

09

Интерферометрия абсолютных расстояний лазерных зондовых измерителей рельефа при гармонической девиации длины волны

© С.Ю. Добдин, М.Г. Инкин, А.В. Джафаров, А.В. Скрипаль

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, 410012 Саратов, Россия

e-mail: dobdinsy@info.sgu.ru

Поступила в редакцию 03.11.2022 г.

В окончательной редакции 13.01.2023 г.

Принята к публикации 17.01.2023 г.

Представлены результаты моделирования самосмешивающегося лазера (автодина) в качестве лазерного зонда для контроля микроперемещений. Предложен метод измерения абсолютного расстояния по отношению амплитуд гармоник спектра автодинного сигнала. Расчет проведен с использованием программной среды PyCharm IDE и программных модулей *numpy* и *matplotlib*. Вследствие неоднозначности функций Бесселя, входящих в алгоритм, для достоверного определения расстояния необходимо ограничить выбор спектральных составляющих областью однозначности, которая находится в конце значимой области спектра. Показано, что при уменьшении расстояния до отражателя необходимо увеличивать величину девиации длины волны лазерного излучения, чтобы набор измеряемых гармоник находился в области высоких частот. В диапазоне девиации от 0.1 до 1 nm на расстоянии от 50 до 100 mm точность измерений может достигать единиц микрон. Перспективность применения лазерного автодина обусловлена задачей разработки лазерных зондов для контроля микроперемещений в узком диапазоне расстояний до отражателя.

Ключевые слова: лазерная интерферометрия, автодин, полупроводниковый лазер, модуляция излучения лазера, внешняя оптическая обратная связь, измерение расстояния, микровибрация, спектральный анализ сигнала.

DOI: 10.21883/OS.2023.06.55908.102-23

Введение

Интерферометрия абсолютного расстояния основана на различных видах токовой модуляции длины волны лазерного излучения [1–4]. Наибольшее число работ посвящено треугольной модуляции длины волны излучения, а основным измеряемым параметром является частота интерференционных максимумов, которая зависит от величины девиации длины волны и расстояния до отражателя [5,6]. Поскольку в современных полупроводниковых лазерах величина девиации не превышает нескольких нанометров, высокая точность измерений расстояния достигается на больших расстояниях.

Для миниатюризации измерительной установки наибольшее применение могут найти лазеры с внешней оптической обратной связью [7], которые принято называть лазерными автодинами. С помощью таких лазеров можно определить характеристики нановибраций [8–10], микроперемещений [11–13], величину скорости [14–16] и ускорения [17,18] отражателя.

Одним из направлений применения лазерных автодинов является их использование в зондовой микроскопии. В работах [19,20] обсуждалась возможность применения лазерных автодинов с токовой модуляцией для измерения наносмещений по величине фазы интерференционного сигнала. Более перспективным может оказаться применение методов многочастотной интерферометрии,

основанных на измерении амплитуд спектральных составляющих лазеров с внешней оптической обратной связью, позволяющих проводить измерения абсолютных значений расстояния до отражателя. Сигнал, полученный от такой системы, называется автодинным сигналом. При низких уровнях обратной связи автодинный сигнал аналогичен интерференционному с развязкой от источника излучения. Преимущества измерения абсолютных расстояний до 10 см при гармонической частотной модуляции лазерного автодина по сравнению с методом треугольной модуляции ранее обсуждались в работе [21]. При этом возможности метода гармонической модуляции при больших величинах девиации длины волны ранее не были показаны.

Перспективность применения лазерного автодина обусловлена задачей разработки лазерных зондов для контроля микроперемещений в узком диапазоне расстояний до отражателя. При фиксированном расстоянии до измеряемой поверхности в диапазоне нескольких миллиметров метод гармонической девиации длины волны излучения лазера актуален с точностью измерения до единиц микрон, при этом в отличие от фазовых методов интерферометрии метод многочастотной модуляции лазерного автодина свободен от неоднозначности и неопределенности при смене направления смещения рельефа поверхности на противоположное.

