01,02

# Отклик джозефсоновского перехода на импульс тока с энергией микроволнового фотона

© Л.С. Ревин, Д.А. Ладейнов, А.В. Гордеева, А.Л. Панкратов ¶

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород, Россия

¶ E-mail: alp@ipmras.ru

Поступила в Редакцию 17 апреля 2023 г. В окончательной редакции 17 апреля 2023 г. Принята к публикации 11 мая 2023 г.

Проведен теоретический анализ эффективности детектирования фотоноподобных импульсов на частотах порядка 10 GHz джозефсоновским переходом с параметрами, доступными для алюминиевой технологии. Проведено численное моделирование динамики переключений перехода под воздействием переключающего импульса в рамках линейной резистивной модели джозефсоновского перехода. Для сравнения с моделированием использованы экспериментальные данные образца, изготовленного по алюминиевой технологии методом теневого напыления. Определены времена между темновыми отсчетами, для которых переход чувствителен к одиночным фотонам. Рассмотрены способы повышения чувствительности.

Ключевые слова: RCSJ-модель, время жизни, поглощение фотона.

DOI: 10.21883/FTT.2023.07.55828.30H

## 1. Введение

Поглощение фотона в джозефсоновском переходе (ДП) может быть рассмотрено как повышение энергии перехода на энергию фотона [1]. Это увеличение является кратковременным, так как энергия в джозефсоновском переходе со временем диссипирует. Но при выполнении определенных условий, рассмотренных в настоящей статье, кратковременное воздействие может привести к изменению состояния перехода — переключению его из состояния с нулевым напряжением (s-состояние) в резистивное состояние (г-состояние).

В квантовых моделях поглощение фотона — мгновенный процесс, увеличивающий энергию системы скачком [2,3]. В подходе, который используется в настоящей работе, фотон представлен как импульс тока p(t) через ДП, см. уравнение (1). В этом случае энергия меняется не скачком, а нарастает постепенно с частотой колебаний фотона  $\omega_{ph}$ 

$$p(t) = \sqrt{N} \sqrt{\frac{\hbar \omega_{ph}}{R_N t_{ph}}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t}{t_{ph}}\right)^2} \cos(\omega_{ph} t). \tag{1}$$

В интеграле от импульса тока по времени заключена энергия N фотонов. Варьируемым параметром импульса является его ширина  $t_{ph}$ , т.е. число полупериодов колебаний на частоте фотона, совершаемых за время действия импульса. Чем меньше колебаний, тем выше амплитуда переключающего импульса.

Данная модель представляется правдоподобной для систем, взаимодействующих с внешним термостатом, когда квантовое описание существенно осложняется изза присутствия диссипации. Здесь диссипация в ДП учитывается за счет протекания тока через постоянное со-

противление  $R_N$  (линейная RCSJ-модель) или зависящее от напряжения сопротивление R(V) (нелинейная RCSJ-модель). Альтернативой данному подходу может быть, например, уравнение Линдблада, описывающее эволюцию матрицы плотности открытой квантовой системы, которая применительно к джозефсоновскому переходу рассматривалась в [4,5].

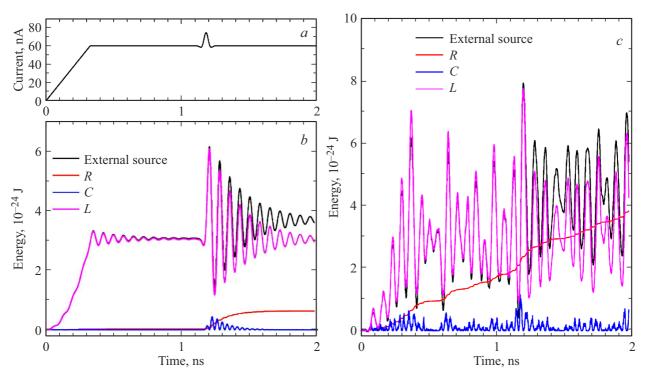
Согласно линейной RCSJ-модели джозефсоновский переход может быть представлен в виде четырех элементов цепи (нелинейной индуктивности, емкости C, сопротивления и флуктуационного источника тока  $I_F(t)$ ), соединенных параллельно относительно тока, задаваемого внешним источником. Выражение для полного тока через переход с джозефсоновской фазой  $\phi$  и напряжением V имеет следующий вид:

$$I_b + p(t) = I_c \sin \phi + \frac{V}{R_N} + C \frac{dV}{dt} + I_F(t).$$
 (2)

