

03.1

## Влияние шумов с различными спектрами на течения вязкой несжимаемой жидкости

© Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова

Институт механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия  
E-mail: jilenko@imec.msu.ru

Поступило в Редакцию 16 января 2023 г.

В окончательной редакции 14 февраля 2023 г.

Принято к публикации 15 февраля 2023 г.

Представлены результаты экспериментального исследования воздействия шумов на течения во вращающемся сферическом слое. Шум вносится в течение в виде случайных флуктуаций скорости вращения внутренней сферы относительно постоянного во времени среднего значения. Проведены измерения скорости течения лазерным доплеровским анемометром. Установлено, что шумы одинаковой амплитуды, но с разными спектрами вызывают генерацию средних течений различной интенсивности. Показано, что увеличение средних скоростей под воздействием шума выше для устойчивых течений по сравнению с неустойчивыми.

**Ключевые слова:** шум, течения с вращением, сферическое течение Куэтта.

DOI: 10.21883/PJTF.2023.08.55132.19506

Все реальные течения и технические системы подвержены шумовым воздействиям. Возможности использования внешнего шума учитываются при разработке технологий и устройств для извлечения энергии из ветровых и волновых потоков [1]. В течениях во вращающемся сферическом слое, которые и являются предметом исследования настоящей работы, добавление „белого“ шума в виде случайных флуктуаций скорости вращения внутренней сферы может приводить к смене волнового числа при потере устойчивости [2], снижению предела устойчивости и генерации средних течений [3]. Генерация средних течений может происходить и под действием периодической во времени модуляции скорости вращения одной из сферических границ [4].

Амплитуды спектральных составляющих „белого“ шума равны во всем используемом диапазоне частот  $f$ , и если наклон спектра представлять в виде  $1/f^\alpha$ , то для „белого“ шума  $\alpha = 0$ . В последнее время при управлении состоянием технических систем и течений используется не только „белый“, но и другие виды шума [5–7] или отдельные ограниченные участки спектра „белого“ шума [8–10]. По сравнению с „розовым“ ( $\alpha = 1$ ) и „белым“ ( $\alpha = 0$ ) „красный“ шум ( $\alpha = 2$ ) оказывает более существенное влияние на характер колебаний конструкции [7]. „Белый“ шум в полосе низких частот может приводить к более эффективному подавлению высокочастотной неустойчивости в камере сгорания по сравнению с одночастотной модуляцией [8,9], тогда как шум в полосе высоких частот эту неустойчивость может усиливать. В течениях с вращением стратифицированной жидкости удаление высокочастотной части „белого“ шума приводит к устранению аномально высокого усиления волновой компоненты энергии течения [10].

Целью работы является экспериментальное исследование влияния вида спектра добавляемого шума на

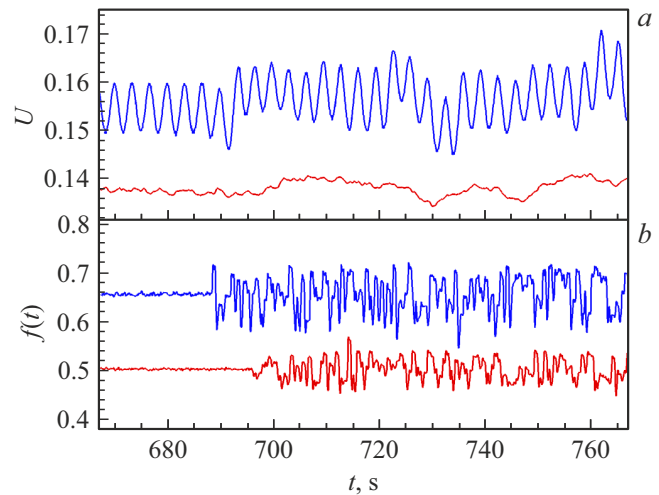
изменение свойств сферического течения Куэтта — течения вязкой несжимаемой жидкости в зазоре между коаксиально расположенными сферами, вызванного вращением одной или обеих границ. В настоящей работе внешняя сфера неподвижна, шум вносится в виде случайных флуктуаций скорости вращения внутренней сферы. Сферы выполнены из оптически прозрачного материала, радиус внутренней сферы  $r_1 = 0.075$  м, внешней  $r_2 = 0.150$  м. В качестве рабочей жидкости в сферическом зазоре используется силиконовое масло с кинематической вязкостью  $\nu = 5 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с при температуре жидкости в слое 22°С. С целью ограничения отклонений температуры жидкости в слое от заданных значений не выше  $\pm 0.05^\circ\text{C}$  сферы размещены в термостате с регулируемой температурой силиконового масла, датчик температуры размещается на экваторе внешней сферы. Измерения азимутальной компоненты скорости течения  $u_\varphi$  [м/с] в слое проводились лазерным доплеровским анемометром в точке, расположенной на расстоянии 0.078 м от плоскости экватора и 0.105 м от оси вращения. Сигнал скорости течения  $u_\varphi$  записывался с частотой опроса 25.45 Hz с целью последующей обработки. Сохранение заданного значения угловой скорости внутренней сферы  $\Omega(t)$  обеспечивается с точностью  $\pm 0.05\%$  цифровой системой управления с выделенным сигнальным процессором. Мгновенные фактические значения  $\Omega(t)$  вычисляются дифференцированием по времени сигнала фазы, получаемого с расположенного на валу привода датчика скорости вращения. На основании разницы величин фактической и заданной угловой скоростей выдается управляющее воздействие на привод. Если в системе управления задается ненулевая амплитуда шума, фактическое значение  $\Omega(t)$  начинает изменяться во времени путем добавления на каждом такте работы системы (каждые 0.04 с) возмущений нормированной ве-