Целью данной работы явилось численное моделирование измерения абсолютных расстояний с микронной

точностью в режиме гармонической девиации длины волны полупроводникового лазера с внешней оптической обратной связью.

Модель интерференционного сигнала при гармонической девиации длины волны лазерного автодина

При частотной модуляции лазерного излучения мощность полупроводникового лазера P может быть записана в виде амплитудной и фазовой составляющих, зависящих от плотности тока накачки $j(t)$ [22]:

$$P(j(t)) = P_1(j(t)) + P_2 \cos(\omega(j(t))\tau), \quad (1)$$

где P_1 — постоянная составляющая мощности, P_2 — амплитудная составляющая мощности, зависящая от фазового набега волны $\omega(j(t))\tau$ в системе с внешним отражателем, τ — время обхода лазерным излучением расстояния до внешнего отражателя, $\omega(j(t))$ — частота излучения полупроводникового лазера, зависящая от плотности тока накачки $j(t)$ и уровня обратной связи.

На параметры автодинного сигнала влияет уровень внешней оптической обратной связи [23–25]. Как показано ранее, можно выбрать уровень обратной связи, при котором частота излучения полупроводникового лазера не будет изменяться значительно и тем самым вносить искажения в форму интерференционного сигнала [26,27].

В этом случае при гармонической модуляции плотности тока накачки $j(t)$ частота излучения полупроводникового лазера приобретает вид

$$\omega(j(t)) = \omega_0 + \omega_A \sin(2\pi\nu_1 t), \quad (2)$$

где ω_0 — собственная частота излучения полупроводникового лазерного диода; ω_A — девиация частоты излучения полупроводникового лазерного диода; ν_1 — частота модуляции тока питания лазерного диода. Выражение для мощности излучения частотомодулированного полупроводникового лазера запишется в виде

$$P(j(t)) = I_1 \sin(2\pi\nu_1 t) + P_2 \cos(\omega_0\tau + \omega_A\tau \sin(\Omega t)), \quad (3)$$

где стационарная фаза автодинного сигнала $\theta = \omega_0\tau$, амплитуда фазы токовой модуляции $\sigma = \omega_A\tau$, круговая частота модуляции тока питания лазерного диода $\Omega = 2\pi\nu_1$.

Поскольку для определения расстояния используется только фазовая составляющая многочастотного автодинного сигнала, то выражение (3) можно записать в виде

$$P(j(t)) = P_2 \cos(\theta + \sigma \sin(\Omega t)). \quad (4)$$

Для анализа автодинного сигнала в условиях гармонической девиации длины волны излучения лазерного диода мы будем использовать представление сигнала в виде разложения в ряд по функциям Бесселя первого

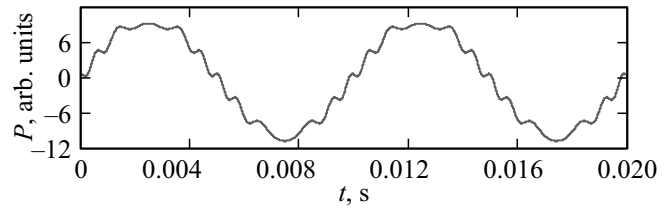


Рис. 1. Модель интерференционного сигнала ($\Delta\lambda = 0.01$ nm, $L = 52.8$ mm).

