Журнал технической физики, 2023, том 93, вып. 6

01

Взаимодействие H-волны с тонким металлическим слоем с обобщенными граничными условиями

© Э.В. Завитаев,[1] Т.Э. Симонова,[2] А.И. Уткин[2]

[1]Мытищинский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана,
141005 Мытищи, Московская обл., Россия
[2]Государственный гуманитарно-технологический университет,
142611 Орехово-Зуево, Московская обл., Россия
e-mail: aiutkin@yandex.ru

Поступило в Редакцию 2 октября 2022 г.
В окончательной редакции 18 марта 2023 г.
Принято к публикации 2 апреля 2023 г.

Рассмотрено падение электромагнитной H-волны на тонкий металлический слой под углом θ, с учетом зависимости коэффициентов зеркальности на поверхностях тонкого слоя q_1 и q_2 от угла падения электронов. Проведен анализ поведения коэффициентов отражения, прохождения и поглощения в зависимости от толщины тонкого слоя a. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: электромагнитная волна, тонкий металлический слой, проводимость, коэффициент отражения.

DOI: 10.21883/JTF.2023.06.55597.227-22

Введение

Электромагнитные свойства тонких металлических пленок могут существенно отличаться от свойств массивных образцов [1–9]. В рассматриваемом случае толщина тонкого металлического слоя а не превышает толщины скин-слоя δ и сравнима со средней длиной свободного пробега электронов в металле Λ. Известно, что толщина скин-слоя сильно зависит от частоты внешнего поля ω: по мере роста частоты δ уменьшается [10]. В нашем случае ω не превышает $7 \cdot 10^{11}$ Hz и выполняется неравенство $a < \delta$, поэтому скин-эффект не учитывается. Поскольку толщина тонкого слоя много больше длины волны де Бройля, которая в типичных металлах составляет величину порядка межатомного расстояния (~ 0.3 nm), то квантовыми эффектами мы можем пренебречь.

1. Электромагнитная H-волна и тонкий металлический слой

Рассмотрим тонкий металлической слой толщиной a, коэффициентами зеркальности q_1 и q_2 при отражении электронов соответственно от верхней и нижней поверхности этого слоя, в случае падения на него электромагнитной H-волны под углом θ. Поскольку вектор электрического поля электромагнитной волны параллелен поверхности тонкого слоя, то такая волна носит название H-волны. Электрическое поле электромагнитной волны параллельно координатной оси Y, координатная ось X направлена вглубь тонкого металлического слоя. Уточним, что электрическое поле $\mathbf{E}$ однородное и периодическое по времени:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t).$$

Здесь ω — частота электрического поля.

Поведение электромагнитного поля внутри тонкого металлического слоя можно описать следующей системой уравнений [11]:

$$\begin{cases} rot\,\mathbf{H} = \mathbf{j} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \\ rot\,\mathbf{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{j}$ — плотность электрического тока, μ и μ_0 — магнитная проницаемость среды и магнитная постоянная; ε и ε_0 — диэлектрическая проницаемость среды и электрическая постоянная.

Распишем по определению ротор векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, оставляя только проекции E_y и H_z в соответствии с выбором координатных осей для тонкого металлического слоя:

$$rot\,\mathbf{E} = -\frac{\partial E_y}{\partial z}\mathbf{i} + \frac{\partial E_y}{\partial x}\mathbf{k},$$

$$rot\,\mathbf{H} = -\frac{\partial H_z}{\partial y}\mathbf{i} + \frac{\partial H_z}{\partial x}\mathbf{j}. \tag{2}$$

Поскольку в нашем случае $\frac{\partial E_y}{\partial z} = 0$, то первое уравнение системы (2) с учетом второго уравнения системы (1) примет вид

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} H_z$$

$$= -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} H_0 \exp(-i\omega t) = \mu\mu_0 i\omega H_z.$$

Таким образом, первое уравнение системы (1) в системе СИ примет окончательный вид

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \mu\mu_0 i\omega H_z = 0.$$

Второе уравнение системы (2) с учетом того, что $\frac{\partial H_z}{\partial y} = 0$ можно переписать следующим образом:

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -j_y - \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E_y \exp(-i\omega t).$$

Здесь j_y — проекция плотности электрического тока.

