

Резонансные переходы электрона между полупроводниковыми квантовыми точками под действием лазерного излучения

© А.В. Цуканов[¶], Л.А. Опенов^{*¶}

Физико-технологический институт Российской академии наук,
117218 Москва, Россия

* Московский инженерно-физический институт (Государственный университет),
115409 Москва, Россия

(Получена 17 марта 2003 г. Принята к печати 15 апреля 2003 г.)

Теоретически изучено влияние резонансного лазерного импульса на квантовую динамику электрона в системе из двух полупроводниковых квантовых точек. С учетом возможного различия размеров квантовых точек найдены значения частоты, амплитуды и длительности импульса, при которых вероятность резонансного перехода электрона из основного состояния одной квантовой точки в основное состояние другой квантовой точки является максимальной. В качестве конкретного примера рассмотрены квантовые точки, имеющие форму, близкую к кубической.

1. Введение

В последние годы резко возрос интерес к изучению свойств полупроводниковых наноструктур: квантовых ям, квантовых точек и др. (см., например, [1–5]). Для дальнейшей миниатюризации базовых элементов полупроводниковых приборов требуется глубокое понимание физических процессов, протекающих в наноструктурах. Одним из таких процессов является взаимодействие электронов в наноструктурах с высокочастотным электромагнитным полем. Это взаимодействие лежит в основе квантовых каскадных лазеров [6], резонансно-туннельных диодов [7], некоторых моделей квантовых компьютеров [8] и т.д. Недавно был теоретически предсказан ряд новых эффектов, имеющих место при воздействии лазерного излучения на квантовые ямы и квантовые точки. К их числу относятся, например, локализация электрона в одной из ям двухъямной структуры [9], генерация единичного фотона квантовой точкой [10] и т.д.

В работе [11] было предложено использовать лазерный импульс для „транспортировки“ электрона между двумя удаленными друг от друга квантовыми точками. Суть этого эффекта состоит в следующем. Электрон, находящийся первоначально на нижнем размерно-квантованном уровне энергии в зоне проводимости одной из квантовых точек (локализованный в этой квантовой точке), резонансно взаимодействует с полем лазера, переводящим электрон в возбужденное состояние. Если энергия возбужденного состояния близка к вершине потенциального барьера, разделяющего квантовые точки (см. рис. 1), то электрон становится делокализованным между квантовыми точками. В таком состоянии амплитуды вероятности нахождения электрона в первой и второй квантовых точках одинаковы, поэтому под действием того же самого лазерного импульса электрон может перейти на нижний размерно-квантованный уро-

вень энергии другой квантовой точки (и остаться там после прекращения действия импульса). Таким образом, возбужденный уровень является для электрона „транспортным“. Как показано в [11] на примере простой модельной задачи о двух одинаковых квантовых точках, параметры лазерного импульса (частота, длительность, интенсивность) могут быть подобраны так, что вероятность перехода электрона из одной квантовой точки в другую будет в точности равна единице. Этот эффект было предложено, в частности, использовать для конструирования квантовых вычислительных устройств на основе полупроводниковых наноструктур [11,12].

Заметим, однако, что на современном технологическом уровне представляется практически невозможным изготовить две абсолютно идентичные квантовые точки [13]. Поэтому встает вопрос о том, насколько

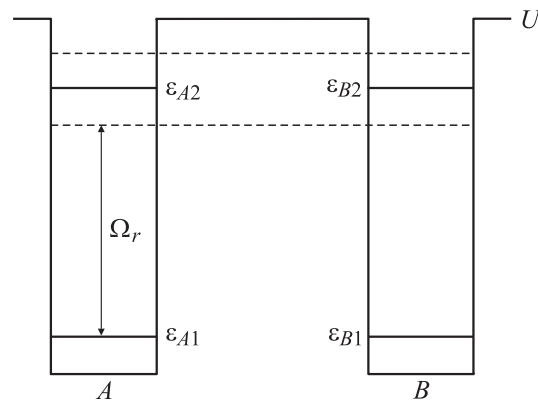


Рис. 1. Схема энергетических уровней наноструктуры, состоящей из двух квантовых точек (A и B). Здесь ϵ_{A1} , ϵ_{A2} , ϵ_{B1} , ϵ_{B2} — энергии основных и возбужденных размерно-квантованных уровней энергии электрона в изолированных квантовых точках; U — высота энергетического барьера, разделяющего квантовые точки; Ω_r — резонансная частота. Штриховые линии — энергии делокализованных между квантовыми точками состояний, образующихся за счет эффекта туннелирования.

[¶] E-mail: tsukanov@ftian.oivta.ru

^{¶¶} E-mail: opn@supercon.mephi.ru

существенно различие геометрических характеристик квантовых точек для эффекта резонансного перехода электрона между ними. Не окажется ли, что незначительное различие размеров квантовых точек приведет к сильному подавлению или даже полному исчезновению этого эффекта? Цель настоящей работы — обобщение полученных в [11] результатов на систему из двух различных (хотя и близких по размерам) квантовых точек. Для наноструктуры, состоящей из двух квантовых точек, форма которых близка к кубической, сформулированы критерии существования эффекта индуцированного лазером резонансного перехода электрона между квантовыми точками.

2. Описание модели. Основные уравнения

Мы рассматриваем две квантовые точки (A и B), каждая из которых, будучи изолированной, имеет в зоне проводимости как минимум два размерно-квантованных уровня с энергиями ε_{Ai} и ε_{Bi} ($i = 1, 2$ — номер уровня) — см. рис. 1. При достаточно большом расстоянии между квантовыми точками и (или) достаточно большой высоте разделяющего их барьера волновые функции основных состояний обеих квантовых точек $\varphi_{A1}(\mathbf{r})$ и $\varphi_{B1}(\mathbf{r})$ сильно локализованы, каждая в пределах соответствующей квантовой точки, и слабо перекрываются друг с другом. Поэтому матричный элемент V туннелирования электрона между состояниями $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$ экспоненциально мал, и электрон, помещенный первоначально в одну из квантовых точек, будет оставаться в ней в течение макроскопического времени $\tau \sim 1/V$ (здесь и далее постоянная Планка $\hbar = 1$).