рода J_n и в ряд Фурье с амплитудами спектральных составляющих S_n . В этом случае $P(t)$ без учета постоянной составляющей принимает вид

$$P(t) = P_2 \cos(\theta) J_0(\sigma) + 2P_2 \cos(\theta) \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\sigma) \cos(2n\Omega t) - 2P_2 \sin(\theta) \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(\sigma) \cos((2n-1)(\Omega t)). \quad (5)$$

С учетом связи J_n и S_n из [22] выражения для амплитуд спектральных гармоник фурье-спектра S_{2n} и S_{2n+1} для $n = 1, 2, 3 \dots$ будут иметь вид

$$S_{2n} = 2 \cos(\theta) P_2 J_{2n}(\sigma), \quad (6)$$

$$S_{2n+1} = -2 \sin(\theta) P_2 J_{2n+1}(\sigma). \quad (7)$$

Для определения расстояния до объекта L , входящего в параметр σ , воспользуемся отношением спектральных гармоник фурье-спектра автодинного сигнала:

$$S_n/S_{n+2} = (J_n(\sigma))/J_{n+2}(\sigma). \quad (8)$$

Решение уравнения (8) относительно неизвестного параметра $\sigma = \omega_A\tau$ требует знания параметров токовой модуляции лазерного автодина, в частности девиации частоты излучения лазерного диода ω_A . Принимая во внимание, что $\tau = 2L/c$, получаем соотношение для определения расстояния до объекта:

$$L = \sigma c / 2\omega_A. \quad (9)$$

Для моделирования автодинного сигнала использовалась программа, написанная на языке Python 3 в программной среде PyCharm IDE. На рис. 1 и 2 приведена модель интерференционного сигнала и его фурье-спектр.

Для построения моделей сигналов, а также для их анализа использовался программный модуль *numpy*, для отображения графиков был применен модуль *matplotlib*.

Моделирование автодинного сигнала проводилось при следующих параметрах: $\lambda = 650$ nm, девиация длины волны излучения полупроводникового лазерного диода $\Delta\lambda = 0.01$ nm, расстояние до объекта $L = 52.8$ mm, частота модуляции тока лазерного излучения $\nu_1 = 100$ Hz, $\theta = \pi/4$.

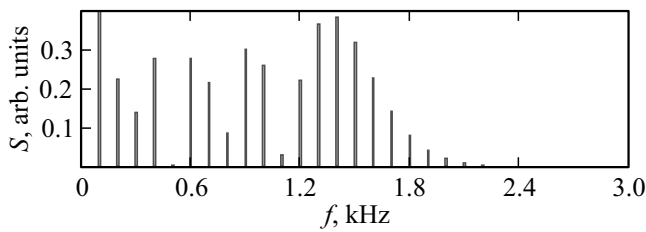


Рис. 2. Спектр интерференционного сигнала ($\Delta\lambda = 0.01 \text{ nm}$, $L = 52.8 \text{ mm}$).

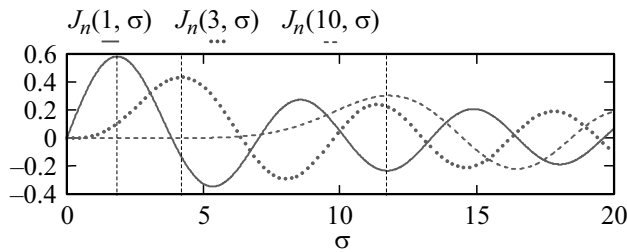


Рис. 3. Графики зависимостей функций Бесселя различных порядков J_n от аргумента σ .

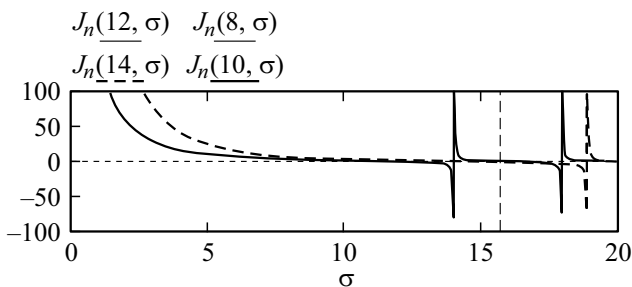


Рис. 4. Графики зависимостей отношений функций Бесселя различных порядков, используемых для определения аргумента $\sigma = 15.71$ ($\Delta\lambda = 0.01 \text{ nm}$, $L = 52.8 \text{ mm}$).