В результате аналогичных преобразований можно получить второе уравнение системы (1) в системе СИ:

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} + i\varepsilon\varepsilon_0\omega(\sin^2\theta - 1)E_y = -j_y.$$

Здесь θ — угол падения H-волны на тонкий металлический слой.

Таким образом, система уравнений (1) в СИ примет окончательный вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_y}{\partial x} - \mu\mu_0 i\omega H_z = 0, \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} + i\varepsilon\varepsilon_0\omega(\sin^2\theta - 1)E_y = -j_y. \end{cases} \tag{3}$$

Взаимодействие электромагнитной H-волны с тонким металлическим слоем характеризуется коэффициентами: отражения R, прохождения T и поглощения A[12]:

$$T = \frac{1}{4}\left|P^k - P^l\right|^2,$$

$$R = \frac{1}{4}\left|P^k + P^l\right|^2,$$

$$A = 1 - T - R. \tag{4}$$

P^k и P^l связанны с поверхностными импедансами Z^k и Z^l на нижней поверхности тонкого металлического слоя и углом падения волны θ. Они определяются следующим образом [12]:

$$P^k = \frac{Z^k\cos\theta - 1}{Z^k\cos\theta + 1},$$

$$P^l = \frac{Z^l\cos\theta - 1}{Z^l\cos\theta + 1}. \tag{5}$$

Z^k соответствует антисимметричной по электрическому полю конфигурации внешнего поля: $E_y(0) = -Ey(a)$, $H_z(0) = H_z(a)$, а Z^l — симметричной по внешнему полю конфигурации внешнего поля: $E_y(0) = E_y(a)$, $H_z(0) = -H_z(a)$. Импеданс в обоих случаях имеет вид

$$Z^k = Z^l = \frac{E_y(0)}{H_z(0)}. \tag{6}$$

Электрическое и магнитное поля будут очень мало меняться на расстояниях меньших глубины скин-слоя ($a < \delta$). В случае антисимметричной по электрическому полю конфигурации внешнего поля, когда $H_z(0) = H_z(a)$, можно принять величину H_z постоянной, а изменение величины электрического поля с толщиной можно определить из первого уравнения системы (3):

$$E_y(a) - E_y(0) = \mu\mu_0 i\omega a H_z. \tag{7}$$

Учет антисимметричного характера электрического поля приводит выражение (7) к виду

$$E_y(0) = -\frac{\mu\mu_0 i\omega a H_z}{2}.$$

Учитывая выражение (6) для импеданса, в случае антисимметричной по электрическому полю конфигурации внешнего поля, получим

$$Z^k = -i\mu\mu_0\omega a/2. \tag{8}$$

В случае же симметричной по электрическому полю конфигурации внешнего поля, когда $E_y(0) = E_y(a)$, можно принять величину E_y постоянной, а изменение величины магнитного поля с толщиной можно определить из второго выражения системы уравнений (3):

$$H_z(a) - H_z(0) = -i\varepsilon\varepsilon_0(\sin^2(\theta) - 1)E_y - \int_0^a j_y dx. \tag{9}$$

Введем электрическую проводимость, которая будет усреднена по толщине тонкого металлического слоя a:

$$\sigma_a = \frac{1}{E_y a}\int_0^a j_y(x)dx = \frac{1}{a}\int_0^a \sigma(x)dx. \tag{10}$$

Для плотности электрического тока имеем

$$j_y = \sigma(x)E_y.$$

Здесь $\sigma(x)$ — локальная электрическая проводимость слоя.