Возбужденные состояния $|A2\rangle$ и $|B2\rangle$ мы выбираем таким образом, чтобы их уровни энергии ε_{A2} и ε_{B2} были близки к вершине потенциального барьера, разделяющего квантовые точки. Тогда матричный элемент туннелирования электрона между этими уровнями будет большим, что приведет к сильной гибридизации состояний $|A2\rangle$ и $|B2\rangle$, т.е. к возникновению двух (связывающего и антисвязывающего) делокализованных между квантовыми точками состояний. Перенумеруем рассмотренные уровни в порядке возрастания их энергии: $|1\rangle = |A1\rangle$ и $|2\rangle = |B1\rangle$ — локализованные состояния; $|3\rangle$ и $|4\rangle$ — делокализованные состояния. Так как далее будет использовано резонансное (по полю) приближение, то мы пренебрегаем возможным наличием в квантовых точках других размерно-квантованных уровней, энергии которых существенно отличаются от энергий рассматриваемых 4 уровней $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ (и соответственно „пропускаем“ эти уровни при нумерации, оставляя только те 4 уровня, которые находятся в резонансе или близко к нему).

При наличии электромагнитного поля гамильтониан электрона, с учетом сделанных замечаний, имеет вид

$$\hat{H}(t) = \sum_{i=1}^4 \varepsilon_i \hat{a}_i^+ \hat{a}_i + (e/m^*c) \mathbf{A}(t) (\mathbf{p}_{31} \hat{a}_3^+ \hat{a}_1 + \mathbf{p}_{32} \hat{a}_3^+ \hat{a}_2 + \mathbf{p}_{41} \hat{a}_4^+ \hat{a}_1 + \mathbf{p}_{42} \hat{a}_4^+ \hat{a}_2 + \text{h.c.}), \quad (1)$$

где \hat{a}_i^+ (\hat{a}_i) — операторы рождения (уничтожения) электрона в соответствующих состояниях; $\mathbf{p}_{ij} = \langle i | \hat{\mathbf{p}} | j \rangle$ — матричные элементы оператора импульса; $\mathbf{A}(t)$ — вектор-потенциал (мы используем лоренцевскую калибровку с нулевым скалярным потенциалом и пренебрегаем слагаемым, квадратичным по вектор-потенциалу).

Пусть частота импульса Ω близка к резонансной частоте $\Omega_r = \varepsilon_3 - \varepsilon_1$, равной разности энергий одного из возбужденных уровней (для определенности выберем уровень $|3\rangle$) и основного состояния $|1\rangle$ квантовой точки A , так что $\delta \ll \varepsilon_4 - \varepsilon_3$, где $\delta = \Omega - \Omega_r$ — отстройка от резонанса. При этом уровень $|3\rangle$ играет роль „транспортного“ уровня. В резонансном приближении гамильтониан (1) принимает вид

$$\hat{H}(t) = \varepsilon_1 \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \varepsilon_2 \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \varepsilon_3 \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 + \left\{ \frac{1}{2} \exp(-i\Omega t) (\lambda_1 \hat{a}_3^+ \hat{a}_1 + \lambda_2 \hat{a}_3^+ \hat{a}_2) + \text{h.c.} \right\}, \quad (2)$$

где мы ввели обозначения $\lambda_1 = -(ie/m^*\Omega) \mathbf{E}_0 \mathbf{p}_{31}$ и $\lambda_2 = -(ie/m^*\Omega) \mathbf{E}_0 \mathbf{p}_{32}$, используя известную связь между вектор-потенциалом и напряженностью электрического поля с частотой Ω и амплитудой \mathbf{E}_0 .

Волновая функция электрона $\Psi(t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = \hat{H}(t) \Psi(t) \quad (3)$$

с гамильтонианом (2). Она может быть представлена в виде

$$\Psi(t) = \sum_{i=1}^3 A_i(t) \exp(-i\varepsilon_i t) |i\rangle. \quad (4)$$

В начальный момент времени $t = 0$ электрон локализован в основном состоянии квантовой точки A , т.е. $A_1(0) = 1, A_2(0) = A_3(0) = 0$. Нас интересуют вероятности $p_i(t) = |A_i(t)|^2$ обнаружить электрон в состоянии $|i\rangle$ в момент времени t . При этом величины $p_1(t)$ и $p_2(t)$ представляют собой вероятности обнаружить электрон в основном состоянии квантовой точки A и B соответственно.

Перейдем в (3) к представлению $\Psi(t) = \hat{U}(t) \tilde{\Psi}(t)$, где унитарный оператор $\hat{U}(t)$ имеет вид

$$\hat{U}(t) = \exp \left[\frac{i\Omega t}{2} (\hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 - \hat{a}_3^+ \hat{a}_3) \right]$$

(см. [14]). Волновая функция $\tilde{\Psi}(t)$ удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial \tilde{\Psi}(t)}{\partial t} = \hat{H} \tilde{\Psi}(t), \quad (5)$$

причем гамильтониан \hat{H} не зависит от времени,

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hat{U}^+(t)\hat{H}(t)\hat{U}(t) - i\hat{U}^+(t)\frac{\partial\hat{U}(t)}{\partial t} \\ &= \left(\varepsilon_1 + \frac{\Omega}{2}\right)\hat{a}_1^+\hat{a}_1 + \left(\varepsilon_2 + \frac{\Omega}{2}\right)\hat{a}_2^+\hat{a}_2 + \left(\varepsilon_3 - \frac{\Omega}{2}\right)\hat{a}_3^+\hat{a}_3 \\ &\quad + \frac{1}{2}(\lambda_1\hat{a}_3^+\hat{a}_1 + \lambda_2\hat{a}_3^+\hat{a}_2 + \text{h.c.}),\end{aligned}\quad (6)$$