Спектр интерференционного сигнала (рис. 2) содержит большое число гармоник, отношение амплитуд которых в соответствии с формулой (8) позволяет определить расстояние до отражателя. Анализ этих отношений показывает, что не все из них имеют достаточную точность. В табл. 1 приведены результаты расчета расстояния до отражателя по отношению гармоник с различными номерами с использованием соотношений (8), (9).

Как следует из таблицы, высокая точность измерений достигается при использовании отношения гармоник высоких порядков, в частности, начиная с $n = 11$. Такая закономерность объясняется свойствами функций Бесселя. На рис. 3 приведены графики зависимостей функций Бесселя различных порядков J_n от аргумента σ , а на рис. 4 графики отношения этих функций, используемые для определения аргумента σ из соотношения (8).

Как видно из рис. 3, значение аргумента σ в области однозначности для функций Бесселя первого порядка

Таблица 1. Результаты расчета расстояния до отражателя по модельным амплитудам спектральных составляющих и погрешность его определения

n	S_n	S_{n+2}	σ	$L, \text{ mm}$	$\delta\text{error, \%}$	$\delta\text{error, m}$
1	9.8	0.14014	0.575343	1.93	> 100	—
2	0.225	0.278	4.34	14.6	> 100	—
3	0.139	0.002	1.07	3.6	> 100	—
4	0.278	0.277	6.4	21.52	> 100	—
5	0.002	0.213	8.75	29.44	> 100	—
6	0.277	0.086	6.6	22.2	> 100	—
7	0.213	0.301	10.03	33.75	> 100	—
8	0.086	0.259	11.71	39.37	> 100	—
9	0.301	0.028	5.9	19.85	> 100	—
10	0.259	0.219	12.52	42.1	25	0.001
11	0.028	0.363	15.708	52.81	$< 10^{-11}$	$< 10^{-14}$
12	0.219	0.382	15.708	52.81	$< 10^{-11}$	$< 10^{-14}$
13	0.363	0.318	15.708	52.81	$< 10^{-11}$	$< 10^{-14}$
14	0.382	0.225	15.708	52.81	$< 10^{-11}$	$< 10^{-14}$
15	0.318	0.140	15.708	52.81	$< 10^{-11}$	$< 10^{-14}$

Таблица 2. Результаты расчета расстояния до отражателя по амплитудам спектральных составляющих с учетом погрешности их определения

n	S_n	S_{n+2}	σ	$L, \text{ mm}$	$\delta\text{error, \%}$	$\delta\text{error, } \mu\text{m}$
11/13	0.028	0.363	15.71	52.81	0.0074	3.9
12/14	0.219	0.382	15.697	52.78	0.07	35
13/15	0.363	0.318	15.687	52.74	0.14	71
14/16	0.382	0.225	16.678	52.71	0.19	100
15/17	0.318	0.140	15.671	52.68	0.23	123

составляет 1.8, третьего — 4.3, десятого — 11.8 (на рис. 3 указано вертикальными пунктирными линиями).

Как видно из рис. 4 и табл. 1, значение корня уравнения (8) для расстояния $L = 52.8 \text{ mm}$ равно $\sigma = 15.71$ и находится для отношения функций Бесселя J_8 и J_{10} в области неоднозначности, а для отношения функций Бесселя J_{12} и J_{14} корень уравнения находится в области однозначности. Таким образом, поскольку функции Бесселя имеют области неоднозначности, то для достоверного определения аргумента при выборе спектральных составляющих интерференционного сигнала необходимо ограничиться областью однозначности, которая находится в конце значимой области спектра.