Флуктуационный ток вводится для моделирования теплового шума по методу Ланжевена, как случайная внешняя сила. В модели RCSJ источником этого шума является сопротивление шунтирующее переход, поэтому спектральная плотность задается формулой Найквиста для флуктуаций тока через резистор при температуре T. Для такого шумового тока справедливы следующие соотношения:

$$\langle I_F(t)\rangle = 0, \quad \langle I_F(t)\rangle\langle I_F(t+\tau)\rangle = \frac{kT}{\pi R_N}\delta(\tau).$$
 (3)

Сила воздействия флуктуаций на джозефсоновский переход характеризуется отношением тепловой энергии kT к энергии связи  $E_J$ .



**Рис. 1.** a — зависимость тока через ДП от времени: задание рабочего тока по линейному закону от 0 до  $0.3I_c$ , ожидание прихода фотона при постоянном токе, импульс тока от фотона; b — распределение энергии в ДП под воздействием внешнего тока (a) при отсутствии тепловых флуктуаций: черный цвет — работа внешних сил (источника тока), красный — энергия рассеянная в сопротивлении, синий — энергия в конденсаторе, розовый — энергия в индуктивности (энергия сверхпроводящего тока); c — то же самое, что на панели (b), но в присутствии тепловых флуктуаций с интенсивностью, соответствующей  $20\,\mathrm{mK}$ .

# Сценарии переключений в RCSJ-модели

В джозефсоновском переходе запасена энергия связи, равная двум джозефсоновским энергиям  $E_J=\hbar I_c/(2e)$ , возникающая из-за перекрытия волновых функций сверхпроводящих электродов, по аналогии с энергией связи атомов в молекуле. Эта величина определяет характерный масштаб энергий, разделяющий состояние с нулевым напряжением от состояния с конечным напряжением. Рассмотрим процесс переключения перехода из s-состояния в r-состояние под действием внешнего фотоноподобного импульса тока с точки зрения перераспределения энергий.

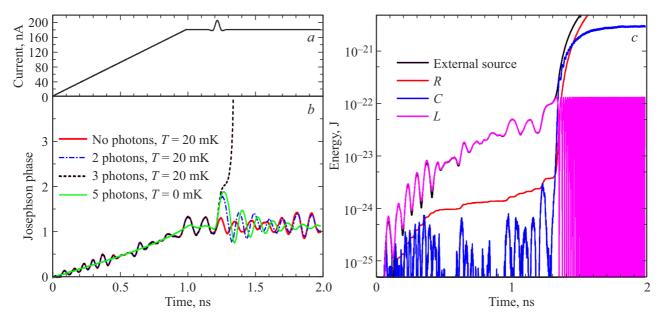
При подаче тока от внешнего источника на переходе появляется напряжение. Энергия, равная интегралу по времени от произведения внешнего тока на напряжение на переходе, идет на увеличение энергии сверхпроводящего конденсата, который ускоряется до скорости, зависящей от заданного тока и параметров перехода. Или, в других терминах, происходит конвертация потенциальной энергии в кинетическую.

Предположим, что ток разворачивается по линейному закону от 0 до заданного значения  $I_b$ , вызывая плазменные колебания фазы ДП с частотой  $\omega_p = \sqrt{2eI_c/\hbar C} \, (1-I_b^2/I_c^2)^{1/4}$ , зависящей от тока  $I_b$ . Далее, после затухания плазменных колебаний, приходит

импульс тока с энергией фотона (рис. 1,a). На рис. 1,b и c показано изменение энергии в трех элементах R,L и C, образующих ДП при подаче внешнего тока в отсутствии тепловых флуктуаций, и при конечной температуре  $20\,\mathrm{mK}$  соответственно. Работа внешних сил по увеличению тока через переход от нуля до фиксированного значения  $I_b < I_c$  приводит к увеличению энергии сверхпроводящего тока (ток через индуктивность L). Также во время установления состояния происходит перезарядка емкости C. Кроме того, часть энергии диссипирует в сопротивлении  $R=R_N$ .

Моделирование в этом разделе проведено для ДП с параметрами  $I_c=200\,\mathrm{nA},\ R_N=1500\,\Omega$  и  $C=80\,\mathrm{pF}.$  Данные параметры взяты из соображений, что в таком переходе в интересующем нас диапазоне температур от 20 до 100 mK нет фазовой диффузии, сильно осложняющей динамику переключений. Для этого ДП фазовая диффузия проявляется выше 200 mK. Подробное описание модели и способа расчета приведены в [6].