поэтому решение нестационарного уравнения (5) имеет вид

$$\tilde{\Psi}(t) = \sum_{k=1}^3 B_k \exp(-i\tilde{\varepsilon}_k t) |\tilde{k}\rangle. \quad (7)$$

Здесь $|\tilde{k}\rangle$ и $\tilde{\varepsilon}_k$ — собственные функции и собственные энергии стационарного уравнения Шредингера

$$\hat{H}|\tilde{k}\rangle = \tilde{\varepsilon}_k |\tilde{k}\rangle, \quad (8)$$

а коэффициенты B_k определяются из условия $\tilde{\Psi}(0) = \Psi(0) = |1\rangle$. Разлагая состояния $|\tilde{k}\rangle$ по состояниям $|i\rangle$, имеем

$$|\tilde{k}\rangle = \sum_{i=1}^3 C_{ki} |i\rangle. \quad (9)$$

Из (8) и (9) получим с учетом (6) систему уравнений для коэффициентов C_{ki} и уравнение на собственные значения $\tilde{\varepsilon}_k$:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 + \frac{\Omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k & 0 & \frac{\lambda_1^*}{2} \\ 0 & \varepsilon_2 + \frac{\Omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k & \frac{\lambda_2^*}{2} \\ \frac{\lambda_1}{2} & \frac{\lambda_2}{2} & \varepsilon_3 - \frac{\Omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{k1} \\ C_{k2} \\ C_{k3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \left(\varepsilon_1 + \frac{\Omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k\right) \left[\left(\varepsilon_2 + \frac{\Omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k\right) \left(\varepsilon_3 - \frac{\Omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k\right) - \frac{|\lambda_2|^2}{4} \right] \\ & - \frac{|\lambda_1|^2}{4} \left(\varepsilon_2 + \frac{\Omega}{2} - \tilde{\varepsilon}_k\right) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Используя (9), из (7) получим

$$\tilde{\Psi}(t) = \sum_{i=1}^3 D_i(t) |i\rangle, \quad (12)$$

где

$$D_i(t) = \sum_{k=1}^3 B_k C_{ki} \exp(-i\tilde{\varepsilon}_k t), \quad (13)$$

а начальные условия имеют вид $D_i(0) = \delta_{1i}$. Искомые вероятности нахождения электрона на уровне $|i\rangle$ в момент времени t равны $p_i(t) = |D_i(t)|^2$, где $i = 1, 2, 3$.

В общем случае (при $|\lambda_1| \neq |\lambda_2|$ и $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$) выражения для вероятностей $p_i(t)$ имеют очень громоздкий вид.

В частном случае $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ они выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} p_1(t) = 1 - \frac{2|\lambda_1|^2}{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2} f_1(t) + \left(\frac{2|\lambda_1|^2}{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2}\right)^2 f_2(t), \\ p_2(t) = \left(\frac{2|\lambda_1|\lambda_2}{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2}\right)^2 f_2(t), \\ p_3(t) = \frac{\lambda_1^2}{16\omega_R^2} \sin^2(2\omega_R t), \end{cases} \quad (14)$$

где

$$\omega_R = \frac{1}{4} \sqrt{\delta^2 + |\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2},$$

$$f_1(t) = 1 - \cos\left(\frac{\delta t}{2}\right) \cos(2\omega_R t) - \frac{\delta}{4\omega_R} \sin\left(\frac{\delta t}{2}\right) \sin(2\omega_R t),$$

$$f_2(t) = \sin^4(\omega_R t) + \sin^2\left(\frac{\delta t}{4}\right) \cos(2\omega_R t)$$

$$+ \frac{\delta^2}{64\omega_R^2} \sin^2(2\omega_R t) - \frac{\delta}{8\omega_R} \sin\left(\frac{\delta t}{2}\right) \sin(2\omega_R t). \quad (15)$$

Заметим, что при выборе уровня $|4\rangle$ в качестве „транспортного“ наши результаты остаются в силе, с тем лишь отличием, что при этом $\lambda_1 = -(ie/m^*\Omega)\mathbf{E}_0\mathbf{p}_{41}$, $\lambda_2 = -(ie/m^*\Omega)\mathbf{E}_0\mathbf{p}_{42}$.

При $\lambda_2 \rightarrow 0$ выражения (14) и (15) описывают осцилляции Раби между основным и возбужденным состояниями одной квантовой точки, и переходы между квантовыми точками отсутствуют. При $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ и $\lambda_1 = \lambda_2$ (одинаковые квантовые точки) получим из (14) и (15) результаты работы [11]. При этом $p_2(T) = 1$, если $\delta = 0$ и $\omega_R T = \pi/2 + \pi n$, где $n \geq 0$ — целое число, т.е. можно подобрать длительность импульса T так, чтобы электрон за время T с определенностью перешел из одной квантовой точки в другую.

Из (14) и (15) видно, что при $\lambda_1 \neq \lambda_2$ вероятность $p_2(t)$ всегда меньше единицы. Различие энергий ε_1 и ε_2 в неидентичных квантовых точках приводит к еще большему уменьшению максимума $p_2(t)$. Анализ показывает, что при $|\varepsilon_2 - \varepsilon_1|$, $|\lambda_2| - |\lambda_1|$, $\delta \ll |\lambda_1|$ величина $p_2(T)$ достигает максимума

$$\begin{aligned} p_2^{\max} &\approx 1 - \left\{ (|\lambda_2| - |\lambda_1|)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 \right. \\ &\quad \left. + (\pi^2/8) [\delta + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/2]^2 \right\} / |\lambda_1|^2 \end{aligned} \quad (16)$$

при $T = \pi/2\omega_R$, где

$$\omega_R = \sqrt{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + [\delta + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/2]^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2} / 4. \quad (17)$$

Чтобы выяснить, насколько эффект резонансного перехода электрона между квантовыми точками чувствителен к различию их размеров, следует рассчитать величины ε_1 , ε_2 , λ_1 и λ_2 как функции геометрических характеристик квантовых точек. Для этого нужно найти

энергетический спектр и волновые функции электрона в какой-либо конкретной модели наноструктуры, состоящей из двух квантовых точек. Далее эта задача решена для квантовых точек, имеющих форму, близкую к кубической.