На практике оценка точности измерений должна проводиться с учетом точности определения тех величин, которые дают максимальную погрешность. Мы использовали данные по погрешностям измерений на лазерных автодинах, приведенных в работах [18–20,22]. Нами вводились две шумовые составляющие: в формулу расчета мощности автодинного сигнала, соотношение (4), и в измеряемую амплитуду спектральных гармоник, используемых в соотношении (8). Результаты расчета расстояния до отражателя и погрешность его определе-

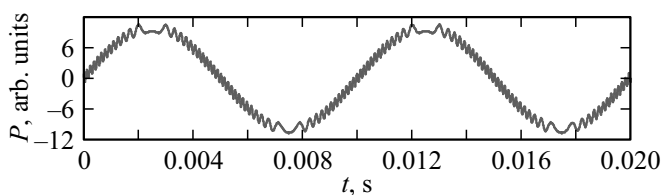


Рис. 5. Модель интерференционного сигнала ($\Delta\lambda = 0.05$ nm, $L = 52.8$ mm).

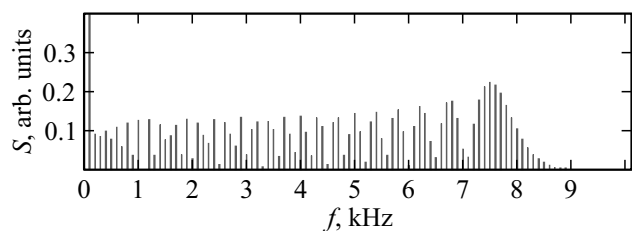


Рис. 6. Спектр интерференционного сигнала ($\Delta\lambda = 0.05$ nm, $L = 52.8$ mm).

ния приведены в табл. 2. При этом выбирались взятые из измерений 5%-погрешность мощности автодинного сигнала и 1%-погрешность амплитуд спектральных гармоник.

С учетом области однозначности функций Бесселя для расчета абсолютного расстояния по спектру интерференционного сигнала, приведенного на рис. 3, выбирались спектральные гармоники с номерами n от 11 и больше. В частности, отношение гармоник S_{11} и S_{13} в уравнении (7) показывает наилучший результат и дает погрешность менее $5 \mu\text{m}$.

Модель интерференционного сигнала при изменении девиации длины волны лазерного автодина

При изменении девиации лазерного диода будет изменяться форма и спектр интерференционного сигнала. На рис. 5 и 6 приведены модель интерференционного сигнала и его спектр при следующих параметрах: $\Delta\lambda = 0.05$ nm, $L = 52.8$ mm.

Если провести сравнительный анализ рис. 2 и 6, то можно установить закономерность, заключающуюся в том, что с ростом девиации увеличивается количество интерференционных максимумов, а спектр обогащается гармониками высоких порядков.

Для определения погрешности измерения абсолютного расстояния нами устанавливалась 5%-погрешность измерения мощности автодинного сигнала и 1%-погрешность измерения амплитуды спектральной гармоники.

На рис. 7 приведена зависимость погрешности определения абсолютного расстояния от величины девиации длины волны лазерного автодина. Полученная зависимость указывает на то, что с ростом девиации точность

определения расстояния увеличивается и достигает микронной величины при $\Delta\lambda = 0.06$ nm.

Если в процессе измерения расстояния изменять величину девиации так, чтобы набор измеряемых гармоник находился в области высоких частот, то точность измерений повышается при уменьшении расстояния. С учетом области однозначности функций Бесселя для расчета абсолютного расстояния по спектру интерференционного сигнала, приведенного на рис. 6, выбирались спектральные гармоники с номерами n от 70 и больше. На рис. 8 приведена зависимость погрешности измерений от расстояния до отражателя при неизменном наборе спектральных составляющих с номерами $n = 70$ и 72.