Ток на рис. 1, a разворачивается от 0 до  $0.3I_c$ . Импульс от одного фотона частотой 9 GHz увеличивает ток в максимуме еще на 14 пА. При нулевой температуре колебания энергий, вызванные фотоном, хорошо видны, как в L, так и в C канале. При температуре отличной от нуля фаза совершает колебания на плазменной частоте даже, если задаваемый ток не меняется и другие внешние воздействия отсутствуют. Для данного перехода средняя



**Рис. 2.** Эволюция тока (a) и фазы ДП (b) при поглощении 0, 2, 3 и 5 фотонов. За время от 0 до 1 пѕ ток разворачивается до 180 пА  $(0.9I_c)$ . В момент времени 1, 2 пѕ приходит импульс от нескольких синфазных фотонов. b — красная кривая — 0 фотонов, синяя — 2 фотона, черная — 3 фотона при температуре  $20\,\mathrm{mK}$ , зеленая — 5 фотонов в отсутствии флуктуаций. При сигнале в 3 фотона и температуре  $20\,\mathrm{mK}$  ДП переключился в резистивное состояние. При нулевой температуре даже 5 фотонов не достаточно для переключения. c — изменение энергии в элементах R, C, L джозефсоновского перехода при переключении в резистивное состояние после поглощения a фотонов.

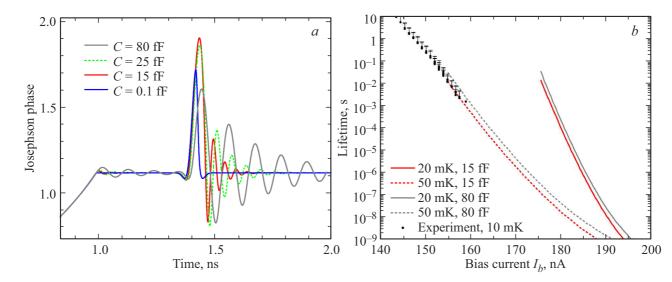
амплитуда изменения тока из-за тепловых флуктуаций при 20 mK составляет 0.84 nA. При этом максимальная амплитуда импульса тока с энергией одного фотона равна 14 nA при токе смещения 180 nA. Несмотря на то, что эти величины отличаются на порядок, тепловые колебания энергии сверхпроводящего тока и энергии конденсатора настолько сильны, что на их фоне практически не заметно, как происходит развертка тока и в какой момент приходит фотон.

Рассмотренный случай служит для демонстрации роли тепловых флуктуаций и как в их присутствии размывается воздействие фотона при его поглощении. При токе смещения 60 пА одиночный фотон не приводит к переключению ДП в резистивное состояние. Для наблюдения переключений зададим те же параметры ДП, но увеличим ток смещения. Пусть ток разворачивается до 180 nA по линейному закону достаточно медленно (рис. 2, a), чтобы не возбуждать плазменных колебаний. Это достигается на масштабах нескольких наносекунд. Плазменная частота при токе 180 nA равна 9 GHz. Приходящий фотон (уравнение (1)) также имеет частоту 9 GHz и характерную ширину  $t_{ph} = 0.02 \, \text{ns}.$ Импульсы подобной формы изучались, например, в [7] и [8]. Сначала рассмотрим случай без тепловых флуктуаций. Тогда для переключения перехода из состояния с током смещения  $180\,\mathrm{nA}\ (0.9I_c)$  необходимо минимум 6 синфазных фотонов, 5 фотонов уже недостаточно (зеленая кривая на рис. 2, b). При включении тепловых флуктуаций с температурой 20 mK переключение может произойти уже от 3 фотонов, но при условии совпадения фаз флуктуаций и фотонов (черная пунктирная кривая на рис. 2, b).