Учитывая выражение (10) и симметрию магнитного поля, выражение (9) примет вид

$$H_z(0) = -\frac{1}{2}i\varepsilon\varepsilon_0\omega a(\sin^2(\theta) - 1)E_y + a\sigma_a E_y.$$

С учетом (6) в случае симметричной по электрическому полю конфигурации внешнего поля, получим

$$Z^l = \frac{2}{-i\varepsilon\varepsilon_0\omega a(\sin^2(\theta) - 1) + 2a\sigma_a}. \tag{11}$$

Теперь предположим, что длина волны падающего излучения существенно превосходит толщину слоя a. В этом случае будет выполняться $\mu\mu_0\omega a \ll 1$, $\varepsilon\varepsilon_0\omega a \ll 1$ или $\mu\mu_0 2\pi c a/\lambda \ll 1$, $\varepsilon\varepsilon_0 2\pi c a/\lambda \ll 1$. Оценки длины волны λ и частоты электромагнитного поля ω для рассматриваемого тонкого металлического слоя таковы: $\lambda \sim 2.7 \cdot 10^{-3}$ m, $\omega \sim 7 \cdot 10^{11}$ Hz.

Тогда, выражения для импедансов (8) и (11) примут вид

$$Z^k = 0,$$

$$Z^l = \frac{1}{a\sigma_a}. \quad (12)$$

В соответствии с (12) выражение (5) примет вид

$$P^k = -1,$$

$$P^l = \frac{\cos\theta - a\sigma_a}{\cos\theta + a\sigma_a}. \quad (13)$$

Учитывая (13) и (5), выражения для коэффициентов R, T, A 4) примут вид

$$T = \left|\frac{\cos\theta}{\cos\theta + a\sigma_a}\right|^2,$$

$$R = \left|\frac{a\sigma_a}{\cos\theta + a\sigma_a}\right|^2,$$

$$A = 1 - T - R, \quad (14)$$

где σ_a имеет вид [13]:

$$\sigma_a = \frac{3}{4}\frac{\sigma_0}{\tau}\frac{1}{(1/\tau - i\omega)}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3\alpha \Bigg[2a + \left[-\frac{a\cos(\alpha)(\exp(-\Omega/\cos\alpha) - 1)}{\Omega}\right] \times \left[\frac{q_1\left[1 - \exp(-\Omega/\cos\alpha) + q_2\exp(-\Omega/\cos\alpha)\right]}{1 - q_1 q_2\exp(-2\Omega/\cos\alpha)} + \frac{q_1\left[1 - \exp(-\Omega/\cos\alpha) + q_1\exp(-\Omega/\cos\alpha)\right]}{1 - q_1 q_2\exp(-2\Omega/\cos\alpha)}\right]\Bigg] d\alpha. \quad (15)$$

Здесь $\sigma_0 = ne^2\tau/m$, n — концентрация электронов проводимости, e — электрический заряд электрона, τ — электронное время релаксации, m — масса электрона, $\Omega = \frac{a}{v_F}\left(\frac{1}{\tau} - i\omega\right)$, q_1 и q_2 — коэффициенты зеркальности поверхностей тонкого слоя, при отражении электронов от его поверхностей.

Связь между напряженностью электрического поля $\mathbf{E}$ и плотностью тока $\mathbf{j}$ в случае, когда толщина слоя a сравнима с длиной свободного пробега электронов в металле λ, оказывается существенно нелокальной. Для описания связи между $\mathbf{E}$ и $\mathbf{j}$ в работе [13] было использовано кинетическое уравнение Больцмана [14] (в приближении времени релаксации) для вырожденного ферми-газа электронов проводимости находящемуся в тонком слое:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{eE}{m}\frac{\partial f_0}{\partial v_x} = -\frac{f - f_0}{\tau}.$$

Здесь f_0, f, e, m, v_z, v_x, τ — соответственно функция Ферми–Дирака, функция распределения электронов при наличии внешнего электрического поля, заряд электрона, его масса, проекции скорости электронов проводимости, электронное время релаксации.