Уменьшение погрешности измерений, наблюдаемое на рис. 8, обусловлено увеличением девиации при уменьшении расстояния до отражателя. Поскольку для постоянной девиации при уменьшении расстояния до отражателя количество спектральных гармоник спектра Фурье становится меньше, то для того, чтобы набор измеряемых гармоник находился в области высоких ча-

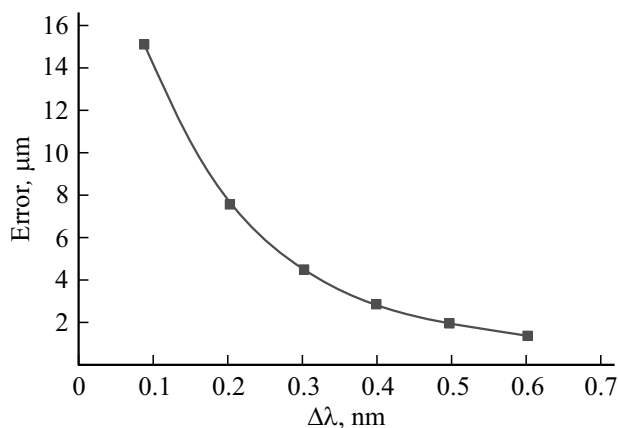


Рис. 7. Зависимость погрешности определения абсолютного расстояния от величины девиации на расстоянии $L = 52.8$ mm.

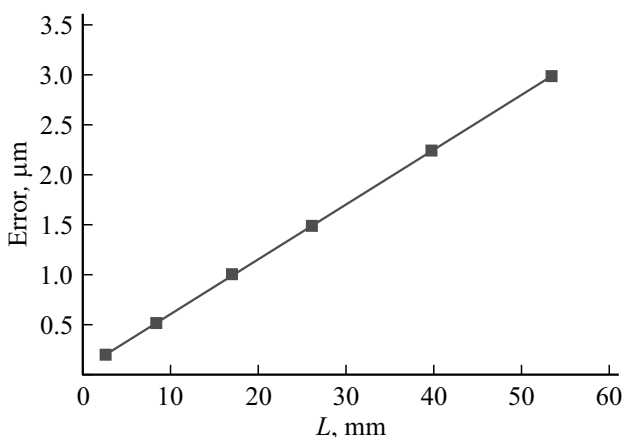


Рис. 8. Зависимость погрешности измерений от расстояния до отражателя при неизменном наборе спектральных составляющих с номерами $n = 70$ и 72.

стот, необходимо было увеличивать величину девиации длины волны лазерного излучения. Диапазон изменения величины девиации составил от 0.1 до 1 nm при точности измерений в диапазоне от 3 до 0.2 μm .