Очевидно, что при наличии тепловых плазменных колебаний, результат взаимодействия с фотоном будет зависеть от фазы пришедшего сигнала. Фаза фотона в рассматриваемом приближении внешней вынуждающей силы задается относительно фазы плазменных колебаний моментом начала импульса p(t). Воздействие фотона слишком кратковременно, поэтому совпадение фаз плазменных колебаний и фотона необходимо для того, чтобы переключение в резистивное состояние произошло. Если фотон приходит в противофазе, это на время заглушает колебания фазы. Если же фазы плазменных колебаний фазы и фотона совпадают, амплитуда колебаний возрастает. На рис. 2, b можно видеть амплитуду плазменных колебаний, вызванных температурой 20 mK при отсутствии фотонов (красная кривая). Амплитуда этих колебаний сравнима с амплитудой от поглощения 3 фотонов, после которых происходит переключение в резистивное состояние.

На рис. 2, c показаны энергии в R, C и L элементах, а также работа внешних сил для случая переключения ДП в резистивное состояние после поглощения трех фотонов (соответствует пунктирной черной кривой для фазы с рис. 2, b). После переключения энергия в индуктивности меняется от 0 до  $2E_J$  с джозефсоновской частотой

С одной стороны, зависимость детектора от фазы фотона резко снижает эффективность детектирования, так как все фотоны с неподходящими фазами оказываются



**Рис. 3.** *а* — эволюция фазы после поглощения трех 9 GHz фотонов для ДП с разными емкостями. Случай отсутствия флуктуаций. *b* — время жизни для оптимальной согласно моделированию емкости 15 fF и технологически доступной 80 fF при температурах 20 и 50 mK. Черные маркеры — экспериментальные данные для ДП с похожими параметрами и температурой криостата 10 mK.

пропущенными. С другой стороны, в этом случае мы можем детектировать даже слабые сигналы, чье влияние сравнимо с амплитудой флуктуаций, пусть не все, а с определенной фазой.

В примере выше, переключение при увеличении энергии перехода на энергию одного или нескольких фотонов продемонстрировано для совпадающих частот фотона и плазменных колебаний. В ДП частота плазменных колебаний меняется с увеличением тока смещения  $I_b$ . Это особенно заметно при токах смещения близких к криттоку, когда даже небольшое увеличение амплитуды тока заметно увеличивает период колебаний. В этой связи частота фотона не так важна для успеха детектирования, так как даже при ее равенстве плазменной частоте при токе ожидания, небольшое нарастание тока приводит к рассинхронизации. Единственное условие на частоту фотона — это чтобы она не была больше частоты плазменных колебаний. Более важным параметром является величина амплитуды тока, вызванного приходом фотона.

Еще одним фактором, осложняющим детектирование, являются квантовые флуктуации. Экспериментальные характеристики ДП свидетельствуют о том, что начиная с некоторой температуры, дальнейшее ее понижение не сопровождается уменьшением флуктуаций в переходе. Согласно литературным данным, минимальная температура квантового кроссовера составляет около 50 mK [9,10]. Примерно такую же температуру насыщения флуктуаций мы наблюдаем в наших измерениях. Наглядный пример — это измерения времени жизни от тока смещения. Наклон кривой задается соотношением между энергией флуктуаций и высотой барьера. Мы видим, что при температуре 10 mK, экспериментальная зависимость хорошо ложится на рассчитанную кривую с температурой 50 mK.

Теоретическое время жизни при токе  $180\,\mathrm{nA}$  и температуре  $20\,\mathrm{mK}$  равно  $0.2\,\mathrm{ms}$ . Если задать температуру флуктуаций  $50\,\mathrm{mK}$ , как в эксперименте, переключение происходит от двух и более фотонов, а время жизни при этом составляет всего  $40\,\mathrm{ns}$ .

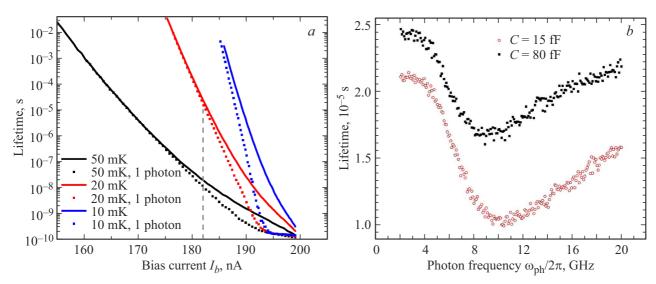
# 3. Повышение эффективности переключений

В практической реализации детектора фотонов мы ограничены параметрами существующих технологий, в нашем случае алюминиевой технологией для туннельных переходов. Она задает критическую температуру, а также погонную емкость, образованную оксидом алюминия между алюминиевыми электродами. Регулировать емкость можно за счет толщины оксида, но этот способ позволяет изменения не более чем на 30—50% без потери качества барьера. Также емкость зависит от площади туннельного перехода. Но и первый, и второй способ приводят к одновременному изменению как сопротивления перехода, так и критического тока.