3. Энергетический спектр электрона в наноструктуре из двух „почти кубических“ квантовых точек и матричные элементы электронных переходов

Рассмотрим следующую модель [15] (см. рис. 2). Две квантовые точки (A и B) расположены вдоль оси x на расстоянии b друг от друга. Квантовая точка A имеет форму куба с длиной ребра a , а квантовая точка B — форму прямоугольного параллелепипеда с длиной ребра a по направлениям y, z и $a + \delta a$ по направлению x . Потенциальную энергию электрона $V(\mathbf{r})$ внутри квантовых точек мы принимаем за начало отсчета энергии. Квантовые точки окружены барьером, имеющим конечную высоту U в направлении x и равным бесконечности в направлениях y и z (см. рис. 2). Эффективную массу электрона m^* мы для простоты считаем одинаковой в квантовых точках и в барьере.

В такой модели стационарное уравнение Шредингера допускает разделение переменных. Волновая функция имеет вид

$$\Psi(x, y, z) = \frac{2}{a} \Psi(x) \cos\left(\frac{\pi n_2 y}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi n_3 z}{a}\right), \quad (18)$$

где $n_2 \geq 1$ и $n_3 \geq 1$ — целые числа. Собственные значения энергии равны

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \frac{\pi^2 n_2^2}{2m^* a^2} + \frac{\pi^2 n_3^2}{2m^* a^2}, \quad (19)$$

где величина ε_x определяется дисперсионным соотношением, которое следует из условий непрерывности волновой функции $\Psi(x)$ и ее производной (мы не приводим его здесь, поскольку оно имеет достаточно громоздкий вид). Таким образом, задача сводится к решению одномерного уравнения Шредингера.

Рассмотрим подзону, которой отвечают значения $n_2 = 1$ и $n_3 = 1$ (см. (18) и (19)). Примем величину $\pi^2/m^* a^2$ за новое начало отсчета энергии, тогда $\varepsilon = \varepsilon_x$. Будем считать, что линейные размеры квантовых точек A и B различаются незначительно, т.е. $\delta a \ll a$, а расстояние b между ними и высота U разделяющего их барьера достаточно велики, так что выполняется условие $(2m^* b^2 U)^{1/2} \gg 1$, при котором волновые функции глубоких уровней квантовых точек перекрываются очень слабо. Далее мы будем полагать $b \gg a$. Найдем энергии ε_1 и ε_2 двух нижних (локализованных) уровней наноструктуры ($\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ll U$), а также близкие к вершине

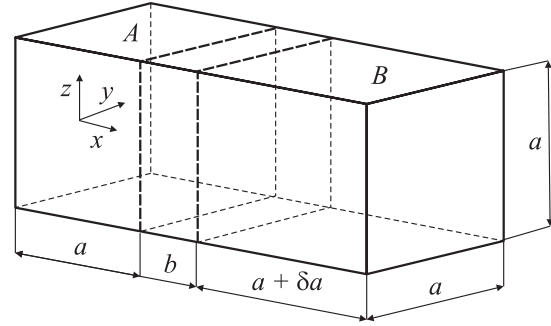


Рис. 2. Модель наноструктуры, состоящей из двух квантовых точек (A и B), имеющих соответственно форму куба и прямоугольного параллелепипеда и разделенных барьером толщиной b . Квантовая точка A занимает область пространства $0 < x < a$, $|y| < a/2$, $|z| < a/2$, а квантовая точка B — область пространства $a + b < x < 2a + \delta a + b$, $|y| < a/2$, $|z| < a/2$. Потенциальная энергия электрона $V(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} \in A$ и $\mathbf{r} \in B$; $V(\mathbf{r}) = U$ при $|y| < a/2$, $|z| < a/2$ и $x < 0$, $a < x < a + b$, $x > 2a + \delta a + b$; $V(\mathbf{r}) = +\infty$ при $|y| > a/2$, $|z| > a/2$.

барьера энергии ε_3 и ε_4 делокализованных между квантовыми точками уровней ($U - \varepsilon_3 \ll U$, $U - \varepsilon_4 \ll U$) — см. рис. 1.

Энергии ε_1 и ε_2 с большой точностью (экспоненциальной по параметру $(2m^* b^2 U)^{1/2} \gg 1$) совпадают с энергиями основных состояний изолированных квантовых точек ε_{A1} и ε_{B1} соответственно. Для вычисления вероятности и времени резонансного перехода электрона между квантовыми точками (см. (16) и (17)) нам понадобится знание разности $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$. При $\delta a/a \ll 1$ найдем

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \approx \frac{\delta a}{a} \frac{\xi^2}{m^* a^2} \frac{1}{1 + 2(2m^* a^2 U - \xi^2)^{-1/2}}, \quad (20)$$

где ξ — численный коэффициент в выражении $\varepsilon_1 = \xi^2/2m^* a^2$ для энергии основного состояния изолированной квантовой ямы шириной a и глубиной U . Он зависит от параметра ямы $m^* a^2 U$ и в каждом конкретном случае может быть найден из решения соответствующего дисперсионного уравнения (величина ξ увеличивается с ростом U от нуля при $U = 0$ до π при $U = \infty$).