личины с нулевым средним значением. Эти возмущения могут быть как положительными, так и отрицательными и выдаются генератором случайных чисел. Таким образом в экспериментах [2,3] обеспечивалось добавление „белого“ шума к сигналу скорости вращения (с равными амплитудами спектра на всех используемых частотах, рис. 2 в [2] и рис. 1 в [3]). В настоящей работе, так же как и в [8,9], используется спектр, в котором „белый“ шум занимает только часть используемой частотной полосы. В системе управления вращением имеется возможность формирования такого шума. Для этого упомянутые выше возмущения добавляются через интервалы времени, большие чем 0.04 s. Таким образом, „белый“ шум сохраняется в спектре только на низких частотах, а на более высоких (начиная с частоты отсечения  $f_c$  и выше) происходит близкое к экспоненциальному затухание амплитуд спектральных составляющих. Эксперименты проводились следующим образом. Сначала при выбранном числе Рейнольдса  $Re = \Omega_0 r_1^2 / \nu$  без добавления дополнительного шума происходило установление течения ( $\Omega_0$  — средняя угловая скорость вращения внутренней сферы). Измерения азимутальной скорости установившегося течения продолжались 15 min, после чего в сигнал скорости вращения подавался дополнительный шум с неизменной в течение каждого эксперимента интенсивностью. Все полученные далее результаты представлены в зависимости от числа  $Re$  и амплитуды шума  $N$ , где

$$N = \frac{1}{\Omega_0} \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K (\Omega(t_i) - \Omega_0)^2}, \quad K — \text{длина временной}$$

выборки. Необходимо отметить, что и в отсутствие дополнительно вносимых возмущений в сигнале скорости вращения  $\Omega(t)$  наблюдаются флуктуации с  $N < 0.0095$ , спектр этих флуктуаций соответствует „белому“ шуму во всем используемом диапазоне частот [2]. В нашей работе изучается воздействие на течение шумов с двумя видами спектра, различающимися частотами отсечения  $f_c$ :  $f_{1c} = 3$  Hz,  $f_{2c} = 1$  Hz; при  $f < f_c$  в спектре сохранялся участок с „белым“ шумом. Амплитуда шума  $N$  изменялась в диапазоне от 0.038 до 0.116. Частота вращения внутренней сферы  $f_0 = \Omega_0 / 2\pi$  изменялась в диапазоне от 0.5 до 0.658 Hz, при этом всегда выполнялось условие  $f_0 < f_c$ .

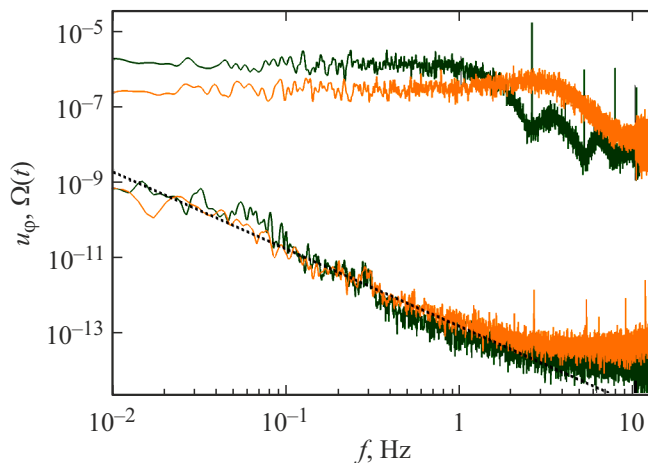
В настоящей работе все измерения проводились вблизи предела устойчивости течения, которому в отсутствие дополнительного шума соответствует критическое значение числа Рейнольдса  $Re_c = 460 \pm 2$  [11]. На пределе устойчивости как в отсутствие дополнительного шума [11], так и при его наличии [2] при рассматриваемых параметрах сферического слоя формируется периодическое течение в виде бегущих азимутальных волн с волновыми числами  $m = 3$  или 4. Этим волнам соответствуют частоты  $f_3 = 0.31$  Hz при  $m = 3$  и  $f_4 = 0.41$  Hz при  $m = 4$ . Направление распространения волн совпадает с направлением вращения внутренней сферы. При наличии дополнительного шума поле скоростей до потери устойчивости нестационарно во времени,