RCSJ-модель позволяет варьировать все параметры ДП независимо и, таким образом, найти наилучшее их сочетание для детектирования фотонов требуемого диапазона частот. В дальнейшем, если данное сочетание не доступно для существующих технологий, это может стимулировать поиск новых технологий и материалов для изготовления туннельных переходов.

Определим роль емкости. Для этого будем менять только емкость при неизменных нормальном сопротивлении и критическом токе через переход (или критической температуры электродов).

Согласно результатам, представленным на рис. 3, a, существует оптимальная емкость при фиксированных



**Рис. 4.** a — моделирование времени жизни ДП с емкостью 80 fF при температурах 50, 20 и 10 mK. Линии — время жизни, определяемое тепловыми флуктуациями, маркеры — время жизни в случае прихода фотона в момент времени = 0. Пунктирной линией показан ток смещения, для которого посчитан правый график. b — моделирование времени жизни при 20 mK от частоты фотона для двух емкостей ДП. Ток смещения  $182 \, \text{nA}$ .

Параметры ДП с  $I_c=200\,\mathrm{nA}$  и  $R_N=1500\,\Omega$ , при которых происходит переключение в результате поглощения 9 GHz фотонов

Емкость $C$ , fF	Задаваемый ток $I_b$ , nA	Температура <i>T</i> , nK	Время жизни $ au$	Число фотонов для переключения
80	180	0 mK	$\infty$	≥ 6
80	180	50 mK	40 ns	$\geq 3$
80	180	20 mK	0.2 ms	$\geq 3$
15	180	20 mK	0.1 ms	$\geq 2$
80	190	10 mK	1 ms	> 1

остальных параметрах, при которой отклик на фотоны максимальный. Для выбранных параметров это емкость -15 fF. Отклик на то же количество фотонов (3) возрастает в 1.5 раза по сравнению с емкость 80 fF, получаемой для стандартной алюминиевой технологии. Также надо учитывать, что изменение емкости влияет на время жизни ДП в сверхпроводящем состоянии. На рис. 3, b показано время жизни для двух емкостей и двух температур. Температура 50 mK дает значения времен жизни очень близкие к экспериментальным результатам, полученным при 10 mK (черные маркеры с погрешностями), что говорит о том, что температура флуктуаций в эксперименте не уменьшается ниже 50 mK. При 20 mK и токе смещения 180 nA время жизни с емкостью 15 fF в два раза меньше, чем с емкостью 80 fF: вместо 200 мы имеем  $100 \, \mu \text{s}$ , что все еще может быть востребовано для некоторых приложений, где время ожидания фотона много меньше  $100 \,\mu$ s.

Увеличение чувствительности к одиночным фотонам происходит при понижении температуры. Как уже говорилось, в эксперименте температура ДП не понижается ниже некоторой границы, которая соответствует квантовым флуктуациям [11]. Но эта граница зависит

от параметров образца. Могут быть найдены такие параметры, при которых MQT проявляется ниже 20 mK или даже ниже 10 mK. Но даже в этом случае реальная температура ДП может отличаться в большую сторону от температуры криостата из-за фоновой засветки и шумов, идущих по проводам. Для решения этой проблемы существуют способы экранировки образцов и порошковые фильтры, показывающие высокую эффективность при измерениях ниже 100 mK. В связи с этим имеет смысл рассмотреть также понижение температуры в качестве способа оптимизации чувствительности. Отклик времени жизни на одиночный фотон при различных температурах показан на рис. 4, а. При температуре 50 mK различить один фотон можно при токах  $I_b$ , для которых время жизни меньше  $0.1 \, \mu$ s. Применение детектора с таким временем жизни ограничено приложениями, где время ожидание фотона меньше 0.1 μs. При возможности понижения температуры образца до 10 mK, одиночные фотоны становятся различимы на временах жизни превышающих 1 ms, что примерно соответствует экспериментальным результатам по детектированию одиночных фотонов [12].