Это уравнение можно линеаризовать по полю $\mathbf{E}$ и по малым отклонениям f_1 от равновесной функции распределения электронов Ферми–Дирака f_0 $(f = f_0 + f_1)$ и в результате получить следующее уравнение:

$$v_z\frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{eE}{m}\frac{\partial f_0}{\partial v_x} - i\omega f_1 = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (16)$$

Решая уравнение (16) с учетом зеркально-диффузных граничных условий Фукса [13,15], было получено выражение (15) для электрической проводимости тонкого металлического слоя, усредненной по толщине a этого слоя.

Однако не было учтено то, что в общем случае коэффициенты зеркальности q_1 и q_2 могут зависеть от угла падения электронов от поверхности тонкого слоя.

Модель зеркально-диффузных граничных условий для электронов на поверхности тонкого металлического слоя с учетом зависимости коэффициента зеркальности от угла падения электронов α впервые была предложена в работе [16], где для коэффициента зеркальности q было получено выражение

$$q(\alpha) = q_0 + (1 - q_0)\exp(-b_1\cos\alpha - b_2\cos^2\alpha). \quad (17)$$

Здесь b_1 и b_2 — некоторые положительные коэффициенты, когда $b_1 \gg 1$ и $b_2 \gg 1$, то $q(\alpha) = q_0$ — получаем модель Фукса, а если $q_0 = 0$ и $b_2 \gg b_1$ — получаем модель Соффера.

В нашем случае с учетом того, что коэффициенты зеркальности поверхностей тонкого слоя могут быть различны, выражение (17) примет вид

$$q_1 = q_{01} + (1 - q_{01})\exp(-b_1\cos\alpha - b_2\cos^2\alpha),$$

$$q_2 = q_{02} + (1 - q_{02})\exp(-b_1\cos\alpha - b_2\cos^2\alpha). \quad (18)$$

Здесь q_{01} и q_{02} — значение коэффициентов зеркальности поверхностей тонкого слоя.

Таким образом, при дальнейшем анализе поведения коэффициентов отражения R, прохождения T и поглощения A необходимо в выражении (15) для проводимости тонкого слоя учитывать зависимость коэффициентов зеркальности от угла падения электронов α (выражение (18)).

Рассмотри случай толстого металлического слоя, когда его толщина a много больше средней длины свободного пробега электронов в металле Λ. Положим также, что $b_1 \gg 1$ и $b_2 \gg 1$, тогда выражение для электрической проводимости тонкого металлического слоя σ_a примет вид

$$\sigma_a = a\frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}.$$

Получили классический результат для проводимости толстого слоя — формулу Друде.

2. Обсуждение результатов

Рассмотрим поведение коэффициентов отражения R, прохождения T и поглощения A в случае медного слоя толщины a. Для дальнейших расчетов будем использовать параметры для меди из [17]. В частности, время релаксации электронов $\tau = 1.9 \cdot 10^{-14}$ s.

Проведем сравнение полученных результатов с экспериментальными данными работы [18]. В указанной работе исследовалось удельное сопротивление тонких медных пленок. Взяв экспериментальные значения удельной проводимости тонкой медной пленки для указанной толщины, можно рассчитать экспериментальные значения коэффициентов отражения R, прохождения T и поглощения A. Полученные значения для коэффициентов R, T и A сопоставим с теоретическими результатами настоящей работы. Уточним, что для модели Фукса значения коэффициентов зеркальностей q_{01} и q_{02} были взяты из работы [19].

На рис. 1 видно, что вариация коэффициентов зеркальности тонкого металлического слоя оказывает существенное влияние на поведение коэффициента отражения R. С увеличением толщины тонкого металлического слоя возрастает значение коэффициента отражения R.

На рис. 2 можно наблюдать, что угол падения H-волны θ на тонкий металлический слой также вносит существенный вклад в поведение коэффициента отражения R. В частности, чем меньше угол падения H-волны θ, тем больше скорость возрастания коэффициента отражения R, при увеличении толщины тонкого слоя.