Заключение

В результате проведенного компьютерного моделирования было показано, что предлагаемый метод гармонической частотной модуляции лазерного излучения позволяет измерять абсолютные расстояния с микронной точностью. Установлено, что для расчета расстояния по спектру автодинного сигнала требуется выбор спектральных гармоник высокого порядка, что обусловлено поведением функции Бесселя в области однозначности нахождения решения. При уменьшении расстояния до отражателя возникает проблема уменьшения количества спектральных гармоник фурье-спектра автодинного сигнала, что влияет на точность метода. Изменение величины девиации длины волны излучения позволяет контролировать этот процесс и сохранять точность при уменьшении расстояний. Проведенные расчеты обосновывают возможность применения лазерного автодина при разработке лазерных зондовых измерителей рельефа поверхности с микронной точностью.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия инновациям (проект № 171ГССС15-L/78935).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] R. Daendliker, K. Hug, J. Politch, E. Zimmermann. *Optical Engineering*, **34** (8), 2407 (1995).
- [2] G. Berkovic, E. Shafir. *Advances in Optics and Photonics*, **4** (4), 441 (2012). DOI: 10.1364/AOP.4.000441
- [3] M.C. Amann, T.M. Bosch, M. Lescure, R.A. Myllylae. *Optical Engineering*, **40** (1), 10 (2001).
- [4] S. Donati. *Laser Photonics Rev.*, **6** (3), 393 (2012). DOI: 10.1002/lpor.201100002
- [5] M. Norgia, A. Magnani, A. Pesatori. *Review of Scientific Instruments*, **83** (4), 045113 (2012). DOI: 10.1063/1.3703311
- [6] K. Kou, X. Li, L. Li, H. Xiang. *Applied Optics*, **53** (27), 6286 (2014). DOI: 10.1364/AO.53.006280
- [7] M. Deborah, K. Kane, A. Shore. *Unlocking dynamical diversity: Optical feed-back effects on semiconductor lasers* (John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2005), p. 339.
- [8] W. Zhua, Q. Chenb, Y. Wangb, H. Luob, H. Wub, B. Maa. *Opt. Lasers Eng.*, **105**, 150 (2018).
- [9] D Li, Z. Huang, W. Mo, Y. Ling, Z. Zhang, Z. Huang. *Appl. Opt.*, **56** (31), 8584 (2017). DOI: 10.1364/AO.56.008584
- [10] В.С. Соболев, Г.А. Кашеева. *Измерительная техника*, **3**, 59 (2010).
- [11] M. Norgia, S. Donati. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **52** (6), 1765 (2003).
- [12] J. Xu, L. Huang, S. Yin, G. Bingkun, P. Chen. *Opt. Rev.*, **25** (1), 40 (2018).
- [13] D. Guo, L. Shi, Y. Yu, W. Xia, M. Wang. *Optics Express*, **25** (25), 31394 (2017). DOI: 10.1364/OE.25.031394
- [14] M.H. Koelink, M. Slot, F.F. Mul. *Appl. Opt.*, **31**, 3401 (1992).
- [15] L. Scalise, Y.G. Yu, G. Giuliani, G. Plantier, T. Bosch. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, **53** (1), 223 (2004).
- [16] H. Lin, J. Chen, W. Xia, H. Hao, D. Guo, M. Wang. *Optical Engineering*, **57** (5), 051504 (2018). DOI: 10.1117/1.OE.57.5.051504
- [17] D. Guo, H. Jiang, L. Shi, M. Wang. *IEEE Photonics J.*, **10** (1), 6800609 (2018).
- [18] Ан.В. Скрипаль, С.Ю. Добдин, А.В. Джафаров, К.А. Садчикова, И.А. Дубровская. *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика*, **19** (4), 279 (2019). DOI: 10.18500/1817-3020-2019-19-4-279-287
- [19] Д.А. Усанов, А.В. Скрипаль, Е.И. Астахов, С.Ю. Добдин. *Квант. электрон.*, **48** (6), 577 (2018).
- [20] D.A. Usanov, A.V. Skripal, E.I. Astakhov, S.Y. Dobdin. *Proc. SPIE*, **10717**, 1071708 (2018).
- [21] Д.А. Усанов, А.В. Скрипаль, С.Ю. Добдин, А.В. Джафаров, И.С. Соколенко. *Компьютерная оптика*, **43** (5), 797 (2019). DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-796
- [22] Д.А. Усанов, А.В. Скрипаль, С.Ю. Добдин, Е.И. Астахов, И.Ю. Костюченко, А.В. Джафаров. *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Серия Физика*, **18** (3), 189 (2018).
- [23] H. Olesen, J.H. Osmundsen, V. Tromborg. *IEEE J. Quantum Electron.*, **22** (6), 762 (1986).
- [24] N. Schunk, K. Petermann. *IEEE J. Quantum Electron.*, **24** (7), 1242 (1988).
- [25] А.Г. Сухарев, А.П. Напартович. *Квант. электрон.*, **37** (2), 149 (2007).
- [26] G. Giuliani, M. Norgia, S. Donati, T. Bosch. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **4**, 283 (2002).
- [27] А.В. Скрипаль, С.Ю. Добдин, А.В. Джафаров, К.А. Садчикова, В.Б. Феклистов. *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Серия Физика*, **20** (2), 84 (2020).