Известно, что 2-й дискретный уровень в изолированной одномерной квантовой яме шириной a появляется при „критической“ высоте потенциального барьера $U_c = \pi^2/2m^* a^2$. Расщепление этого уровня приводит к появлению в двухъямной наноструктуре сначала 3-го, а затем и 4-го уровней, делокализованных между квантовыми точками. Величина U_{c3} , при которой в наноструктуре появляется 3-й уровень энергии, зависит от значения параметра

$$\alpha = \frac{\pi^2}{2} \frac{\delta a}{a} \frac{b}{a}. \quad (21)$$

При $\alpha \ll 1$, что соответствует интересующему нас случаю близких по размерам (хотя, возможно, достаточно удаленных друг от друга) квантовых точек, решение дисперсионного уравнения дает $U_{c3} \approx U_c(1 - \delta a/a)$. Подчеркнем, что величина U_{c3} отличается от „критического“ значения U_c для одной квантовой ямы шириной $a + \delta a$. Это связано с тем, что при $a \ll 1$ квантовые ямы нельзя считать изолированными.

Третий уровень в двухъямной наноструктуре отвечает связывающему состоянию, образуемому при гибридизации волновых функций 2-х уровней отдельных квантовых ям. Соответствующая ему волновая функция является почти симметричной относительно центра наноструктуры (строгая симметрия имеет место при $\delta a = 0$). При $U - U_{c3} \ll U_{c3}$ выражение для энергии 3-го уровня имеет вид

$$\varepsilon_3 \approx U - \frac{\pi^2}{4} \frac{(U - U_{c3})^2}{U_c}, \quad (22)$$

что подтверждается численными расчетами. Дальнейшее увеличение U до значения $U_{c4} \approx U_c(1 + 4a/\pi^2 b)$ приводит к появлению в наноструктуре 4-го уровня, отвечающего антисвязывающему состоянию с почти антисимметричной относительно центра наноструктуры волновой функцией. Этот уровень нас пока не будет интересовать, поскольку в качестве „транспортного“ мы выбираем 3-й уровень (результаты практически не меняются, если „транспортным“ является 4-й уровень).

На рис. 3 изображены волновые функции трех рассматриваемых одноэлектронных уровней для наноструктуры с параметрами $a = 20$ нм, $b = 80$ нм, $\delta a = 0.2$ нм, $(U - U_{c3})/U_c = 10^{-2}$. При этих параметрах $\varepsilon_1 \approx 0.350U$, $\varepsilon_2 \approx 0.354U$, $\varepsilon_3 \approx 0.9998U$. Мы не приводим аналитических выражений для волновых функций, которые имеют простой, но громоздкий вид. Зная волновые функции, легко вычислить матричные элементы λ_1 и λ_2 для электронных переходов $1 \leftrightarrow 3$ и $2 \leftrightarrow 3$ соответственно (см. разд. 2). Считая, что электрическое поле поляризовано вдоль оси x , т.е. $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_x$, при $U - U_{c3} \ll U_c$ получим

$$\lambda_1 = \beta e a E_0 \sqrt{\frac{U - U_{c3}}{U_c}}, \quad \lambda_2 = -\lambda_1(1 + \alpha), \quad (23)$$

где параметр $\alpha \ll 1$ определен нами выше выражением (21), а численный коэффициент β зависит от параметра ямы $m^* a^2 U$ и введенного выше коэффициента ξ . Для рассматриваемого нами случая $U \approx U_c$ (т.е. $m^* a^2 U \approx \pi^2/2$) имеем $\xi \approx 1.85$. При этом $\beta \approx 0.94$, а выражение (20) для разности $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ можно записать в виде

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \gamma \frac{\delta a}{a} U_c, \quad (24)$$

где $\gamma \approx 0.39$. Численные расчеты показывают, что определяемое формулой (23) соотношение $(|\lambda_2| - |\lambda_1|)/|\lambda_1| = \alpha$ между матричными элементами λ_1 и λ_2 с хорошей точностью выполняется при

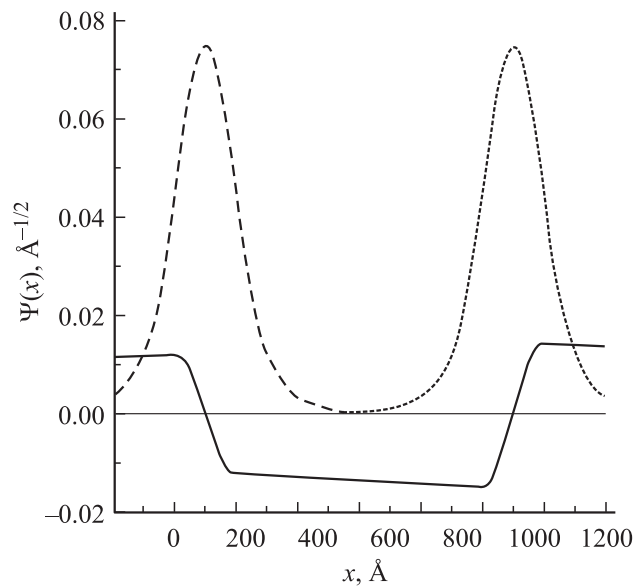


Рис. 3. Волновые функции электрона в системе из двух квантовых точек (см. рис. 1 и 2). Параметры наноструктуры: $a = 20$ нм, $b = 80$ нм, $\delta a = 0.2$ нм, $(U - U_{c3})/U_c = 10^{-2}$. $U_c = \pi^2/2m^* a^2$, $U_{c3} = U_c(1 - \delta a/a)$. Пунктирная и штриховая линии — волновые функции двух нижних состояний, локализованных в разных квантовых точках (1-й и 2-й уровни энергии электрона в наноструктуре); сплошная линия — волновая функция состояния, делокализованного между квантовыми точками (3-й уровень).