На рис. 3 проведено сравнение теоретической модели настоящей работы с экспериментальными данными работы [18]. В работе [18] исследовались электромагнитные свойства тонких медных пленок в статическом случае, когда $\omega = 0$ и когда угол падения электромагнитной волны $\theta = 0^\circ$. Таким образом, результаты, полученные с помощью обобщенных граничных условий, лучше согласуются с данными эксперимента, по сравнению с результатами, полученными с применением граничных условий Фукса (см. таблицу).

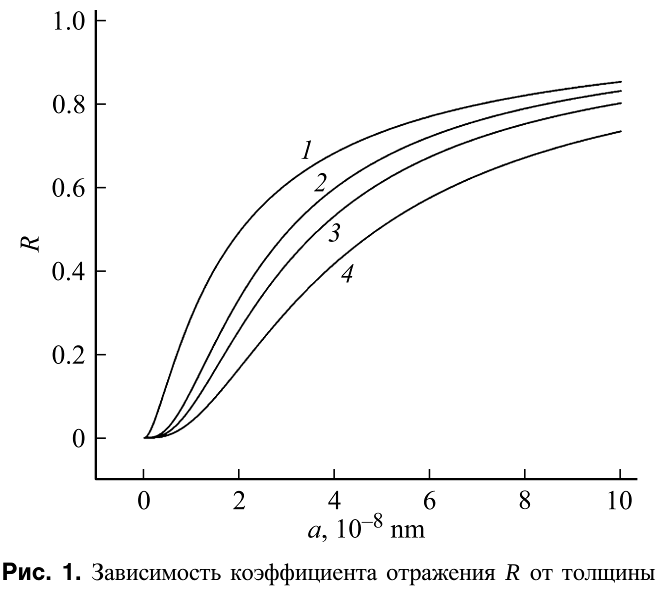

Рис. 1. Зависимость коэффициента отражения R от толщины тонкого металлического слоя a. Для всех кривых $\omega = 0$, $\theta = 60^\circ$, $b_1 = b_2 = 10$. Кривая *1* — $q_{01} = 1$, $q_{02} = 1$; кривая *2* — $q_{01} = 0.5$, $q_{02} = 0.8$; кривая *3* — $q_{01} = 0.3$, $q_{02} = 0.5$; кривая *4* — $q_{01} = 0$, $q_{02} = 0$.

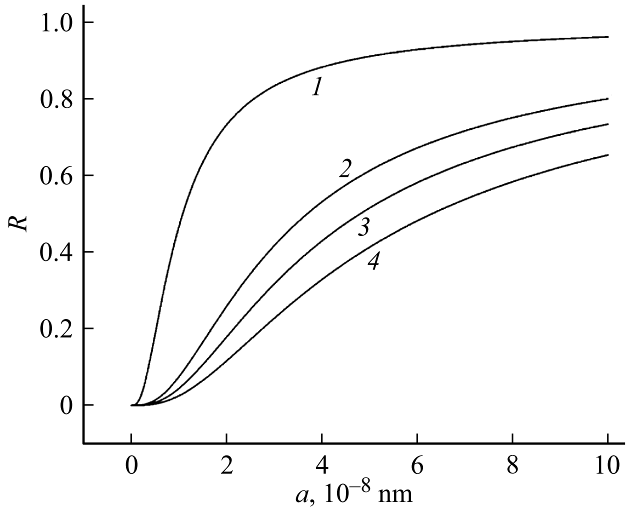

Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения R от толщины тонкого металлического слоя a. Для всех кривых $\omega = 0$, $b_1 = b_2 = 10$, $q_{01} = 0.3$, $q_{02} = 0.5$. Кривая *1* — $\theta = 85^\circ$; кривая *2* — $\theta = 60^\circ$; кривая *3* — $\theta = 45^\circ$; кривая *4* — $\theta = 0^\circ$.