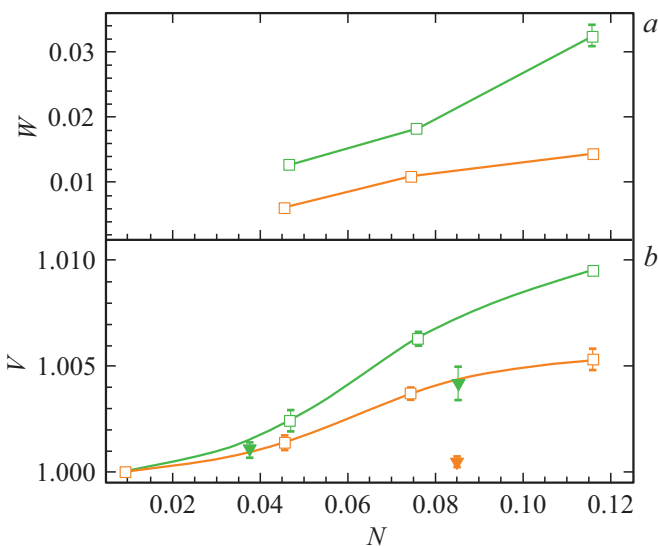
**Рис. 1.** Зависимость нормированной скорости течения  $U$  (a) и частоты вращения  $f(t)$  (b) от времени  $t$  при частоте отсечения  $f_{2c} = 1$  Hz. Верхняя кривая — неустойчивое течение,  $Re_1/Re_c = 1.0046$ ,  $N = 0.085$ ,  $m = 3$ , нижняя кривая — устойчивое течение,  $Re_1/Re_c = 0.772$ ,  $N = 0.047$ .

но сохраняет те же симметрии течения, что и в случае отсутствия дополнительного шума: относительно экватора и относительно оси вращения [3]. На рис. 1 приведены зависимости частоты вращения  $f(t) = \Omega(t)/2\pi$  и нормированного значения азимутальной скорости течения  $U = u_\varphi / (\Omega_0 r_1)$  от времени  $t$  при подаче дополнительного шума с частотой отсечения  $f_{2c} = 1$  Hz в сигнал скорости вращения. Представлены скорости неустойчивого и устойчивого течения. В обоих случаях подача шума приводит к возникновению низкочастотных по сравнению с  $f_3$  изменений скорости  $U$ . Амплитуда этих низкочастотных колебаний сравнима с амплитудой азимутальных волн (верхняя кривая на рис. 1, a) и существенно больше амплитуды изменения  $U$  в случае устойчивого течения (нижняя кривая на рис. 1, a). Эти зависимости существенно отличаются от ранее полученных в [3] результатов в присутствии дополнительного „белого“ шума. Например, в той же точке измерения подача „белого“ шума приводила только к изменению средней скорости течения, но не к изменению характера зависимости от времени. Можно сделать вывод, что вызванные „белым“ шумом флуктуации скорости течения в [3] при достижении точки измерения становились ниже уровня чувствительности анемометра.

На рис. 2 приведены спектры шума, добавляемого в сигнал скорости вращения, и спектры азимутальной скорости течения до потери устойчивости. В интервале частот от 0.01 до 1 Hz спектры шума представляют собой „белый“ шум. При  $f > f_c$  амплитуды спектральных составляющих для двух видов спектра начинают уменьшаться, и при  $f > 10$  Hz снижаются более чем на два порядка. Интересным является то, что качественный вид спектров измеряемой скорости течения практически не зависит от вида спектра шума. В интер-



**Рис. 2.** Спектры  $\Omega(t)$  (сверху) и  $u_\varphi$  (снизу) при  $\text{Re}/\text{Re}_c = 0.772$ . Оранжевые кривые —  $f_{1c}$ ,  $N = 0.074$ , зеленые кривые —  $f_{2c}$ ,  $N = 0.076$ . Пунктирной линией обозначена аппроксимация наклона спектров скорости течения. Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи.



**Рис. 3.** *a* — нормированные флуктуации скорости течения  $W$ ; *b* — относительное увеличение средней скорости течения  $V$  ( $V = 1$  соответствует случаю отсутствия дополнительного шума). Квадраты — устойчивые течения, треугольники — неустойчивые течения. Изменения под влиянием шума при  $f_{1c} = 3 \text{ Hz}$  обозначены оранжевым цветом, при  $f_{2c} = 1 \text{ Hz}$  — зеленым. Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи.

