houdre, E. Gacobino, A. Bramati. Nature Phys., **5**, 805 (2009).

[6] M. Abbarchi, A. Amo, V.G. Sala, D.D. Solnyshkov, H. Flayae, L. Ferrier, I. Sagnes, E. Galopin, A. Lemaitre, G. Malpuech, J. Bloch. Nature Phys., **9**, 275 (2013).

[7] I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov, G. Pavlovic, G. Malpuech. Phys. Rev. B, **78**, 041302 (R) (2008).

[8] K.G. Lagoudakis, B. Pietka, M. Wouters, R. Andre, B. Deveaud-Pledran. Phys. Rev. Lett., **105**, 120403 (2010).

[9] D. Ballarini, M. De Giorgi, E. Cancellieri, R. Houdre, E. Giacobino, R. Cingolani, A. Gigli, D. Sanvitto. Nature Commun., **4**, 1778 (2013).

[10] P. Lewandowski, S. M. H. Luk, C. K. P. Chan, P.T. Leung, N.H. Kwong, R. Binder, S. Schumacher. Opt. Express, **25**, 31056 (2017).

[11] A. V. Zasedatelev, A. V. Baranikov, D. Urbonas, F. Scafirimuto, U. Scherf, T. Stoferle, R.F. Mahrt, P.G. Lagoudakis. Nat. Photonics, **13**, 378 (2019).

[12] H.S. Nguyen, D. Vishnevsky, C. Sturm, D. Tanese, D. Solnyshkov, E. Galopin, A. Lemaintre, I. Sagnes, A. Amo, G. Malpuech, J. Bloch. Phys. Rev. Lett., **110**, 236601 (2013).

[13] C. Sturm, D. Tanese, H. S. Nguyen, H. Flayac, E. Galopin, A. Lemaitre, I. Sagnes, D. Solnyshkov, A. Amo, G. Malpuech, J. Bloch. Nature Commun., **5**, 3278 (2014).

[14] F. Marsault, H. S. Nguyen, D. Tanese, A. Lemaitre, E. Galopin, I. Sagnes, A. Amo, J. Bloch. Appl. Phys. Lett., **107**, 201115 (2015).

[15] J. Beierlein, E. Rozas, O.A. Egorov, M. Klaas, A. Yulin, H. Suchomel, T.H. Harder, M. Emmerling, M.D. Martin, I.A. Shelykh, C. Schneider, U. Peschel, L. Vina, S. Hofling, S. Klembt. Phys. Rev. Lett., **126**, 075302 (2021).

[16] E. Rozas, J. Beierlein, A. Yulin, M. Klaas, H. Suchomel, O. Egorov, I.A. Shelykh, U. Peschel, C. Schneider, S. Klembt, S. Hofling, M.D. Martin, L. Vina. Adv. Opt. Mater., **8**, 2070072 (2020).

[17] M. Klaas, J. Beirlein, E. Rozas, S. Klembt, H. Suchomel, T.H. Harder, K. Winkler, M. Emmerling, H. Flayac, M.D. Martin, L. Vina, S. Hofling, C. Schneider. Appl. Phys. Lett., **144**, 061102 (2019).

[18] S. Azzini, D. Gerace, M. Galli, I. Sagnes, R. Braive, A. Lemaitre, J. Bloch, D. Bajoni. Appl. Phys. Lett., **99**, 111106 (2011).

[19] M. Matuszewski, A. Opala, R. Mirek, M. Furman, M. Krol, K. Tyszka, T.C.H. Liew, D. Ballarini, D. Sanvitto, J. Szczytko, B. Pietka. Phys. Rev. Appl., **16**, 024045 (2021).

[20] E. Estrecho, T. Gao, N. Bobrovska, D. Comber-Todd, M.D. Fraser, M. Steger, K. Weast, L.N. Pfeiffer, J. Levinsen, M.M. Parish, T.C.H. Liew, M. Matuszewski, D.W. Snoke, A.G. Truscott, E.A. Ostrovskaya. Phys. Rev. B, **100**, 035306 (2019).

[21] O. Bleu, G. Li., J Levinsen, M.M. Parish. Phys. Rev. Res., **2**, 043185 (2020).

[22] G. Li, M. M. Parish, J. Levinsen. Phys. Rev. B, **104**, 245404 (2021).

[23] I.Yu. Chestnov, T.A. Kudaiberganov, A.P. Alodgants, A.V. Kavokin. Phys. Rev. B, **98**, 115302 (2018).

[24] D. Ballarini, I. Chestnov, D. Caputo, M.D. Giorgi, L. Dominici, K. West, L.N. Pfeiffer, G. Gigli, A. Kavokin, D. Sanvitto. Phys. Rev. Lett., **123**, 047401 (2019).

[25] A. V. Yulin, V. K. Kozin, A. V. Nalitov, I. A. Shelykh. J. Phys.: Conf. Ser., **1331**, 012023 (2019).

[26] О.Ф. Васильева, П.И. Хаджи. Опт. и спектр., **115**, 922 (2013). [O.F. Vasilieva, A P.I. Khadzhi. Opt. Spectrosc., **115** (6), 823 (2013)].

[27] P.I. Khadzhi, O.F. Vasilieva. J. Nanophotonics and Optoelectronics, **9**, 295 (2014).

[28] C.J. Mc Konstrie, S. Radic, M.G. Raymer. Opt. Express, **13**, 5037 (2004).

[29] Y. Okawachi, M.Yu.K. Luke, D.O. Carvalho, S. Ramelow, A. Farsi, M. Lipson, A.L. Gaeta. Opt. Lett., **40**, 5267 (2015).

[30] О.Ф. Васильева, А.П. Зинган, В.В. Васильев. ЖЭТФ, **157** (1), 144 (2020). [O.F. Vasilieva, A.P. Zingan, V.V. Vasiliev. J. Exp. and Th. Phys., **130** (1), 123 (2020)].

[31] О.Ф. Васильева, А. П. Зинган, В. В. Васильев. Опт. и спектр., **128** (2), 242–249 (2020). [O.F. Vasilieva, A.P. Zingan, V.V. Vasiliev. Opt. Spectrosc., **128** (2), 236–243 (2020)].

[32] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник по математике для научных работников и инженеров* (Наука, Москва, 1971).

[33] А.М. Журавский. *Справочник по эллиптическим функциям* (Академия наук СССР, Москва, 1941).

[34] P.I. Khadzhi, O.F. Vasilieva. J. Nanoelectronics and Optoelectronics, **6** (2011).

[35] G.J. Milburn, J. Corney, E.M. Wright, D.F. Walls. Phys. Rev., **A55**, 4318 (1997).