Еще одним параметром, по которому можно оптимизировать чувствительность на один фотон, является частота фотона. В нелинейных системах под действием периодического сигнала хорошо известен эффект резонансной активации [6], состоящий в уменьшении времени жизни для определенной частоты внешнего сигала. Подобный эффект имеет место и для короткого импульса от одиночного фотона. Результаты моделирования времени жизни в зависимости от частоты поглощаемого фотона представлены на рис. 4, b. Время жизни уменьшается примерно в два раза, если частота фотона совпадает с плазменной частотой, которая для данного тока смещения равна 9 GHz.

Основные результаты данного раздела приведены в таблице, из которой видно, что однофотонная чувствительность может быть достигнута при типичных параметрах для алюминиевой технологии, если уровень шумов будет ниже, чем тепловые шумы при 10 mK.

#### 4. Заключение

Мы рассмотрели детектирование одиночных фотонов сантиметрового диапазона с помощью джозефсоновского перехода, используя линейную RCSJ-модель и представляя фотон в виде нарастающего и затем убывающего импульса внешнего тока. Энергия, потраченная на работу внешнего источника тока, генерирующего такой импульс, равна энергии фотона. Исследована роль тепловых флуктуаций в трех каналах тока ДП и показано, что при фиксированном токе смещения через переход самые большие колебания происходят в энергии сверхтока за счет того, что энергия флуктуаций объединяется с энергией внешнего источника тока.

Найдена область параметров, в которой детектирование одиночных фотонов становится возможным при среднем времени жизни ДП около 1 ms (таблица).

Следует отметить, что ситуация с детектированием фотонов еще более осложняется для переходов в режиме фазовой диффузии. В этом случае даже успешный переброс фазы через барьер не гарантирует появления резистивного состояния, а лишь вызывает кратковременное увеличение напряжения на переходе. Чтобы его детектировать, необходимо разрешение по времени не хуже, чем период плазменных колебаний при данном токе. Влияние фазовой диффузии на времена и эффективность переключения ДП при поглощении фотона будет рассмотрено в другой работе.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке РНФ 19-79-10170-П.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- D.S. Golubev, E.V. Il'ichev, L.S. Kuzmin. Phys. Rev. Appl. 16, 1, 014025 (2021).
- [2] Z.K. Minev, S.O. Mundhada, S. Shankar, P. Reinhold, R. Gutiérrez-Jáuregui, R.J. Schoelkopf, M. Mirrahimi, H.J. Carmichael, M.H. Devoret. Nature 570, 200 (2019).
- [3] X. Gu, A.F. Kockum, A. Miranowicz, Y. Liu, F. Nori. Phys. Rep. 718–719, 1 (2017).
- [4] A. Poudel, R. McDermott, M.G. Vavilov. Phys. Rev. B 86, 174506 (2012).
- [5] J.M. Kivioja, T.E. Nieminen, J. Claudon, O. Buisson, F.W.J. Hekking, J.P. Pekola. Phys. Rev. Lett. 94, 24, 247002 (2005)
- [6] A.A. Yablokov, E.I. Glushkov, A.L. Pankratov, A.V. Gordeeva, L.S. Kuzmin, E.V. Il'ichev. Chaos, Solitons Fractals 148, 111058 (2021).
- [7] C. Polycarpou, K.N. Cassemiro, G. Venturi, A. Zavatta, M. Bellini. Phys. Rev. Lett. 109, 5, 053602 (2012).
- [8] X. Xie, R. Bouchand, D. Nicolodi, M. Giunta, W. Hänsel, M. Lezius, A. Joshi, S. Datta, C. Alexandre, M. Lours, P.-A. Tremblin, G. Santarelli, R. Holzwarth, Y. Le. Coq. Nature Photon. 11, 44 (2017).
- [9] G. Oelsner, L.S. Revin, E. Il'ichev, A.L. Pankratov, H.-G. Meyer, L. Grönberg, J. Hassel, L.S. Kuzmin. Appl. Phys. Lett. 103, 14, 142605 (2013).
- [10] H.F. Yu, X.B. Zhu, Z.H. Peng, W.H. Cao, D.J. Cui, Y. Tian, G.H. Chen, D. N. Zheng, X.N. Jing, L. Lu, S.P. Zhao, S. Han. Phys. Rev. B 81, 144518 (2010).
- [11] A.O. Caldeira, A.J. Leggett. Ann. Phys. 149, 374 (1983).
- [12] A.L. Pankratov, L.S. Revin, A.V. Gordeeva, A.A. Yablokov, L.S. Kuzmin, E.V. Ilichev. npj Quantum Inf. 8, 61 (2022).

Редактор Ю.Э. Китаев