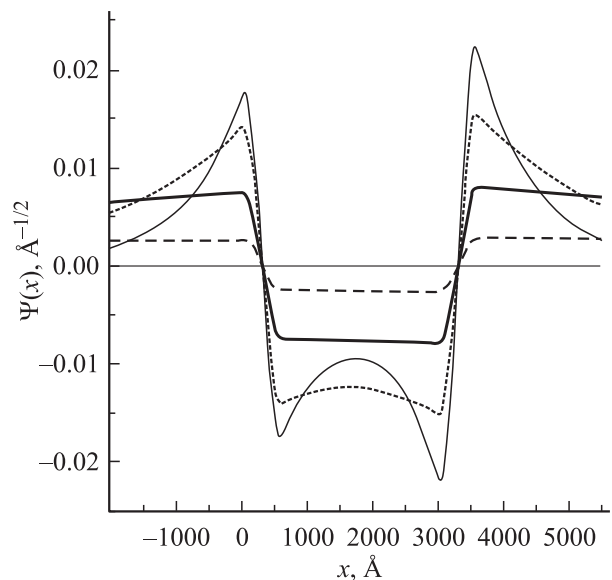


Рис. 4. Волновая функция 3-го („транспортного“) уровня электрона в системе из двух квантовых точек (см. рис. 1 и 2). Параметры наноструктуры: $a = 60$ нм, $b = 240$ нм, $\delta a = 0.2$ нм, $(U - U_{c3})/U_c = 10^{-3}$ (штриховая линия), 10^{-2} (толстая сплошная линия), 10^{-1} (пунктирная линия), 0.3 (тонкая сплошная линия). $U_c = \pi^2/2m^* a^2$, $U_{c3} = U_c(1 - \delta a/a)$.

$(U - U_{c3})/U_c \leq 0.1$. Увеличение $(U - U_{c3})/U_c$ до 0.2–0.3 ведет к увеличению различия между $|\lambda_1|$ и $|\lambda_2|$ до $(|\lambda_2| - |\lambda_1|)/|\lambda_1| = (2-3)\alpha$, что связано с ростом асимметрии волновой функции 3-го уровня из-за тенденции к ее локализации в более глубокой яме (см. рис. 4). Тем не менее при $\alpha \ll 1$ абсолютные значения λ_1 и λ_2 остаются близкими друг к другу даже при $(U - U_{c3})/U_c \approx 0.5$.

4. Обсуждение результатов

Прежде всего заметим, что как из физических соображений, так и из формулы (16) следует возможность увеличения вероятности перехода электрона p_2^{\max} между квантовыми точками за счет изменения резонансной частоты $\Omega_r = \varepsilon_3 - \varepsilon_1 \rightarrow \Omega'_r = \varepsilon_3 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$. При этом, с учетом (23), выражение (16) для p_2^{\max} принимает вид

$$p_2^{\max} \approx 1 - \left[\alpha^2 + \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}{|\lambda_1|^2} \right], \quad (25)$$

а соответствующая продолжительность импульса T (см. (17)) становится равной

$$T \approx 2\pi / \sqrt{2(1 + \alpha)|\lambda_1|^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}. \quad (26)$$

Теперь, после надлежащего выбора резонансной частоты, отличие p_2^{\max} от единицы обусловлено только различием матричных элементов λ_1 , λ_2 и энергий локализованных состояний ε_1 , ε_2 , т.е. в конечном счете — различием формы и (или) размеров квантовых точек. В нашей модели это различие характеризуется величиной $\delta a/a$ (см. рис. 2). Сравним вклады слагаемых α^2 и $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2/|\lambda_1|^2$ в выражении для p_2^{\max} . Оценим сначала величину параметра α (см. (21)) при разумном выборе значений геометрических характеристик рассматриваемой наноструктуры. Будем считать, что размеры квантовых точек различаются на $\delta a = 0.2$ нм, т.е. на величину порядка толщины одного атомного слоя („оптимистическая“, но в то же время близкая к реальности оценка). Тогда, например, для $a = 20$ нм и $b = 80$ нм получим $\alpha \approx 0.2$, т.е. соответствующее слагаемое в (26) приводит к уменьшению p_2^{\max} всего на 4%. Увеличение размера a квантовых точек и уменьшение расстояния b между ними ведет к уменьшению α и соответственно к росту p_2^{\max} .

Что касается слагаемого $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2/|\lambda_1|^2$ в (25), то условие $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll |\lambda_1|$ не является (наряду с условием $\alpha^2 \ll 1$) достаточным для резонансного перехода электрона. Дело в том, что электромагнитное поле действует на наноструктуру в течение конечного промежутка времени T и поэтому содержит гармоники в частотном диапазоне $\delta\omega \sim 1/T \sim |\lambda_1|$. Следовательно, необходимым условием справедливости резонансного приближения (2) является условие малости $\delta\omega$ по сравнению с разностью энергий $\Delta\varepsilon$ „транспортного“ (в нашем случае — 3-го) и ближайшего к нему уровней, $\delta\omega \ll \Delta\varepsilon$,

т.е. фактически условие $|\lambda_1| \ll \Delta\varepsilon$. При выполнении этого условия 1-й и 2-й уровни наноструктуры будут близкими к резонансу только с „транспортным“ (но не с каким-либо еще) уровнем. В результате мы приходим к двойному неравенству

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll |\lambda_1| \ll \Delta\varepsilon. \quad (27)$$

Подчеркнем, что величину $|\lambda_1|$ можно варьировать путем соответствующего изменения мощности импульса (см. (23)), тогда как значения $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ и $\Delta\varepsilon$ определяются только параметрами наноструктуры, которые должны быть таковыми, чтобы выполнялось условие $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll \Delta\varepsilon$.