вале частот  $0.01 < f < 1 \text{ Hz}$  наклон спектров  $u_\varphi$  может быть представлен в виде  $1/f^\alpha$ , где  $\alpha = 2.06$ . Таким образом, рассматриваемый „белый“ шум с различными  $f_c$  в сигнале скорости вращения на удалении от источника шума приводит к „красному“ шуму в спектре  $u_\varphi$ . Полученное более быстрое затухание флуктуаций скорости на высоких частотах по сравнению с низкими по мере удаления от источника шума соответствует

расчетам [12], где аналогичный результат был получен в случае периодических колебаний скорости вращения внутренней сферы с двумя частотами.

Рассмотрим, как влияет величина частоты отсечения  $f_c$  на измеряемую азимутальную скорость. На рис. 3 представлены нормированные флуктуации азимутальной скорости течения  $W$  и относительное увеличение ее средней скорости  $V$ :

$$W = \frac{1}{\bar{u}_{\varphi N}} \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K (u_{\varphi N}(t_i) - \bar{u}_{\varphi N})^2}, \quad V = \bar{u}_{\varphi N} / \bar{u}_{\varphi 0}.$$

Здесь  $\bar{u}_{\varphi N}$  и  $\bar{u}_{\varphi 0}$  — осредненные значения скорости течения в присутствии дополнительного шума и без него соответственно,  $u_{\varphi N}(t_i)$  — мгновенные значения скорости течения. Видно, что шум с меньшей частотой отсечения  $f_{2c}$  (зеленый цвет на рис. 2 и 3) с увеличением  $N$  приводит к более сильному возрастанию как флуктуаций скорости течения (рис. 3, *a*), так и ее средних значений (рис. 3, *b*) по сравнению с шумом, в котором частота отсечения  $f_{1c}$  больше (оранжевый цвет на рис. 2 и 3). При одной и той же интенсивности шума увеличение  $W$  и  $V$  больше для устойчивых течений по сравнению с неустойчивыми.

Таким образом, чувствительность течений к воздействию случайных во времени флуктуаций скорости вращения определяется видом спектра этих флуктуаций, а именно шириной частотного интервала с „белым“ шумом. Даже незначительное удаление высокочастотной части в спектре „белого“ шума (уменьшение  $f_c$  от 3 до 1 Hz) при его неизменной амплитуде приводит к возрастанию как флуктуаций скорости, так и ее средних значений.

### Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-29-00051).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] T. Morita, T. Omori, Y. Nakayama, S. Toyabe, T. Ishikava, Phys. Rev. E, **101**, 063101 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevE.101.063101
- [2] D. Zhilenko, O. Krivonosova, M. Gritsevich, P. Read, Chaos, **28**, 053110 (2018). DOI: 10.1063/1.5011349
- [3] Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривonosова, ЖТФ, **91** (6), 935 (2021). DOI: 10.21883/JTF.2021.06.50862.345-20 [D.Yu. Zhilenko, O.E. Krivonosova, Tech. Phys., **66**, 1330 (2021). DOI: 10.1134/S1063784221060232].
- [4] D. Cebron, J. Vidal, N. Schaeffer, A. Borderies, A. Sauret, J. Fluid Mech., **916**, A39 (2021). DOI: 10.1017/jfm.2021.220
- [5] В.С. Анищенко, А.Е. Нейман, Письма в ЖТФ, **16** (7), 21 (1990).

- [6] I. Bashkirtseva, *Physica A*, **505**, 729 (2018).  
DOI: 10.1016/j.physa.2018.03.095
- [7] Т.В. Яковлева, В.Г. Баженов, В.С. Кружилин, В.А. Крысько, *Проблемы прочности и пластичности*, **81** (3), 324 (2019).  
DOI: 10.32326/1814-9146-2019-81-3-324-332
- [8] J.W. Bennewitz, R.A. Frederik, Jr., D.M. Lineberry, *J. Propul. Power*, **30**, 1094 (2014). DOI: 10.2514/1.B35232
- [9] J.W. Bennewitz, R.A. Frederic, Jr., J.T. Cranford, D.M. Lineberry, *J. Propul. Power*, **31**, 1672 (2015).  
DOI: 10.2514/1.B35649
- [10] M.L. Waite, *Phys. Fluids*, **29**, 126602 (2017).  
DOI: 10.1063/1.5004986
- [11] Ю.Н. Беляев, И.М. Яворская, *Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа* (М., 1980), т. 15, с. 3–80.
- [12] Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, *Письма в ЖЭТФ*, **104** (8), 552 (2016). DOI: 10.7868/S0370274X16200030  
[D.Yu. Zhilenko, O.E. Krivosova, *JETP Lett.*, **104**, 531 (2016). DOI: 10.1134/S0021364016200133].