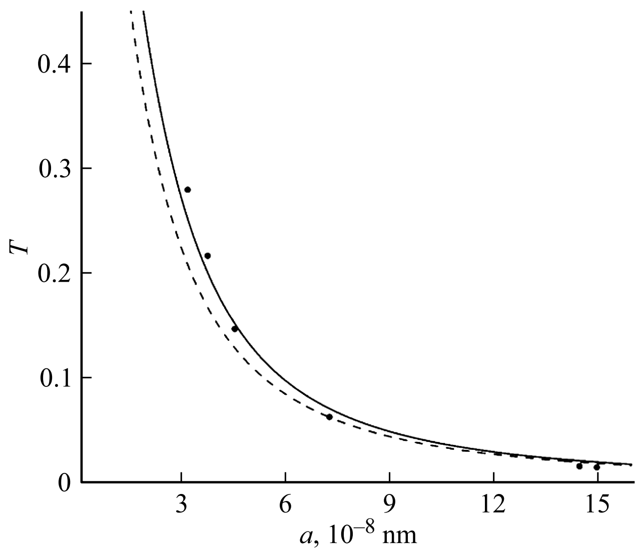

Рис. 3. Зависимость коэффициента прохождения T от толщины тонкого металлического слоя a. Сплошная кривая — модель обобщенных граничных условий. Штриховая кривая — модель Фукса. Точки на графике — экспериментальные. Для сплошной кривой: $\omega = 0$, $\theta = 0^\circ$, $b_1 = 100$, $b_2 = 0, 1$, $q_{01} = 0$, $q_{02} = 0$. Для штриховой кривой: $\omega = 0$, $\theta = 0^\circ$, $q_{01} = q_{02} = 0.5$.

Относительная погрешность результатов, представленных на рис. 3.

Толщина тонкого медного слоя a, nm	Относительная погрешность Δ,% модель обобщенных граничных условий	Относительная погрешность Δ,% модель Фукса
31.7	12.1	35.4
37.5	9.6	33.1
45.3	2.7	15.2
72.7	9.4	0.5
145	4.2	4.1
150	4.1	4

Заключение

Таким образом, в работе впервые получены выражения для коэффициентов отражения R, прохождения T и поглощения A, когда коэффициенты зеркальности q_{01} и q_{02} зависят от угла падения электронов. Исследовано поведение коэффициента отражения R, в случае его зависимости от толщины тонкого металлического слоя a. Вариация коэффициентов зеркальности q_{01} и q_{02} при их зависимости от угла отражения электронов вносит существенный вклад в проводимость тонкого слоя и, следовательно, в поведение коэффициентов отражения R, прохождения T и поглощения A.

В результате проделанных расчетов было установлено, что полученная теоретическая модель обобщенных граничных условий более точно описывает поведение коэффициентов отражения R, прохождения T и поглощения A, по сравнению с зеркально-диффузной моделью Фукса, если учесть, что коэффициенты зеркальности q_{01} и q_{02} зависят от угла падения электронов. В частности, результаты для коэффициента прохождения T в пределах погрешности метода расчета согласуются с данными эксперимента.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Т.А. Вартанян, Н.Б. Леонов, Е.В., С.Г. Пржибельский. Оптич. журн., **80** (2), 3 (2013). [T.A. Vartanyan, N.B. Leonov, S.G. Przhibel'skii. J. Opt. Technol., **80** (2), 3 (2013). DOI: 10.1364/JOT.80.000088]

[2] Е.Н. Котликов, В.А. Иванов, В.Н. Прокашев. Опт. и спектр., **108** (6), 1003 (2010). [E.N. Kotlikov, V.N. Prokashev, V.A. Ivanov. Opt. Spectr., **108** (6), 1003 (2010). DOI: 10.1134/S0030400X10060196]