Величина $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ определяется формулой (24). Что касается величины $\Delta\varepsilon$, то как показано в разд. 3, при $U_{c3} < U < U_{c4}$ в наноструктуре имеется только один возбужденный делокализованный (близкий к краю барьера) уровень, ближайшими к которому являются состояния непрерывного спектра. При этом

$$\Delta\varepsilon = U - \varepsilon_3 \approx \frac{\pi^2}{4} \frac{(U - U_{c3})^2}{U_c}$$

в соответствии с (22), т.е. $\Delta\varepsilon$ увеличивается с ростом U . Если же $U > U_{c4}$, то ближайшим к 3-му уровню является 4-й уровень с энергией ε_4 , так что $\Delta\varepsilon = \varepsilon_4 - \varepsilon_3$. При $U > U_{c4}$ разность $\varepsilon_4 - \varepsilon_3$ может как уменьшаться, так и увеличиваться с ростом U (в зависимости от конкретных значений a , b , δa , U). Однако поскольку при больших U различие матричных элементов λ_1 и λ_2 становится весьма значительным и вероятность p_2^{\max} резонансного перехода электрона уменьшается (см. (16) и разд. 3), в качестве оптимальной высоты барьера можно выбрать величину $U \approx U_{c4}$. Так как $(U_{c4} - U_{c3}) \ll U_c$ при $a/b \ll 1$ (разд. 3), то, воспользовавшись для оценки соответствующей оптимальной величины $\Delta\varepsilon$ формулой (22), получим

$$\Delta\varepsilon \approx \frac{\pi^2}{4} \frac{(U_{c4} - U_{c3})^2}{U_c} \approx \frac{\pi^2}{4} U_c \left(\frac{\delta a}{a} + \frac{4}{\pi^2} \frac{a}{b} \right)^2.$$

Тогда, с учетом (24), условие $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \ll \Delta\varepsilon$ можно записать в виде

$$\frac{\delta a}{a} \ll \frac{\pi^2}{4\gamma} \left(\frac{\delta a}{a} + \frac{4}{\pi^2} \frac{a}{b} \right)^2. \quad (28)$$

Для выполнения неравенства (28) нужно, чтобы два малых параметра, $\delta a/a$ и $4a/\pi^2 b$, удовлетворяли соотношению $\delta a/a \ll 4a/\pi^2 b$. Тогда это неравенство принимает вид

$$\frac{\delta a}{a} \ll \left(\frac{a}{b} \right)^2, \quad (29)$$

где мы учли, что $4/\gamma\pi^2 \approx 1$. Например, для наноструктуры с параметрами $a = 20$ нм, $b = 80$ нм, $\delta a = 0.2$ нм имеем $\delta a/a = 0.01$ и $(a/b)^2 \approx 0.06$, т.е. условие (29) хотя и выполняется, но „без запаса“. Действительно,

численные расчеты показывают, что при этих значениях параметров отношение $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\Delta\varepsilon$ не может быть меньше 0.3, т.е. оказывается невозможным удовлетворить двойному неравенству (27). Уменьшение расстояния b между квантовыми точками при неизменной величине a приведет к нарушению условия $(2m^*b^2U)^{1/2} \gg 1$, обеспечивающего локализацию волновых функций нижних уровней в различных квантовых ямах (при $U \approx U_c = \pi^2/2m^*a^2$ мы имеем $(2m^*b^2U)^{1/2} \approx \pi(b/a)$, и поэтому отношение $b/a \approx 4$ близко к минимально допустимому). Следовательно, единственная возможность удовлетворить сформулированным критериям резонансного перехода электрона через 3-й уровень заключается в увеличении размера квантовых точек a хотя бы в несколько раз при неизменной величине b/a . Так, при $a = 60$ нм, $b = 240$ нм, $\delta a = 0.2$ нм отношение $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\Delta\varepsilon$ удастся понизить до ~ 0.1 , и тогда двойное неравенство (27), хотя и „на пределе“, но все же выполняется при $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/|\lambda_1| \approx 0.3$.

Дальнейшее увеличение a при постоянном отношении b/a ведет к еще большему уменьшению величины $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/\Delta\varepsilon$, что облегчает выполнение неравенства (27). Однако при этом быстро уменьшается высота барьера $U \approx \pi^2/2m^*a^2$ между квантовыми точками. Например, $U \approx 14$ мэВ при $m^* = 0.067m_0$ и $a = 20$ нм, тогда как $U \approx 0.14$ мэВ при $a = 200$ нм, что влечет за собой необходимость охлаждения наноструктуры до сверхнизких температур во избежание разрушающего воздействия тепловых эффектов. Поэтому значения $a = 60$ нм и $b = 240$ нм (при $\delta a = 0.2$ нм), по-видимому, близки к оптимальным с точки зрения как выполнения (хотя и нестрогого) условий резонансного перехода электрона, так и возможности проведения эксперимента при гелиевых температурах. При этом, полагая $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/|\lambda_1| \approx 0.3$ и принимая во внимание малость параметра $\alpha \approx 0.07$, найдем из (25), что вероятность перехода электрона достигает $p_2^{\max} \approx 0.9$. Таким образом, даже с учетом того, что величина p_2^{\max} может в действительности оказаться несколько меньше из-за нестрогого выполнения правой части неравенства (27), незначительное различие размеров квантовых точек не приведет к полному подавлению эффекта резонансного перехода электрона между квантовыми точками.

Увеличение высоты барьера до $U \approx \pi^2 n^2 / 2m^* a^2$ ($n = 2, 3, \dots$) приводит к тому, что „транспортным“ (близким к краю барьера) уровнем становится $(2n + 1)$ -й или $(2n + 2)$ -й уровень наноструктуры, образующийся в результате расщепления $(n + 1)$ -х уровней отдельных квантовых точек (n должно быть нечетным, так как при четных n матричные элементы λ_1, λ_2 аномально малы из-за одинаковой четности волновых функций глубоких и возбужденных уровней наноструктуры относительно центра соответствующей квантовой ямы). С ростом U облегчается выполнение условия $(2m^*b^2U)^{1/2} \gg 1$ локализации волновых функций глубоких уровней в отдельных ямах, и поэтому расстояние b между квантовыми точками может быть уменьшено

в $\sim n$ раз, что в свою очередь способствует выполнению условия (29), а значит — и условия (27). Однако при этом параметр a/b перестает быть малым, и поэтому некоторые сделанные нами приближения становятся неприменимыми. Вопрос об индуцированных переходах электрона между нижними уровнями глубоких ям требует, таким образом, отдельного рассмотрения, которое предполагается провести в ходе дальнейшей работы.