[3] В.В. Каминский, В.А. Сидоров, Н.Н. Степанов, М.М. Казанин, А.А. Молодых, С.М. Соловьев. ФТТ, **55** (5), 991 (2013). [V.V. Kaminskii, N.N. Stepano, M.M. Kazanin, A.A. Molodykh, S.M. Solov'ev, V.A. Sidorov. Physics of the Solid State, **55** (5), 991 (2013). DOI: 10.1134/S106378341302011X]

[4] Е.Н. Котликов, А.Н. Тропин. Оптич. журн., **87** (1), 56 (2020). DOI: 10.17586/1023-5086-2020-87-01-56-61 [E.N. Kotlikov, A.N. Tropin. J. Opt. Technol., **87** (1), 56 (2020). DOI: 10.1364/JOT.87.000045]

[5] Е.В. Ващенко, И.А. Гладских, С.Г. Пржибельский, В.В. Хромов, Т.А. Вартанян. Оптич. журн., **80** (5), 24 (2013). [E.V. Vashchenko, I.A. Gladskikh, S.G. Przhibel'skiĭ, V.V. Khromov, T.A. Vartanyan. J. Opt. Technol., **80** (5), 24 (2013). DOI: 10.1364/JOT.80.000263]

[6] W.E. Jones, K.L. Kliewer, R. Fuchs. Phys. Rev., **178**, 1201 (1969). DOI:10.1103/PhysRev.178.1201

[7] Ф.А. Королев, В.И. Гриднев. Радиотехника и электроника, 1718 (1965).

[8] С.Г. Бежанов, А.А. Ионин, А.П. Канавин. ЖЭТФ, **147** (6), 1087 (2015). [S.G. Bezhanov, A.A. Ionin, A.P. Kanavin. J. Experiment. Theor. Phys., **120** (6), 937 (2015). DOI: 10.1134/S1063776115050106]

[9] А. Паредес–Хуарес, С. Диас–Монхе, М.Н. Макаров, Ф. Перес–Родригес. Письма в ЖЭТФ, **90** (9), 687 (2009). [A. Paredes–Juarez, F. Dias–Monge, N.M. Makarov, F. Perez–Rodriguez. JETP Lett., **90** (9), 687 (2009). DOI: 10.1134/S0021364009210073]

[10] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Теоретическая физика. Т.Х. Физическая кинетика* (Физматлит, М., 2002)

[11] Д.И. Пеннер, В.А. Угаров. *Электродинамика и специальная теория относительности* (Просвещение, М., 1980)

[12] А.В. Латышев, А.А. Юшканов А.А. Микроэлектроника, **41** (1), 25 (2012). [A.V. Latyshev, A.A. Yushkanov. Russian Microelectronics, **41** (1), 25 (2012). DOI: 10.1134/S1063739712010076]

[13] А.И. Уткин, Э.В. Завитаев, А.А. Юшканов. Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, **9**, 85 (2016). DOI: 10.7868/S0207352816090158 [A.I. Utkin, A.A. Yushkanov, E.V. Zavitaev. Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques, 10, 5 (2016). DOI: 10.1134/S1027451016050153]

[14] А.А. Абрикосов. *Основы теории металлов: учебное руководство* (Наука, М., 1987)

[15] А.В. Латышев, А.А. Юшканов. *Энциклопедия низкотемпературной плазмы.* (Янус-К, М., 2008), т. VII-1, гл. 10.

[16] Ф.А. Каримов, А.А. Юшканов. Вестник МГОУ. Серия: Физика-математика, **1**, 50 (2020). DOI: 10.18384/2310-7251-2020-1-50-56

[17] Н. Ашкрофт, Н. Мермин. *Физика твердого тела* (Мир, М., 1979), т. 1.

[18] Sun Tik, Yao Bo, P. Warren Andrew, Kumar Vineet, Roberts Scott, Barmak Katayun, R. Coffey Kevin. J. Vac. Sci. Technol. A, **26**, 605 (2008). DOI: 10.1116/1.2938395

[19] A. Bid, A. Bora, A.K. Raychaudhuri. Phys. Rev. B, **74**, 035426-1-9 (2006).