В завершение оценим оптимальную величину амплитуды E_0 напряженности электрического поля в электромагнитной волне. Полагая опять $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/|\lambda_1| \approx 0.3$, из (23) и (24) для наноструктуры с параметрами $a = 60$ нм, $b = 240$ нм, $\delta a = 0.2$ нм при $(U - U_{c3})/U_c \approx 0.1$ получим $E_0 \approx 3$ В/см, что соответствует интенсивности импульса $I \approx 10^{-2}$ Вт/см². Отметим, что при такой величине E_0 оправданно пренебрежение квадратичным по вектор-потенциалу слагаемым в (1).

Для приведенных параметров наноструктуры оценка оптимальной длительности лазерного импульса по формуле (26) дает $T \sim 1$ нс. Величина T должна быть больше времени жизни электрона τ на возбужденном уровне относительно спонтанного перехода в основное состояние за счет испускания фотона или фонона, так как в противном случае будет нарушена унитарная эволюция электрона в поле электромагнитной волны. Согласно данным работы [15], величина τ сильно зависит от параметров наноструктуры и может достигать 1 мкс, так что будет выполняться условие $T \ll \tau$.

5. Заключение

В настоящей работе мы теоретически исследовали квантовую динамику электрона при воздействии лазерного импульса на наноструктуру, состоящую из двух туннельно-связанных квантовых точек. С учетом возможного различия размеров квантовых точек получено аналитическое выражение для вероятности индуцированного перехода электрона между состояниями, локализованными в разных квантовых точках. Этот переход осуществляется посредством резонансного возбуждения электрона на близкий к краю барьера уровень наноструктуры, волновая функция которого делокализована между квантовыми точками (аналог осцилляций Раби для трехуровневой системы). Найденны зависимости длительности и частоты импульса, при которых вероятность перехода максимальна, от энергетического спектра наноструктуры и дипольных матричных элементов. В рамках модели квантовых точек почти кубической формы сформулированы критерии, которым должны удовлетворять геометрические и энергетические характеристики наноструктуры (размеры квантовых точек, расстояние между ними, высота разделяющего их барьера), чтобы выполнялись условия резонансного перехода электрона. Сделан вывод, что незначительное технологическое различие размеров квантовых точек хотя и приводит к

уменьшению вероятности перехода, но не очень существенно (до $p \approx 0.9$). Мы полагаем, что на современном уровне технологии изготовления наноструктур этот эффект может быть обнаружен экспериментально. Оптимальные параметры лазерного импульса при этом должны определяться исходя из характеристик конкретной наноструктуры или подбираться опытным путем. Рассмотренный эффект, по-видимому, может быть использован для осуществления операций с кубитами в некоторых моделях квантового компьютера [16].

Авторы выражают благодарность К.А. Валиеву и А.А. Ларионову за внимание к работе.

Список литературы

- [1] L. Jacak, P. Hawrylak, A. Wójs. *Quantum dots* (Berlin, Springer, 1998).
- [2] В.Ф. Елесин, Ю.В. Копаев, Л.А. Опенев, А.И. Подливаев. *ФТП*, **28**, 1334 (1994).
- [3] А.М. Вучков, Л.А. Опенев, I.A. Semenihih. *Письма ЖЭТФ*, **66**, 275 (1997).
- [4] О.П. Пчеляков, Ю.Б. Болховитянов, А.В. Двуреченский, Л.В. Соколов, А.И. Никифоров, А.И. Якимов, Б. Фойхтлендер. *ФТП*, **34**, 1281 (2000).
- [5] L.A. Openov. *Europhys. Lett.*, **55**, 539 (2001).
- [6] В.Ф. Елесин, А.В. Цуканов. *ФТП*, **34**, 1404 (2000).
- [7] В.Ф. Елесин, И.Ю. Катеев, А.И. Подливаев. *ФТП*, **34**, 1373 (2000).
- [8] M.S. Sherwin, A. Imamoglu, T. Montroy. *Phys. Rev. A*, **60**, 3508 (1999).
- [9] F. Grossmann, T. Dittrich, P. Jung, P. Hänggi. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 516 (1991).
- [10] А.В. Крашенинников, С.Н. Молотков, С.С. Назин, Л.А. Опенев. *ЖЭТФ*, **112**, 1257 (1997).
- [11] L.A. Openov. *Phys. Rev. B*, **60**, 8798 (1999).
- [12] J.H. Oh, D. Ahn, S.W. Hwang. *Phys. Rev. A*, **62**, 052306 (2000).
- [13] А.И. Якимов, А.В. Двуреченский, А.И. Никифоров, О.П. Пчеляков. *Письма ЖЭТФ*, **68**, 125 (1998).
- [14] В.М. Галицкий, С.П. Гореславский, В.Ф. Елесин. *ЖЭТФ*, **57**, 207 (1969).
- [15] K. Nomoto, R. Ugaĳin, T. Suzuki, I. Hase. *J. Appl. Phys.*, **79**, 291 (1996).
- [16] А.А. Ларионов, Л.Е. Федичкин, К.А. Валиев. *Nanotechnology*, **12**, 536 (2001).

Редактор Л.В. Шаронова

Laser-induced resonant electron transitions between semiconductor quantum dots

A.V. Tsukanov, L.A. Openov*

Institute of Physics and Technology,
Russian Academy of Sciences,
117218 Moscow, Russia

* Moscow Engineering Physics Institute
(State University),
115409 Moscow, Russia

Abstract Influence of a resonant laser pulse on the quantum dynamics of an electron in the system of two semiconductor quantum dots is studied theoretically. Taking into account possible difference in quantum dot dimensions, the values of frequency, amplitude, and duration of a pulse are found for which the probability of the resonant electron transfer from the ground state of one of the quantum dots to the ground state of another quantum dot is maximum. The quantum dots whose shapes are close to a cubic one are considered as a specific example.